



GOVERNMENT OF TAMILNADU

حساب MATHEMATICS

ساتویں جماعت کے لئے
VII STANDARD
(URDU MEDIUM)

Term - I میعاد - I

Volume-2 جلد - 2

Department of School Education

Untouchability is Inhuman and a Crime

Government of Tamil Nadu

First Edition - 2019

Revised Edition - 2020, 2022, 2023

Reprint - 2021, 2024

(Published under New syllabus in
Trimester Pattern)

Content Creation



State Council of Educational
Research and Training

© SCERT 2019

Printing & Publishing



Tamil Nadu Textbook and Educational
Services Corporation

www.textbooksonline.tn.nic.in

علم ریاضی ایک نادر زبان رکھتی ہے جس کی بنیاد پر دنیا کی تمام کارروائیاں منحصر ہیں۔ اس کتاب کے ذریعے
یہ بہتر سے بہتر کوشش کی گئی ہے کہ طلباء کے اندر آسانی کے ساتھ حساب سیکھنے کا جذبہ پیدا ہو۔

Mathematics is not about numbers, equations, computations
or algorithms; it is about understanding

— William Paul Thurston



اسکولی تعلیم میں حسابی تعلیم کا اصل مقصد بچوں کے سوچنے کے عمل کو ریاضیات کے ساتھ جوڑنا ہے۔
زیادہ سے زیادہ ریاضیات کا علم رکھنے کے بجائے ان کے ذہنوں کو کیسے ریاضیاں جانیے، یہ بہت اہم ہے۔

فہرست CONTENTS

باب	موضوع Title	صفحہ نمبر	مہینہ
1	NUMBER SYSTEM عددی نظام	1-32	
1.1	تعارف Introduction	2	
1.2	سالم اعداد کی جمع Addition of Integers	2	
1.3	سالم اعداد کی تفریق Subtraction of Integers	10	جون
1.4	سالم اعداد کی ضرب Multiplication of Integers	15	
1.5	سالم اعداد کی تقسیم Division of Integers	22	
1.6	تمام بنیادی اعمال کو استعمال کرتے ہوئے سالم اعداد کے جملوں کے مسائل Statement problems on Integers using all fundamental operations	25	
2	MEASUREMENTS پیمائشیں	33-50	
2.1	تعارف Introduction	34	جون
2.2	متوازی الاضلاع Parallelogram	34	
2.3	مربع Rhombus	40	جولائی
2.4	منحرف Trapezium	44	
3	ALGEBRA الجبرا	51-71	
3.1	تعارف Introduction	52	جولائی
3.2	ضرب اور سر عدد Terms and co-efficients	53	
3.3	یکساں اور غیر یکساں ارقام Like and unlike terms	55	اگست
3.4	ایک الجبرائی جملے کی قیمت Value of an algebraic expression	56	
3.5	الجبرائی جملے کی جمع اور تفریق Addition and subtraction of algebraic expressions	58	
3.6	سادہ خطی مساوات Simple linear equations	64	
4	DIRECT AND INVERSE PROPORTION راست اور معکوس تناسب	72-82	
4.1	تعارف Introduction	72	اگست
4.2	راست تناسب Direct proportion	73	
4.3	معکوس تناسب Inverse proportion	78	
5	GEOMETRY علم ہندسہ	83-108	
5.1	تعارف Introduction	85	جولائی
5.2	قطاع خطوط سے بننے والی زاویوں کی جوڑی Pair of angles formed by Intersecting lines.	86	
5.3	قاطع Transversal	93	اگست
5.4	تصنیف Construction	102	
6	INFORMATION PROCESSING اطلاعات کو عمل میں لانا	109-123	
6.1	تعارف Introduction	110	ستمبر
6.2	ٹٹرومینو Tetromino	110	
6.3	راستے کا نقشہ Route Map	116	
	ANSWERS جوابات	124-130	
	GLOSSARY فرہنگ الفاظ	131	



E-book



Assessment

اکائی

1

عددی نظام

NUMBER SYSTEM

$$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$$

سیکھنے کے مقاصد



- ❖ سالم اعداد کے جمع اور تفریق کے تصور کو سمجھنا۔
- ❖ سالم اعداد کے ضرب اور تقسیم کے تصور کو سمجھنا
- ❖ سالم اعداد پر استعمال کردہ بنیادی اعمال کے خصوصیات کو سمجھنا
- ❖ سالم اعداد کے چار بنیادی اعمال کے استعمال سے مسئلوں کو حل کرنا

اعادہ : Recap

طبعی اعداد، صفر اور منفی اعداد کا مجموعہ سالم اعداد ہیں۔ اس مجموعہ کو ہم $\mathbb{Z}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔
منفی سالم اعداد کو عددی خط پر صفر کے بائیں طرف اور مثبت سالم اعداد کو صفر کے دائیں طرف ظاہر کرتے ہیں۔



Fig. 1.1

ہر ایک سالم عدد اس عددی خط پر بائیں سے دائیں طرف صعودی ترتیب میں ہوتے ہیں۔
دئے گئے خاکے میں ہر ایک نقطہ A, B, C, D پر سالم اعداد $A = +3$, $B = +7$, $C = -5$ اور $D = -1$ ہیں۔



Fig. 1.2

کوشش کیجئے

- 1 ذیل کے سالم اعداد کو صعودی ترتیب میں لکھئے: $-5, 0, 2, 4, -6, 10, -10$
- 2 اگر سالم اعداد $6, -5, -1, 5, -17, 12, -15$ کو عدد خط پر نشان کیا جائے تو انتہائی بائیں طرف کا سالم عدد ہے۔
- 3 ذیل کے نمونے کو مکمل کیجئے:
____, -40 , _____, _____, -10 , 0 , _____, 20 , 30 , _____, 50
- 4 دئے گئے اعداد کو موازنہ کر کے خانوں میں " $>$ ", " $<$ " یا " $=$ " لکھئے۔
(a) -65 □ 65 (b) 0 □ 1000 (c) -2018 □ -2018
- 5 دئے گئے سالم اعداد کو نزولی ترتیب میں لکھئے:
 $-27, 19, 0, 12, -4, -22, 47, 3, -9, -35$

تعارف : Introduction

چھٹی جماعت میں، سالم اعداد کا موازنہ اور ان کی ترتیب کے بارے میں سیکھ چکے ہیں، چلئے اب سالم اعداد کو جمع اور تفریق کرنے کی کوشش کریں گے۔

ہمیں معلوم ہے کہ $7 - 5 = 2$ مگر $5 - 7$ کیا ہے؟ چلئے ہم عددی خط کو استعمال کر کے 5 سے 7 تفریق کرتے ہیں۔ چونکہ عددی خط کے دائیں سے بائیں سالم اعداد (بڑھتے) اضافہ ہوتے ہیں۔ اس تفریق کے لئے ہمیں صفر کے بائیں طرف چلنا چاہئے۔

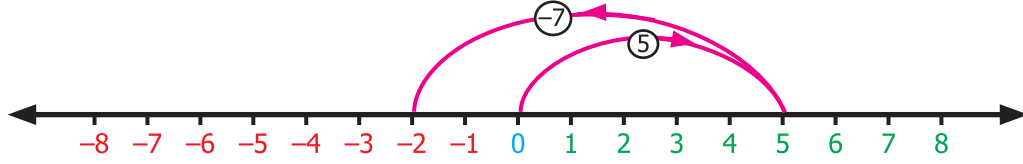
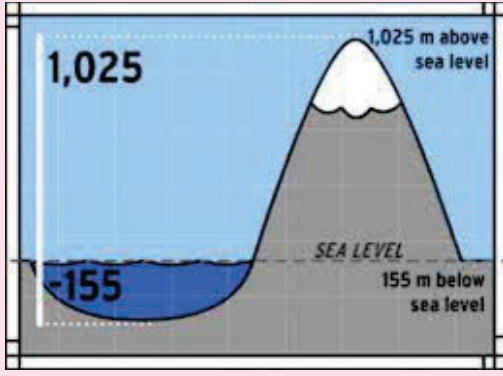


Fig. 1.3

کیا یہ واقعی ضروری ہے؟ کیا تم اپنی زندگی میں اس طرح کے کسی حالات کا سامنا کئے ہیں؟ جی ہاں، حالات جیسے تپش میں بڑھوتی یا گھٹوتی بینک کے کھاتہ میں روپے جمع کرنا اور نکالنا، کسی کاروبار میں نفع اور نقصان، ان تمام مثالوں میں سالم اعداد درپیش ہوتے ہیں۔

روزمرہ کے حسابات - حقیقی زندگی میں عددی نظام



پہاڑ، سمندری سطح کے اوپر اور نیچے



انٹارکٹیکا میں $0^{\circ} \text{C} <$ اور خط استوا میں $0^{\circ} \text{C} >$ تپش ہے۔

Addition of Integers

1.2 سالم اعداد کی جمع

عددی خط سالم اعداد کے جمع کے ذہنی تصور کا ایک آسان آلہ ہے۔ آئیے عددی خط سے ایک کارروائی کریں۔



کارروائی

تصور کیجئے کہ عددی خط ایک سڑک ہے جس پر نشانات ہیں۔ ہمیں اس سڑک پر آگے یا پیچھے جانے کی اجازت ہے۔ اس پر ایک مرحلہ عددی ایک اکائی کے مساوی ہے۔ ابتداء میں ہم صفر سے شروع کرتے ہیں اور مثبت سمت کی طرف ہو جاتے ہیں۔ مثبت سالم اعداد کے لئے ہم آگے اور منفی سالم اعداد کے لئے پیچھے جاتے ہیں۔ جمع کے عمل کے لئے ہم اسی مثبت سمت پر برقرار رہتے ہیں۔

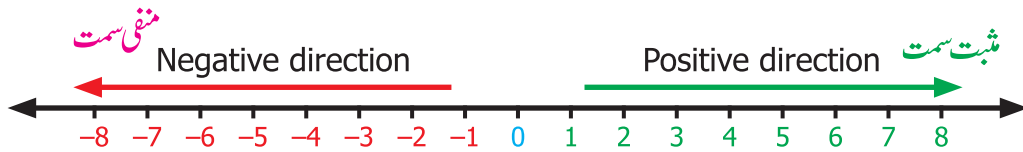


Fig. 1.4

(+5) اور (-3) کو جمع کرنے کے لئے (+5) کو ظاہر کرنے کے لئے صفر سے شروع کر کے مثبت سمت کی طرف پانچ قدم (مرحلے) آگے جاتے ہیں۔ چونکہ یہ جمع کا عمل ہے، اس لئے ہم اسی سمت پر برقرار رہتے ہیں۔ اور (-3) کو ظاہر کرنے کے لئے تین اکائیاں پیچھے جاتے ہیں۔ ہم +2 پر پہنچتے ہیں۔ اس لئے $(+5) + (-3) = 2$ ۔ یہ خاکہ 1.5 میں دکھایا گیا ہے۔

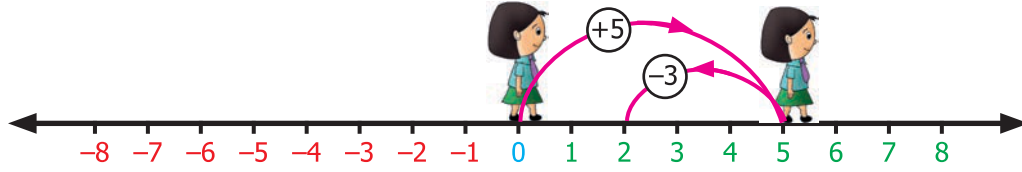


Fig. 1.5

اسی طرح سے آگے بڑھتے ہوئے ہم دوسری مثال پر غور کرتے ہیں۔ (-6) اور (-4) کا حاصل جمع معلوم کرتے ہیں۔ (-6) کو ظاہر کرنے کے لئے ہم صفر سے شروع کر کے مثبت سمت کا رخ کرتے ہوئے اسی سمت میں 6 اکائیاں پیچھے جاتے ہیں۔ ہم (-10) پر پہنچتے ہیں۔ لہذا، $(-6) + (-4) = -10$

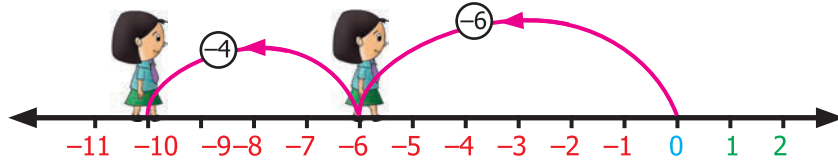


Fig. 1.6

کوشش کیجئے

عددی خط کی کارروائی کو استعمال کر کے ذیل کی قیمت معلوم کیجئے۔

- (i) $(-4) + (+3)$ (ii) $(-4) + (-3)$ (iii) $(+4) + (-3)$

کارروائی

بھورا اور گلابی دو مختلف رنگوں کے ٹوکن (token) والے دو کٹورے (bowls) ہیں۔ فرض کیجئے کہ ایک بھورے ٹوکن کو (+1) اور گلابی ٹوکن کو (-1) کو ظاہر کرتا ہے۔ بھورا (+1) اور گلابی (-1) صفر کو ظاہر کرتی ہے۔

$$[1 + (-1) = 0]$$



دوسالہ اعداد کو جمع کرنے کے لئے، ہم درکار ٹوکنوں کو لے کر صفر کے ممکن جوڑیاں بناتے ہیں۔ جوڑیاں بنانے کے بعد باقی ٹوکنوں کی تعداد، دوسالہ اعداد کا حاصل جمع ہے۔

$$\begin{array}{r} (7) \\ (+5) \\ \hline 2 \end{array}$$

(-7) اور (+5) کو جمع کرنے کے لئے، ہم 7 گلابی ٹوکنیں اور 5 بھورے ٹوکنیں اٹھاتے ہیں۔ مذکورہ بالا ٹوکنوں سے صفر کے جوڑیاں بناتے ہیں۔ ہم 5 صفر کے جوڑیاں بنا سکتے ہیں۔ پھر ہمارے پاس 2 گلابی بچت ہیں۔ چنانچہ، $(-7) + (+5) = -2$

$$\begin{array}{c} \text{■} \text{■} \text{■} \\ (-3) \end{array} (+) \begin{array}{c} \text{■} \text{■} \text{■} \text{■} \\ (-4) \end{array} = -7$$

(-3) اور (-4) کو جمع کرنے کے لئے ہم پہلے 3 گلابی ٹوکینیں اور پھر 4 گلابی ٹوکینیں لیتے ہیں۔
ٹوکینوں کی کل تعداد 7 گلابی ٹوکینیں ہیں۔ یہاں صفر کے جوڑیاں نہیں ہیں۔ اس لئے (-3) اور (-4) کا حاصل جمع (-7) ہے۔
استاد مختلف سالم اعداد دے کر انہیں ٹوکینوں کو استعمال کر کے جمع کرنے کو کہہ سکتے ہیں۔



- 1۔ جب ہم یکساں علامت والے دو سالم اعداد کو جمع کرتے ہیں تو حاصل جمع بھی اسی علامت کا سالم عدد ہوگا۔ جب ہم مختلف علامت والے دو سالم اعداد کو جمع کرتے ہیں تو حاصل جمع ان دو سالم اعداد کے درمیان کا فرق ہوگا اور بڑی قیمت والے سالم عدد کی علامت ہوگا۔
- 2۔ علامت کے بغیر سالم عدد مثبت سالم عدد کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 1.1 عددی خط کو استعمال کر کے ذیل کے سالم اعداد کو جمع کیجئے۔ i۔ 10 اور -15 ii۔ -7 اور -9

آئیے ہم عددی خط کو استعمال کر کے سالم اعداد کو جمع کرتے ہیں۔

حل

i۔ 10 اور -15

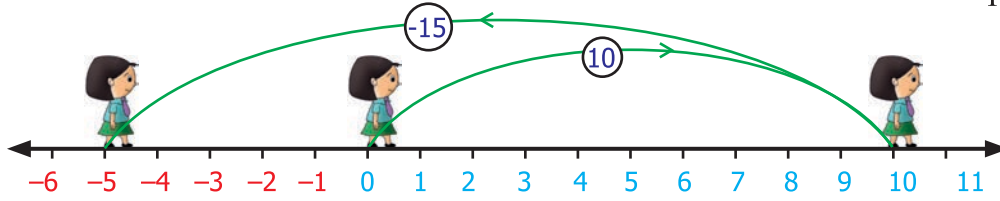


Fig. 1.7

عددی خط پر ہم پہلے صفر پر مثبت سمت کے رخ پر کھڑے ہوتے ہیں اور 10 قدم آگے بڑھتے ہوئے 10 پر پہنچتے ہیں پھر -15 کو ظاہر کرنے کے لئے 15 قدم پیچھے چلتے ہوئے -5 پر پہنچتے ہیں۔ غرض ہمیں $10 + (-15) = -5$ حاصل ہوتا ہے۔

ii۔ -7 اور -9

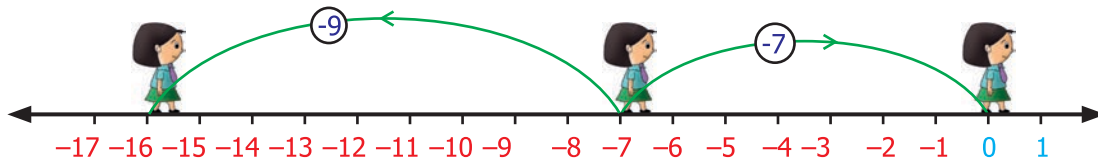


Fig. 1.8

عددی خط پر ہم پہلے صفر پر مثبت سمت کے رخ پر کھڑے ہوتے ہیں اور 7 قدم پیچھے چلتے ہوئے 7- پر پہنچتے ہیں۔ پھر 9- کو ظاہر کرنے کے لئے 9 قدم پیچھے چلتے ہوئے 16- پر پہنچتے ہیں۔ غرض ہمیں $-16 = (-9) + (-7)$ حاصل ہوتا ہے۔

مثال 1.2 : جمع کیجئے۔ i- (-40) اور (30) ii- (60) اور (-50)

حل

(i) (-40) اور (30)

$$-40 + 30 = -10$$

(ii) (-50) اور 60

$$60 + (-50) = 60 - 50 = 10$$

مثال 1.3 : جمع کیجئے۔

(i) (-70) اور (-12)

(ii) 103 اور 39 .

(i) $(-70) + (-12) = -70 - 12 = -82$

(ii) $103 + 39 = 142$

مثال 1.4 : ایک آب دوزکشی سمندری سطح سے 32 قدم نیچے ہے۔ پھر وہ 8 قدم اوپر آتی ہے۔ اس آب دوزکشی کی گہرائی معلوم کیجئے۔

حل

ایک آب دوزکشی سمندری سطح سے 32 قدم نیچے ہے۔

لہذا اسے 32- سے ظاہر کرتے ہیں۔

پھر وہ 8 قدم اوپر آتی ہے۔

اوپر آنے کو +8 سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$-32 + 18 = -24 = \text{آب دوزکشی کی گہرائی}$$

لہذا آب دوزکشی سمندری سطح سے 24 قدم نیچے واقع ہے۔

مثال 1.5 : سارہ ₹225.00 جمع کرتی ہے اور سامان تحریر (stationery) کی خریداری کے لئے قرض کی بنیاد پر ₹400 خرچ کرتی ہے تو اس کی باقی قرضہ (due amount) معلوم کیجئے۔

حل

سارہ کے پاس ₹225 ہے۔

$$₹400 = \text{سامان تحریر کی خریداری کے لئے قرض کی بنیاد پر خرچ}$$

$$225 - 400 = 175 = \text{باقی قرضہ ادا کرنا ہے۔}$$

لہذا سارہ کو ₹175 قرض ادا کرنا ہوگا۔

مثال 1.6 : زمینی منزل (Ground floor) سے ایک آدمی چھٹی منزل کو اوپر جاتا ہے اور پھر چھ منزلیں نیچے آتا ہے تو اب وہ کونسی منزل

میں ہوگا؟ زمینی منزل = نقطہ شروع

حل

$$+6 = \text{اوپر چڑھنے کی منزلوں کی تعداد}$$

$$-6 = \text{نیچے اترنے کی منزلوں کی تعداد}$$

$$(+6) - 6 = 0 = \text{اب پہنچنے کا مقام (زمینی منزل)}$$



1.2.1 جمع کی خصوصیات Properties of Addition

چھٹویں جماعت میں ہم نے سیکھا کہ صحیح اعداد کا مجموعہ جمع کے عمل کے تحت شمولیتی ہے۔
دو صحیح اعداد کا حاصل جمع ہمیشہ ایک صحیح عدد ہوتا ہے کیا یہ خصوصیت سالم اعداد کے مجموعہ کے لئے بھی لاگو ہوتا ہے؟
دی گئی جدول کو مکمل کیجئے اور جانچ کیجئے کہ دو سالم اعداد کا حاصل جمع ایک سالم عدد ہے یا نہیں؟

(i) $7 + (-5) =$	(ii) $(-6) + (-13) =$	(iii) $25 + 9 =$
(iv) $(-12) + 4 =$	(v) $41 + 32 =$	(vi) $(-19) + (-15) =$
(vii) $52 + (-15) =$	(viii) $(-7) + 0 =$	(ix) $0 + 12 =$
(x) $14 + 0 =$	(xi) $(-6) + (-6) =$	(xii) $(-27) + 0 =$

ہم یہ دیکھتے ہیں کہ اوپر کی تمام صورتوں میں دو سالم اعداد کا حاصل جمع ایک سالم عدد ہے۔ چونکہ سالم اعداد کا جمع ایک سالم عدد ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ سالم اعداد جمع کے تحت شمولیتی ہے۔ اس خصوصیت کو جمع پر سالم اعداد کی ”شمولیتی خصوصیت“ ”closure property“ کہتے ہیں۔

لہذا کوئی دو سالم اعداد a, b کے لئے $a+b$ ایک سالم عدد ہے۔

اس میں دو سالم اعداد کے جمع کی ترتیب ضروری نہیں ہے۔ مثال کے طور پر

$$12 + (-13) \text{ اور } (-13) + 12 \text{ برابر ہے۔ مزید } (-5) + (-7) \text{ اور } (-7) + (-5) \text{ برابر ہیں۔}$$

اس خصوصیت کے سالم اعداد کی ”مقابلتی خصوصیت“ ”commutative property“ کہتے ہیں۔

لہذا کوئی دو سالم اعداد a, b کے لئے $a+b = b+a$

جب تین سالم اعداد کو جمع کریں تو کیا ہوگا؟ مثال کے طور پر کیا $(-7) + (-2) + (-9)$ کی قیمت یکساں ہوگی؟

آئیے ان سالم اعداد کے اس طرح گروہ بناتے ہوئے جانچ کریں، $(-7) + (-2) + (-9)$ اور $[(-7) + (-2)] + (-9)$

پہلے ہم $[(-7) + (-2)] + (-9)$ کی قیمت معلوم کریں۔

$$[(-7) + (-2)] + (-9) = (-9) + (-9) = -9 - 9 = -18$$

چلئے عددی خط سے اس کی وضاحت کرتے ہیں $[(-7) + (-2)] + (-9)$ کو اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں۔

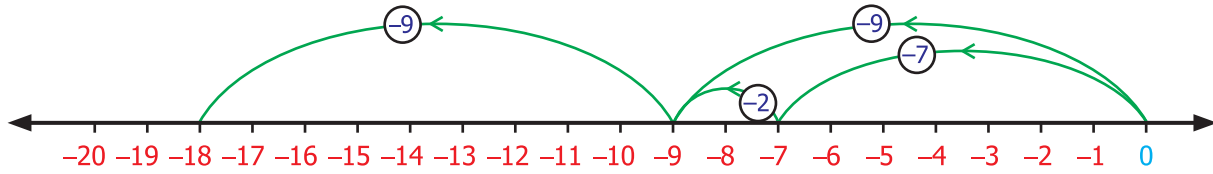


Fig. 1.9

$$[(-7) + (-2)] + (-9) = (-18)$$

ہم $(-7) + [(-2) + (-9)]$ کی قیمت معلوم کریں گے۔

$$(-7) + [(-2) + (-9)] = (-7) + (-11) = -7 - 11 = -18$$

$(-7) + [(-2) + (-9)]$ کو نیچے عدد خط پر ظاہر کیا جاسکتے ہیں۔

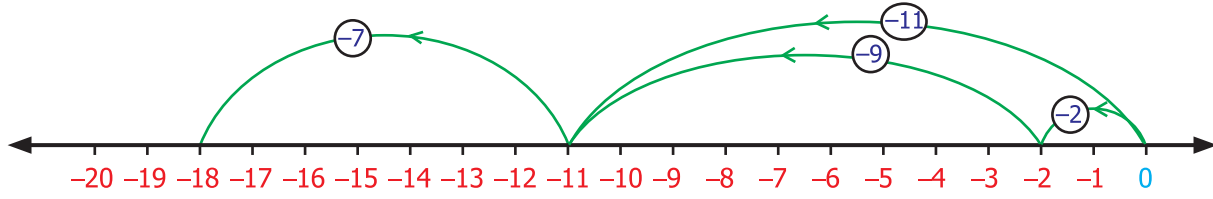


Fig. 1.10

$$(-7) + [(-2) + (-9)] = (-18)$$

ان دونوں صورتوں میں یکساں عدد 18- پر پہنچتے ہیں۔ چنانچہ سالم اعداد کے دوبارہ گروہ بنانے پر حاصل جمع کی قیمت تبدیل نہیں ہوتی۔

اس خصوصیت کو جمع کے تحت ”مربوطی خصوصیت“ ”associative property“ کہتے ہیں۔

لہذا، کو تین سالم اعداد a, b, c کے لئے؛ $a + (b + c) = (a + b) + c$

سالم اعداد کے مجموعے میں مثبت، منفی سالم اعداد اور صفر ہے۔ کیا تم نے یہ غور کیا ہے کہ صفر نہ تو مثبت ہے تو منفی سالم عدد ہے، جب صفر کو کسی سالم عدد سے جمع کرنے پر کیا ہوتا ہے؟

مثال کے طور پر، ہم یہ غور کرتے ہیں کہ $7 + 0 = 7$, $(-3) + 0 = (-3)$, $(-27) + 0 = (-27)$,

$$(-79) + 0 = (-79), 0 + (-69) = (-69), 0 + (-85) = (-85).$$

مذکورہ بالا سے یہ واضح ہے کہ جب صفر کو ایک سالم عدد سے جمع کرتے ہیں تو ہمیں وہی سالم عدد حاصل ہوتا ہے، اس خصوصیت کی بنا پر، صفر

کو جمع کے لحاظ سے متماثل یا سالم اعداد کے مجموعہ کا ”جمعی تماثل“ ”additive identity“ کہا جاتا ہے

$$a, a + 0 = a = 0 + a \text{ کے لئے}$$

جمعی تماثل صفر عدد خط کو مثبت اور منفی سالم اعداد میں جدا کرتا ہے۔ ہمارے پاس $+1$ اور -1 , $+5$ اور -5 , -15 اور $+15$ وغیرہ عددی خط کے مقابل کی جانب صفر سے مساوی فاصلہ پر ہیں۔ صفر کے دونوں جانب اس طرح کے سالم اعداد ایک دوسرے کے مقابل (opposites) کہلاتے ہیں۔ حقیقت میں، ہم یہ معلوم کرتے ہیں کہ جب ان ”مقابل“ کو ایک دوسرے سے جمع کریں تو ہمیشہ قیمت صفر حاصل ہوتا ہے۔

مثال کے طور پر، اس سالم اعداد خصوصیت کو ”جمعی معکوس“ نام دیا جاتا ہے۔ 15 کا جمعی معکوس -15 ہے کیوں کہ ان کا حاصل جمع صفر ہے، اس طریقہ سے -21 ہے۔ مقابل کے جوڑی کا ہر ایک عدد، دوسرے عدد کا ”جمعی معکوس“ ”additive inverse“ کہلاتا ہے۔

لہذا، کسی سالم عدد a کے لئے، $-a$ جمعی معکوس ہے۔

$$a + (-a) = 0 = (-a) + a$$



کوشش کیجئے

1- خالی جگہ پُر کیجئے۔

$$(i) 20 + (-11) = \underline{\quad} + 20 \quad (ii) (-5) + (-8) = (-8) + \underline{\quad} \quad (iii) (-3) + 12 = \underline{\quad} + (-3)$$

2- صحیح یا غلط بتائیے۔

$$(i) (-11) + (-8) = (-8) + (-11) \quad (ii) -7 + 2 = 2 + (-7) \quad (iii) (-33) + 8 = 8 + (-33)$$

3- ذیل کی تصدیق کیجئے۔

(i) $[(-2) + (-9)] + 6 = (-2) + [(-9) + 6]$ (ii) $[7 + (-8)] + (-5) = 7 + [(-8) + (-5)]$

(iii) $[(-11) + 5] + (-14) = (-11) + [5 + (-14)]$

(iv) $(-5) + [(-32) + (-2)] = [(-5) + (-32)] + (-2)$

4- چھوٹے ہوئے سالم اعداد معلوم کیجئے۔

(i) $0 + 95 =$

(ii) $-611 + \underline{\hspace{2cm}} = -611$

(iii) $\underline{\hspace{2cm}} + 0 =$

(iv) $0 + (-140) =$

5- ذیل کو مکمل کیجئے۔

(i) $-603 + 603 =$

(ii) $9847 + (-9847) =$ (iii) $1652 + \underline{\hspace{2cm}} = 0$

(iv) $-777 + \underline{\hspace{2cm}} = 0$

(v) $\underline{\hspace{2cm}} + 5281 = 0$

i- کیا $120 + 51$ اور $51 + 120$ مساوی ہیں؟

مثال 1.7

ii- کیا $(-5) + [(-4) + (-3)]$ اور $(-5) + [(-4) + (-3)]$ مساوی ہیں؟

i- جب ہم جمع کرتے ہیں تو $120 + 51 = 171$; $51 + 120 = 171$

حل

ان دونوں صورتوں میں ہمیں وہی جواب حاصل ہوتا ہے۔ اس کا مطلب سالم اعداد کو کسی بھی ترتیب میں جمع کر سکتے ہیں۔

چنانچہ، سالم اعداد کا جمع متبادلہ ہے۔

ii- $(-5) + [(-4) + (-3)]$ اور $[(-5) + (-4)] + (-3)$

$[(-5) + (-4)] + (-3)$ میں، (-4) اور (-3) کو پہلے جمع کیا جاتا ہے اور ان کے نتیجہ کے ساتھ پھر (-5) کو جمع کیا جاتا ہے۔

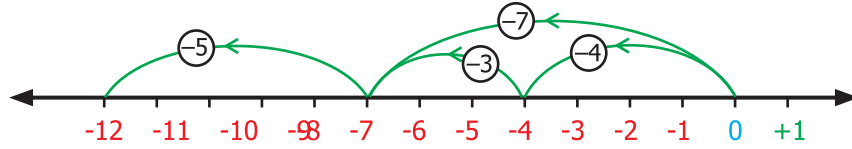


Fig. 1.11

$(-5) + [(-4) + (-3)] = -12$

جب کہ $[(-5) + (-4)] + (-3)$ میں (-5) اور (-4) کو پہلے جمع کیا جاتا ہے اور ان کے نتیجہ کے ساتھ پھر (-3) کو جمع کیا جاتا ہے۔

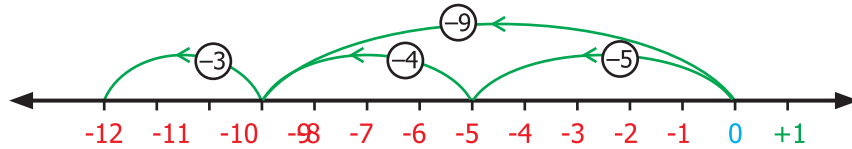


Fig. 1.12

$[(-5) + (-4)] + (-3) = -12$

ان دونوں صورتوں میں، ہمیں -12 حاصل ہوتا ہے،

یعنی $(-5) + [(-4) + (-3)] = [(-5) + (-4)] + (-3)$

اس لئے، جمع مربوطی ہے۔

مثال 1.8 : چھوٹے ہوئے سالم اعداد معلوم کیجئے۔ $0 + (-2345) =$ (ii) $23479 + \underline{\hspace{2cm}} = 0$

(i) $0 + (-2345) = -2345$

(ii) $23479 + (-23479) = 0$

لہذا، 23479 کا جمع معکوس -23479 ہے۔

مثال 1.9 : ذیل کے مساواتوں کے لئے خصوصیت بیان کیجئے۔

- (i) $(-45) + (-12) = -57$ (ii) $(-15) + 7 = (7) + (-15)$
 (iii) $-10 + 3 = -7$ (iv) $(-7) + (-5) = (-5) + (-7)$
 (v) $(-7) + [(-4) + (-3)] = [(-7) + (-4)] + (-3)$ (vi) $0 + (-7245) = -7245$

حل

i - شمولیتی خصوصیت ii - متبادلتی خصوصیت

iii - شمولیتی خصوصیت iv - متبادلتی خصوصیت

v - مربوطی خصوصیت vi - جمعی تماشل

مشق 1.1

- 1 - خالی جگہ پُر کیجئے۔
 (i) $(-30) + \underline{\hspace{1cm}} = 60$ (ii) $(-5) + \underline{\hspace{1cm}} = -100$
 (iii) $(-52) + (-52) = \underline{\hspace{1cm}}$ (iv) $\underline{\hspace{1cm}} + (-22) = 0$
 (v) $\underline{\hspace{1cm}} + (-70) = 70$ (vi) $20 + 80 + \underline{\hspace{1cm}} = 0$
 (vii) $75 + (-25) = \underline{\hspace{1cm}}$ (viii) $171 + \underline{\hspace{1cm}} = 0$
 (ix) $[(-3) + (-12)] + (-77) = \underline{\hspace{1cm}} + [(-12) + (-77)]$
 (x) $(-42) + [\underline{\hspace{1cm}} + (-23)] = [\underline{\hspace{1cm}} + 15] + \underline{\hspace{1cm}}$.

2 - صحیح یا غلط بتائیے۔

- (i) (-32) کا جمعی معکوس (-32) ہے۔
 (ii) $(-90) + (-30) = 60$
 (iii) $(-125) + 25 = -100$

3 - ذیل کو جمع کیجئے۔

- (i) عددی خط کے استعمال کرنے پر 8 اور -12
 (ii) عددی خط کے استعمال سے (-5) اور (-3)
 (iii) $(-100) + (-10)$ (iv) $20 + (-72)$
 (v) $82 + (-75)$ (vi) $-48 + (-15)$
 (vii) $-225 + (-63)$

4 - طارقہ تقابلی امتحان (competitive exam) میں حصہ لیتا ہے جس میں ہر ایک غلط جواب کے لئے 1 منفی نمبر (score) ہے۔

پرچہ I میں وہ 25 سوالات کے غلط جوابات لکھی ہے اور پرچہ II میں وہ 13 سوالات غلط لکھی ہے۔ نمبر میں کل کی معلوم کیجئے۔

5 - ایک کونز کے مقابلے میں تین متواتر چکروں میں A ٹیم +30، -20، 0 اسکور اور B ٹیم -20، 0، +30 اسکور حاصل کئے۔

کونسی ٹیم جیتے گی؟ کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ سالم اعداد کو کسی بھی ترتیب سے جمع کر سکتے ہیں؟

6 - کیا $10 + (7 + 11)$ اور $11 + (7 + 10)$ مساوی ہیں؟ خصوصیت بیان کیجئے۔

7 - سالم اعداد کے 5 جوڑیاں معلوم کیجئے جو 2 سے جمع کیا جائے۔

معروضی سوالات: Objective type questions

8- کسی مخصوص جگہ پر دوپہر کے 12 بجے کی پیش 18° تھی۔ اگر ہر گھنٹہ شرح 3° پر پیش گھٹتی ہے تو کسی وقت پر پیش صفر سے کم 12° ہوگی؟

i- آدھی رات کے 12 بجے ii- دوپہر کے 12 بجے

iii- 10 a.m., iv- 10 p.m.,

9- منفی اعداد کے جواب والے مسئلہ کی شناخت کیجئے۔

(i) $-9 + (-5) + 6$ (ii) $18 + (-12) - 6$

(iii) $-4 + 2 + 10$ (iv) $10 + (-4) + 8$

10- $(-10) + (+7) = \underline{\hspace{2cm}}$

(i) +3 (ii) -3 (iii) -17 (iv) +17

11- $(-8) + 10 + (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$

(i) 2 (ii) 8 (iii) 0 (iv) 20

12- $20 + (-9) + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

(i) 20 (ii) 29 (iii) 11 (iv) 38

1.3- سالم اعداد کی تفریق Subtraction of Integers



آئیے عددی خط کے استعمال سے سالم اعداد کی تفریق سیکھیں۔ آئیے آگے سیکھے ہوئے عددی خط کی کاروائی کو استعمال کر کے سالم اعداد کو تفریق کرنے کی کوشش کریں۔ پہلے کی طرح ہمیں وہی ہدایات اختیار کرنا چاہئے مگر جب کبھی ہمیں تفریق کرنے کی ضرورت ہو تو منفی سمت رخ کر کے آگے بڑھنا چاہئے۔

(+7) سے (+4) تفریق کرنے کے لئے

پہلے ہم صفر پر مثبت سمت کے رخ پر کھڑے ہوتے ہیں۔ پھر 7 اکائیاں آگے بڑھتے ہوئے +7 کو ظاہر کرتے ہیں پھر منفی سمت میں تفریق کے عمل کے لئے آگے بڑھتے ہیں اور 4 اکائیاں آگے بڑھتے ہوئے +4 کو ظاہر کرتے ہیں۔ ہم سالم عدد +3 پر پہنچتے ہیں۔ اس لئے

$$(+7) - (+4) = +3$$

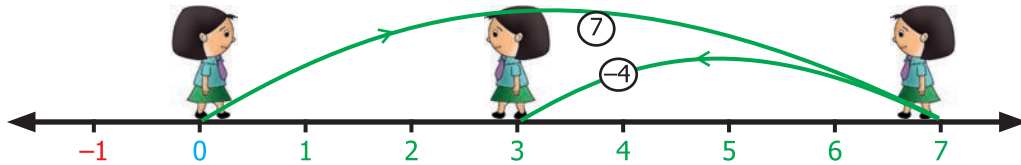


Fig. 1.13

آئیے $(-8) - (-5)$ معلوم کریں۔

پہلے ہم صفر پر مثبت سمت کے رخ پر کھڑے ہوتے ہیں۔ پھر 8 اکائیاں پیچھے جاتے ہوئے (-8) کو ظاہر کرتے ہیں۔ پھر منفی سمت پر آگے بڑھتے ہوئے 5 اکائیاں پیچھے جاتے ہیں۔ ہم (-3) پر پہنچتے ہیں۔ ہمارے پاس $(-8) - (-5) = (-3)$

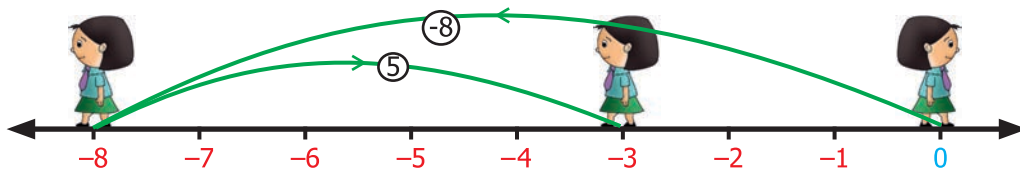


Fig. 1.14

چلئے اب ایک دوسرے طریقے سے سالم اعداد کی تفریق کو سیکھیں۔
ذیل کے نمونوں پر غور کریں۔

$$7 - 2 = 5; \quad 7 - 1 = 6; \quad 7 - 0 = 7$$

اگر ہم اس کو منفی سالم اعداد کو دراز کریں تو کیا ہوگا؟

$$7 - (-1) = 8; \quad 7 - (-2) = 9; \quad 7 - (-3) = 10$$

مزید نمونوں کو دیکھیں گے۔

$$20 - 2 = 18; \quad 20 - 1 = 19; \quad 20 - 0 = 20; \quad 20 - (-1) = 21; \quad 20 - (-2) = 22$$

اوپر کے نمونوں سے ہم یہ دیکھ سکتے ہیں کہ 7 اور 20 سے متواتر منفی سالم اعداد کے تفریق کرنے پر فرق متواتر طور پر بڑھتا ہے۔

یہ واضح ہے کہ منفی سالم اعداد کی تفریق سے فرق میں اضافہ ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر $7 - (-2) = 9$

چنانچہ، -2 کی تفریق، 2 کے جمع کے برابر ہے، جو -2 کا جمع معکوس ہے۔ یعنی، $7 + 2 = 9$ ،

اس لئے، کسی سالم عدد سے ایک منفی سالم عدد کو تفریق کرنے کے لئے، ہم اس سالم عدد کے جمعی معکوس کو جمع کرنا چاہئے جیسے تفریق کرنا ہو۔

مثال کے طور پر، 7 سے (-5) کی تفریق

$$7 - (-5)$$

-5 کو تفریق کرنے کے لئے، ہم (-5) کے جمعی معکوس کو جمع کر سکتے ہیں یعنی 5 کو 7 سے جمع کر سکتے ہیں۔

$$7 - (-5) = 12 \text{ لہذا،}$$



کوشش کیجئے

1 عدد خط کو استعمال کر کے حل کیجئے

(i) $(-4) - (+3)$; (ii) $(-4) - (-3)$

2 قیمتیں معلوم کیجئے اور جوابات کو موازنہ کیجئے۔

(i) $(-6) - (-2)$ اور $(-6) + 2$

(ii) $35 - (-7)$ اور $35 + 7$

(iii) $26 - (+10)$ اور $26 + (-10)$

3 مناسب علامت $<$ ، $>$ یا $=$ سے ڈبوں کو پر کیجئے۔

(i) $10 - 8$ $10 + 8$

(ii) $(-20) + 10$ $(-20) - (-10)$

(iii) $(-70) - (-50)$ $(-70) - 50$

(iv) $100 - (+100)$ $100 - (-100)$

(v) $-50 - 30$ $100 + 20$



ہر تفریقی جملہ کا ایک نظیری جمعی جملہ ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر $8 - 5 = 3$ ایک تفریقی جملہ ہے۔ اسے جمعی جملہ $3 + 5 = 8$ کی طرح بھی بتایا جاسکتا ہے۔ اس طریقہ سے، $(-8) - (-5) = -3$ ایک تفریقی جملہ ہے۔ جسے جمعی جملہ $(-8) = (-3) + (-5)$ کی طرح لکھ سکتے ہیں۔

مثال 1.10 عددی خط کو استعمال کر کے ذیل کو تفریق کیجئے۔

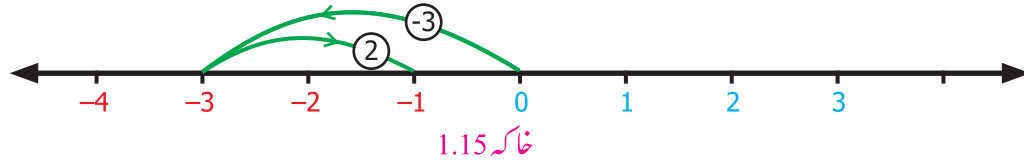
(i) $-3 - (-2)$ (ii) $+6 - (-5)$

Solution

حل :

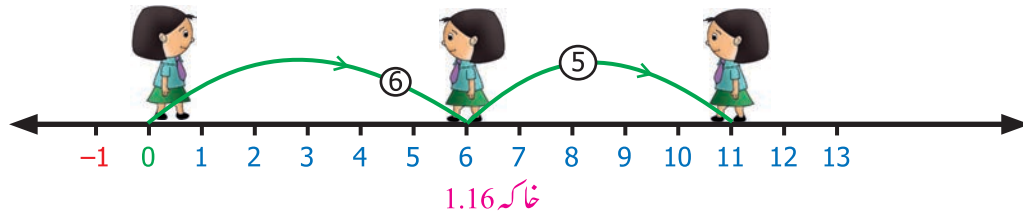
(i) $-3 - (-2)$

عددی خط کو استعمال کر کے -2 کو -3 سے تفریق کرنے کے لئے



لہذا، $-3 - (-2) = -3 + 2 = -1$

(ii) $+6 - (-5)$ عددی خط کو استعمال کر کے -5 کو 6 سے تفریق کرنے کے لئے



لہذا، $+6 - (-5) = +6 + 5 = 11$

آئیے اب ہم جمعی معکوس کو استعمال کر کے منفی سالم اعداد کو تفریق کرنے سیکھیں گے۔

مثال 1.11

(i) 70 سے (-40) تفریق کیجئے۔ (ii) (-20) سے (-12) تفریق کیجئے۔

حل :

(i) $70 - (-40)$
 $= 70 + (-40)$ کا جمعی معکوس
 $= 70 + 40$
 $= 110.$

(ii) $(-20) - (-12)$
 $= (-20) + (-12)$ کا جمعی معکوس
 $= (-20) + 12$
 $= -8$

مثال 1.12

ذیل کی قیمت معلوم کیجئے۔ (i) $(-11) - (-33)$ (ii) $(-90) - (-50)$

حل :

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & (-11) - (-33) \\ & = (-11) + (+33) \\ & = 22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad & (-90) - (-50) \\ & = -90 - (-50) \\ & = -90 + 50 \\ & = -40 \end{aligned}$$

مثال 1.13

سارہ کے پاس ₹150 ہے۔ وہ ایک تھیلی خریدنا چاہتی ہے جس کی قیمت ₹225 ہے۔ تو اسے اپنی سہیلی سے کتنے روپے اسے قرض لینا چاہئے؟

حل :

$$\begin{aligned} \text{سارہ کے پاس رقم} &= ₹ 150 \\ \text{تھیلی کی قیمت} &= ₹ 225 \\ \text{قرض کی رقم} &= 225 - 150 \\ &= ₹ 75 \end{aligned}$$

مثال 1.14

₹1079 کے خریدی کے نتیجہ میں احسان کے کھاتہ میں بچت رقم کیا ہوگی؟ اگر اس کے کھاتے میں شروع کی رقم ₹5000 تھی؟

حل :

$$\begin{aligned} \text{شروع کی رقم} &= ₹ 5000 \\ \text{قرض کی قیمت} &= ₹ 1079 (-) \\ \text{باقی رقم} &= ₹ 3921 \end{aligned}$$

مثال 1.15

جمعہ کے دن سری نگر میں تپش 3°C تھی۔ اگر دوسرے دن 1°C سے تپش کم ہوتی ہے تو اس دن کی تپش کیا ہے؟

حل :

$$\text{جمعہ کے دن سری نگر میں تپش } 3^{\circ}\text{C} \text{ تھی۔ اگر } 1^{\circ}\text{C} \text{ کی تپش کم ہوتی ہے تو دوسرے دن کی تپش } -3^{\circ}\text{C} - 1^{\circ}\text{C} = -4^{\circ}\text{C}$$

مثال 1.16

ایک آب دوزکشی سمندری سطح سے 300 قدم نیچے ہے۔ اگر وہ 175 قدم اوپر آتی ہے تو اس کا نیا مقام کیا ہے؟

حل :

$$\begin{aligned} \text{300 قدم نیچے} &= \text{آب دوزکشی کا ابتدائی مقام} \\ &= -300 \\ \text{175 قدم} &= \text{آب دوزکشی کے اوپر جانے کا فاصلہ} \\ &= +175 \\ \text{آب دوزکشی کا نیا مقام} &= (-300) + (+175) \\ &= -125 \end{aligned}$$



خاکہ 1.17

یعنی، آب دوزکشی سطح سے 125 قدم نیچے ہے۔

1.3.1 Properties of Subtraction تفريق کے خصوصیات

ہم یہ جانچ کر سکتے ہیں کہ سالم اعداد کے تمام خصوصیات جو جمع کے لئے صحیح ہیں، تفريق کے لئے لاگو ہوتے ہیں یا نہیں۔ یاد کریں کہ دو صحیح اعداد کی تفريق کا نتیجہ ہمیشہ ایک صحیح عدد نہیں ہوتا۔ بہر حال سالم اعداد کی یہ وسیع شکل دو سالم اعداد کے فرق کو ایک سالم عدد یقینی ثابت کرنے کے لئے کافی ہے۔ مثال کے طور پر

(-2) - (-7) ایک سالم عدد ہے، $14 + (-5)$ ایک سالم عدد ہے اور $(-8) - 0$ ایک سالم عدد ہے۔ ان مثالوں سے ہم یہ غور کرتے ہیں کہ سالم اعداد کا مجموعہ ”شمولتی“ ہے یعنی، دو سالم اعداد کا فرق ہمیشہ ایک سالم عدد ہوتا ہے۔

لہذا، کوئی دو سالم اعداد a, b کے لئے: $a - b$ بھی ایک سالم عدد ہے۔

دوسری خصوصیات کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟ کیا تم دیکھ سکتے ہیں کہ

$(-2) - (-5) = 3$ مگر $(-5) - (-2) = -3$ ، مزید، $(-5) - (-10) = 15$ ، مگر $(-10) - (-5) = -15$ ۔ لہذا، تفريق میں سالم اعداد کی ترتیب کو تبدیل کرنے سے یکساں قیمت حاصل نہیں ہوگا۔ چنانچہ سالم اعداد کی تفريق کے لئے متبادلتی خصوصیت لاگو نہیں ہوتی۔



کوشش کیجئے

- 1 خالی جگہ پر کیجئے
 - (i) $(-7) - (-15) = \underline{\hspace{2cm}}$
 - (ii) $12 - \underline{\hspace{2cm}} = 19$
 - (iii) $\underline{\hspace{2cm}} - (-5) = 1$
- 2 قیمتیں معلوم کیجئے اور جوابات کا موازنہ کیجئے۔
 - (i) $15 - 12$ and $12 - 15$
 - (ii) $-21 - 32$ and $-32 - (-21)$



ذرا سوچئے

کیا سالم اعداد کی تفريق کے لئے مربوطی خصوصیت صحیح ہے؟ کوئی تین مثالیں لیجئے اور جانچ کیجئے۔

1.2 مشق

- 1۔ خالی جگہ پر کیجئے۔
 - (i) $-44 + \underline{\hspace{2cm}} = -88$
 - (ii) $\underline{\hspace{2cm}} - 75 = -45$
 - (iii) $\underline{\hspace{2cm}} - (+50) = -80$
- 2۔ صحیح یا غلط بتائیے۔
 - (i) $(-675) - (-400) = -1075$
 - (ii) $15 - (-18)$ $15 + 18$ کے برابر ہے۔
 - (iii) $(-45) - (-8) = (-8) - (-45)$
- 3۔ ذیل کی قیمت معلوم کیجئے۔
 - (i) عددی خط کو استعمال کر کے $-3 - (-4)$
 - (ii) عددی خط کو استعمال کر کے $7 - (-10)$
 - (iii) $35 - (-64)$
 - (iv) $-200 - (+100)$
- 4۔ کفیل کے پاس 10 پنسلیں تھیں۔ اس نے 2 پنسلیں سلیم کو اور 3 پنسلیں کاشف کو دئے۔ دوسرے دن کفیل کے والد نے اسے 6 پنسلیں دئے، ان میں سے 8 پنسلیں اس نے اپنی بہن کو دئے۔ اب اس کے پاس کتنی پنسلیں بچت ہیں؟

5 ایک لفٹ (lift) زمینی منزل پر ہے۔ اگر وہ 5 منزلیں نیچے جاتی ہے اور پھر وہاں سے 10 منزلیں اوپر جاتی ہے تو لفٹ کون سی منزل میں ہوگی؟

6 جب کریمہ جاگتی ہے، اس کے بدن کی تپش 102°F تھی۔ اس نے بخار کی دوائی کھائی، 2 گھنٹوں کے بعد، اس کی تپش 2°F کم ہوگئی۔ تب اس کی تپش کیا ہوگی؟

7 (-19) حاصل ہونے کے لئے (-17) کے ساتھ کون سا عدد جمع کرنا چاہئے؟

8 ایک طالب علم کو (-47) سے (-12) تفریق کرنے کو کہا جاتا ہے۔ اسے (-30) حاصل ہوتا ہے۔ کیا وہ صحیح حل ہے؟ جانچ کیجئے۔

معروضی سوالات Objective type questions

9 $(-5) - (-18) = \underline{\hspace{2cm}}$

(i) 23 (ii) -13 (iii) 13 (iv) -23

10 $(-100) - 0 + 100 = \underline{\hspace{2cm}}$

(i) 200 (ii) 0 (iii) 100 (iv) -200

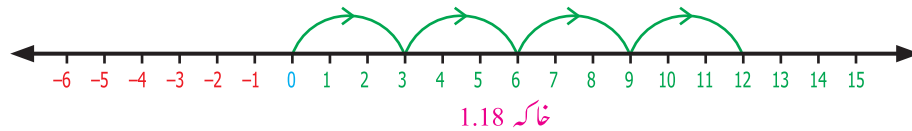
1.4. سالم اعداد کی ضرب Multiplication of Integers

1 صورت حال

سلمی اور رشید کنکریاں کے ایک ڈھیر سے کھیل رہے ہیں۔ سلمیٰ اس ڈھیر میں چند کنکریاں جمع کر رہی ہے جب کہ رشید چند کنکریاں نکالتا ہے پہلے، سلمیٰ 3 کنکریاں جمع کرتی ہے پھر وہ 3 اور کنکریاں جمع کرتی ہے۔ سلمیٰ اس طرح 2 بار دہراتی ہے۔ کیا تم بتا سکتے ہو کہ وہ کل کتنے کنکریاں جمع کی تھی؟ چونکہ کنکریاں جمع کرنا مثبت ہے۔ ہم اسے $(+3) + (+3) + (+3) + (+3) = +12$ یا $4 \times (+3) = +12$ کل جمع کردہ کنکریوں کی تعداد 12 ہے۔

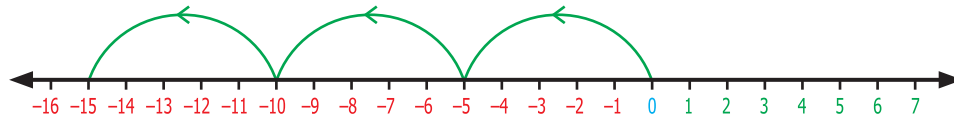
رشید 5 کنکریاں تین بار نکالتا ہے۔ اگر ہم ”نکال“ کو سالم عدد کی طرح ظاہر کریں تو $(-5) + (-5) + (-5) = -15$ یا مختصر طور پر اس طرح $(-5) \times 3 = -15$ لکھ سکتے ہیں۔ اس ڈھیر سے رشید نے 15 کنکریاں نکالا تھا۔ اس وضاحت سے معلوم ہوتا ہے۔ کہ منفی سالم اعداد کا ضرب بھی مثبت سالم اعداد یا صحیح اعداد کی طرح مسلسل جمع ہی ہے۔ ایک عددی خط کھینچ کر اوپر کے سالم اعداد کی ضرب کی مسلسل جمع کی طرح سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

$4 \times 3 = 12$ (3 چار مرتبہ جمع کیا گیا ہے)



خاکہ 1.18

$(-5) \times 3 = -15$ تین مرتبہ جمع کیا گیا ہے



خاکہ 1.19

ہمیں یہ سمجھنے میں کوئی دشواری نہیں ہے کہ ایک مثبت سالم عدد جیسے $(+7)$ کو دوسرے مثبت سالم عدد جیسے $(+8)$ سے ضرب دینے پر ایک مثبت عدد $(+56)$ حاصل ہوتا ہے۔ اس کے علاوہ، ایک مثبت سالم عدد جیسے $(+7)$ کو ایک منفی سالم عدد جیسے (-5) سے ضرب دینے پر -35 حاصل ہوتا ہے اور $+5 \times -7 = -35$ ، لیکن ایک منفی سالم -3 کو دوسرے منفی عدد -5 سے ضرب کے بارے میں کیا کہہ

سکتے ہیں۔ یہ سمجھنے کے لئے، آئیے ذیل کے نمونے پر غور کریں۔

$$(-5) \times 3 = -15$$

$$(-5) \times 2 = -10$$

$$(-5) \times 1 = -5$$

$$(-5) \times 0 = 0$$

$$(-5) \times (-1) = +5$$

$$(-5) \times (-2) = +10$$

$$(-5) \times (-3) = +15$$

غور کیجئے کہ ہر مرحلے میں کس طرح یہ عدد میں 5 کا اضافہ ہوتا ہے جیسے -15 سے -10، -10 سے -5، -5 سے 0 لہذا، اس نمونے میں بعد کا عدد صرف +5 ہوگا اور -5 نہیں۔ اسی طرح $(-5) \times (-2)$ ایک مثبت سالم عدد 10 ہے۔ اس لئے، دو منفی سالم اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ ایک مثبت سالم عدد ہے۔



کوشش کیجئے:

1 ذیل کے حاصل ضرب معلوم کیجئے

$$(-9) \times (-8) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (ii)$$

$$(-20) \times (-45) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (i)$$

$$(+50) \times 2 \times (-10) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (iv)$$

$$(-30) \times 40 \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (iii)$$

3 ذیل میں کون سا صحیح نہیں ہے؟

$$-55 \times -22 \times -33 < 0 \quad (i)$$

$$-1521 \times 2511 < 0 \quad (ii)$$

$$2512 - 1252 < 0 \quad (iii)$$

$$+1981 \times +2000 < 0 \quad (iv)$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3							
-2							
-1							
0							
1							
2							
3							

2 ذیل کے جدول کو اس کے

نظیری صف اور قطار کے سالم اعداد کو ضرب دیکر مکمل کیجئے



ذرا سوچئے

کیا تم حاصل ضرب 15×16 کو سالم اعداد کا حاصل جمع یا فرق کی طرح ظاہر کر سکتے ہو؟ جی ہاں، یہاں 4 طریقوں سے

$$15 \times 16 = +240 \text{ معلوم کر سکتے ہیں۔}$$

$$15 \times 16 = (10 + 5) \times (10 + 6) = 100 + 60 + 50 + 30 = 240 \quad (i)$$

$$15 \times 16 = (20 - 5) \times (10 + 6) = 200 + 120 + (-50) + (-30) = 240 \quad (ii)$$

$$15 \times 16 = (10 + 5) \times (20 - 4) = 200 + (-40) + 100 + (-20) = 240 \quad (iii)$$

$$15 \times 16 = (20 - 5) \times (20 - 4) = 400 + (-80) + (-100) + \boxed{20} = 240 \quad (iv)$$

اوپر کے نمونے سے دو مثبت سالم اعداد، دو منفی سالم اعداد، ایک مثبت سالم کو ایک منفی سالم عدد کا حاصل ضرب معلوم کیا جاسکتا ہے

مثال 1.17 ذیل کی قیمت معلوم کیجئے۔

$$(i) \quad (-35) \times (-11)$$

$$(ii) \quad 96 \times (-20)$$

$$(iii) \quad (-5) \times 12$$

$$(iv) \quad 15 \times 5$$

$$(v) \quad 999 \times 0$$

حل :

$$(i) (-35) \times (-11) = 385$$

$$(ii) 96 \times (-20) = -1920$$

$$(iii) (-5) \times 12 = -60$$

$$(iv) 15 \times 5 = 75$$

$$(v) 999 \times 0 = 0$$

مثال 1.18 ایک پھل فروخت کرنے والا فی کلوگرام 15 ₹ کے نفع سے 5 کلوگرام آم اور فی کلوگرام 30 ₹ کے نقصان سے 3 کلوگرام سیب فروخت کیا۔ معلوم کیجئے کہ اس میں نفع ہوا یا نقصان۔

حل :

$$1 \text{ کلوگرام آم کا نفع} = ₹ 15$$

$$5 \text{ کلوگرام آم کا نفع} = 15 \times 5$$

$$= ₹ 75$$

$$1 \text{ کلوگرام سیب کا نقصان} = ₹ 30$$

$$3 \text{ کلوگرام سیب کا نقصان} = 30 \times 3$$

$$= ₹ 90$$

$$\text{نقصان} = 90 - 75$$

$$= ₹ 15$$

مثال 1.19 کسی انٹرنٹ کے مرکز میں بروز ینگ (Browsing) کی شرح 15 ₹ فی گھنٹہ ہے، نہالہ ایک ہفتہ میں 5 دنوں کے لئے، ایک دن میں 2 گھنٹوں کے لئے انٹرنٹ پر کام کرتی ہے تو وہ کتنے روپے خرچ کرے گی؟

حل :

$$1 \text{ دن میں انٹرنٹ پر گھنٹوں کی تعداد} = 2 \text{ hrs}$$

$$\text{لہذا، } 5 \text{ دنوں میں انٹرنٹ پر گھنٹوں کی تعداد} = 5 \times 2$$

$$= 10 \text{ hrs}$$

$$1 \text{ بروز ینگ کی قیمت فی گھنٹہ} = 15$$

$$10 \text{ گھنٹوں کے لئے بروز ینگ کی قیمت} = 15 \times 10$$

$$\text{لہذا، } 5 \text{ دنوں کے لئے نہالہ کا خرچ} = 150$$

1.4.1 سالم اعداد کے ضرب کی خصوصیات:



یاد کریں کہ صحیح اعداد کا ضرب شمولیتی خصوصیت رکھتا ہے۔ اگر ہم یہ خصوصیت سالم اعداد کے لئے جانچ کریں تو ہم معلوم کرتے ہیں $(-7) \times (-2) = +14$ ، $(-6) \times 5 = -30$ ، $4 \times (-9) = -36$ غرض، دو سالم اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ ایک سالم عدد ہوتا ہے۔ سالم اعداد کے لئے شمولیتی خصوصیت لاگو ہوتا ہے۔

لہذا، کوئی دو سالم اعداد a, b کے لئے $a \times b$ بھی ایک سالم عدد ہے۔

ان مثالوں پر غور کریں:

$$21 \times (-5) = -105 \text{ اور } (-5) \times 21 = -105$$

برابر ہیں۔ حاصل ضرب $(-9) \times (-8) = 72$ ، $(-8) \times (-9) = 72$ ان دونوں صورتوں میں حاصل ضرب وہی سالم عدد

ہے۔ اس لئے، ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ سالم اعداد کا ضرب ”تبادلیتی“ ہے۔

لہذا، کوئی دو سالم اعداد a, b کے لئے $a \times b = b \times a$

سالم اعداد کے ضرب کی مربوطی خصوصیت کی تصدیق کرنے کے لئے، آئیے ہم جانچ کریں کہ $(-5) \times [(-9) \times (-12)]$ اور $[(-5) \times (-9)] \times (-12)$ مساوی ہیں۔

$$[(-5) \times (-9)] \times (-12) = (-540) \quad \text{اور} \quad (-5) \times [(-9) \times (-12)] = (-540)$$

چنانچہ، صحیح سالم اعداد کے ضرب کے لئے ”مربوطی“ خصوصیت صحیح ہے۔

لہذا، کوئی تین سالم اعداد a, b, c کیلئے $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

جیسا کہ کسی سالم عدد کے ساتھ صفر جمع کرنے پر وہ سالم عدد تبدیل نہیں ہوتا۔ مثال کے طور پر $57 \times 1 = 57$ اور $1 \times (-62) = -62$ ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ سالم اعداد کے ضرب کے لئے سالم عدد 1 تماثل ہے یا ”ضربی تماثل“ ہے۔

لہذا، کوئی سالم عدد a کے لئے $a \times 1 = 1 \times a = a$



کوشش کیجئے :

(i) حاصل ضرب معلوم کیجئے اور مساوی ہونے کے لئے جانچ کیجئے۔

$$18 \times (-5) \quad \text{اور} \quad (-5) \times 18 \quad (i)$$

$$31 \times (-6) \quad \text{اور} \quad (-6) \times 31 \quad (ii)$$

$$4 \times 51 \quad \text{اور} \quad 51 \times 4 \quad (iii)$$

(ii) ذیل کو ثابت کیجئے۔

$$(-20) \times (13 \times 4) = [(-20) \times 13] \times 4 \quad (i)$$

$$[(-50) \times (-2)] \times (-3) = (-50) \times [(-2) \times (-3)] \quad (ii)$$

$$[(-4) \times (-3)] \times (-5) = (-4) \times [(-3) \times (-5)] \quad (iii)$$



غور کیجئے۔

مثال لیجئے $(-7) \times (-6) \times (-5) \times (-4)$

چلئے اوپر دئے گئے اعداد کو ضرب کرنے کی کوشش کریں

$$\begin{aligned} (-7) \times (-6) \times (-5) \times (-4) &= [(-7) \times (-6)] \times [(-5) \times (-4)] \\ &= (+42) \times (+20) \\ &= +840 \end{aligned}$$

اوپر کے مثال میں ہم یہ دیکھتے ہیں کہ چار منفی سالم اعداد کا حاصل ضرب مثبت ہے۔ اگر منفی سالم اعداد کی تعداد طاق ہو تو کیا ہوگا؟

چلئے ایک دوسری مثال لیتے ہیں۔ $(-7) \times (-3) \times (-2)$ ۔

اوپر کے سالم اعداد کو ضرب کرنے پر، ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔

$$\begin{aligned} (-7) \times (-3) \times (-2) &= [(-7) \times (-3)] \times (-2) \\ &= (+21) \times (-2) \\ &= -42 \end{aligned}$$

اوپر کے مثال سے، ہم یہ دیکھتے ہیں کہ تین منفی سالم اعداد کا حاصل ضرب منفی ہے۔

عام طور پر، اگر جفت تعداد میں منفی سالم اعداد کو ضرب کریں۔ $(-7) \times (-3) \times (-2)$

حاصل ضرب مثبت ہوتا ہے جب کہ طاق تعداد میں منفی سالم اعداد کو ضرب کریں، حاصل ضرب منفی ہوتا ہے۔

1.4.2 جمع پر ضرب کی تقسیمی خصوصیت Distributive Property of Multiplication over Addition

ہم پہلے ہی سیکھ چکے ہیں کہ صحیح اعداد کے لئے جمع پر ضرب تقسیمی ہوتا ہے۔ چلئے سالم اعداد کے لئے اس خصوصیت کی جانچ کریں۔

$$\text{مثال لیجئے: } (-2) \times (4+5) = [(-2) \times 4] + [(-2) \times 5]$$



$$\begin{aligned} \text{LHS} &= (-2) \times (4+5) \\ &= (-2) \times 9 \\ &= (-18) \\ &= -18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{RHS} &= [(-2) \times 4] + [(-2) \times 5] \\ &= (-8) + (-10) \\ &= -8 - 10 \\ &= -18 \end{aligned}$$

اوپر کی مثال سے، ہم یہ غور کرتے ہیں کہ $(-2) \times (4+5) = [(-2) \times 4] + [(-2) \times 5]$

چنانچہ، سالم اعداد کے لئے ”جمع پر ضرب کی تقسیمی خصوصیت“ صحیح ہے۔

لہذا، کوئی تین سالم اعداد a, b, c کے لئے $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$



کوشش کیجئے

1. ذیل کی قیمت معلوم کیجئے اور مساوی ہونے کے لئے جانچ کیجئے۔

$$(-6) \times (4+(-5)) \quad \text{اور} \quad ((-6) \times 4) + ((-6) \times (-5)) \quad \text{(i)}$$

$$(-3) \times [2+(-8)] \quad \text{اور} \quad [(-3) \times 2] + [(-3) \times 8] \quad \text{(ii)}$$

2. ذیل کو ثابت کیجئے۔

$$(-5) \times [(-76)+8] = [(-5) \times (-76)] + [(-5) \times 8] \quad \text{(i)}$$

$$42 \times [7+(-3)] = (42 \times 7) + [42 \times (-3)] \quad \text{(ii)}$$

$$(-3) \times [(-4)+(-5)] = ((-3) \times (-4)) + [(-3) \times (-5)] \quad \text{(iii)}$$

$$103 \times 25 = (100+3) \times 25 = (100 \times 25) + (3 \times 25) \quad \text{(iv)}$$

مثال 1.20

ثابت کیجئے $(-7) \times (+8)$ ایک سالم عدد ہے اور خصوصیت بیان کیجئے۔

حل :

$$(-7) \times (+8) = (-56)$$

چنانچہ، -56 ایک سالم عدد ہے۔

لہذا، $(-7) \times (+8)$ ضرب کے تحت شمولی ہے۔

مثال 1.21

کیا $(-7) \times (-42)$ اور $(-7) \times (-42)$ مساوی ہیں؟ خصوصیت بیان کیجئے۔

حل :

$$\text{لیجئے } (-42) \times (-7),$$

$$(-42) \times (-7) = +294$$

$$\begin{aligned} & \text{لیجئے } (-7) \times (-42), \\ & (-7) \times (-42) = +294 \end{aligned}$$

لہذا، $(-7) \times (-42)$ اور $(-42) \times (-7)$ مساوی ہیں۔
یہ متبادلہ ہے۔

مثال 1.22

$$\text{ثابت کیجئے کہ } [(-2) \times 3] \times (-4) = (-2) \times [3 \times (-4)]$$

حل :

پہلی صورت میں (-2) اور (3) کو ایک ساتھ گروہ بناتے ہیں اور دوسری صورت میں (3) اور (-4) کو ایک ساتھ گروہ بناتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \text{L.H.S} &= [(-2) \times 3] \times (-4) & \text{R.H.S} &= (-2) \times [3 \times (-4)] \\ &= (-6) \times (-4) = 24 & &= (-2) \times (-12) = 24 \end{aligned}$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.} \quad \text{لہذا،}$$

$$[(-2) \times 3] \times (-4) = (-2) \times [3 \times (-4)] \quad \text{چنانچہ ثابت ہوا۔}$$

مثال 1.23

کیا $(-81) \times [5 \times (-2)]$ اور $[(-81) \times 5] \times (-2)$ مساوی ہیں؟ خصوصیت بیان کیجئے۔

حل :

$$\begin{aligned} & \text{لیجئے، } (-81) \times [5 \times (-2)], \\ & (-81) \times [5 \times (-2)] = (-81) \times (-10) = 810 \\ & \text{لیجئے، } [(-81) \times 5] \times (-2), \\ & [(-81) \times 5] \times (-2) = (-405) \times (-2) = 810 \\ & \text{لہذا، } (-81) \times [5 \times (-2)] \text{ اور } [(-81) \times 5] \times (-2) \text{ مساوی ہیں۔} \\ & \text{یہ مربوطی ہے۔} \end{aligned}$$

مثال 1.24

کیا $3 \times [(-4) + 6]$ اور $[3 \times (-4)] + (3 \times 6)$ مساوی ہیں؟ خصوصیت بیان کیجئے۔

حل :

$$\begin{aligned} & 3 \times [(-4) + 6], \\ & 3 \times [(-4) + 6] = 3 \times 2 = 6 \\ & \text{فرض کرو، } [3 \times (-4)] + [3 \times 6], \text{ لیجئے} \\ & [3 \times (-4)] + [3 \times 6] = -12 + 18 = 6 \\ & \text{لہذا، } 3 \times [(-4) + 6] \text{ اور } [3 \times (-4)] + 3 \times 6 \text{ مساوی ہیں۔} \\ & \text{یہ جمع پر ضرب کی تقسیمی خصوصیت ہے۔} \end{aligned}$$

مشق 1.3

1. خالی جگہ بھرتی کیجئے۔

(i) $-80 \times \underline{\hspace{1cm}} = -80$

(ii) $(-10) \times \underline{\hspace{1cm}} = 20$

(iii) $(100) \times \underline{\hspace{1cm}} = -500$

(iv) $\underline{\hspace{1cm}} \times (-9) = -45$

(v) $\underline{\hspace{1cm}} \times 75 = 0$

2. صحیح یا غلط بتائیے۔

(i) $(-15) \times 5 = 75$

(ii) $(-100) \times 0 \times 20 = 0$

(iii) $8 \times (-4) = 32$

3. ذیل کے حاصل ضرب کی نشانی کیا ہوگی؟

(i) منفی اعداد کا 16 مرتبہ

(ii) منفی اعداد کا 29 مرتبہ

4. حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

(i) $(-35) \times 22$ (ii) $(-10) \times 12 \times (-9)$ (iii) $(-9) \times (-8) \times (-7) \times (-6)$

(iv) $(-25) \times 0 \times 45 \times 90$ (v) $(-2) \times (+50) \times (-25) \times 4$

5. مساوی ہونے کے لئے ذیل کی جانچ کیجئے اور اگر وہ مساوی ہوں تو خصوصیت بیان کیجئے۔

(i) $8 - (13 \times 7)$ اور $(8 - 13) \times 7$

(ii) $(-6) - [8 \times (-4)]$ اور $[(-6) - (+8)] \times (-4)$

(iii) $3 \times [(-4) + (-10)]$ اور $[3 \times (-4) + 3 \times (-10)]$

6. موسم گرما کے دوران، ایک تالاب کے پانی کی سطح تبخیر کی وجہ سے ہر ہفتہ 2 انچ کم ہوتا ہے۔

6 ہفتوں کی مدت میں پانی کی سطح میں کیا تبدیلی ہوگی؟

7. سالم اعداد کے تمام ممکن جوڑیاں معلوم کیجئے جن کا حاصل ضرب -50 ہو۔



معمولی سوالات : Objective type questions

8. ذیل کے کون سے جملے -30 کے مساوی ہیں۔

(i) $-20 - (-5 \times 2)$

(ii) $(6 \times 10) - (6 \times 5)$

(iii) $(2 \times 5) + (4 \times 5)$

(iv) $(-6) \times (+5)$

9. $(5 \times 2) + (5 \times 5) = 5 \times (2 + 5)$ مساوات کے ذریعے کون سی خصوصیت وضاحت کی گئی ہے۔

(i) متبادلیتی (ii) تقسیمی

(ii) شمولیتی (iv) مربوطی

$$11 \times (-1) = \underline{\hspace{2cm}} \quad .10$$

- (i) -1 (ii) 0 (iii) +1 (iv) -11

$$(-12) \times (-9) = \underline{\hspace{2cm}} \quad .11$$

- (i) 108 (ii) -108 (iii) +1 (iv) -1

1.5 سالم اعداد کی تقسیم Division of Integers

ہم پہلے ہی سیکھ چکے ہیں کہ صحیح اعداد کے ہر ایک ضربی جملہ کے دو تقسیمی جملے ہوتے ہیں۔ کیا ہم سالم اعداد کے لئے بھی یہ کوشش کر سکتے ہیں۔ چلئے عدد کی تبدیلی کی مشین سے کھیلیں اور دیکھیں کہ تقسیم کے لئے یہ کام کرتا ہے



عدد کی تبدیلی Number Converter

داخلہ	ضربی جملہ	تقسیمی جملہ	ماحول
(i) مثبت سالم عدد اور مثبت سالم عدد کا حاصل ضرب	$8 \times 9 = 72$	$72 \div 9 = 8,$ $72 \div 8 = 9$	مثبت سالم عدد کو مثبت سالم عدد سے تقسیم مثبت ہے
(ii) مثبت سالم عدد اور منفی سالم عدد کا حاصل ضرب	$10 \times 7 = -70$	$-70 \div 7 = -10,$	منفی سالم عدد کو مثبت سالم عدد سے تقسیم منفی ہے
(iii) منفی سالم عدد اور منفی سالم عدد کا حاصل ضرب	$(-5) \times (-9) = 45$	$45 \div (-9) = -5,$ $45 \div (-5) = -9$	منفی سالم عدد کو منفی سالم عدد سے تقسیم مثبت ہے۔

÷ = اوپر کے جدول سے، ہمیں یہ نتیجہ حاصل ہوتا ہے کہ یکساں نشان والے دو سالم اعداد کی تقسیم ایک مثبت سالم عدد ہے۔
مخالف نشان والے دو سالم اعداد کی تقسیم سے ایک منفی سالم عدد حاصل ہوتا ہے۔

کوشش کیجئے

- (i) $(-32) \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ (ii) $(-50) \div 50 = \underline{\hspace{2cm}}$ (iii) $30 \div 15 = \underline{\hspace{2cm}}$
(iv) $-200 \div 10 = \underline{\hspace{2cm}}$ (v) $-48 \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

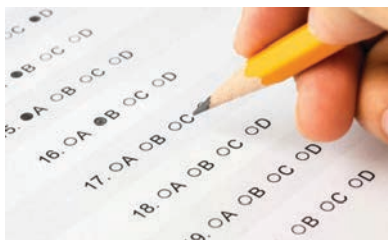
مثال 1.25

تقسیم کیجئے۔ (i) $(-85) \div 5$ کو 5 سے (ii) $(-250) \div (-25)$ کو (-25) سے (iii) $120 \div (-6)$ کو (-6) سے (iv) $182 \div (-2)$ کو (-2) سے

حل :

- (i) $(-85) \div 5 = -17$ (ii) $(-250) \div (-25) = +10$
(iii) $120 \div (-6) = -20$ (iv) $182 \div (-2) = -91$

مثال 1.26



ایک تقابلی امتحان میں ہر صحیح جواب کے لئے 4 مارکس دئے جاتے ہیں اور ہر غلط جواب کے لئے (-2) مارکس دئے جاتے ہیں، کلثوم امتحان میں حصہ لیتی ہے اور تمام سوالات کے جوابات لکھتی ہے اور صرف 20 مارکس حاصل کرتی ہے جب کہ اس کے 10 جوابات صحیح تھے۔ اس نے کتنے سوالات کے جوابات غلط لکھے:

حل :

$$\begin{aligned}
 &= 4 \quad \text{ایک صحیح جواب کے لئے دئے گئے مارکس} \\
 &= 10 \times 4 \quad \text{10 صحیح جوابات کے لئے دئے گئے مارکس} \\
 &= 40 \\
 &= 20 \quad \text{کلثوم کے آخری اسکور} \\
 &= 40 - 20 \quad \text{غلط جوابات کے مارکس کی گھٹوتی} \\
 &= 20 \\
 &= 10 \div 2 = 10 \quad \text{لہذا غلط جوابات کی تعداد}
 \end{aligned}$$

مثال 1.27

ایک کتب فروش ایک نوٹ بک کے فروخت کرنے پر 5 ₹ نفع حاصل کرتا ہے اور اپنے پرانے ذخیرے سے ایک پن کے فروخت کرنے پر 2 ₹ کا نقصان پاتا ہے۔ کسی مخصوص دن میں اسے نہ تو نفع ہوتا ہے اور نہ تو نقصان۔ اگر وہ 20 نوٹ بکس فروخت کیا ہو تو اس نے کتنے پن فروخت کئے ہوں گے؟

حل :

$$\begin{aligned}
 &\text{چونکہ نہ تو نفع ہوا، نہ تو نقصان} \\
 &0 = \text{نقصان} + \text{نفع} \\
 &\text{یعنی،} \quad \text{نقصان} = -\text{نفع} \\
 &1 \text{ نوٹ بک سے نفع} = ₹ 5 \\
 &20 \text{ نوٹ بک سے نفع} = 20 \times ₹ 5 \\
 &= ₹ 100 \\
 &\text{پن کے فروخت سے نقصان} = ₹ 100 \text{ Loss} \\
 &= -100 \\
 &1 \text{ پن کا نقصان} = ₹ 2 \\
 &\text{نقصان} = -2 \\
 &\text{فروخت کئے گئے پن کی تعداد} = (-100) \div (-2) \\
 &= 50 \text{ پن}
 \end{aligned}$$



کارروائی :

طلباء کو دو گروہوں میں تقسیم کر سکتے ہیں اور ”اندر باہر کے ڈبہ“ کے استعمال سے یہ کارروائی کر سکتے ہیں۔ یہ ڈبہ کسی عدد کو داخلہ (Input) کی طرح سے لیتا ہے اور دئے گئے عدد کے لئے قانون (ضابطہ) کو استعمال کر کے جواب دیتا ہے۔ ایک گروہ نظیری ضابطہ کو استعمال کر کے حاصل معلوم کرنے کے ضابطے کو حل کرے گا۔ ہمارے تعلق (reference) کے لئے ہر ایک ضابطہ میں ایک گروہ کارروائی کرے۔

جدول (I)	جدول (II)	جدول (III)	جدول (IV)																																																
ضابطہ : -7 جمع کرنا	-10 تفریق کرنا	-5 سے ضرب کرنا	-3 سے تقسیم کرنا																																																
<table><tr><th>اندر</th><th>باہر</th></tr><tr><td>-10</td><td>-17</td></tr><tr><td>-7</td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td></tr><tr><td>16</td><td></td></tr><tr><td>4</td><td></td></tr></table>	اندر	باہر	-10	-17	-7		5		16		4		<table><tr><th>اندر</th><th>باہر</th></tr><tr><td>-20</td><td>-10</td></tr><tr><td>-13</td><td></td></tr><tr><td>7</td><td></td></tr><tr><td>10</td><td></td></tr><tr><td>15</td><td></td></tr></table>	اندر	باہر	-20	-10	-13		7		10		15		<table><tr><th>اندر</th><th>باہر</th></tr><tr><td>-7</td><td>+35</td></tr><tr><td>-12</td><td></td></tr><tr><td>+15</td><td></td></tr><tr><td>18</td><td></td></tr><tr><td>-5</td><td></td></tr></table>	اندر	باہر	-7	+35	-12		+15		18		-5		<table><tr><th>اندر</th><th>باہر</th></tr><tr><td>-18</td><td>+6</td></tr><tr><td>27</td><td></td></tr><tr><td>-99</td><td></td></tr><tr><td>-273</td><td></td></tr><tr><td>-35</td><td></td></tr></table>	اندر	باہر	-18	+6	27		-99		-273		-35	
اندر	باہر																																																		
-10	-17																																																		
-7																																																			
5																																																			
16																																																			
4																																																			
اندر	باہر																																																		
-20	-10																																																		
-13																																																			
7																																																			
10																																																			
15																																																			
اندر	باہر																																																		
-7	+35																																																		
-12																																																			
+15																																																			
18																																																			
-5																																																			
اندر	باہر																																																		
-18	+6																																																		
27																																																			
-99																																																			
-273																																																			
-35																																																			

1.5.1 تقسیم کی خصوصیات Proportion of Division

جب (-5) کو 3 سے تقسیم کیا جائے تو کیا تم قیمت معلوم کر سکتے ہو؟ یہ قیمت سالم عدد نہیں ہے۔ واضح طور پر، سالم اعداد کا مجموعہ تقسیم کے تحت ”شمولیتی“ نہیں ہے۔ پانچ اور مثالیں لے کر اس کی جانچ کریں۔

سالم اعداد کے تقسیم کی متبادلتی خاصیت کو جانچ کرنے کے لئے، آئیے ہم -5 اور 3 لیتے ہیں۔

$$5 \div (-3) \neq (-3) \div 5 \quad \text{مزید} \quad (-3) \div (-5) \neq (-5) \div (-3) \quad \text{اور} \quad (-5) \div 3 \neq 3 \div (-5)$$

لہذا، سالم اعداد کی تقسیم متبادلتی نہیں ہے۔ 5 اور مثالوں سے اس کی تصدیق کیجئے۔ چونکہ متبادلتی خاصیت صحیح نہیں ہے، مربوطی خاصیت لاگو نہیں ہوتی۔ آئیے سالم اعداد -7 اور 1 لیتے ہیں۔

$$(-7) \div 1 = -7 \quad \text{but} \quad 1 \div (-7) \neq -7.$$

$$6 \div (-1) \neq (-1) \div 6 \quad \text{اور} \quad (-6) \div (-1) \neq (-1) \div (-6)$$

$$6 \div (-1) = (-6) \div (-1) = 6 \quad \text{اور} \quad (-6) \div 6 = -1 \quad \text{لیتے ہیں۔}$$

لہذا، جب ہم کسی سالم عدد کو -1 سے تقسیم کرتے ہیں تو وہی سالم عدد حاصل نہیں ہوگا۔ چنانچہ، سالم اعداد کی تقسیم کے لئے متماثل واضح نہیں ہے۔ کوئی پانچ سالم اعداد لیکر اوپر کے متماثل کے لئے جانچ کیجئے۔



ایک سالم عدد کو صفر سے تقسیم غیر واضح (Not defined) ہے۔ مگر صفر کو کسی غیر صفری سالم عدد سے تقسیم کرنے پر صفر ہے۔

1.4 مشق

1. خالی جگہ پر کیجئے۔
 - (i) $(-40) \div \underline{\hspace{1cm}} = 40$
 - (ii) $25 \div \underline{\hspace{1cm}} = -5$
 - (iii) $\underline{\hspace{1cm}} \div (-4) = 9$
 - (iv) $(-62) \div (-62) = \underline{\hspace{1cm}}$

2. صحیح یا غلط بتائیے۔

$$(i) \quad (-30) \div (-6) = -6 \quad (ii) \quad (-64) \div (-64) = 0$$

3. ذیل کی قیمتیں معلوم کیجئے۔

$$(i) \quad (-75) \div 5 \quad (ii) \quad (-100) \div (-20) \quad (iii) \quad 45 \div (-9) \quad (iv) \quad (-82) \div 82$$

4. دو سالم اعداد کا حاصل جمع -135 ہے۔ اگر عدد -15 ہے تو دوسرا عدد معلوم کیجئے۔



5. 8 گھنٹوں کے وقفہ میں، تپش میں یکساں کمی ہوتی ہے، تپش 24° کم ہوگئی۔ ہر گھنٹے میں کتنی درجہ تپش کم ہوئی؟

6. ایک لفٹ (Elevator) ایک ستون میں 5m/min کی شرح سے نیچے اترتی ہے۔ اگر وہ زمینی سطح کے 15 m اوپر سے اترنا شروع کرتی ہے، تو 250 m تک پہنچنے کے لئے کتنا وقت لگے گا؟

7. 30 دنوں میں ایک آدمی کی 4800 کلوری نقصان ہوئی۔ اگر کلوری کا نقصان یکساں ہے، ایک دن میں کلوری کا نقصان معلوم کیجئے۔

8. دیا گیا $5376 = 168 \times 32$ تو، $(-5376) \div (-32)$ معلوم کیجئے۔

9. (-20) میں کتنے (-4) ہیں؟

10. (-400) کو 10 مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو حاصل ہوگا؟

معروضی سوالات Objective type questions

11. ذیل میں کون سا جملہ سالم عدد کو ظاہر نہیں کرتا ہے؟

- (i) $0 \div (-7)$ (ii) $20 \div (-4)$ (iii) $(-9) \div 3$ (iv) $(12) \div 5$

12. $(-16) \div 4$ برابر ہے۔

- (i) $-(-16 \div 4)$ (ii) $-(16) \div (-4)$ (iii) $16 \div (-4)$ (iv) $-4 \div 16$

13. $(-200) \div 10$ ہے۔

- (i) 20 (ii) -20 (iii) -190 (iv) 210

14. کے تحت سالم اعداد کا مجموعہ شمولیتی نہیں ہے۔

- (i) جمع (ii) تفریق (iii) ضرب (iv) تقسیم

ساتویں صدی میں منہی اعداد کی اول ترین نمائش ہوئی۔ ہندوستانی ریاضی دان اور خلاء باز برہما گیتا، جنہوں نے اپنے معروف کلام ”برہما سوت سوڈانا“ میں صفر اور متواتر منہی سالم اعداد کے تصور کو بہت واضح طور پر سمجھایا۔ ان کے کلام شاعری کی شکل میں تھی جنہیں ترجمہ کرنے پر کچھ اس طرح پڑھا جاتا ہے۔

مثبت: اعداد (تقدیر) اور منہی اعداد (قرض) کو برتاؤ کرنے کے اصول

ایک قرض نکال (minus) صفر، ایک قرض ہے۔

ایک تقدیر نکال صفر، ایک تقدیر ہے۔

صفر نکال صفر، ایک صفر ہے۔

صفر سے ایک قرض کا تفریق، ایک تقدیر ہے۔

صفر سے ایک تقدیر کی تفریق، ایک قرض ہے۔

صفر اور قرض یا تقدیر کا حاصل ضرب، صفر ہے۔

صفر اور صفر کا حاصل ضرب، صفر ہے۔

دو تقدیروں کے مقسوم علیہ کا حاصل ضرب، ایک تقدیر ہے۔

ایک قرض اور ایک تقدیر کے مقسوم علیہ کا حاصل ضرب، ایک قرض ہے۔

ایک تقدیر اور ایک قرض کے مقسوم علیہ کا حاصل ضرب، ایک قرض ہے۔

علم ریاضی کی کہانی۔

1.6 بنیادی اعمال کو استعمال کر کے سالم اعداد کے لفظی سوالات

Statement Problem on Integers using all fundamental operations

ہم سالم اعداد کو جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کرنے سیکھ چکے ہیں۔ اس باب میں سالم اعداد کے اعمال کے لئے سیکھے ہوئے اصولوں کی نظر ثانی کریں گے۔

تمام ریاضی مسئلے روزمرہ زندگی سے تعلق رکھنے والے مسئلے ہیں۔

1 صورت حال

اگر کسی مخصوص مہینہ میں ایک شخص کی ابتدائی رقم 530 ₹ ہے۔ اسی مہینہ میں اگر وہ 230 ₹ جمع کرتا ہے، 150 ₹ نکالتا ہے، پھر 200 ₹ کی رقم نکالتا ہے اور 99 ₹ جمع کرتا ہے۔ اس کے لئے تم حل کس طرح معلوم کرو گے؟

2 صورت حال

اگر ایک شخص 8 پن 80 روپیوں میں خریدتا ہے اور وہ 3 ₹ فی پن کے نفع سے 4 پن اور 2 ₹ فی پن کی نقصان سے 3 پن اور خریدی ہوئی قیمت سے 1 پن فروخت کرتا ہے، اس کے نقصان یا کل نفع معلوم کیجئے۔ کیا اس مسئلہ کو حل کرنے کے لئے تمہارے پاس کوئی ترکیب ہے؟ تمام جملی مسئلوں کو حل کرنے کے لئے، ذیل کے مرحلوں کو اختیار کریں۔

- 1 مسئلہ کو غور سے پڑھتے ہیں۔
 - 2 کیا دیا گیا ہے، لکھتے ہیں۔
 - 3 معلوم کرتے ہیں کہ کیا پوچھا گیا ہے۔
 - 4 مطلوبہ ضابطوں کو استعمال کرتے ہیں یا جواب حاصل کرنے کے لئے آسان طریقہ اپناتے ہیں۔
 - 5 اسے استعمال کرتے ہیں۔
 - 6 اسے حل کرتے ہیں۔
 - 7 جواب حاصل کرتے ہیں۔
 - 8 جواب کی جانچ کرتے ہیں۔
- آئیے اوپر کے دو صورتوں کو نیچے دئے گئے مرحلوں سے حل کریں۔

شماری اعداد	مرحلے	صورت 1	صورت 2
1	مسئلہ کو پڑھتے ہیں	اگر کسی مخصوص مہینہ میں ایک شخص کی ابتدائی رقم 530 ₹ ہے۔ اسی مہینہ میں اگر وہ 230 ₹ جمع کرتا ہے، 150 ₹ نکالتا ہے، پھر 200 ₹ کی رقم نکالتا ہے اور 99 ₹ جمع کرتا ہے۔ اس کے لئے تم حل کس طرح معلوم کرو گے؟	اگر ایک شخص 8 پن 80 روپیوں میں خریدتا ہے اور وہ 3 ₹ فی پن کے نفع سے 4 پن اور 2 ₹ فی پن کی نقصان سے 3 پن اور خریدی ہوئی قیمت سے 1 پن فروخت کرتا ہے۔ اس کے کل نفع یا نقصان معلوم کیجئے
2	لکھتے ہیں۔ کیا دیا گیا ہے	ابتدائی رقم = 530 ₹ جمع کی رقم 1 = 230 ₹ جمع کی رقم 2 = 99 ₹ نکال کی رقم 1 = 150 ₹ نکال کی رقم 2 = 200 ₹	8 پن 80 ₹ میں خریدتا ہے 3 ₹ فی پن کی نفع سے 4 پن فروخت کرتا ہے 2 ₹ فی پن کی نقصان سے 4 پن فروخت کرتا ہے خریدی ہوئی قیمت سے 1 پن فروخت کرتا ہے۔
3	کیا پوچھا گیا	آخری رقم	نفع یا نقصان کی رقم
4	ضابطے استعمال کرتے	جمع اور تفریق	ہر پن کی قیمت ہر پن کی فروخت معلوم کرتے ہیں،

5.	اسے استعمال کرنے پر	$530+230+99 - (150+200)$	ہر پن کی قیمت $= \frac{80}{8} = 10$
6.	اسے حل کرنے پر	$530+230+99 - (150+200)$ $= ₹ 509$	ہر پن کی قیمت $= \frac{80}{8} = 10$ S.P. کا 4 پنوں $= 13 \times 4 = 52$ S.P. کا 3 پنوں $= 3 \times 8 = 24$ S.P. کا 1 پن $= 1 \times 8 = 8$ S.P. = $52 + 24 + 8 = 84$ جملہ
7.	جواب حاصل ہوا	آخری رقم $= ₹ 509$	S.P. (84) > C.P. (80) نفع لہذا، $= ₹ 4$

مثال 1.28 فیروز خان اپنے اسکول میں ”فلگ ڈے“ (Flag day) کے لئے اپنے استاد کے کہنے پر اپنے ہم جماعتوں سے شرح 25 فی طالب علم کے حساب سے ₹ 1150 جمع کرتا ہے اور ہر ایک کو 8 ₹ واپس کرتا ہے، تو معلوم کیجئے کہ اپنے استاد کو اس نے کتنے روپے دئے ہوں گے؟

حل فیروز خان ”فلگ ڈے“ کے لئے اپنے ہم جماعتوں سے شرح 25 فی طالب علم کے حساب سے ₹ 1150 جمع کرتا ہے۔

$\begin{aligned} \text{کل جمع کردہ رقم} &= ₹ 1150 \\ \text{فی طالب علم کی رقم} &= ₹ 25 \\ \text{طلباء کی تعداد} &= 1150 \div 25 = 46 \\ \text{ہر ایک طالب علم کو واپس کردہ رقم} &= ₹ 8 \\ \text{طلباء کو واپس کردہ رقم} &= 46 \times 8 = ₹ 368 \\ &= ₹ 1150 \\ &\quad ₹ 368 \text{ (-)} \\ &\hline &= ₹ 782 \\ \text{استاد کو دی گئی رقم} &= ₹ 782 \end{aligned}$	$\begin{array}{r} 46 \\ 25 \overline{) 1150} \\ \underline{100} \downarrow \\ 150 \\ \underline{150} \\ 0 \end{array}$
---	--

مثال 1.29 کسی جگہ ہر دن مزدور 22 فٹ گہرا سوراخ (drill) بناتے ہیں، یہاں تک کہ پانی کا چشمہ آجائے۔ اگر پانی 110 فٹ گہرائی میں ہے، تو پانی کا چشمہ نکالنے کے لئے کتنے دن لگیں گے؟

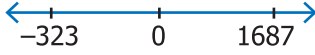
$\begin{aligned} \text{ایک دن میں سوراخ بنانے کی گہرائی} &= -22 \text{ feet} \\ \text{پانی کی گہرائی} &= -110 \text{ feet} \\ \text{درکار دنوں کی تعداد} &= -110 \div -22 = 5 \\ \text{چنانچہ، مزدوروں کے لئے پانی کی گہرائی تک پہنچنے کے لئے 5 دن لگیں گے۔} \end{aligned}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 22 \overline{) 110} \\ \underline{110} \\ 0 \end{array}$
---	---

مثال 1.30 323 BC(BCE) اور 1687 AD(CE) کے درمیان کتنے سال ہیں؟

حل

AD(CE) میں سال کو مثبت سالم اعداد اور BC(BCE) میں سال کو منفی سالم اعداد لیتے ہیں۔

لہذا، فرق یہ ہے۔



$$= 1687 - (-323)$$

$$= 1687 + 323 = 2010 \text{ سال}$$

مشق 1.5

- 1 کشمیر میں کسی ایک رات کی تپش -5°C ہے، اس کے بعد کے دن کی تپش 9°C ہے۔ تپش میں اضافہ کیا ہے؟
- 2 ایک جوہر (Atom) میں پروٹان جن میں مثبت برقی بار (Positive Charge) $\oplus$ ہوتے ہیں اور الیکٹران جن میں منفی برقی بار (Negative Charge) $\ominus$ ہوتے ہیں۔ جب کہ ایک الیکٹران اور ایک پروٹان جوڑی بنتے ہیں، تو وہ بے اثر $\ominus$ اور منسوخ ہو جاتے ہیں، اصل برقی بار محسوب کیجئے۔

(i) 5 الیکٹران اور 3 پروٹان $\leftarrow -5 + 3 = -2$ یعنی، 2 الیکٹران $\ominus \ominus$ ہیں۔

(ii) 6 پروٹان اور 6 الیکٹران $\leftarrow$

(iii) 9 پروٹان اور 12 الیکٹران $\leftarrow$

(iv) 4 پروٹان اور 8 الیکٹران $\leftarrow$

(v) 7 پروٹان اور 6 الیکٹران $\leftarrow$

- 3 سائنس دان تپش کی پیمائش کے لئے سلسلیس درجہ ($^{\circ}\text{C}$) کے لئے متبادل (دوسرا) کیلون پیمائش (K) ایک تعلق $T^{\circ}\text{C} = (T + 273)\text{K}$ کے ساتھ استعمال کرتے ہیں۔ کیلون میں تبدیل کیجئے۔

(i) -275°C (ii) 45°C (iii) -400°C (iv) -273°C

- 4 ایک طالب علم کے بینک کے کھاتہ میں بچت رقم معلوم کیجئے اگر وہ ایک مہینہ میں ذیل کے لین دین کرتا ہے۔ اس کی ابتدائی رقم ₹690 ہے۔

(i) ₹485 رقم جمع (+) (ii) ₹580 رقم نکال (-)

(iii) ₹350 رقم نکال (-) (iv) ₹89 رقم جمع (+)

(v) اگر مزید ₹300 نکالے گئے، تو بچت رقم کتنی ہوگی؟

- 5 ایک شاعر کی کتاب کے اپنی نظم کے 35 کے صفحات بارش میں بھینکنے کی وجہ سے ضائع ہو گئے۔ ذیل کو معلوم کرنے کے لئے سالم اعداد استعمال کیجئے۔

(i) اگر شاعر ایک دن میں 5 صفحے لکھیں، تو کتنے دنوں میں ان کا کام مکمل ہوگا؟

(ii) اگر چار صفحوں میں 1800 حروف تھے تو کتنے حروف کھوئے گئے؟

(iii) اگر شاعر ہر صفحہ تیار کرنے کے لئے ₹250 دیتے ہیں، تو انہوں نے کتنے روپے کھوئے؟

(iv) اگر ان کے ایک دوست ان کی مدد کریں اور وہ ایک دن میں 7 صفحے تیار کرتے ہیں، کھوئی ہوئی تصنیف کو دوبارہ تیار کرنے کے لئے کتنے دن لگیں گے؟

(v) شاعر اپنے دوست کو ان کی مدد کرنے کے لئے ₹ 100 فی صفحہ دیتے ہیں۔ دوست نے کتنے روپے حاصل کئے؟

6 میرے ساتھ 2 جمع کرو۔ پھر 5 سے ضرب دو اور 10 تفریق کرو اور اب 4 سے تقسیم کرو، تو میں تم کو 15 دوں گا۔ میں کون ہوں؟
7 فرحین، ایک پھل فروخت کرنے والی، 30 سیب اور 50 انٹاس فروخت کرتی ہے۔ اگر وہ ایک سیب پر ₹ 8 نفع حاصل کرتی ہے اور ایک انٹاس پر ₹ 5 کا نقصان ہوتا ہے، تو اس کا کل نفع یا نقصان کیا ہوگا؟

8 ایک قحط سالی کے دوران، ایک بند (dam) میں پانی کی سطح 6 متواتر ہفتوں کے لئے ہر ہفتہ 3 انچ کم ہوتا ہے۔ اس مدت کے آخر میں ڈیم میں پانی کی سطح کی تبدیلی کیا ہوگی؟

9 بدھ 563 BC (BCE) ق۔م میں پیدا ہوئے تھے اور ان کی موت 483 BC (BCE) ق۔م میں ہوئی۔ کیا وہ 500 ق۔م میں زندہ تھے؟ اور ان کی زندگی کی حیات معلوم کیجئے (ذریعہ۔ کا مٹون اینسائیکلو پیڈیا)

Exercise 1.6

Miscellaneous Practice problems متفرق مشقی سوالات



1 1 کے ساتھ کون سا عدد جمع کرنے پر 10 حاصل ہوتا ہے؟

2 $-70 + 20 = \square - 10$

3 94860 سے تفریق کیجئے۔

4 $(-385) + (-95) + 60 + (-25)$ کی قیمت معلوم کیجئے۔

5 (-9999) ، (-2001) اور (-5999) کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔

6 $15 \times (-70) \times (-30)$ کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

7 (-72) کو 8 سے تقسیم کیجئے۔

8 سالم اعداد کی جوڑیاں معلوم کیجئے جن کا حاصل ضرب 15+ ہو۔

9 مساوی ہونے کے لئے ذیل کی جانچ کیجئے۔

(i) $11 + (7 + 10)$ اور $(11 + 7) + 10$

(ii) $8 - (13 \times 7)$ اور $(8 - 13) \times 7$

(iii) $[-8 \times (-4)] - (-6)$ اور $[(-6) - (+8)] \times (-4)$

(iv) $3 \times [(-4) + (-10)]$ اور $[3 \times (-4) + 3 \times (-10)]$

10 کاشفہ کے بینک کے کھاتہ میں 01-01-2018 کو ₹ 5000 تھے۔ اس نے جنوری میں ₹ 2000 جمع کئے اور فروری میں ₹ 700 نکال لئے۔

01.04.2018 پر کاشفہ کے بینک کی رقم معلوم کیجئے۔ اگر اس نے مارچ میں ₹ 1000 جمع کیا اور ₹ 500 نکال لیا؟

11 ایک شے x کی قیمت ہر سال ₹ 10 بڑھتی ہے اور ایک شے y کی قیمت گھٹتی ₹ 15 ہے۔ اگر 2018 میں x کی قیمت ₹ 50 اور y کی قیمت ₹ 90 ہے تو سال 2020 میں کس شے کی قیمت زیادہ ہوگی؟

12 قطار A اور قطار B میں جملوں کو جوڑ ملائیے۔

S.No.	A	B
1.	دو سالم اعداد 72 اور 108 کے لئے، $70 + 108$ بھی ایک سالم عدد ہے۔	(i) جمع پر ضرب کی تقسیمی خصوصیت
2.	تین سالم اعداد 25, 68 اور 99 کے لئے $68 \times (25 + 99) = (68 \times 25) + (68 \times 99)$	(ii) ضربی تماشل
3.	$0 + (-138) = (-138) = (-138) + 0$	(iii) جمع پر شمولیت
4.	دو سالم اعداد (-5) اور 10 کے لئے $(-5) \times 10 = 10 \times (-5)$	(iv) ضرب کے تحت متبادلتی خاصیت
5.	$1 \times (-1098) = (-1098) = (-1098) \times 1$	(v) جمعی تماشل

Challenge Problems

تقابلی سوالات

13 صحیح یا غلط بتائیے۔

- ایک مثبت سالم عدد اور ایک منفی سالم عدد کا حاصل جمع ہمیشہ ایک مثبت سالم عدد ہے۔
- دو سالم اعداد کا حاصل جمع کبھی صفر نہیں ہو سکتا۔
- دو منفی سالم اعداد کا حاصل ضرب ایک مثبت سالم عدد ہے۔
- دو مخالف نشان والے سالم اعداد کا مقسوم علیہ ایک منفی سالم عدد ہے۔
- سب سے چھوٹا منفی سالم -1 ہے۔

14 ایک سالم عدد کو 7 سے تقسیم کرنے پر خارج قسمت 3- حاصل ہوتا ہے۔ وہ سالم عدد کیا ہے؟

15 مساوات میں سوال کے نشان کو مناسب سالم عدد سے رد و بدل کیجئے۔ $72 + (-5) - [?] = 72$.

16 کیا تم ایک ہندسی سالم اعداد کی 5 جوڑیاں معلوم کر سکتے ہو، جن کا حاصل جمع صفر ہے؟

17 اگر $P = -15$ اور $Q = 5$ ہو تو $(P - Q) \div (P + Q)$ معلوم کیجئے۔

18 اگر انگریزی حروف تہجی کے حروف A سے M بالترتیب اعداد 1 سے 13 کو ظاہر کرتے ہیں اور 0, N کو ظاہر کرتا ہے اور حروف

O سے Z بالترتیب اعداد -1 سے -12 کو ظاہر کرتے ہیں۔ نیچے دئے گئے ناموں کے لئے سالم اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔

مثال کے طور پر $MATH \rightarrow \text{sum} \rightarrow 13 + 1 - 6 + 8 = 16$

(i) YOUR NAME

(ii) SUCCESS

19 ایک پانی کے ٹینک سے ہر دن 100 لیٹر پانی استعمال کیا جاتا ہے۔ 10 دنوں کے بعد، ٹینک میں 2000 لیٹر پانی تھا تو 10 دنوں کے پہلے ٹینک میں کتنا پانی تھا؟

20 ایک کتا پانی پینے کے لئے ایک کنویں میں اترتا ہے۔ ہر ایک چھلانگ میں وہ 4 قدم نیچے جاتا ہے۔ پانی کی سطح 20 ویں قدم میں ہے۔ پانی کی سطح تک پہنچنے کے لئے اس کتے کو کتنے چھلانگ لگانا پڑے گا؟

- 21 سہیل کے پاس پھلوں کی ایک دوکان ہے۔ وہ ہر کیلے پر ₹2 کے نقصان سے 1 درجن کیلے فروخت کرتا ہے۔ کیونکہ وہ دوسرے دن سڑ جائیں گے۔ اسے نقصان کتنا ہوا؟
- 22 ایک آب دوز کشتی سمندر کی سطح سے 650 فیٹ نیچے ہے۔ اگر وہ 200 فٹ نیچے جاتی ہے تو اس کی نئی گہرائی کتنی ہوگی؟
- 23 نیچے دئے گئے جادوئی مربع میں ہر صف، قطار اور وتر میں یکساں حاصل جمع ہونا چاہئے، x ، y اور z کی قیمت معلوم کیجئے۔

1	-10	x
y	-3	-2
-6	4	z

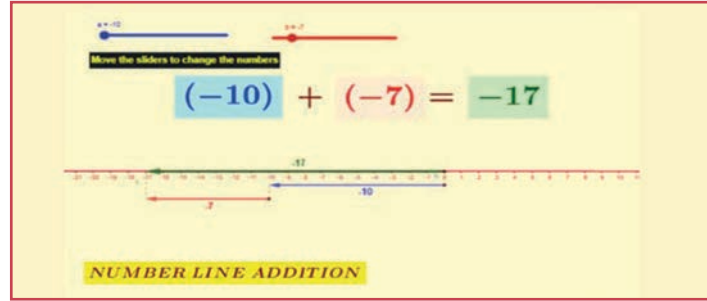
خلاصہ

- ❖ طبعی اعداد، صفر اور منفی اعداد کا مجموعہ سالم اعداد ہیں۔
- ❖ عددی خط تمام سالم اعداد کے مجموعے کو ایک بصری اظہار دیتا ہے جس میں صفر کے دائیں جانب مثبت سالم اعداد اور صفر کے بائیں جانب منفی سالم اعداد ہوتے ہیں۔
- ❖ مثبت سالم اعداد کا حاصل جمع مثبت ہے اور دو منفی سالم اعداد کا حاصل جمع منفی ہوتا ہے۔
- ❖ ایک مثبت اور ایک منفی سالم عدد کا حاصل جمع دو اعداد کے فرق کی قیمت ہے اور بڑی سالم عدد کی نشانی ہوتی ہے۔
- ❖ سالم اعداد کا حاصل جمع شمولیتی، متبادلیتی اور مربوطی خصوصیات رکھتا ہے۔
- ❖ دو مثبت سالم اعداد اور دو منفی سالم اعداد کا حاصل ضرب مثبت ہیں۔
- ❖ دو مخالف نشان والے سالم اعداد کا حاصل ضرب منفی ہے۔
- ❖ سالم اعداد کا ضرب شمولیتی، متبادلیتی اور مربوطی خصوصیات رکھتا ہے۔
- ❖ سالم اعداد کے لئے سالم عدد 0 جمعیتماثل ہے۔
- ❖ سالم اعداد کے لئے سالم عدد 1 ضربیتماثل ہے۔



ICT Corner

مطلوبہ نتیجہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



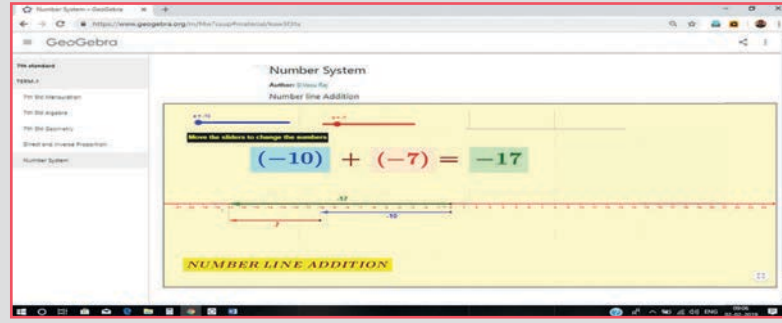
مرحلہ 1

بروز رکھو لئے اور دئے گئے URL لنک ٹائپ کیجئے یا QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔
”7“ ویں جماعت نامی Geogebra ورک بک کھلے گا۔ Term I کا انتخاب کیجئے۔

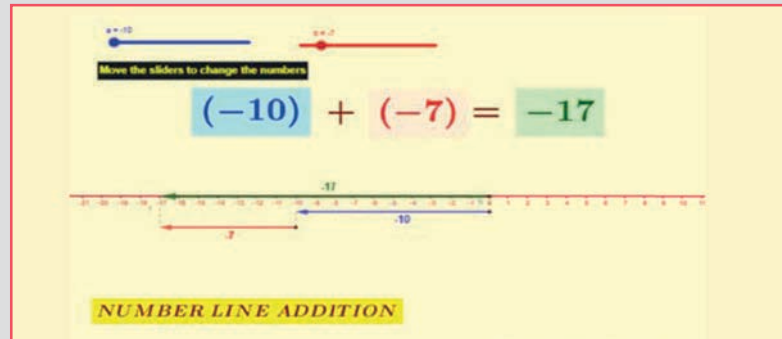
مرحلہ 2

ہر ایک باب کے لئے کئی ورک شیٹیں ہیں۔ ”عددی نظام“ نامی ورک شیٹ کا انتخاب کیجئے۔ اس میں عددی خط کا جواب دیا گیا ہے۔
سلائیڈر کو گھما کر اعداد کو تبدیل کیجئے۔ تم سبز رنگ کے تیر میں جواب پاؤ گے۔

Step 1



Step 2



Browse in the link

Number system : <https://ggbm.at/f4w7csup>
or Scan the QR Code.





سیکھنے کے مقاصد

- ☆ مربع، مستطیل، مثلث قائمہ الزاویہ اور مربوط شکلوں کا احاطہ اور رقبہ کے اصولوں کا اعادہ کرنا۔
- ☆ متوازی الاضلاع، معین اور منحرف کو سمجھنا اور ان کے رقبہ اور احاطے کو معلوم کرنا۔

اعادہ

قدیم دور میں لوگ غیر معیاری پیمائش جیسے کہ بالشت، بادشاہ کا قدم بادشاہ کا بازو اور گز وغیرہ استعمال کرتے تھے۔ آخر کار لوگوں نے معیاری اکائیوں کی ضرورت محسوس کیا۔ اس وجہ سے 1971 میں بین الاقوامی میں اکائیوں کا نظام (International System of Units) کو تعارف کیا گیا۔ SI اکائیوں کے مختلف ناپ جدول میں دئے گئے ہیں۔

وقت	وزن	فاصلہ
سکنڈ	گرام	میٹر

چھٹی جماعت میں ہم نے مستطیل، مربع اور مثلث قائمہ الزاویہ کے رقبہ اور احاطہ کے بارے میں پڑھا تھا۔

کسی بھی بند شکل کے اطراف کا فاصلہ **احاطہ** اور بند شکل سے گھیرا ہوا حصہ **رقبہ** کہلاتا ہے۔

کوشش کیجئے

مندرجہ ذیل میں چھوٹی ہوئی قیمتوں کو معلوم کیجئے۔

شمار عدد	لمبائی	چوڑائی	رقبہ	احاطہ
(i)	12 m	8 m		
(ii)	15 cm		90 sq.cm	
(iii)		50 mm		300 mm
(iv)	12 cm			44 cm

اشارہ : اکائیاں $2 \times (l + b)$ = مستطیل کا احاطہ
 مربع اکائیاں $l \times b$ = مستطیل کا رقبہ
 (l اور b ایک مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی ہے۔)

شمار عدد	ضلع	رقبہ	احاطہ
(i)	60 cm		
(ii)		64 sq.m	
(iii)			100 mm

اشارہ : اکائیاں $4 \times a$ = مربع کا احاطہ
 مربع اکائیاں $a \times a$ = مربع کا رقبہ
 مربع کا ضلع 'a' ہے۔

شمار عدد	قاعدہ	اونچائی	رقبہ
(i)	13 m	5 m	
(ii)	16 cm		240 sq.cm
(iii)		6 mm	84 sq.mm

اشارہ : مربع اکائیاں $\frac{1}{2}(b \times h)$ = مثلث قائمہ الزاویہ کا رقبہ
 مثلث کا قاعدہ 'b' اور اونچائی 'h' ہے۔

2.1 تعارف Introduction

ہم نے چار اضلاع والے شکلیں جیسے، مربع اور مستطیل کے رقبہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ کیا تم سوچتے ہو کہ چار اضلاع والی شکلیں صرف مربع یا مستطیل ہیں؟ سوچئے!

چلئے ہم مزید چار اضلاع والے شکلیں جو ہمارے اطراف پائے جاتے ہیں۔ ان کے بارے میں ذیل میں گفتگو کریں گے۔

خاکہ میں موجود شکلوں پر غور کریں

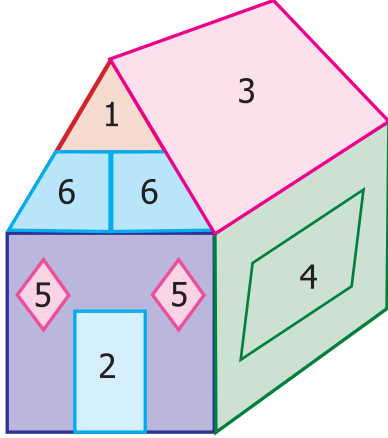


Fig.2.1

استاد : کیا تم اس خاکہ میں نظر آنے والے شکلوں کے نام بتاؤ گے؟

طالب علم : ہاں جناب، اس میں مثلث، مربع اور مستطیل ہے۔

استاد : خاکہ میں عدد 4 والی شکل کونسی ہے؟

طالب علم : یہ شکل ایک مستطیل کی طرح نظر آتی ہے کیونکہ مقابل کے اضلاع مساوی

اور متوازی ہیں۔ لیکن متصلہ ضلعے زاویہ قائمہ نہیں بناتے ہیں۔

کیا ہم اس طرح کی شکل کو مستطیل کہہ سکتے ہیں۔

استاد : مقابل کے اضلاع مساوی اور متوازی ہونے کے باوجود متصلہ ضلعوں پر زاویہ قائمہ نہیں بنتے ہیں۔ بلکہ زاویہ حادہ اور زاویہ منفرجہ پر بنتے ہیں۔ اس شکل کو متوازی الاضلاع کا نام دیا جاتا ہے۔

طالب علم : جناب، کیا آپ مجھے عدد 5 والی شکل کے بارے میں بتاؤ گے؟

استاد : اس کی جو خصوصیات تم جانتے ہو بتاؤ اس کے بعد میں تمہاری مدد کروں گا۔

طالب علم : شکل 5 کے تمام اضلاع مساوی ہیں اور یہ ایک مربع کی طرح نظر آتا ہے۔ لیکن متصلہ ضلعوں پر زاویہ قائمہ نہیں بنتے ہیں۔ اس

طرح کی شکل کے لئے کیا کوئی خاص نام ہے؟

استاد : ہاں، اس کا خاص نام **مربع** ہے۔ عدد 6 والی شکل کے بارے میں بتاؤ۔

طالب علم : شکل 6 مربع اور مستطیل کے کوئی بھی خصوصیات نہیں رکھتے ہیں۔ لیکن مقابل اضلاع کی ایک جوڑی متوازی ہے۔ کیا اس شکل

کے لئے بھی کوئی نام ہے؟

استاد : ہاں، اس کو **منحرف** کہتے ہیں۔

چلئے اب ہم نئی تین شکلیں جیسے متوازی الاضلاع، **مربع** اور **منحرف** کے بارے میں جانتے ہیں۔

2.2 متوازی الاضلاع (Parallelogram)

کسی چار طلباء سے رسی لانے کو کہا جائے اور ان رسیوں سے ایک مستطیل ABCD بنانے کو کہا جائے جیسا کہ خاکہ 2.2(i) میں دکھایا گیا ہے۔ C اور D پر کھڑے ہوئے طلباء کو 4 مساوی قدم ان کے بائیں جانب حرکت کرنے کو کہا جائے تو خاکہ 2.2(ii) جیسی شکل بنتی ہے۔ اس نئی شکل کو متوازی الاضلاع کہتے ہیں۔

AB اور CD اضلاع کی جوڑی ایک دوسرے کے متوازی ہے۔ BC اور AD اضلاع کی جوڑی بھی ایک دوسرے کے متوازی ہے۔ متوازی اضلاع کے طول مساوی ہوتے ہیں۔

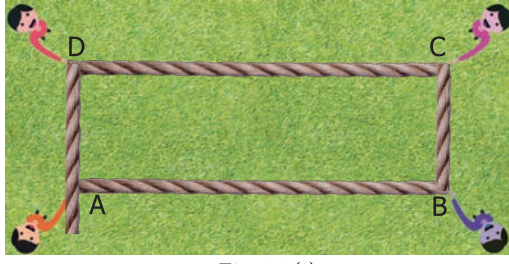


Fig.2.2(i)

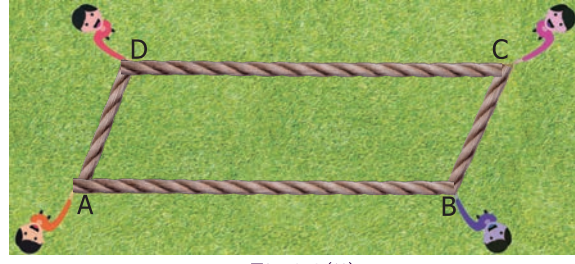
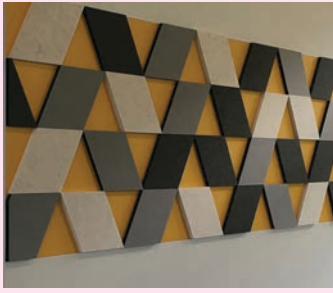


Fig.2.2(ii)

لہذا، ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ متوازی الاضلاع ایک چار اضلاع والی بند شکل ہے۔ جس میں مقابل کے اضلاع دونوں متوازی اور مساوی ہیں

روزمرہ زندگی کے حسابات - حقیقی زندگی میں پیمائش



دیوار کے ٹائلز



مٹھائی



کھڑکی

Area and Perimeter of the Parallelogram

2.2.1 متوازی الاضلاع کا رقبہ اور احاطہ

خاکہ 2.3(i) کے مانند ایک متوازی الاضلاع کو ترسیمی کاغذ پر کھینچئے اور اس کو کاٹئے۔ ایک راس سے عمودی خط مقابل ضلع پر کھینچئے۔ اس مثلث کو کاٹ کر متوازی الاضلاع کی دوسرے طرف منتقل کیجئے۔ جیسا کہ خاکہ 2.3(ii) میں دکھایا گیا ہے۔ اب کوئی شکل نظر آرہی ہے؟ خاکہ 2.3(iii) میں ایک مستطیل نظر آرہا ہے۔ لہذا، متوازی الاضلاع اور مستطیل کا رقبہ یکساں ہے۔

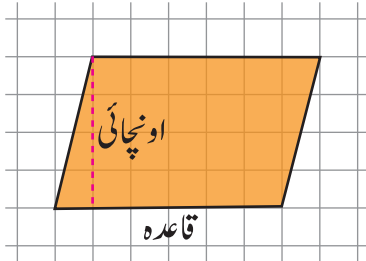


Fig.2.3(i)

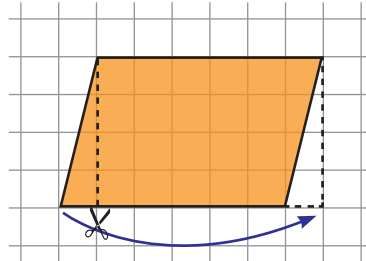


Fig.2.3(ii)

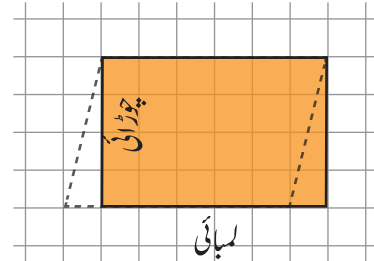


Fig.2.3(iii)

$$\begin{aligned} \text{مستطیل کا رقبہ} &= \text{لمبائی} \times \text{چوڑائی} \\ &= \text{مربع اکائیاں} = b \times h = \text{مربع اکائیاں} \times \text{قاعدہ} \times \text{اونچائی} \\ &= \text{متوازی الاضلاع کا رقبہ} \end{aligned}$$



ذرا سوچئے

مزید، متوازی الاضلاع کا احاطہ، چار ضلعوں کے لمبائیوں کا حاصل جمع ہے۔

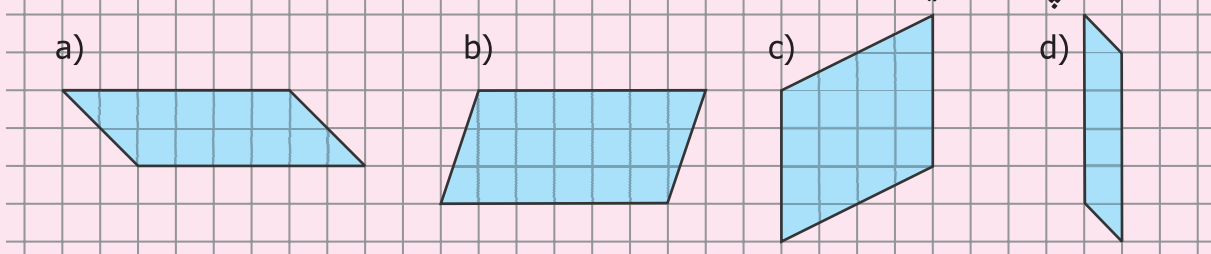
1- وضاحت کیجئے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ، دو مثلثوں کے رقبوں کے حاصل جمع کے برابر ہے۔

2- ایک مستطیل ایک متوازی الاضلاع ہے۔ لیکن ایک متوازی الاضلاع، ایک مستطیل نہیں ہے۔ کیوں؟

کوشش کیجئے

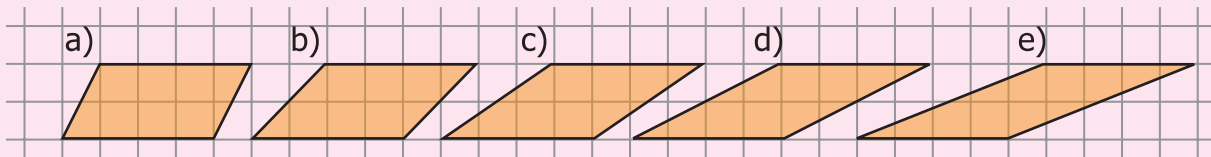
1- مربعوں کو شمار (count) کیجئے اور درجہ ذیل کے متوازی الاضلاع کو یکساں مستطیل کے رقبوں میں منتقل کر کے رقبہ معلوم کیجئے

(قاعدہ اور اونچائی کو بغیر تبدیل کئے)

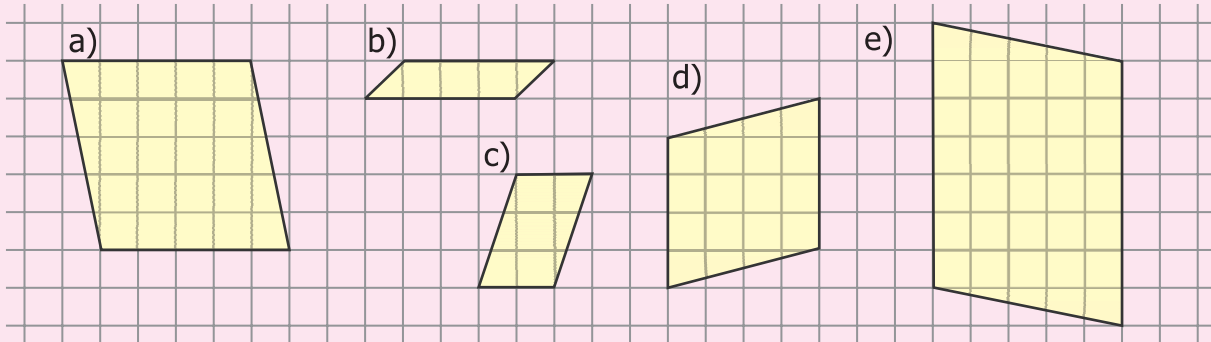


(d) مربع اکائیاں (c) مربع اکائیاں (b) مربع اکائیاں (a) مربع اکائیاں

2- دئے گئے متوازی الاضلاع کے لئے اونچائیوں کھینچئے اور ان کے قاعدوں کی پیمائش کو نشان کر کے ان کے رقبہ دریافت کیجئے۔ تمہارے نتیجہ کو جانچئے۔



3- درجہ ذیل کے متوازی الاضلاعوں کے قاعدے اور اونچائیوں کی پیمائش سے ضابطہ کو استعمال کر کے رقبہ معلوم کیجئے۔



(e) مربع اکائیاں (d) مربع اکائیاں (c) مربع اکائیاں (b) مربع اکائیاں (a) مربع اکائیاں

4- ایک ترسیمی کاغذ پر 20 مربع اکائیوں کے رقبہ والے زیادہ سے زیادہ کتنے متوازی الاضلاع بنا سکتے ہیں۔

مثال 2.1 خاکہ میں دئے گئے متوازی الاضلاع کا رقبہ اور احاطہ معلوم کیجئے۔

حل

(i) خاکہ 2.4 سے $(h) = 4$ سم متوازی الاضلاع کی اونچائی ; $(b) = 15$ سم متوازی الاضلاع کا قاعدہ

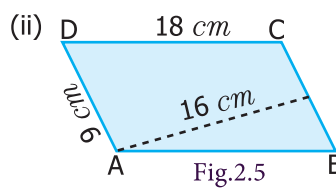
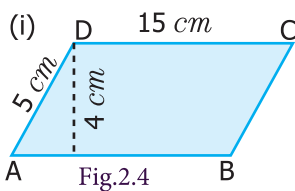
مربع سم $\text{متوازی الاضلاع کا رقبہ} = b \times h$

مربع سم $15 \times 4 = 60$ رقبہ

اس طرح، متوازی الاضلاع کا رقبہ 60 مربع سم ہے۔

چاروں اضلاع کے طولوں کا حاصل جمع = متوازی الاضلاع کا احاطہ

سم $(15 + 5 + 15 + 5) = 40$



(ii) خاکہ 2.5 سے $h = 16$ سمر متوازی الاضلاع کی اونچائی ; $b = 9$ سمر متوازی الاضلاع کا قاعدہ

مربع اکائیاں $b \times h =$ متوازی الاضلاع کا رقبہ

مربع سمر $9 \times 16 = 144$ = رقبہ چنانچہ،

اس طرح، متوازی الاضلاع کا رقبہ 144 مربع سمر ہے۔

چاروں اضلاع کے طولوں کا حاصل جمع = متوازی الاضلاع کا احاطہ

$$= (18 + 9 + 18 + 9) = 54 \text{ سمر}$$

مثال 2.2 متوازی الاضلاع کا ایک ضلع اور نظیری اونچائی بالترتیب 12 میٹر اور 8 میٹر ہیں۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔

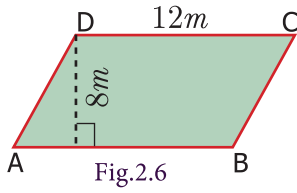


Fig.2.6

دیا گیا ہے، $h = 8$ میٹر ; $b = 12$ میٹر

مربع اکائیاں $b \times h =$ متوازی الاضلاع کا رقبہ

$$= 12 \times 8 = 96 \text{ مربع میٹر}$$

چنانچہ، مربع میٹر 96 = متوازی الاضلاع کا رقبہ

مثال 2.3 متوازی الاضلاع کی اونچائی 'h' معلوم کیجئے۔ جس کا رقبہ اور قاعدہ بالترتیب 368 مربع سمر اور 23 سمر ہیں۔

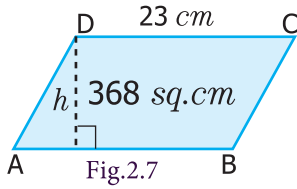


Fig.2.7

دیا گیا ہے، $b = 23$ سمر قاعدہ ، مربع سمر 368 = رقبہ

مربع سمر 368 = متوازی الاضلاع کا رقبہ

$$b \times h = 368$$

$$23 \times h = 368$$

$$h = \frac{368}{23} = 16 \text{ cm}$$

اس طرح، متوازی الاضلاع کی اونچائی 16 سمر ہے۔

مثال 2.4 ایک متوازی الاضلاع 12 سمر اور 9 سمر متصلہ اضلاع رکھتا ہے۔ اگر اس کے چھوٹے اضلاع کا درمیانی

فاصلہ 8 سمر ہے۔ اس کے بڑے ضلع کے درمیانی فاصلہ معلوم کیجئے۔

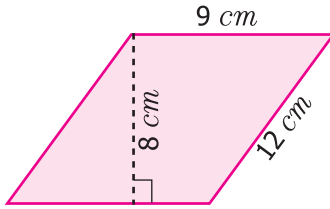


Fig.2.8

متوازی الاضلاع کے متصلہ اضلاع 12 سمر اور 9 سمر دئے گئے ہیں۔

اگر ہم چھوٹے ضلع کو قاعدہ کے طور پر لیتے ہیں، یعنی $b = 9$ سمر ہو تو چھوٹے ضلعوں کا درمیانی فاصلہ اونچائی ہے۔ یعنی $h = 8$ سمر ہے۔

مربع اکائیاں $b \times h =$ متوازی الاضلاع کا رقبہ

$$= 9 \times 8 = 72 \text{ مربع سمر}$$

دوبارہ، اگر ہم بڑے ضلع کو قاعدہ کے طور پر لیتے ہیں۔ یعنی $b = 12$ سمر ہو تو بڑے ضلعوں کا درمیانی فاصلہ اونچائی ہے۔

فرض کیجئے، 'h' اکائیاں ہے۔



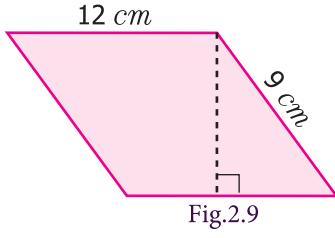


Fig.2.9

مربع سمر 72 = ہم جانتے ہیں کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ

$$b \times h = 72$$

$$12 \times h = 72$$

$$h = \frac{72}{12} = 6 \text{ cm}$$

لہذا، بڑے اضلاع کا درمیانی فاصلہ 6 سمر ہے۔

مثال 2.5 متوازی الاضلاع کا قاعدہ اس کی اونچائی سے تگنا ہے۔ اگر رقبہ 192 مربع سمر ہو تو قاعدہ اور اونچائی معلوم کیجئے۔

حل

فرض کیجئے کہ سمر h = متوازی الاضلاع کی اونچائی

سمر $3h$ = متوازی الاضلاع کا قاعدہ

مربع سمر 192 = متوازی الاضلاع کا رقبہ

$$b \times h = 192$$

$$3h \times h = 192$$

$$3h^2 = 192$$

$$h^2 = 64$$

$$h \times h = 8 \times 8$$

$$h = 8 \text{ cm}$$

$$\text{سمر } 3h = 3 \times 8 = 24 \text{ قاعدہ}$$

چنانچہ، متوازی الاضلاع کا قاعدہ 24 سمر اور اونچائی 8 سمر ہے۔

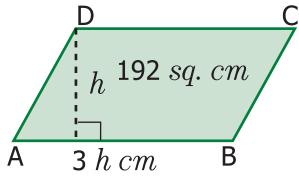


Fig.2.10

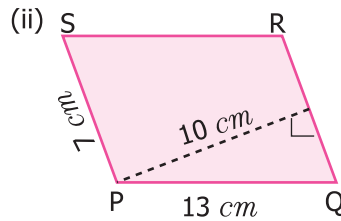
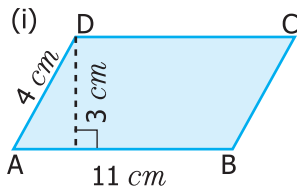


اکثر پلیس (Bridges) متوازی الاضلاع کے بناؤٹی منصوبہ کو استعمال کر کے تعمیر کرتے ہیں۔
(مثال کے طور، رامیشورم کا پامبان پل)
انجینئر متوازی الاضلاع کے خصوصیات کو استعمال کر کے پلوں کی مرمت اور تعمیر کرتے ہیں۔



مشق 2.1

1۔ درجہ ذیل متوازی الاضلاع کا رقبہ اور احاطہ معلوم کیجئے۔



2۔ چھوٹے ہوئے خانوں کو بھرتی کیجئے۔

رقبہ	اونچائی	قاعدہ	شمار عدد
	5 cm	18 cm	(i)
56 sq.m		8 m	(ii)
221 sq.mm	17 mm		(iii)



3۔ خان صوبائی سطح کے شطرنج کے مقابلہ میں متوازی الاضلاع نما ایک ٹرافی (Trophy) جیتا ہے۔ وہ جانتا ہے کہ ٹرافی کا رقبہ 735 مربع سمر ہے اور اس کا قاعدہ 21 سمر ہے۔ اس ٹرافی کی اونچائی کیا ہے؟

4۔ اسماء کے پاس ایک متوازی الاضلاع نما کپڑا ہے۔ جس کی اونچائی 12 میٹر اور قاعدہ 18 میٹر ہے۔ وہ اس کپڑے کو چار مساوی متوازی الاضلاع میں اس کے متوازی ضلع کے درمیانی نقاط سے کاٹتی ہے۔ ہر ایک نئے متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔

5۔ ایک میدان متوازی الاضلاع کی شکل کا ہے۔ اس کی اونچائی 14 میٹر اور اس کا نظیری قاعدہ، اونچائی سے 8 میٹر بڑا ہو تو میدان کو ₹ 15 فی مربع میٹر کے حساب سے ہموار کرنے کا کل خرچ معلوم کیجئے۔

معروضی سوالات : Objective type questions

6۔ ایک متوازی الاضلاع جس کے متصلہ ضلع 6 سمر اور 5 سمر ہیں تو احاطہ کیا ہے۔

- (i) 12 cm (ii) 10 cm (iii) 24 cm (iv) 22 cm

7۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ کیا ہے۔ جس کا قاعدہ 10 میٹر اور اونچائی 7 میٹر ہے۔

- i) 70 مربع میٹر ii) 35 مربع میٹر iii) 7 مربع میٹر vi) 10 مربع میٹر

8۔ متوازی الاضلاع قاعدہ کیا ہے۔ جس کا رقبہ 52 مربع اور اونچائی 4 سمر ہے۔

- (i) 48 cm (ii) 104 cm (iii) 13 cm (iv) 26 cm

9۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ کیا ہوگا۔ اگر قاعدہ میں 2 گنا کا اضافہ ہوتا ہے۔ اور اونچائی آدھی ہو جاتی ہے تو

- (i) آدھے میں گھٹ جائے گا (ii) وہی رہے گا۔
(iii) دو گنا بڑھ جائے گا۔ (iv) کچھ نہیں ہوگا۔

10۔ ایک متوازی الاضلاع میں اونچائی سے اس کا قاعدہ تین گنا ہے۔ اگر اونچائی 8 سمر ہو تو رقبہ ہے۔

- i) 64 مربع سمر ii) 192 مربع سمر iii) 32 مربع سمر iv) 72 مربع سمر

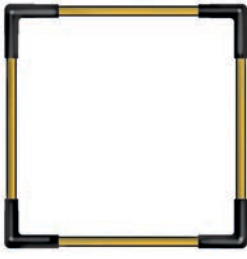


Fig.2.11(i)



Fig.2.11(ii)

2.3 معین Rhombus

چار مساوی لمبائیوں والی کاڑیاں (Sticks) اور چار ملانے والے
(Connectors) لیں۔ کاڑیوں کو جوڑ کر ایک مربع بنائیں جیسا کہ خاکہ
(i) 2.11 میں دکھایا گیا ہے۔ کسی دو مقابل کے راسوں قریب لانے کی
کوشش کریں جیسا کہ خاکہ (ii) 2.11 میں دکھایا گیا ہے۔ اس طرح کہ
مقابل کے اضلاع ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔ اس نئی شکل کو **معین** کہتے ہیں۔

لہذا، ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ ایک **متوازی الاضلاع** میں اگر تمام اضلاع مساوی ہو تو اس کو **معین** کہتے ہیں۔



غور کیجئے

ایک معین میں (i) تمام اضلاع مساوی ہوتے ہیں۔ (ii) مقابل کے اضلاع متوازی ہیں۔ (iii) وتریں معین کو چار
مساوی رقبہ والے مثلث قائمہ الزاویے میں تقسیم کرتے ہیں۔ (iv) وتریں ایک دوسرے کو زاویے قائمہ پر نصف کرتے ہیں۔

2.3.1 معین کا رقبہ اگر قاعدہ اور اونچائی دئے گئے ہوں Area of the rhombus if base and height are given

ایک معین کو ترسیمی کاغذ بنائے جیسا کہ خاکہ (i) 2.12 میں نظر آتا ہے۔ اور اس کو کاٹے ایک راس سے ایک عمودی خط کو مقابل ضلع پر کھینچئے
اُس مثلث کو کاٹ کر معین کے دوسرے جانب منتقل کیجئے۔ جیسا کہ خاکہ (ii) 2.12 میں دکھایا گیا ہے۔ تم کیا دیکھتے ہو؟
یہ ایک مربع ہے۔ لہذا، معین کا رقبہ، مربع کے رقبہ کے برابر ہے۔

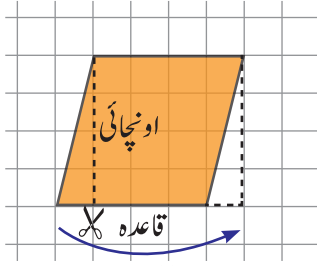


Fig.2.12(i)

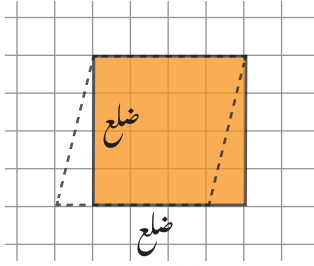


Fig.2.12(ii)

$$\begin{aligned} \text{مربع اکائیاں ضلع} \times \text{ضلع} &= \text{مربع کا رقبہ} \\ \text{مربع اکائیاں قاعدہ} \times \text{اونچائی} &= \\ &= \text{معین کا رقبہ} \end{aligned}$$

2.3.2 معین کا رقبہ معلوم کرنا اگر وتر دئے گئے ہوں Area of the rhombus if the diagonals are given

چلئے ہم معین ABCD کو دو مثلثوں میں تقسیم کر کے رقبہ معلوم کریں گے۔

یہاں $AB = BC = CD = DA$ اور وتریں $AC (d_1)$ اور $BD (d_2)$ ایک دوسرے کے عمودی ہیں۔

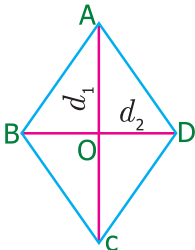


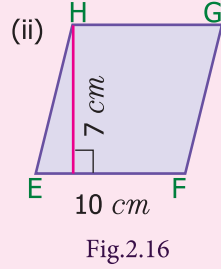
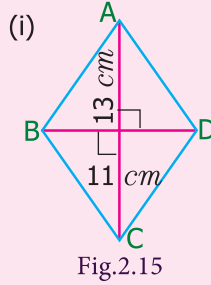
Fig.2.13

$$\begin{aligned} \text{مثلث ADC کا رقبہ} + \text{مثلث ABC کا رقبہ} &= \text{معین ABCD کا رقبہ} \\ &= \frac{1}{2} \times AC \times OB + \frac{1}{2} \times AC \times OD \\ &= \frac{1}{2} \times AC (OB + OD) \\ &= \frac{1}{2} \times AC \times BD \\ &= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \text{ sq. units} \\ \text{معین کا رقبہ} &= \frac{1}{2} \times (\text{وتروں کا حاصل ضرب}) \end{aligned}$$

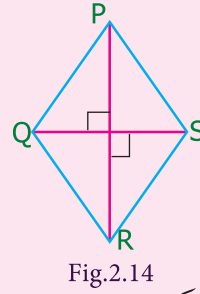
چنانچہ،

کوشش کیجئے

2- خاکہ 2.15 اور خاکہ 2.16 دئے گئے معین کا رقبہ معلوم کیجئے۔

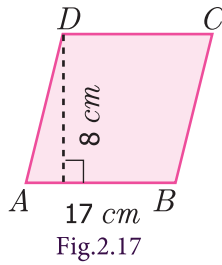


1- خاکہ 2.14 پر غور کیجئے اور درجہ ذیل کے سوالات کے جواب لکھئے۔



- مقابل اضلاع کے دو جوڑیوں کے نام لکھئے۔
- متصلہ اضلاع کے دو جوڑیوں کے نام لکھئے۔
- دو وتروں کے نام لکھئے۔

مثال 2.6 ایک معین کا رقبہ معلوم کیجئے۔ جس کا ضلع 17 سمر اور اونچائی 8 سمر ہے۔



دیا گیا ہے،

سمر $(h) = 8$ اونچائی، سمر $(b) = 17$ قاعدہ

$$\begin{aligned} \text{معین کا رقبہ} &= b \times h \text{ sq. units} \\ &= 17 \times 8 = 136 \end{aligned}$$

چنانچہ، مربع سمر $136 = \text{معین کا رقبہ}$

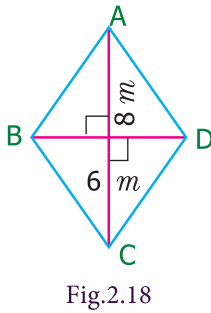


ذرا سوچئے

- کیا تم معین کا احاطہ معلوم کر سکتے ہو؟
- کیا معین میں وتریں یکساں لمبائیاں رکھتے ہیں؟
- مربع ایک معین ہے لیکن ایک معین مربع نہیں ہے۔ کیوں؟
- کیا تم ایک معین کو اس طرح بنا سکتے ہو کہ ضلع وتر کے مساوی ہوں؟

مثال 2.7 ایک معین کا رقبہ دریافت کیجئے جس کے وتر 6 میٹر اور 8 میٹر ہیں۔

دیا گیا ہے، میٹر $d_2 = 8$ ، میٹر $d_1 = 6$



$$\begin{aligned} \text{مربع اکائیاں} &= \frac{1}{2} \times (d_1 \times d_2) \\ &= \frac{1}{2} \times (6 \times 8) \\ &= \frac{48}{2} \\ &= 24 \text{ مربع میٹر} \end{aligned}$$

لہذا، معین کا رقبہ 24 میٹر ہے۔

مثال 2.8 اگر معین کا رقبہ 60 مربع سمر ہے اور ایک وتر 8 سمر ہے۔ دوسرے وتر کی لمبائی معلوم کیجئے۔

حل

دیا گیا ہے، سمر $(d_1) = 8$ ایک وتر کی لمبائی

فرض کیجئے کہ دوسرے وتر کی لمبائی d_2 ہے۔

(دیا گیا ہے) مربع سمر $= 60$ = معین کا رقبہ

$$\frac{1}{2} \times (d_1 \times d_2) = 60$$

$$\frac{1}{2} \times (8 \times d_2) = 60$$

$$8 \times d_2 = 60 \times 2$$

$$d_2 = \frac{120}{8}$$

$$= 15$$

چنانچہ، دوسرے وتر کی لمبائی 15 سمر ہے۔

مثال 2.9 دفتر کی عمارت کی فرش پر 200 معین کی شکل والے ٹائلز (Tiles) ہیں۔ ہر ایک ٹائل کے وتروں کی لمبائیاں 40 سمر اور 25 سمر ہیں۔ 45 ₹ فی مربع کے حساب فرش کو چمکانے (Polish) کا کل خرچ کیا ہوگا؟

حل

دیا گیا ہے، معین کی شکل والے ٹائل کے وتروں کی لمبائیاں 40 سمر اور 25 سمر ہیں۔

$$\text{مربع اکائیاں} = \frac{1}{2} \times (d_1 \times d_2) = \text{ایک ٹائل کا رقبہ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 40 \times 25$$

$$= 500 \text{ sq. cm}$$

$$\text{اس طرح کے 200 ٹائلز کا رقبہ} = 200 \times 500$$

$$= 100000 \text{ sq. cm}$$

$$= \frac{100000}{10000} (1 \text{ sq. m} = 10000 \text{ sq. cm})$$

$$= 10 \text{ سمر}$$

چنانچہ، 200 ٹائلز کو 45 ₹ فی مربع میٹر کے حساب سے چمکانے کا خرچ

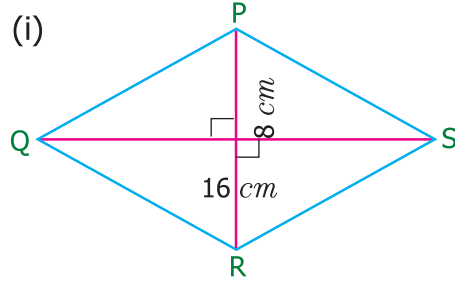
$$= 10 \times 45 = ₹ 450.$$



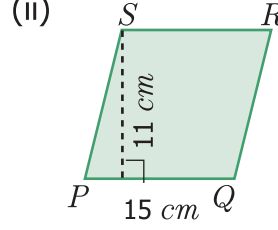
ریلوے کی اصطلاحات میں ”ڈائمنڈ کراسنگ“ ”Diamond Crossing“ کو کہتے ہیں جب دو ریلوے لائن ایک دوسرے کو قطع کرنے کے مقام پر ایک معین شکل بناتے ہو۔ سب سے مشہور ڈائمنڈ کراسنگ ناگپور میں ہے۔ جہاں شمال، جنوب، مشرق اور مغربی ریلوے پٹریاں ملتی ہیں۔



مشق 2.2



1- درجہ ذیل شکلوں میں معین $PQRS$ کا رقبہ معلوم کیجئے۔



2- معین کا رقبہ معلوم کیجئے۔ جس کا قاعدہ 14 سمر اور اونچائی 9 سمر ہے۔

3- چھوٹی ہوئی قیمتوں کو معلوم کیجئے۔

شمار عدد	وتر (d_1)	وتر (d_2)	رقبہ
(i)	19 cm	16 cm	
(ii)	26 m		468 sq. m
(iii)		12 mm	180 sq. mm

4- معین کا رقبہ 100 مربع سمر ہے اور اس کے ایک وتر کی لمبائی 8 سمر ہو تو دوسرے وتر کی لمبائی معلوم کیجئے۔

5- ایک معین شکل کی مٹھائی جس کے وتریں 4 سمر اور 5 سمر دئے گئے ہیں۔ مٹھائی کی سطح کو ایلومینیم ورق سے ڈھکا جاتا ہے۔ اس طرح کے 400 مٹھایوں کے لئے ₹ 7 سے 100 فی مربع سمر کے حساب سے استعمال ہونے والے ایلومینیم ورق کی کل قیمت معلوم کیجئے۔

معروضی سوالات Objective type questions

6- معین کا رقبہ کیا ہے۔ جس کا ضلع 4 سمر اور اونچائی 3 سمر ہے۔

(i) 7 مربع سمر (ii) 24 مربع سمر (iii) 12 مربع سمر (iv) 10 مربع سمر

7- معین کا رقبہ کیا ہے۔ جب دونوں وتروں کی پیمائش 8 سمر ہے۔

(i) 64 مربع سمر (ii) 32 مربع سمر (iii) 30 مربع سمر (iv) 16 مربع سمر

8- معین کا رقبہ 128 سمر ہے اور ایک وتر کی لمبائی 32 سمر ہو تو دوسرے وتر کی لمبائی ہے۔

(i) 12 سمر (ii) 8 سمر (iii) 4 سمر (iv) 20 سمر

9- معین کی اونچائی کیا ہوگی۔ جس کا رقبہ 96 مربع میٹر اور ضلع 24 میٹر ہو۔

(i) 8 میٹر (ii) 10 میٹر (iii) 2 میٹر (iv) 4 میٹر

10- معین کے وتروں کے درمیانی زاویہ ہے۔

(i) 120° (ii) 180° (iii) 90° (iv) 100°

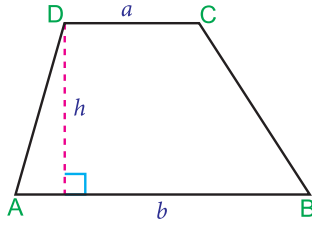


Fig.2.19

2.4 منحرف Trapezium

ہم متوازی الاضلاع اور معین سے واقف ہیں۔ کیا ہوگا اگر متوازی الاضلاع میں متوازی ضلعوں کی ایک جوڑی غیر مساوی ہوں؟ کیا تم اس کی شکل بنا سکتے ہو؟ یہ کس طرح نظر آئے گی۔ اس کی شکل (خاکہ 2.19) کی طرح نظر آئے گی۔ ایک متوازی الاضلاع جس کے ایک جوڑی ضلع غیر متوازی ہیں تو اس کو ”منحرف“ کہتے ہیں۔



متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ منحرف کی اونچائی ہے۔ یہاں پر اضلاع AD اور BC متوازی نہیں ہیں۔ لیکن AB، DC سے متوازی ہے۔

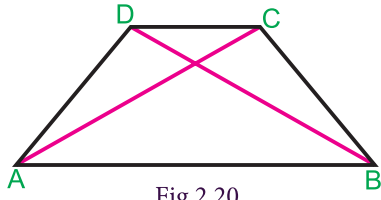


Fig.2.20

منحرف مساوی الساقین (Isosceles Trapezium)

اگر منحرف میں غیر متوازی ضلعے مساوی ہیں ($AD = BC$) ہو تو وہ منحرف مساوی الساقین کہلاتا ہے۔

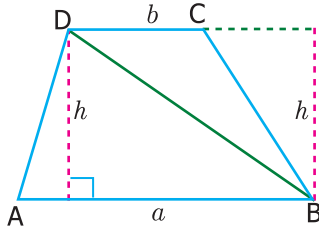


Fig.2.21

2.4.1 منحرف کا رقبہ (Area of Trapezium)

منحرف ABCD کے متوازی ضلعے AB اور DC کی پیمائش بالترتیب 'a' اکائیاں اور 'b' اکائیاں ہیں۔ فرض کیجئے کہ دو متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ h اکائیاں ہیں۔ وتر BD منحرف کو دو مثلثوں ABD اور BCD میں تقسیم کرتا ہے۔

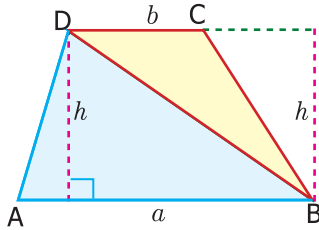


Fig.2.22

$$\begin{aligned} \text{منحرف کا رقبہ} &= \triangle ABD \text{ کا رقبہ} + \triangle BCD \text{ کا رقبہ} \\ &= \frac{1}{2} \times AB \times h + \frac{1}{2} \times DC \times h \quad [\text{چونکہ دو مثلثیں ABD اور BCD کی بلندی یکساں ہے۔}] \\ &= \frac{1}{2} \times \{h \times (AB + DC)\} \\ \text{منحرف کا رقبہ} &= \frac{1}{2} \times h (a+b) \quad \text{چنانچہ، مربع اکائیاں} \end{aligned}$$

مثال 2.10 منحرف کا رقبہ معلوم کیجئے۔ جس کی اونچائی 14 سمر اور متوازی ضلعوں کی لمبائیاں 18 سمر اور 9 سمر ہیں۔

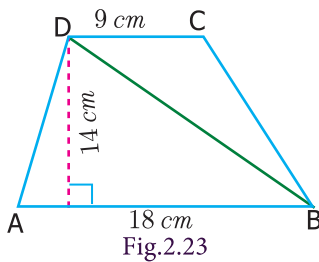


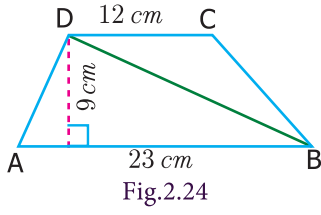
Fig.2.23

دیا گیا ہے، سمر $h = 14$ اونچائی
سمر $b = 9$ اور سمر $a = 18$ متوازی ضلعے

$$\begin{aligned} \text{منحرف کا رقبہ} &= \frac{1}{2} \times h (a+b) \quad \text{مربع اکائیاں} \\ &= \frac{1}{2} \times 14 (18+9) \\ &= 7(27) \\ &= 189 \text{ sq. cm} \end{aligned}$$

چنانچہ، منحرف کا رقبہ 189 مربع سمر ہے۔

مثال 2.11 کسی منحرف کے متوازی ضلعوں کی لمبائی 23 سمر اور 12 سمر ہیں۔ متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ 9 سمر ہے۔
منحرف کا رقبہ معلوم کیجئے۔

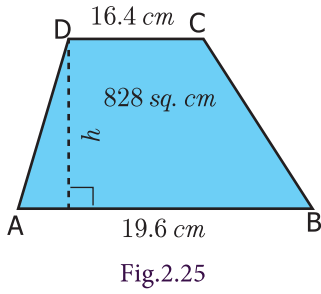


دیا گیا ہے، سمر $h = 9$ اونچائی
سمر $(b) = 12$ ، سمر $(a) = 23$ متوازی ضلع

$$\begin{aligned} \text{منحرف کا رقبہ} &= \frac{1}{2} \times h (a+b) \\ &= \frac{1}{2} \times 9 (23+12) \\ &= \frac{1}{2} \times 9 (35) \\ &= 157.5 \text{ سمر} \end{aligned}$$

چنانچہ، منحرف کا رقبہ 157.5 مربع سمر ہے۔

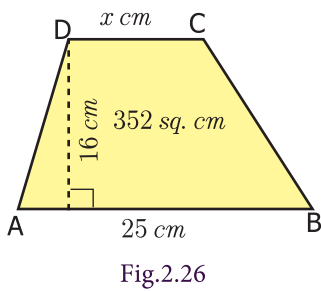
مثال 2.12 ایک منحرف کا رقبہ 828 مربع سمر ہے اور متوازی ضلعوں کی لمبائیاں 19.6 سمر اور 16.4 سمر ہوتی متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجئے۔



$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times h (a+b) &= 828 \\ \frac{1}{2} \times h (19.6+16.4) &= 828 \\ \frac{1}{2} \times h (36) &= 828 \\ h (18) &= 828 \\ h &= \frac{828}{18} \\ h &= 46 \text{ cm} \end{aligned}$$

چنانچہ، متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ 46 سمر ہے۔

مثال 2.13 ایک منحرف کا رقبہ 352 مربع سمر ہے اور متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ 16 سمر ہے۔ اگر ایک متوازی ضلع کی لمبائی 25 سمر ہو تو دوسرے ضلع کی لمبائی معلوم کیجئے۔



فرض کیجئے مطلوبہ ضلع کی لمبائی x سمر ہو تو

$$\begin{aligned} \text{منحرف کا رقبہ} &= \frac{1}{2} \times h (a+b) \\ &= \frac{1}{2} \times 16 (25+x) \end{aligned}$$

$$= 200 + 8x$$

(دیا گیا ہے) مربع سمر = 352 مگر منحرف کا رقبہ

$$200 + 8x = 352 \quad \text{چنانچہ،}$$

$$\Rightarrow 8x = 352 - 200$$

$$\Rightarrow 8x = 152$$

$$\Rightarrow x = \frac{152}{8}$$

$$\Rightarrow x = 19$$



ذرا سوچئے

چنانچہ، دوسرے ضلع کی لمبائی 19 سمر ہے۔

1- کیا تم منحرف کا احاطہ معلوم کر سکتے ہو؟ بحث کریں۔

2- حقیقی زندگی کے حالات میں منحرف مساوی الساقین کے کوئی تین استعمال بیان کیجئے۔

مثال 2.14 ایک قمیص (Shirt) کا گریہاں (کالر) منحرف مساوی الساقین کی شکل کا ہے۔ جس کے متوازی ضلعوں کی لمبائی 17 سمر اور 14 سمر ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ 4 سمر ہے۔ ایک کالر سینے کے لئے استعمال ہونے والا کینوس (Canvas) کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل

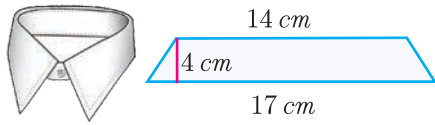


Fig.2.27

دیا گیا ہے، سمر $h = 4$ اونچائی

سمر $b = 14$ اور سمر $a = 17$ متوازی ضلعوں کی لمبائی

$$\text{مربع اکائیاں} = \frac{1}{2} \times h (a+b) = \text{منحرف کا رقبہ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 (17+14)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 (31)$$

$$= 62 \text{ sq. cm}$$

چنانچہ، استعمال ہونے والا کینوس کا رقبہ 62 مربع سمر ہے۔



آب پاشی کے لئے استعمال ہونے والے نہروں کی مختلف قسمیں ہیں مگر منحرف نما عرضی تراش (Cross Section) رکھنے والے نہر اکثر بنائے جاتے ہیں، کیونکہ یہ شدید بارش کے دوران سیلاب سے بچاتا ہے۔ کم وقفے میں زیادہ سے زیادہ پانی کا بہاؤ ممکن ہے (کم سے کم رگڑ کی مزاحمت رکھتا ہے) اور جب کوئی شخص یا چیز اس میں گر جاتی ہے تو حفاظتی تدابیر آسانی سے کئے جاسکتے ہیں۔



مشق 2.3

1- چھوٹی ہوئی قیمتوں کو معلوم کیجئے۔

رقبہ	متوازی ضلع 'b'	متوازی ضلع 'a'	اونچائی h	شمار عدد
	20 m	12 m	10 m	(i)
492 sq. cm	28 cm	13 cm		(ii)
323 sq. m	16 m		19 m	(iii)
360 sq. cm		15 cm	16 cm	(iv)

- 2- کسی منحرف کے متوازی ضلعوں کی لمبائی 24 سمر اور 20 سمر ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ 15 سمر ہو تو منحرف کا رقبہ معلوم کیجئے۔
- 3- ایک منحرف کا رقبہ 1586 مربع سمر ہے اور متوازی ضلع کا درمیانی فاصلہ 26 سمر ہے اگر ایک متوازی ضلع کی لمبائی 84 سمر ہو تو دوسرے ضلع کی لمبائی معلوم کیجئے۔
- 4- ایک منحرف کا رقبہ 1080 مربع سمر ہے اور متوازی ضلعوں کی لمبائی 55.6 سمر اور 34.4 سمر ہو تو ان کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجئے۔
- 5- ایک منحرف کا رقبہ 180 مربع سمر اور اونچائی 9 سمر ہے۔ اگر ایک متوازی ضلع کی لمبائی دوسرے متوازی ضلع سے 6 سمر زیادہ ہے تو متوازی ضلعوں کی لمبائیاں معلوم کیجئے۔
- 6- ایک گھڑی کا سا بٹان (Sun Shade) منحرف مساوی الساقین کی شکل کا ہے۔ جس کے متوازی ضلعوں کی لمبائی 81 سمر اور 64 سمر ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ 6 سمر ہے۔ 2 ₹ فی مربع سمر کے شرح سے اس کی سطح کو رنگوانے کا خرچ معلوم کیجئے۔
- 7- ایک گھڑی منحرف کی شکل کا ہے۔ جس کے متوازی ضلعوں کی لمبائی 105 سمر اور 50 سمر ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ 60 سمر ہے۔ گھڑی کو شیشہ سے ڈھانکنے کے لئے 15 ₹ فی 100 مربع سمر کی شرح سے شیشہ لگانے کا خرچ معلوم کیجئے۔



معروضی سوالات Objective type questions

- 8- اگر متوازی ضلعوں کی پیمائش 8 سمر اور 10 سمر ہیں اور اونچائی 5 سمر ہو تو منحرف کا رقبہ ہے۔
- (i) 45 sq. cm (ii) 40 sq. cm (iii) 18 sq. cm (iv) 50 sq. cm
- 9- اگر ایک منحرف میں متوازی ضلعوں کا حاصل جمع 10 سمر اور رقبہ 140 مربع سمر ہو تو اس کی اونچائی ہے۔
- (i) 7 cm (ii) 40 cm (iii) 14 cm (iv) 28 cm
- 10- جب منحرف کے متوازی ضلع مساوی ہو تو اس کو کہتے ہیں۔
- (i) مربع (ii) مستطیل (iii) منحرف مساوی الساقین (iv) متوازی الاضلاع

مشق 2.4

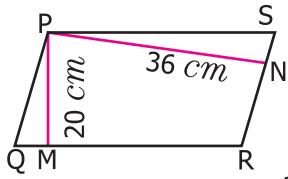
Miscellaneous Practice problems متفرق مشقی سوالات



- 1- متوازی الاضلاع کا قاعدہ 16 سمر اور اونچائی، قاعدہ سے 7 سمر کم ہے۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔
- 2- زراعتی کھیت (میدان) متوازی الاضلاع کی شکل میں ہے۔ جس کا رقبہ 68.75 مربع ہیکٹو میٹر (hm) ہے۔ متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ 6.25 hm ہے۔ قاعدہ کی لمبائی محسوب کیجئے۔
- 3- ایک مربع اور ایک متوازی الاضلاع مساوی رقبہ رکھتے ہیں۔ اگر مربع کا ضلع 48 میٹر ہے اور متوازی الاضلاع کی اونچائی 18 میٹر ہے متوازی الاضلاع کی قاعدہ کی لمبائی معلوم کیجئے۔
- 4- متوازی الاضلاع کی اونچائی اس کے قاعدہ کا ایک چوتھائی ہے۔ اگر متوازی الاضلاع کا رقبہ 676 مربع سمر ہے۔ اونچائی اور قاعدہ دریافت کیجئے۔
- 5- معین کا رقبہ 576 مربع سمر ہے اور ایک وتر کی لمبائی دوسرے وتر کی لمبائی سے نصف ہو تو وتروں کی لمبائی معلوم کیجئے۔
- 6- ایک میدان منحرف مساوی الساقین کی شکل میں ہے۔ جس کے متوازی ضلعوں کی پیمائش 42 میٹر اور 36 میٹر ہیں ان کا درمیانی فاصلہ 30 میٹر ہے۔ 135 فی مربع میٹر کی شرح سے میدان کو ہموار کرنے کا خرچہ معلوم کیجئے۔

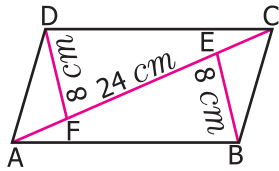
Challenge Problems

تقابلی سوالات

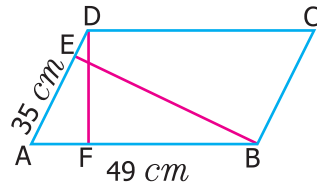


- 7- ایک متوازی الاضلاع PQRS (خاکہ کو دیکھیں) QR اور RS ضلعوں کی نظیری اونچائی بالترتیب PM اور PN ہیں۔ اگر متوازی الاضلاع کے رقبہ 900 مربع سمر ہے۔ اور PM کی لمبائی بالترتیب 20 سمر اور 36 سمر ہیں۔ QR اور SR ضلعوں کی لمبائی معلوم کیجئے۔

- 8- اگر متوازی الاضلاع کا قاعدہ اور اونچائی کی نسبت 7:3 ہے۔ اور اونچائی 45 سمر ہو تو متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔



- 9- متوازی الاضلاع ABCD کا رقبہ معلوم کیجئے۔ اگر AC = 24 سمر اور BE = DF = 8 ہے۔

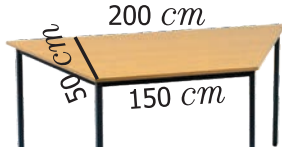


- 10- متوازی الاضلاع ABCD کا رقبہ 1470 مربع سمر ہے۔ اگر سمر AB = 49 اور سمر AD = 35 ہو تو اونچائیاں DF اور BE معلوم کیجئے۔

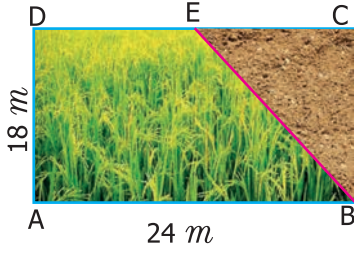
- 11- ایک معین کا وتر دوسرے وتر سے تگنا ہے۔ اگر وتروں کی لمبائیاں کا حاصل جمع 24 سمر ہو تو معین کا رقبہ معلوم کیجئے۔

12- ایک شخص معین کی شکل کا ایک سوئمنگ پول تعمیر کرنا چاہتا ہے۔ اس کے ایک وتر کی لمبائی 13 میٹر اور دوسرا وتر پہلے وتر سے دگنا ہے سوئمنگ پول رقبہ معلوم کیجئے اور 15 ₹ فی مربع سمر کے حساب سے فرش کو سیمنٹ کاری کا خرچ معلوم کیجئے۔

13- متوازی الاضلاع کی اونچائی معلوم کیجئے جس کا قاعدہ اونچائی سے چار گنا ہے۔ اور اس کا رقبہ 576 مربع سمر ہے۔



14- میز کے اوپری سطح معین کی شکل کا ہے۔ جس کی پیمائش خاکہ میں دی گئی ہے۔ میز کو شیشہ سے ڈھکنے کے لئے 6 ₹ فی 10 مربع سمر کی شرح سے استعمال ہونے والا شیشہ کا خرچ معلوم کیجئے۔



15- احمد کے پاس ABCD زمین ہے۔ جس کی پیمائش خاکہ میں دی گئی ہے۔ اگر ABED حصہ زراعت کے لئے استعمال ہوتا ہے۔ (جب کہ DC کا وسطی نقطہ E ہے) زراعتی زمین کا رقبہ معلوم کیجئے۔

خلاصہ

☆ متوازی الاضلاع ایک بند چار ضلعی شکل ہے۔ جس میں مقابل ضلع دو متوازی اور مساوی ہیں۔

☆ مربع اکائیاں $b \times h$ = متوازی الاضلاع کا رقبہ ; جس میں قاعدہ b ، اونچائی h

☆ ایک متوازی الاضلاع اگر تمام ضلع مساوی ہو تو اس کو معین کہتے ہیں۔

☆ مربع اکائیاں $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ = معین کا رقبہ ، جس میں d_1 اور d_2 وتریں ہیں۔

☆ ایک متوازی الاضلاع جس کے ایک جوڑی ضلع غیر متوازی ہو تو اس کو منحرف کہتے ہیں۔

☆ مربع اکائیاں $\frac{1}{2} \times h (a+b)$ = منحرف کا رقبہ

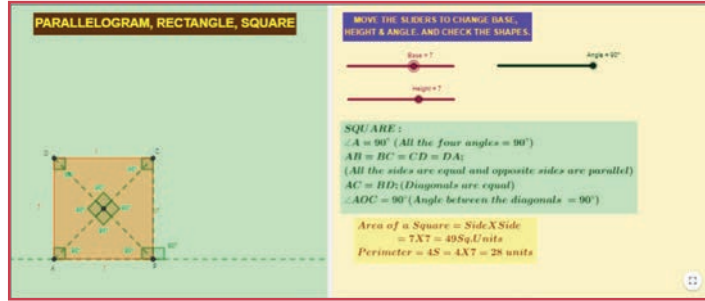
☆ اگر منحرف میں غیر متوازی ضلع مساوی ہیں تو وہ منحرف مساوی الساقین کہلاتا ہے۔



ICT Corner

ICT کارز

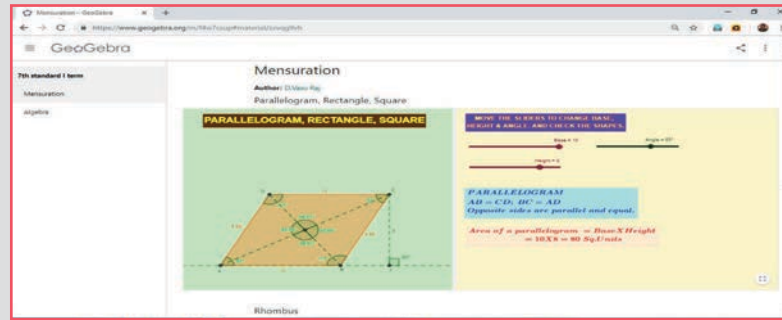
مطلوبہ نتیجہ اس تصویر میں دیکھا گیا ہے۔



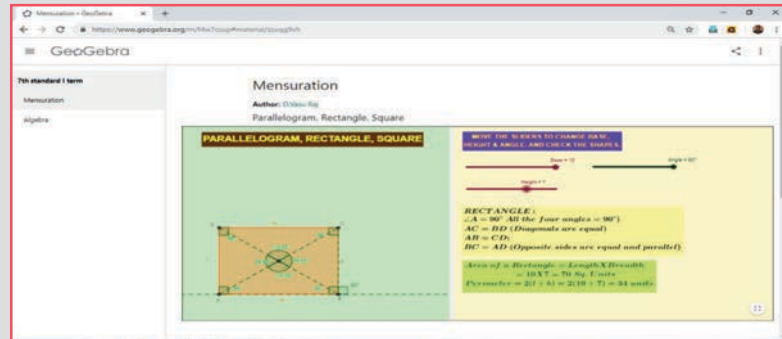
مرحلہ 1: براؤزر کھولنے اور نیچے دئے گئے URL لنک کو ٹائپ کیجئے یا QR کو اسکرین کیجئے۔ 7th Std Mensuration نامی Geo Gebra ورک شیٹ کھلے گا۔ ورک شیٹ کے دائیں جانب تین سلائیڈز ہیں۔ جولمبائی، چوڑائی اور کونے کا زاویہ (Corner angle) تبدیل کرنے کے لئے ہیں۔

مرحلہ 2: سلائیڈز کو حرکت دے کر متوازی الاضلاع یا مستطیل یا مربع حاصل کر سکتے ہیں۔ دئے گئے نقاط دیکھیں اور غور کیجئے۔

Step 1



Step 2



Browse in the link

Mensuration: <https://ggbm.at/zzvqg9vh>
or Scan the QR Code.



$$29 + 3x + 5y$$

ALGEBRA

الجبرا

$$8ab + 4ab + 2ab$$

سیکھنے کے مقاصد



- ❖ ایک الجبرائی جملے میں متغیرات اور مستقلات کو پہچاننا۔
- ❖ ایک الجبرائی جملے میں ارقام کے ضریبوں کو معلوم کرنا۔
- ❖ یکساں اور غیر یکساں ارقام کو پہچاننا۔
- ❖ الجبرائی جملے کے سالم اعداد کے ضریب کو جمع اور تفریق کرنا۔
- ❖ دو متغیرات والے سادہ (مفرد) جملے کو بنانا۔
- ❖ مفرد خطی مساوات کو سمجھنا اور ان کے سوالات کو حل کرنا۔

Recap اعادہ

چھٹویں جماعت میں ہم نے متغیرات اور مستقلات کو استعمال کر کے کس طرح ہندسی نمونے اور عددی نمونے کو عام شکل میں لکھنا سیکھا۔ ایک متغیر، جو مختلف قیمتیں رکھتا ہے۔ جس کو $x, y, z, \dots$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور مستقل ایک عددی قیمت رکھتا ہے۔ جیسے 31، -7، $\frac{3}{10}$ وغیرہ۔

مثال کے طور پر، (i) ایک مربع (□) بنانے کے لئے چار تیلیاں (Sticks) درکار ہیں۔ دو مربعوں کے لئے آٹھ تیلیاں، تین مربعوں کے لئے بارہ تیلیاں اور اسی طریقے کو جاری رکھنے سے، یہ واضح ہو جاتا ہے کہ اگر مربعوں (□) کی تعداد k (کوئی بھی طبعی عدد) ہو تو مطلوبہ تیلیوں کی تعداد $4 \times k = 4k$ ہوگی۔ جس میں k ایک متغیر ہے اور 4 ایک مستقل ہے۔

اس کو درج ذیل جدول میں غور کر سکتے ہیں

بنے ہوئے (□) کی تعداد	1	2	3	...	k	...
استعمال/درکار	4×1	4×2	4×3	...	$4 \times k$	...
ہونے والی تیلیوں کی تعداد	4	8	12	...	$4k$	...

(ii) درج ذیل نمونہ پر غور کیجئے۔

$$7 \times 9 = 9 \times 7,$$

$$23 \times 56 = 56 \times 23,$$

$$999 \times 888 = 888 \times 999$$

اس کو عام شکل میں اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔ $a \times b = b \times a$ جس میں a, b متغیرات ہیں۔



کوشش کیجئے

1۔ درج ذیل رقموں میں متغیرات اور مستقلات کی شناخت کیجئے۔

$$a, 11 - 3x, xy, -89, -m, -n, 5, 5ab, -5, 3y, 8pqr, 18, -9t, -1, -8$$

2۔ درجہ ذیل جدول کو مکمل کیجئے۔

شمار عدد	لفظی بیانات	الجبرائی بیانات
1.	x سے 12 زیادہ	
2.		$m - 7$
3.		$2p + 1$
4.	y اور z کے حاصل جمع کا دگنا	
5.		$2k - 3$
6.	x اور y کے حاصل ضرب سے 5 کم	

نوٹ: الجبرائی بیانات کو الجبرائی جملے بھی کہا جاتا ہے۔



Fig.3.1

3.1 تعارف Introduction

صورت حال پر غور کیجئے۔ پونس کی ماں نے اس کو 100 ₹ دے کر ایک کلوگرام شکر خرید لانے کو کہتی ہے۔ اگر دکاندار اس کو 58 ₹ واپس کرتا ہے تو شکر کی قیمت کیا ہے؟

ایک دوسری صورت حال پر غور کیجئے۔ کلثوم اپنے یوم پیدائش کے موقع پر اپنے سہلیوں کو چاکلیٹ تقسیم کرنا چاہتی ہے۔ اس کی ہنڈی میں 190 ₹ روپے ہیں۔ اگر وہ ان پیسوں سے 95 چاکلیٹ خرید سکتی ہے۔ تو ایک چاکلیٹ کی قیمت کیا ہوگی؟
☆ کیا تمہیں جوابات حاصل ہوئے؟ تم نے کس طرح حل کیا؟

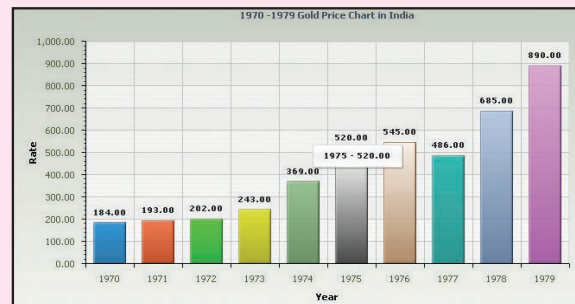
تم عددی جملے جیسے $100 - 58 = ?$ اور $190 \div 95 = ?$ بنائے ہوئے ہوں گے۔ کیا تم نے اس طرح حل نہیں کیا؟ ان دونوں صورتوں میں، سوالیہ نشان (?) ایک نامعلوم قیمت کو ظاہر کرتا ہے۔ ہر مرتبہ سوالیہ نشان استعمال کرنے کے بجائے ہم حروف جیسے $a, b, c, y, x, \dots$ استعمال کر سکتے ہیں۔

آئیے ہم ریاضی کے اس دلچسپ شاخ جس میں نامعلوم قیمتوں کو دریافت کرنے کے طریقوں کے بارے میں سیکھیں گے۔

روزمرہ زندگی کے حسابات - حقیقی زندگی میں الجبراء



سونے کے سکہ کا وزن



سونے کی قیمت

3.2 ارقام اور ضریب (Terms and Co-efficients)

ہم حسابی اعمال جیسے جمع اور تفریق کو استعمال کر کے متغیرات اور مستقلات کو جوڑ کر **الجبرائی جملوں** کو مرتب کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، $6x + 1$ جملہ، دو حصے $6x$ اور 1 کو جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔ یہاں $6x$ اور 1 کو **ارقام** کہتے ہیں۔ رقم $6x$ ایک **متغیر** ہے اور رقم 1 ایک **مستقل** ہے۔ چونکہ یہ کسی متغیر سے ضرب نہیں کیا گیا ہے۔ اس سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ رقم $6x$ کے اجزاء ضربی 6 ، x ہیں۔ اسی طرح $3ab + 5c$ جملہ میں $3ab$ اور $5c$ ارقام ہیں۔ رقم $3ab$ کے اجزاء ضربی 3 ، a اور b ہیں۔ اسی طریقہ سے، رقم $5c$ کے اجزاء ضربی 5 اور c ہیں۔

چلے اب ہم ایک الجبرائی جملے کے ارقام کے بارے میں مزید جانکاری حاصل کرنے کی کوشش کریں گے۔
خاکہ 3.2 پر غور کیجئے۔

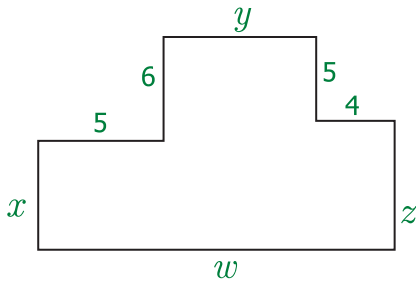


Fig.3.2

$$\begin{aligned} \text{اکیاں 'P' احاطہ} &= x + 5 + 6 + y + 5 + 4 + z + w \\ &= x + y + z + w + (5 + 6 + 5 + 4) \\ &= x + y + z + w + 20, \end{aligned}$$

جس میں w, z, y, x متغیرات اور 20 ایک مستقل ہے۔

غور کریں کہ، اوپر کے جملہ میں 5 ارقام کو جمع کے ذریعہ ملایا گیا ہے۔

دوسری مثال $6x - 5y + 3$ پر غور کریں۔ جملہ کے ارقام معلوم کرنے کے لئے ہم $6x + (-5y) + 3$ کی طرح لکھتے ہیں۔

یہاں پر ارقام $6x, (-5y), 3$ ہیں۔ ایک جملہ میں ایک، دو، تین یا تین سے زیادہ ارقام ہو سکتے ہیں۔

اسی طرح، درج ذیل میں کوئی بھی ایک رقم ہو سکتی ہے۔

(i) ایک مستقل جیسے $8, -11, 7, -1, \dots$

(ii) ایک متغیر جیسے $x, a, p, y, \dots$

(iii) دو یا دو سے زیادہ متغیرات کا حاصل ضرب جیسے $xy, pq, abc, \dots$

(iv) مستقل اور ایک متغیر (متغیرات) کا حاصل ضرب جیسے $5x, -7pq, 3abc, \dots$



ذرا سوچیے

کیا ہم ضرب اور تقسیم کے اعمال سے ارقام کو جوڑ سکتے ہیں؟



غور کیجئے

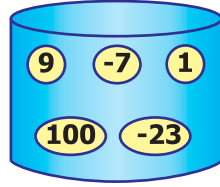
ایک الجبرائی جملہ میں ایک رقم، دو ارقام یا دو سے زیادہ ارقام ہو سکتے ہیں۔ جملہ جس میں ایک رقم ہو تو **ایک رتی** کہتے ہیں۔ جملہ میں دو ارقام ہو تو **دو رتی** کہتے ہیں۔ اور جملہ میں تین ارقام ہو تو **سہ رتی** کہتے ہیں۔ جملہ جس میں ایک یا ایک سے زیادہ ارقام ہو تو **کثیر رتی** کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر، جملہ $2x$ **ایک رتی** ہے، $2x + 3y$ **دو رتی** ہے اور $2x + 3y + 4z$ **سہ رتی** ہے۔ اوپر دیئے گئے تمام جملے کثیر رتیات ہیں۔



کارروائی

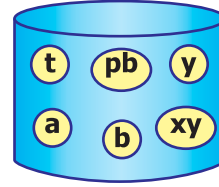
متغیرات اور مستقلات کو اور بہتر انداز میں سمجھنے کے لئے چلے ہم درجہ ذیل کی کارروائی کریں گے۔
فرض کیجئے دو ٹوکریوں میں کارڈ (Card) ہیں۔ ایک ٹوکری میں مستقلات اور دوسری ٹوکری میں متغیرات کے کارڈ ہیں۔ پہلی ٹوکری سے مستقل اور دوسری ٹوکری سے ایک متغیر لے کر ایک رقم بنائیں۔ ان کو حاصل ضرب کے طور پر ظاہر کریں۔ دئے گئے مستقلات اور متغیرات کو استعمال کر کے تمام ممکن ارقام لکھئے۔

مستقلات



I - ٹوکری

متغیرات



II - ٹوکری

- 7a	100t				



کوشش کیجئے

درجہ ذیل میں دئے گئے ارقام کو استعمال کر کے جملے بنا کر جدول کو مکمل کریں۔ آپ کے لئے ایک سوال حل کیا گیا ہے۔

ارقام	الجبر یا کی جملے			
$7x, 2y, -5z$	$7x + 2y$	$2y - 5z$	$7x - 5z$	$7x + 2y - 5z$
$3p, 4q, 5r$				
$9m, n, -8k$				
$a, -6b, 3c$				
$12xy, 9x, -y$				

مثال 3.1 درجہ ذیل میں دئے گئے ہر ایک جملہ میں متغیرات، ارقام اور ارقام کی تعداد شناخت کیجئے۔

- (i) $12 - x$ (ii) $7 + 2y$ (iii) $29 + 3x + 5y$ (iv) $3x - 5 + 7z$

حل

شمار عدد	جملہ	متغیرات	ارقام	ارقام کی تعداد
(i)	$12 - x$	x	$12, -x$	2
(ii)	$7 + 2y$	y	$7, 2y$	2
(iii)	$29 + 3x + 5y$	x, y	$29, 3x, 5y$	3
(iv)	$3x - 5 + 7z$	x, z	$3x, -5, 7z$	3

3.2.1 ایک رقم کا ضریب (سر عدد) Co-efficient of a term

ایک الجبرائی جملہ کا رقم، اجزاء ضربی کا حاصل ضرب ہے۔ یہاں ہر جز ضربی یا اجزاء ضربی کا حاصل ضرب، باقی اجزاء کا حاصل ضرب **ضریب** کہلاتا ہے۔

مثال کے طور پر $5xy$ رقم میں 5 ضریب ہے باقی کے جزو ضربی xy کا۔ اسی طرح x ضریب ہے $5y$ کا، $5x$ ضریب ہے y کا۔ مستقل 5 کو **عددی ضریب** یا مستقل ضریب (Numerical Co-efficients) کہتے ہیں۔ اور دوسرے صرف ضریب کہلاتے ہیں۔ ایک ضریب، عددی جزو ضربی یا ایک الجبرائی جزو ضربی یا دونوں کا حاصل ضرب ہو سکتا ہے چونکہ، ہم اکثر رقم کے عددی ضریب کے بارے میں بحث کرتے ہیں۔ اگر ہم ضریب کہیں تو یہ سمجھا جائے گا کہ ہم **عددی ضریب** کے بارے میں بتا رہے ہیں۔ اگر ایک رقم میں کوئی عددی ضریب نہ ہو تو ضریب 1 سمجھا جائے گا۔

$6ab$ رقم پر غور کریں۔ یہ تین اجزاء ضربی -6 ، a اور b کا حاصل ضرب ہے۔ $-6a \times b$ ، $-6b \times a$ اور $-6 \times ab$ کو دو اجزاء ضربی کے حاصل ضرب کی طرح بھی لکھا جاسکتا ہے۔

'a' کا ضریب $-6b$ ہے۔

'b' کا ضریب $-6a$ ہے۔

'ab' کا ضریب -6 ہے۔

مثال 3.2 درج ذیل ارقام میں عددی ضریب معلوم کیجئے۔ ہر رقم میں x اور y کا ضریب بھی معلوم کیجئے۔

حل

رقم	عددی ضریب	x کا ضریب	y کا ضریب
$3x$	3	3	ناممکن
$-5xy$	-5	$-5y$	$-5x$
$-yz$	-1	ناممکن	$-z$
$7xyz$	7	$7yz$	$7xz$
y	1	ناممکن	1
$16yx$	16	$16y$	$16x$

3.3 یکساں اور غیر یکساں ارقام (Like and unlike terms)

جب تم ایک بازار کا دورہ کرتے ہو۔ تم دیکھ سکتے ہو کہ ایک ہی قسم بنزیاں اور پھل علیحدہ ڈھیروں میں رکھا جاتا ہے۔ اسی طرح، الجبرائی جملے میں یکساں قسم کے ارقام کو گروہ بنا سکتے ہیں۔



Fig.3.3



Fig.3.4

مثال کے طور پر، $7x + 5x + 12x - 16$ جملہ میں 4 ارقام ہیں۔ لیکن پہلے تین ارقام میں یکساں متغیر x رکھتے ہیں۔ ہم یہ کہتے ہیں کہ $5x, 7x$ اور $12x$ یکساں ارقام ہیں۔

جبکہ $12x$ اور -16 ارقام مختلف متغیر جزو ضربی ہیں۔ $12x$ رقم میں x متغیر اور -16 رقم ایک مستقل ہے۔ اس طرح کے ارقام کو غیر یکساں ارقام کہتے ہیں۔

دوسری مثال پر غور کریں $14xy - 7y - 12yx + 5y - 10$ جملہ میں $-7y$ اور $5y$ یکساں ارقام ہیں۔ اسی طرح $14xy$ اور $-12yx$ بھی یکساں ارقام ہیں۔ لیکن ہم $14xy, -7y$ اور -10 ان ارقام کو گروہ میں شامل نہیں کر سکتے، چونکہ یہ یکساں متغیر نہیں رکھتے ہیں۔ ان کو غیر یکساں ارقام کہتے ہیں۔

لہذا، ارقام جو یکساں متغیر یا متغیرات رکھتے ہوں تو انہیں یکساں ارقام کہتے ہیں۔ ارقام جو مختلف متغیرات رکھتے ہوں غیر یکساں ارقام کہتے ہیں۔ درج ذیل کارروائی یکساں ارقام اور غیر یکساں ارقام کو شناخت کرنے میں مددگار ثابت ہوگی۔

کوشش کیجئے

درج ذیل میں یکساں ارقام کو پہچانئے اور ان کا گروہ بنائیں۔

$7xy, 19x, 1, 5y, x, 3yx, 15, -13y, 6x, 12xy, -5, 16y, -9x, 15xy, 23, 45y, -8y, 23x, -y, 11.$

غور کیجئے

رقموں میں متغیرات xy اور yx یکساں ارقام ہیں۔ کیونکہ ضرب کی تبدیلی خصوصیت $x \times y = y \times x$ ہے۔ اسی طرح، ارقام کی جمع تبدیلی خصوصیت بھی تعمیل ہوتی ہے۔ یعنی، $x + y = y + x$ ہے۔

یکساں ارقام کو شناخت کرتے وقت ذیل کے نکات کو یاد رکھنا ہوگا۔

(i) ہر ایک رقم میں عددی ضریب کو نظر انداز کریں۔

(ii) رقموں کے الجبرائی متغیرات پر غور کریں۔ وہ لازمی طور پر یکساں ہوں۔ (یہاں متغیرات کو کس ترتیب سے ضرب دئے ہیں

اس پر غور نہیں کیا جائے گا)

3.4 الجبرائی جملے کی قیمت (Value of an Algebraic Expression)

بعض اوقات ہم جملہ میں متغیرات کو مخصوص قیمتیں تعین کرنا چاہتے ہیں۔ تاکہ اُس جملہ کی قیمت معلوم کر سکتے۔

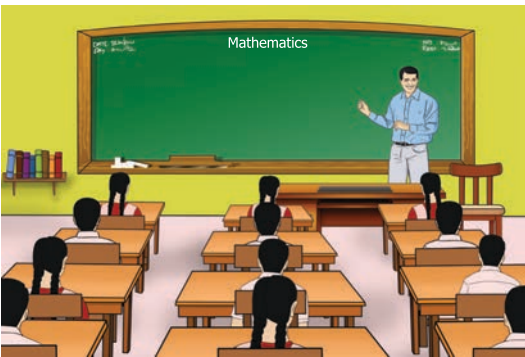


Fig.3.5

اس طرح کے بہت سارے حالات حقیقی زندگی میں رونما ہوتے ہیں۔

مثال کے طور پر، اگر 7 ویں جماعت کے استاد ایک مقابلہ کے لئے 10 طلباء کو انتخاب کرنا چاہتے ہیں۔ اس کے لئے وہ کسی بھی تعداد کے لڑکے اور لڑکیوں کا انتخاب کر سکتے ہیں۔

اگر لڑکوں کی تعداد x ہے اور لڑکیوں کی تعداد y ہے تو مقابلہ میں شرکت

کرنے والوں کی کل تعداد معلوم کرنے کا مطلوبہ الجبرائی جملہ $x + y$ ہے۔

یہاں، انتخاب کردہ طلباء کی کل تعداد 10 ہے۔ اور اگر صرف دو لڑکیاں اس مقابلہ میں شرکت کرنا چاہتی ہیں تو کتنے طلباء کو انتخاب کرنا ہوگا۔
یقیناً اگر $y = 2$ ہو تو $x + 2 = 10$ ہوگا۔ $x = 8$ قیمت مساوات کو پورا کرتا ہے۔ لہذا، 8 لڑکوں کو انتخاب کرنا ہوگا۔

ذیل کے مرحلوں کو اپنا کر قیمت محسوب کریں

مرحلہ 1 : سوال کا مطالعہ کریں۔ متغیر کو تعین کریں اور الجبرائی جملہ لکھیں۔

مرحلہ 2 : حسابی جملہ حاصل کرنے کے لئے ہر متغیر کو دئے گئے عددی قیمت سے تبدیل کریں۔

مرحلہ 3 : **BIDMAS** طریقہ سے عددی جملہ کو مختصر کریں۔

مرحلہ 4 : اس سے حاصل ہونے والی قیمت ہی جملہ کی مطلوبہ قیمت ہے۔



کوشش کیجئے

مندرجہ ذیل جملوں کی قیمت معلوم کرنے کی کوشش کیجئے۔ اگر $p = 5$ اور $q = 6$ ہو تو

- i) $p + q$ ii) $q - p$ iii) $2p + 3q$ iv) $pq - p - q$ v) $5pq - 1$

مثال 3.3 اگر $x = 3$ ، $y = 2$ ہو تو قیمت معلوم کیجئے۔ (i) $4x + 7y$ (ii) $3x + 2y - 5$ (iii) $x - y$

حل



i) $4x + 7y = 4(3) + 7(2) = 12 + 14 = 26$

ii) $3x + 2y - 5 = 3(3) + 2(2) - 5 = 9 + 4 - 5 = 8$

iii) $x - y = 3 - 2 = 1$

مثال 3.4 اگر $m = 2$ ، $n = -1$ دیا گیا ہو تو، قیمت معلوم کیجئے۔ (i) $3m + 2n$ (ii) $2m - n$ (iii) $mn - 1$

حل

i) $3m + 2n = 3(2) + 2(-1) = 6 - 2 = 4$

ii) $2m - n = 2(2) - (-1) = 4 + 1 = 5$

iii) $mn - 1 = (2)(-1) - 1 = -2 - 1 = -3$

مشق 3.1

1۔ خالی جگہ پُر کیجئے :

(i) $16x - 7$ جملہ میں متغیر ہے۔

(ii) $2y - 6$ جملہ میں مستقل رقم ہے۔

(iii) $25m + 14n$ جملہ میں، یہ ارقام ارقام ہیں۔

(iv) $3ab + 4c - 9$ جملہ میں ارقام کی تعداد ہے۔

(v) $-xy$ رقم میں عددی ضریب ہے۔

2- صحیح یا غلط بیان کیجئے۔

(i) $x + (-x) = 0$ (ii) $15abc$ رقم میں ab کا ضرب 15 ہے۔

(iii) $2pq$ اور $7qp$ یکساں ارقام ہیں۔

(iv) جب $y = -1$ ہو تو $2y - 1$ جملہ کی قیمت 3 ہے۔

3- درج ذیل کے ہر ایک رقم کا عددی ضرب معلوم کیجئے۔

$-3yx, 12k, y, 121bc, -x, 9pq, 2ab,$

4- درج ذیل جملوں میں متغیرات، مستقلات اور ارقام لکھئے۔

(i) $18 + x - y$ (ii) $7p - 4q + 5$ (iii) $29x + 13y$ (iv) $b + 2$

5- درج ذیل میں یکساں ارقام کی شناخت کیجئے۔ $7x, 5y, -8x, 12y, 6z, z, -12x, -9y, 11z.$

6- اگر $x = 2$ اور $y = 3$ ہو تو ذیل کے جملوں کی قیمت معلوم کیجئے۔

(i) $2x - 3y$ (ii) $x + y$ (iii) $4y - x$ (iv) $x + 1 - y$

Objective type questions

معروضی سوالات

7- ایک الجبرائی بیان جو لفظی بیان کے مساوی ہے۔ ” x اور y کے حاصل جمع کا تین گنا ہے۔“

(i) $3(x + y)$ (ii) $3 + x + y$ (iii) $3x + y$ (iv) $3 + xy$

8- $7mn$ رقم کا عددی ضرب ہے۔

(i) 7 (ii) -7 (iii) p (iv) -p

9- یکساں ارقام کی جوڑی کو منتخب کیجئے۔

(i) $7p, 7x$ (ii) $7r, 7x$ (iii) $-4x, 4$ (iv) $-4x, 7x$

10- $a = 3, b = 2$ ہو تو $7a - 4b$ کی قیمت ہے۔

(i) 21 (ii) 13 (iii) 8 (iv) 32

3.5 الجبرائی جملے کی جمع اور تفریق Addition and Subtraction of Algebraic Expressions

ہم نے الجبرائی جملوں کے بارے میں بحث کر چکے ہیں۔ چلئے اب ہم الجبرائی جملوں کی جمع اور تفریق کرنے کے طریقے کو سیکھیں گے۔

صورت حال :

یوسف کے پاس چند موتیاں (Beads) ہیں اور یونس کے پاس یوسف سے 20 زیادہ موتیاں ہیں۔ فاطمہ کہتی ہے کہ یوسف اور یونس کے موتیوں کی حاصل جمع کی تعداد سے اس کے پاس مزید 3 موتیاں ہیں۔ تم کس طرح فاطمہ کے پاس موجود موتیوں کی تعداد معلوم کرو گے۔ اب ہم یہ دیکھتے ہیں کہ تین افراد 3 نامعلوم مقداریں رکھتے ہیں۔ ہم ایک متغیر استعمال کریں گے۔ چونکہ تینوں متغیرات ایک دوسرے سے تعلق رکھتے ہیں۔

فرض کیجئے کہ وہ ایک متغیر x ہے۔ جو یوسف کے پاس موجود موتیوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

یونس کے پاس یوسف سے 20 زیادہ موتیاں ہیں۔ یعنی، $x + 20$ ہے۔

فاطمہ کے پاس یوسف اور یونس کے موتیاں کی حاصل جمع کی تعداد سے مزید 3 موتیاں ہیں تو فاطمہ کے پاس موجود موتیوں کی تعداد اس طرح دی گئی ہے۔ $x + x + 20 + 3$

اب، ہم صورت حال کو تبدیل کرتے ہیں۔ یونس کے پاس یوسف سے 20 زیادہ موتیوں کے بجائے فرض کیجئے کہ یونس کے پاس یوسف سے 20 موتیاں کم ہیں۔ اگر فاطمہ کے پاس یوسف اور یونس کے موتیوں کی حاصل جمع کی تعداد سے مزید 3 موتیاں ہو تو فاطمہ کے پاس موجود موتیوں کی تعداد معلوم کیجئے۔

اب یونس کے پاس $x - 20$ موتیاں ہیں۔ لہذا، فاطمہ کے پاس موجود موتیوں کی تعداد اس طرح دی گئی ہے۔ $x + x - 20 + 3$ مثال کے طور پر $8ab$ ، $4ab$ اور $2ab$ کو جمع کریں۔ جس میں ab متغیر ہے۔ ہم صرف ضربیوں کو جمع کریں گے، یعنی،

$$8ab + 4ab + 2ab = (8 + 4 + 2) ab = 14 ab = 14ab.$$

اسی طریقہ سے، ہم الجبرائی جملوں کو جمع کر سکتے ہیں۔ چلئے ہم $11y + 7$ اور $5y - 3$ جملوں کو جمع کرنے کی کوشش کریں گے۔ جس میں $11y$ اور $5y$ یکساں ارقام ہیں۔ جس کا متغیر y اور 7 اور -3 مستقلات ہیں (یکساں ارقام)

$$\begin{aligned} (11y + 7) + (5y - 3) &= [11y + 5y] + [7 + (-3)] \\ &= [(11 + 5)y] + (7 - 3) \\ &= 16y + 4. \end{aligned}$$



کوشش کیجئے

- ان ارقام کو جمع کیجئے۔
i) $3p, 14p$ ii) $m, 12m, 21m$ iii) $11abc, 5abc$
iv) $12y, -y$ v) $4x, 2x, -7x$

مثال 3.5 جملوں کو جمع کیجئے۔ (i) $pq - 1$ اور $3pq + 2$ (ii) $8x + 3$ اور $1 - 7x$

حل

$$\begin{aligned} \text{i) } (pq - 1) + (3pq + 2) &= (pq + 3pq) + (-1 + 2) \\ &= (1 + 3)pq + 1 \\ &= 4pq + 1 \\ \text{ii) } (8x + 3) + (1 - 7x) &= 8x + 3 + 1 - 7x \\ &= (8x - 7x) + (3 + 1) \\ &= (8 - 7)x + 4 \\ &= x + 4. \end{aligned}$$

تفریق کرنے والے رقم کو اس کے جمعی معکوس کو جمع کرنا چاہئے۔ جس طرح کے ہم نے سالم اعداد کے تفریق میں دیکھا۔ الجبرائی جملہ کے تفریق کو سمجھنے کے لئے چلئے ہم ایک رقمی الجبرائی جملہ کی تفریق پر غور کریں۔

مثال کے طور پر $12y$ سے $6y$ کو تفریق کرنے کے لئے ہم $12y$ اور $(-6y)$ کو جمع کر سکتے ہیں۔

$$12y + (-6y) = 12y - 6y$$

اس طرح ہمیں حاصل ہوگا۔ $(12 - 6)y = 6y$ ۔

اب چلئے ہم $3mn$ سے $-mn$ کو تفریق کریں گے۔ لہذا، ہمیں mn کو $3mn$ سے جمع کرنا چاہئے۔

$$3mn + mn = (3 + 1)mn = 4mn. \text{ چنانچہ،}$$

اسی طرح، ہم دو مرتبی الجبرائی جملہ کو تفریق کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر $25a + 11$ سے $3a - 2$ کو تفریق کریں۔ $13a - 2$ کا جمعی معکوس کے ساتھ $25a + 11$ کو جمع کرنا چاہئے۔

$$\begin{aligned} 13a - 2 &= -13a + 2 \text{ کا جمعی معکوس } (13a - 2) - \\ 25a + 11 - (13a - 2) &= (25a + 11) + (-13a + 2) \\ &= (25a - 13a) + (11 + 2) \\ &= 12a + 13 \end{aligned}$$



(i) $4y$ کو تفریق کرنا اسی طرح ہے۔ جیسے $4y$ کو جمع کرنا اور $-11x$ کو تفریق کرنا اسی طرح ہے جیسے $11x$ کو جمع کرنا۔
(ii) ہم جانتے ہیں کہ -3 کا جمعی معکوس 3 ہے۔ اسی طرح $-x$ کا جمعی معکوس x ہے۔ لہذا، x ، $-x$ مساوی عددی قیمت رکھتے ہیں لیکن مخالف علامت رکھتے ہیں۔ چنانچہ، $x + (-x) = 0$ لیکن $x - (-x) = x + x = 2x$ ہے۔

مثال 3.6 تفریق کیجئے۔ (i) $11pq$ سے $7pq$ (ii) a سے $-a$ (iii) $21x + 9$ سے $5x + 7$

حل



$$\begin{aligned} (i) \quad 11pq - 7pq & \text{ کا جمعی معکوس } -7pq \text{ ہے۔} \\ 11pq + (-7pq) &= 11pq - 7pq = (11 - 7)pq = 4pq \\ (ii) \quad a - (-a) & \text{ کا جمعی معکوس } -a \text{ ہے۔} \\ a + a &= 2a \text{ لہذا،} \\ (iii) \quad 21x + 9 - (5x + 7) & \text{ کا جمعی معکوس } (5x + 7) \text{ ہے۔} \\ (21x + 9) + [-(5x + 7)] &= (21x + 9) - (5x + 7) \\ &= 21x + 9 - 5x - 7 \\ &= (21 - 5)x + (9 - 7) \\ &= 16x + 2. \end{aligned}$$



$$3x + (y - x) = 3x + y - x \text{ لیکن، } 3x - (y - x) \neq 3x - y - x \text{ کیوں؟}$$

مثال 3.7 مختصر کیجئے۔ $100x + 99y - 98z + 10x + 10y + 10z - x - y + z$

حل

$$\begin{aligned} 100x + 99y - 98z + 10x + 10y + 10z - x - y + z &= (100x + 10x - x) + (99y + 10y - y) + (-98z + 10z + z) \\ &= (100 + 10 - 1)x + (99 + 10 - 1)y + (-98 + 10 + 1)z \\ &= (110 - 1)x + (109 - 1)y + (-98 + 11)z \\ &= 109x + 108y + (-87)z \\ &= 109x + 108y - 87z. \end{aligned}$$



الجبرائی جملوں کو جمع یا تفریق کرنے کے لئے ہم یکساں رقموں کو ایک کے بعد دوسرے کو توسیع استعمال کر کے اُفقی طور پر یا ایک کے نیچے دوسرے کو عمودی طور پر لکھ سکتے ہیں۔

مثال 3.8 (i) $3x - 4y + z$ اور $2x - z + 3y$ کو جمع کیجئے۔ (ii) $4x + 3y$ سے $2x - 5y$ کو تفریق کیجئے۔

حل

$$\begin{aligned} \text{i) } (3x - 4y + z) + (2x - z + 3y) \\ = (3x + 2x) + (-4y + 3y) + (z - z) \\ = (3 + 2)x + (-4 + 3)y + (1 - 1)z \\ = 5x - 1y + 0z \\ = 5x - y. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \text{دوسرا طریقہ} \quad 3x \quad -4y \quad +z \\ (+) \quad 2x \quad +3y \quad -z \\ \hline 5x \quad -y \quad +0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } (4x + 3y) - (2x - 5y) \\ = (4x + 3y) + (-2x + 5y) \\ = (4x - 2x) + (3y + 5y) \\ = (4 - 2)x + (3 + 5)y \\ = 2x + 8y. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \text{دوسرا طریقہ} \quad 4x \quad +3y \\ (-) \quad +2x \quad -5y \\ \hline (-) \quad (+) \\ +2x \quad +8y \end{array}$$



ذرا سوچئے

ایک عدد کے تین گنا سے اسی عدد کے دو گنا کو تفریق کریں تو تمہیں کونسا عدد حاصل ہوگا؟

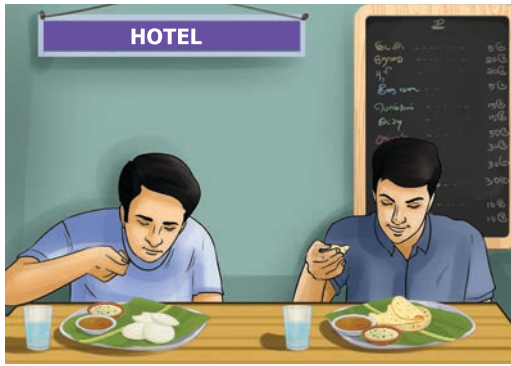


Fig.3.6

مثال 3.9 عادل اور اس کا دوست انیس ایک ہوٹل کو کھانے کے لئے جاتے ہیں۔ عادل 2 اٹلی اور 2 دوسا کھاتا ہے۔ جب کہ انیس 4 اٹلی اور 1 دوسا کھاتا ہے۔ اگر ایک اٹلی اور ایک دوسا کی قیمت بالترتیب x اور y ہو تو x اور y میں بل کی کل رقم معلوم کیجئے۔

حل

دیا گیا ہے کہ، ایک اٹلی کی قیمت x روپے ہے اور ایک دوسا کی قیمت y روپے ہے۔

$$\text{عادل کے بل کی رقم} = (2 \times x) + (2 \times y) = (2x + 2y)$$

$$\text{انیس کے بل کی رقم} = (4 \times x) + (1 \times y) = 4x + y$$

$$\text{بل کی کل رقم} = (2x + 2y) + (4x + y)$$

$$= (2 + 4)x + (2 + 1)y = 6x + 3y.$$

کل طور پر انہوں نے $6 = 4 + 2$ اٹلیاں یعنی، $6 \times x = 6x$

اور $3 = 2 + 1$ دوسا یعنی، $3 \times y = 3y$

$$\text{لہذا، بل کی کل رقم} = 6x + 3y$$

دوسرا طریقہ :

مثال 3.10 رانی پہلے دن 200 ₹ کماتی ہے۔ اور شام کو اس سے کچھ رقم خرچ کرتی ہے۔ وہ دوسرے دن 300 ₹ کماتی ہے اور پہلے دن کے خرچ سے دگنا خرچ کرتی ہے۔ وہ تیسرے دن 400 ₹ کماتی ہے اور وہ پہلے دن کے خرچ سے 4 گنا خرچ کرتی ہے۔ کیا تم تیسرے دن کے ختم پراس کے پاس موجود رقم کی الجبرائی جملہ دے سکتے ہو؟

حل

پہلے دن میں کمائی ہوئی رقم 200 ₹ ہے۔

فرض کیجئے کہ اس نے پہلے دن x روپے خرچ کئے۔ پہلے دن کے ختم ہونے پراس کے پاس موجود رقم $(200 - x)$ ہے۔ دوسرے دن میں کمائی ہوئی رقم 300 ₹ ہے اور دوسرے دن کے خرچ کی رقم $2x$ ہے۔ دوسرا دن ختم ہونے پراس کے پاس موجود رقم $300 - 2x$ ہے۔

اسی طرح، تیسرے دن کے ختم پراس کی پاس موجود رقم $(400 - 4x)$ ہے۔

چنانچہ، تین دن کے اختتام پراس کے پاس موجود کل رقم $(200 - x) + (300 - 2x) + (400 - 4x)$ ہے۔

یعنی، $200 + 300 + 400 + (-1 - 2 - 4)x$

$$= 900 + (-7)x$$

چنانچہ، مطلوبہ الجبرائی جملہ $900 - 7x$ ہے۔



کارروائی

یہاں ایک جادوئی عددی کھیل (معتمہ) ہے جس کو تم الجبرا استعمال کر کے حل کر سکتے ہو۔

عام رقم 'x'	اگر یہ 4 ہے	اگر یہ 3 ہے	اگر یہ 2 ہے	تمہاری پسند کا ایک عدد انتخاب کریں
$x + 2$	$4 + 2 = 6$	$3 + 2 = 5$	$2 + 2 = 4$	اُس عدد کے ساتھ 2 جمع کریں۔
$5(x + 2) = 5x + 10$	$6 \times 5 = 30$	$5 \times 5 = 25$	$4 \times 5 = 20$	حاصل جمع کو 5 سے ضرب دیں۔
$5x + 10 + 10 = 5x + 20 = 5(x + 4)$	$30 + 10 = 40$	$25 + 10 = 35$	$20 + 10 = 30$	حاصل ضرب کے ساتھ 10 جمع کریں
$\frac{5(x + 4)}{5} = x + 4$	$40/5 = 8$	$35/5 = 7$	$30/5 = 6$	حاصل جمع کو 5 سے تقسیم کریں۔
$x + 4 - x = 4$	$8 - 4 = 4$	$7 - 3 = 4$	$6 - 2 = 4$	اصلی عدد تفریق کریں
4	4	4	4	نتیجہ

ہر ایک کا آخری نتیجہ 4 ہوگا۔ چاہے وہ کوئی بھی عدد سوچے ہوں۔ اس عددی کھیل کو تمہارے ساتھیوں کے درمیان میں کھیل کرانہیں حیرت میں ڈالئے۔ ہم نے الجبرائی جملوں کو استعمال کر کے معیاری صورت آخری صف دیا ہے۔ اوپر کے عددی کھیل پر غور کر کے تمہارا اپنا ایک عددی کھیل بنائے۔ جانچئے کہ یہ تمام اعداد کے لئے کارآمد ہے اور کیا تم ایک معیاری رقم حاصل کر سکتے ہو۔

مشق 3.2

1- خالی جگہ بھرتی کیجئے :

- (i) $-7b$ اور $2b$ جمع ہے۔ (ii) $-3m$ سے $5m$ تفریق ہے۔
(iii) $-37xyz$ کا جمعی معکوس ہے۔

2- صحیح یا غلط بیان کیجئے۔

- (i) $8x + 3y$ اور $7x + 2y$ جملوں کو جمع نہیں کر سکتے۔ (ii) اگر x ایک طبعی عدد ہو تو $x + 1$ اس کا ماقبل ہے۔
(iii) $a - b + c$ اور $-a + b - c$ کا حاصل جمع صفر ہے۔

3- جمع کیجئے۔

- (i) $8x, 3x$ (ii) $7mn, 5mn$ (iii) $9y, 11y, 2y$

4- تفریق کیجئے۔

- (i) $12k$ سے $4k$ کو (ii) $25q$ سے $15p$ کو (iii) $17xyz$ سے $7xyz$ کو

5- درج ذیل جملوں کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔

- (i) $7p + 6q, 5p - q, q + 16p$
(ii) $a + 5b + 7c, 2a + 10b + 9c$
(iii) $mn + t, 2mn - 2t, -3t + 3mn$
(iv) $u + v, u - v, 2u + 5v, 2u - 5v$.
(v) $5xyz - 3xy, 3zxy - 5yx$

6- تفریق کیجئے۔

- (i) $13x + 12y - 5$ سے $27x + 5y - 43$ کو
(ii) $3p + 5$ سے $p - 2q + 7$ کو
(iii) $m + n$ سے $3m - 7n$ کو
(iv) $2y + z$ سے $6z - 5y$ کو

7- مختصر کیجئے :

- (i) $(x + y - z) + (3x - 5y + 7z) - (14x + 7y - 6z)$
(ii) $p + p + 2 + p + 3 - p - 4 - p - 5 + p + 10$
(iii) $n + (m + 1) + (n + 2) + (m + 3) + (n + 4) + (m + 5)$

معروضی سوالات Objective type questions

8- $3mn, -5mn, 8mn$ اور $-4mn$ کا جمع ہے۔

- (i) mn (ii) $-mn$ (iii) $2mn$ (iv) $3mn$

9- جب ہم $-a$ سے a کو تفریق کرتے ہیں ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

- (i) 0 (ii) $2a$ (iii) $2a$ (iv) a

10- ایک جملہ میں ہم صرف جمع یا تفریق کر سکتے ہیں۔

- (i) یکساں ارقام (ii) غیر یکساں ارقام (iii) تمام ارقام (iv) کوئی بھی نہیں

3.6 مفرد خطی مساوات (Simple Linear Equations)

چلئے ہم اب مفرد خطی مساوات کو تصنیف کرنے اور ان کو حل کرنے سیکھیں گے۔

3.6.1 خطی مساوات کی تصنیف (Construction of Linear Equations)

جملہ $7x + 3$ پر غور کیجئے۔ جس میں x متغیر ہے۔ جب $x = 2$ ہو تو اس جملہ کی قیمت $(7 \times 2) + 3 = 14 + 3 = 17$ ہے اور اس کو $7x + 3 = 17$ بھی لکھا جاسکتا ہے۔ جب $x = 2$ ہو تو $7x + 3 = 17$ کو مساوات (Equation) کہتے ہیں۔ سوائے 2 کے x کی دوسری کوئی بھی قیمت، $7x + 3 = 17$ کو پورا نہیں کرتی ہے۔ چنانچہ، $x = 2$ کو $7x + 3 = 17$ مساوات کا حل (Solution) کہتے ہیں۔

ایک مساوات ہمیشہ ایک عددی قیمت سے یا دوسرے الجبر یا ئی جملہ سے مساوی کیا جاتا ہے۔ مساویت کی علامت (Equality Sign) یہ ثابت کرتی ہے کہ جملہ میں '=' علامت کے بائیں جانب کی قیمت، دائیں جانب کی قیمت کے مساوی ہوتی ہے۔ اوپر کی مثال میں $7x + 3$ جملہ کے بائیں جانب سے دائیں جانب مستقل 17 مساوی ہے۔ عام طور پر مساوات کے RHS ایک عدد ہوتا ہے۔ لیکن ہمیشہ عدد نہیں ہوتا ہے۔ RHS میں متغیر والا جملہ بھی ہو سکتا ہے۔ مثلاً مساوات $7x + 3 = 3x - 1$ میں جملہ $7x + 3$ بائیں جانب ہے اور $3x - 1$ دائیں جانب ہے۔ اس کو مساویت علامت سے الگ کیا گیا ہے چلئے ہم بعض ایسی صورت حال دیکھیں گے جہاں ہم ایک جملہ کی قیمت کو رکھیں گے۔ بغیر ہر ایک متغیر کی قیمتوں کو جانے۔ 10 کرسیوں اور 4 میزوں کی قیمت ₹ 4000 ہے۔ ہمیں ایک کرسی یا ایک میز کی قیمت نہیں دی گئی ہے۔ فرض کیجئے کہ ایک کرسی کی قیمت x اور ایک میز کی قیمت y ₹ ہو تو 10 کرسیوں اور 4 میزوں کی قیمت $10x + 4y = 4000$ ہے۔ چنانچہ، $10x + 4y = 4000$ اس مساوات میں دو متغیرات x اور y کی قیمت لیتے ہیں، چلئے ہم چند مزید مثالوں پر غور کرتے ہیں اور الجبر یا ئی مساوات معلوم کرتے ہیں۔



Fig.3.7

1- ”ایک سیب اور 2 آموں کی قیمت 120 ₹ ہے۔“ اگر ایک سیب کی قیمت 'a' ہے اور ایک آم کی قیمت 'm' ہو تو مطلوبہ مساوات $a + 2m = 120$ ہے۔

2- ”بعض ابعاد رکھنے والے مستطیل کا احاطہ 50 سمر ہے۔“

اگر l اور b مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی ہو تو ہم $2(l + b) = 50$ کی طرح لکھ سکتے ہیں۔

3- کلثوم اپنی بہن فاطمہ سے 4 سال بڑی ہے اور ان دونوں کے عمروں کا حاصل جمع 24 ہے۔

کلثوم اور اس کی بہن فاطمہ کی عمروں کو متغیرات طور پر لیا جائے گا۔ جبکہ ان کی عمریں مختلف ہیں۔ ہم اس کو ایک متغیر کے طور پر لحاظ کریں گے۔ کیونکہ کلثوم کی عمر فاطمہ کی عمر سے لی ہوئی ہے۔

فرض کریں، اگر فاطمہ کی عمر 10 سال ہو تو کلثوم کی عمر $10 + 4 = 14$ ہوگی۔ اسی طریقہ سے اگر فاطمہ کی عمر x ہو تو کلثوم کی عمر $x + 4$ ہوگی۔

اس طرح ہم $x + (x + 4) = 24$ کے طور پر مساوات بنا سکتے ہیں۔ بصورت دیگر $2x + 4 = 24$ ہے۔ لہذا، ایک مساوات کو الجبرائی جملہ کے طور پر دیکھ سکتے ہیں۔ جو ایک مستقل یا کوئی دوسرے الجبرائی جملہ سے مساوی کیا گیا۔



کوشش کیجئے

درجہ ذیل لفظی بیانات کے لئے الجبرائی مساوات بنانے کی کوشش کیجئے۔

1- ایک عدد کا ایک تہائی سے 6 جمع کرنے سے 10 حاصل ہوتا ہے۔

2- x کا پانچ گنا اور 3 کا حاصل جمع 28 ہے۔

3- y سے 8 خارج کرنے پر 11 حاصل ہوتا ہے۔

4- ضلع 'a' مربع کا احاطہ 16 سمر ہے۔

5- زید کی والدہ کی عمر، زید کی عمر سے تین گنا اور 7 سال زیادہ ہے۔ اس کی والدہ کی عمر 43 سال ہے۔

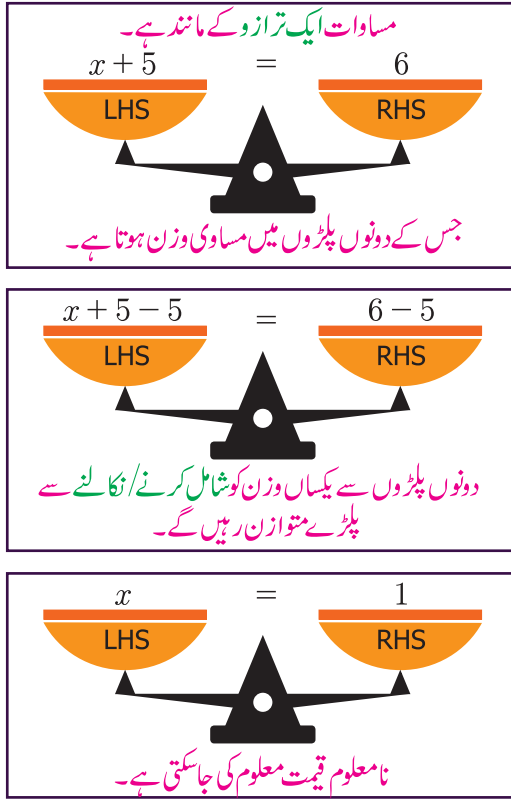


Fig.3.8

3.6.2 مساوات کو حل کرنا (Solving an Equation)

ایک مساوات ایک ترازو کے مانند ہے۔ جس کے دونوں پلڑوں میں مساوی وزن ہوتا ہے۔ اس صورت میں ترازو کے بازو ٹھیک افقی ہوتے ہیں۔

اگر ہم دونوں پلڑوں میں یکساں وزن کا اضافہ کرتے ہیں بازو افقی سطح پر بھی رہے گا۔ اسی طرح اگر ہم دونوں پلڑوں میں یکساں وزن کو کم کرتے ہیں تو میں بھی بازو افقی سطح پر ہوگا۔ ہم اسی اصول کو استعمال کر کے مساوات کو حل کرتے ہیں۔

ہم درجہ ذیل کے اصولوں کے ذریعہ ایک مساوات کے متغیرات اور مستقلات کو جدا کرتے ہیں۔

1- اگر ہم مساوات کے دونوں جانب اُسی عدد کو جمع یا تفریق کرتے ہیں تو مساوات کی قیمت وہی رہے گی۔ مثلاً $x + 5 = 12$ کو حل کرنے کے لئے ہمیں دونوں جانب 5 سے تفریق کرنا ہوگا۔

اس مساوات سے متغیرات اور مستقلات کو جدا کرنا۔ یعنی،

$$x + 5 - 5 = 12 - 5$$

لہذا، $x + 0 = 7$ ہے۔ (چونکہ 0 جمع معکوس ہے۔)



ذرا سوچئے

کیوں ہمیں 5 سے تفریق کرنا چاہئے۔ دوسرا عدد کیوں نہیں؟ کیوں ہم دونوں جانب 5 کو جمع نہیں کرتے ہیں؟ بحث کریں۔

2- اسی طرح، اگر ہم مساوات کے دونوں جانب اُسی عدد سے ضرب یا تقسیم کرتے ہیں تو مساوات کی قیمت وہی رہے گی۔

مثلاً مساوات $5y = 20$ حل کرنے کے لئے ہمیں دونوں جانب 5 سے تقسیم کرنا ہوگا۔

اس طرح ہمیں حاصل ہوتا ہے۔ $\frac{1}{5} \times 5y = \frac{20}{5}$ چنانچہ $y = 4$

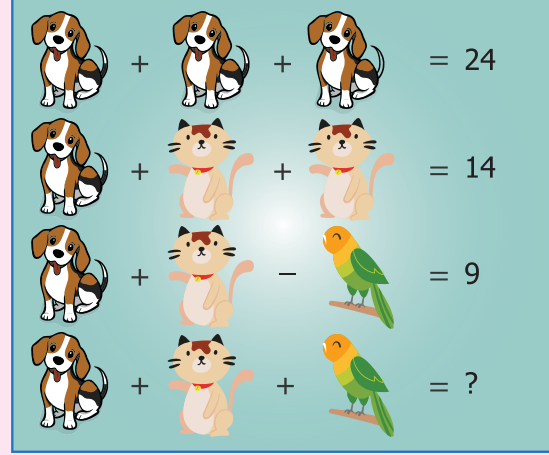
3۔ مساوات کی قیمت میں کوئی تبدیلی نہیں آئے گی۔ جب جملوں کو دائیں سے بائیں یا بائیں سے دائیں جانب تبدیل کرتے ہیں۔

مساوات $17 = 7x + 3$ ، $7x + 3 = 17$ وہی مساوات ہے۔ اسی طرح $7x + 3 = 3x - 1$ ، $3x - 1 = 7x + 3$ وہی مساوات ہے۔



کوشش کیجئے

اگر کتے، بلی اور طوطوں کی قیمتیں نامعلوم ہیں تو انہیں معلوم کیجئے۔
حاصل ہونے والی ہر ایک قیمت کو مساوات میں درج کر کے تمہارے
جوابات کی تصدیق کیجئے۔



مثال 3.11 دو متواتر طبعی اعداد معلوم کیجئے۔ جن کا حاصل جمع 75 ہے۔

حل

اعداد، طبعی اور متواتر ہیں۔ فرض کیجئے کہ اعداد x اور $x + 1$ ہیں۔

دیا گیا ہے۔ $x + (x + 1) = 75$

$$2x + 1 = 75$$

(دونوں جانب 1 تفریق کریں) $2x + 1 - 1 = 75 - 1$

$$2x + 0 = 74$$

(دونوں جانب 2 سے تقسیم کریں) $\frac{2x}{2} = \frac{74}{2}$

$$x = 37 \text{ اور } x + 1 = 38$$

لہذا، مطلوبہ اعداد 37 اور 38 ہیں۔

مثال 3.12 ایک شخص کے پاس 960 میں 1، 5، اور 10 کے نوٹوں کے اقسام (Denominations) ہیں۔

ہر ایک قسم میں نوٹوں کی تعداد مساوی ہے۔ کل نوٹوں کی تعداد کیا ہے؟

حل

فرض کیجئے کہ ہر ایک قسم میں نوٹوں کی تعداد x ہے۔

$$x + 5x + 10x = 960 \text{ ہو تو،}$$

$$(1 + 5 + 10)x = 960$$

$$16x = 960$$

16 کو دونوں جانب تقسیم کیجئے۔

$$\frac{16x}{16} = \frac{960}{16}$$

$$x = 60 \text{ چنانچہ،}$$

ہر ایک قسم میں نوٹوں کی تعداد 60 ہے۔

مثال 3.13 کسی امتحان میں ایک طالب علم ہر صحیح جواب کے لئے 4 مارکس حاصل کرتا ہے اور ہر غلط جواب کے لئے 1 مارک کھودیتا ہے۔ اگر وہ تمام سوالات میں سے 60 کے جوابات دے کر 130 مارکس حاصل کرتا ہے۔ تو صحیح جواب دئے ہوئے سوالات کی تعداد معلوم کیجئے۔

حل

فرض کیجئے کہ x صحیح جوابات کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

$$\begin{aligned}
 \text{غلط جوابات کی تعداد} &= 60 - x \\
 \text{تو } 4x - 1(60 - x) &= 130 \\
 4x - 60 + x &= 130 \\
 4x + x - 60 + 60 &= 130 + 60 \quad (60 \text{ کو دونوں جانب جمع کریں}) \\
 5x + 0 &= 190 \\
 5x &= 190 \\
 \frac{5x}{5} &= \frac{190}{5} \\
 x &= 38 \\
 \text{لہذا، صحیح جوابات کے سوالات کی تعداد } 38 \text{ ہے۔}
 \end{aligned}$$

مثال 3.14 60 طلباء سے بھری ہوئی ایک اسکول بس روانہ ہوتی ہے۔ پہلے بس اسٹاپ پر چند طلباء اترتے ہیں۔ دوسرے بس اسٹاپ پر پہلے سے گنی تعداد میں طلباء اترتے ہیں۔ تیسرے بس اسٹاپ پر 6 طلباء اترتے ہیں اور بس میں صرف 3 طلباء باقی ہیں۔ پہلے اسٹاپ پر کتنے طلباء اترتے ہیں معلوم کیجئے؟

حل



Fig.3.9

چونکہ ہم نہیں جانتے ہیں کہ کتنے طلباء پہلے اسٹاپ پر اترے ہیں۔ اس لئے ہم اس کو x لیتے ہیں۔ دوسرے بس اسٹاپ پر اترنے والے طلباء کی تعداد $2x$ لیتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 x + 2x + 6 + 3 &= 60 \\
 (1 + 2)x + 9 &= 60 \\
 3x + 9 &= 60 \\
 3x + 9 - 9 &= 60 - 9 \quad (9 \text{ کو دونوں جانب تفریق کریں}) \\
 3x &= 51 \\
 \frac{3x}{3} &= \frac{51}{3} \quad (3 \text{ کو دونوں جانب تقسیم کریں}) \\
 x &= 17. \quad \text{چنانچہ،}
 \end{aligned}$$

اس طرح، پہلے بس اسٹاپ پر اترنے والے طلباء کی تعداد 17 ہے۔



Fig.3.10

مثال 3.15 ایک کرکٹ ٹیم، اپنے ہارے ہوئے کھیلوں (Matches) سے 2 زیادہ جیتی ہے۔ اگر ایک میچ جیتی ہے تو اس کو 5 پوائنٹس (Points) اور ہارتی ہے تو 3- پوائنٹس ملتے ہیں۔ اگر اس ٹیم کے کل پوائنٹس 50 ہیں تو وہ کتنے میچ کھیلی ہے؟

فرض کرو کہ، $x =$ ہارے ہوئے میچ کی تعداد

$x + 2 =$ جیتے ہوئے میچ کی تعداد

$$5(x + 2) + (-3)x = 50 \quad \text{دیا گیا کہ،}$$

$$5x + 10 - 3x = 50$$

$$2x + 10 = 50$$

$$2x + 10 - 10 = 50 - 10 \quad (10 \text{ کو دونوں جانب تفریق کریں})$$

$$2x = 40 \quad (2 \text{ کو دونوں جانب تقسیم کریں})$$

$$x = 20.$$

$$\begin{aligned} \text{لہذا، } x + x + 2 &= 2x + 2 \\ &= (2 \times 20) + 2 \\ &= 40 + 2 \\ &= 42. \end{aligned}$$



کوشش کیجئے



زید اور مریم دوست ہیں۔ دونوں ایک ہی قسم کے پن رکھے ہوئے ہیں۔

زید: اگر تم ایک پن دیتی ہو تو ہمارے پاس پن مساوی تعداد میں ہو جائیں گے۔ کیا تم مجھے پن دو گی؟

مریم: لیکن، اگر تم مجھے ایک پن دیتے ہو تو میرے پنوں کی تعداد تمہارے سے دگنی ہو جائے گی۔

اس صورت حال کے لئے الجبرائی مساوات بنائیے۔ کیا تم قیاس کر کے پنوں کی حقیقی تعداد معلوم کر سکتے ہو؟

مشق 3.3.

1- خالی جگہ بھرتی کرو۔

(i) ایک جملہ، دوسرے جملہ سے مساوی کرنے کو کہتے ہیں۔

(ii) اگر $a = 5$ ہو تو $2a + 5$ کی قیمت ہے۔

(iii) x کا دگنا اور 4 گنا کا حاصل جمع ہے۔

2- صحیح یا غلط بیان کیجئے۔

(i) ہر الجبرائی جملہ مساوات ہے۔

(ii) x کی قیمت جانے بغیر $7x + 1$ جملہ کو مختصر شکل میں لکھا نہیں جاسکتا ہے۔

(iii) دو یکساں رقموں کو جمع کرنے کے لئے اس کے ضربیوں کو جمع کر سکتے ہیں۔

3۔ حل کیجئے۔

(i) $x + 5 = 8$ (ii) $p - 3 = 7$ (iii) $2x = 30$ (iv) $\frac{m}{6} = 5$ (v) $7x + 10 = 80$

4۔ $5x + 8y$ جملہ کو حاصل کرنے کے لئے جملہ $3x + 6y$ کے ساتھ کیا جمع کرنا ہوگا؟

5۔ کسی صحیح عدد کا تگنا کے ساتھ 9 جمع کرنے پر 45 حاصل ہوتا ہے۔ عدد معلوم کیجئے۔

6۔ دو متواتر طاق اعداد معلوم کیجئے۔ جس کا حاصل جمع 200 ہے۔

7۔ کسی شہر میں ٹیکسی (Taxi) کا کرایہ 5 kms کے لئے ₹ 100 اور اس کے بعد کے ہر ایک کلومیٹر کے لئے 16 مقرر کیا گیا ہے۔

اگر سفر کے اختتام پر ₹ 740 کل رقم دے گئی ہو تو سفر کیا ہوا فاصلہ معلوم کیجئے۔

Objective type questions معروضی سوالات

8۔ عددی نمونہ ... 3, 6, 9, 12, ... معیاری شکل یہ ہے۔

(i) n (ii) $2n$ (iii) $3n$ (iv) $4n$

9۔ $3x + 5 = x + 9$ کا حل کیا ہے۔

(i) 2 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 4

10۔ مساوات $y + 1 = 0$ صرف اسی وقت صحیح ہوگی جب y ہو۔

(i) 0 (ii) 1 (iii) 1 (iv) 2

مشق 3.4

Miscellaneous Practice problems

متفرق مشقی سوالات



1۔ $3ab + 8$ سے $-3ab - 8$ کو تفریق کیجئے۔ $-3ab - 8$ سے $3ab + 8$ کو بھی تفریق کیجئے۔

2۔ مثلث کا احاطہ معلوم کیجئے جس کے اضلاع $x + 3y$ ، $2x + y$ ، $x - y$ ہیں۔

3۔ ایک عدد کا تگنا سے 5 اضافہ کرنے پر 44 حاصل ہوتا ہے تو عدد معلوم کیجئے۔

4۔ $5ab - 3b + 2c$ سے $2ab + 4b - c$ کتنا چھوٹا ہے۔

5۔ 40 سے ایک عدد کا چھ گنا تفریق کرنے پر -8 حاصل ہوتا ہے تو عدد معلوم کیجئے۔



Challenge Problems

تفاریبی سوالات

6۔ $5x + 7y - 12$ اور $3x - 5y + 2$ کے حاصل جمع سے $2x - 7y - 1$ اور $-6x + 3y + 9$ ان کے حاصل جمع کو تفریق کیجئے۔

7۔ $5a - 3b + 2c$ کے ساتھ کس جملہ کو جمع کرنے پر $a - 4b - 2c$ حاصل ہوگا؟

8۔ $2m + 8n + 10$ سے کس جملہ کو تفریق کرنے پر $-3m + 7n + 16$ حاصل ہوگا؟

9۔ ذیل کے بیان کے لئے ایک الجبرائی مساوات لکھئے۔ ”کسی مستطیل کا رقبہ اور احاطہ کے درمیانی فرق 20 ہے۔“

10۔ جمع کیجئے۔ $2a + b + 3c$ اور $a + \frac{1}{3}b + \frac{2}{5}c$



حسابی پہیلیاں (Puzzles) الجبرا کے آغاز کا سبب بنی۔ 12 ویں صدی کے دوران باسکارا چاریہ (باسکرا II) نے ہندوستان میں سب سے پہلے حسابی پہیلیوں کی کتاب لکھی۔ جس کا نام لیلاوتی (Leelavathi) ہے۔ یہ ترمیم شدہ ایک دلچسپ پہیلی تمہارے لئے ہے۔

”موتیوں سے بنا ایک گلے کا ہار نیچے گر جاتا ہے۔ اس کے ایک تھائی موتیاں زمین پر گرتی ہیں۔ موتیوں کا پانچواں حصہ لڑھک کر پلنگ کے نیچے چلا جاتا ہے۔ دواشخص موتیوں کا اکٹھا کرنا شروع کرتے ہیں۔ پہلا شخص موتیوں کا چھٹواں حصہ جمع کر پاتا ہے۔ اور دوسرا شخص موتیوں کا دسواں حصہ جمع کر پاتا ہے۔ اگر صرف 6 موتیاں اس ہار میں رہے جاتی ہیں۔ تو ہار کی کل موتیوں کی تعداد معلوم کیجئے۔ فرض کیجئے کہ x موتیوں کی کل تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

دئے گئے تفصیلات کو استعمال کر کے ہم ایک مساوات بنا سکتے ہیں۔

$$x - \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} + \frac{x}{10} \right) = 6$$

$$x - x \left(\frac{10}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{3}{30} \right) = 6$$

LCM کا 10, 3, 6, 5 30 ہے۔

$$x \left(1 - \frac{24}{30} \right) = 6$$

$$x \left(\frac{30 - 24}{30} \right) = 6$$

$$x \left(\frac{6}{30} \right) = 6$$

$$x \left(\frac{1}{5} \right) = 6$$

$$x = 6 \times 5 = 30 \text{ موتیاں}$$



خلاصہ

- ❖ ایک علامت جو ایک متعین عددی قیمت رکھتی ہے اس کو مستقل کہتے ہیں۔ اور ایک علامت جو مختلف عددی قیمتیں رکھتی ہیں۔ اس کو متغیر کہتے ہیں۔
- ❖ حسابی اعمال جیسے جمع اور تفریق کو استعمال کر کے متغیرات اور مستقلات کو جوڑ کر الجبرائی جملہ کو تصنیف کیا جاتا ہے۔
- ❖ الجبرائی جملہ کو استعمال کر کے کسی بھی حسابی ضابطہ اصول یا نمونہ کو معیاری شکل دی جاسکتی ہے۔
- ❖ ایک الجبرائی جملہ کے حصوں کو '+' یا '-' کی علامتوں کے ذریعہ ملایا جاتا ہے۔ انہیں جملے کے ارقام کہتے ہیں۔
- ❖ کسی الجبرائی جملہ رقم میں ہر جزو ضربی یا اجزاء ضربی کا گروپ کو باقی اجزاء ضربی کا ضربی کہتے ہیں۔ متغیر رقم میں عدد کو عددی ضربی کہتے ہیں۔
- ❖ ارقام جو وہی الجبرائی جزو ضربی رکھتے ہیں۔ یکساں ارقام کہلاتے ہیں۔ ارقام جو مختلف الجبرائی جزو ضربی رکھتے ہیں۔ غیر یکساں ارقام کہلاتے ہیں۔

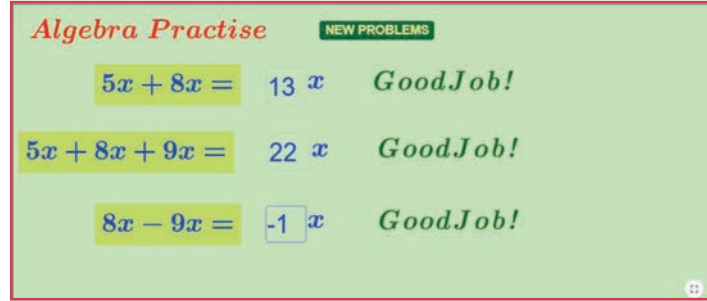
- ❖ ہم صرف یکساں ارقام کو جمع یا تفریق کر سکتے ہیں۔ غیر یکساں ارقام کو جمع یا تفریق نہیں کر سکتے ہیں۔
- ❖ ایک مساوات کو الجبرائی جملہ کے طور پر دیکھ سکتے ہیں جو ایک مستقل یا کوئی دوسرے الجبرائی جملہ سے مساوی کیا گیا ہوں۔
- ❖ ایک مساوات کو حل کرنے کے لئے ہم دونوں جانب وہی عدد کو جمع یا تفریق یا ضرب یا تقسیم کر سکتے ہیں۔



ICT Corner

ICT کارز

مطلوبہ نتیجہ اس تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



مرحلہ 1: براؤز کھولنے نیچے دئے گئے URL لنک ٹائپ کیجئے یا QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔ Geo Gebra کا ورک شیٹ

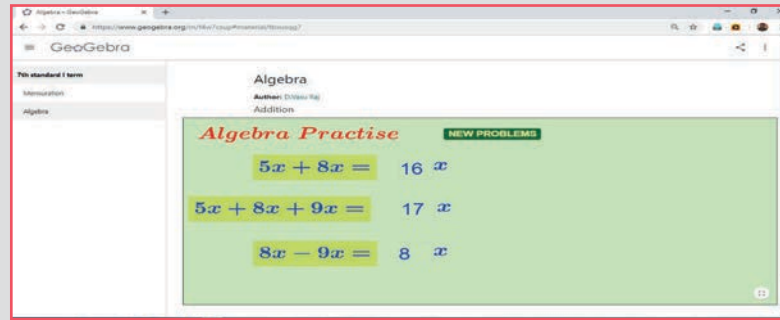
"7th Std Algebra" کھولنے گا۔ "New Problems" پر کلک کر کے نئے سوالات حاصل کیجئے۔

مرحلہ 2: تمہارے صحیح جواب کو Input box میں درج کریں اور Enter دبائیں۔ اگر تمہارا جواب صحیح ہو تو وہ

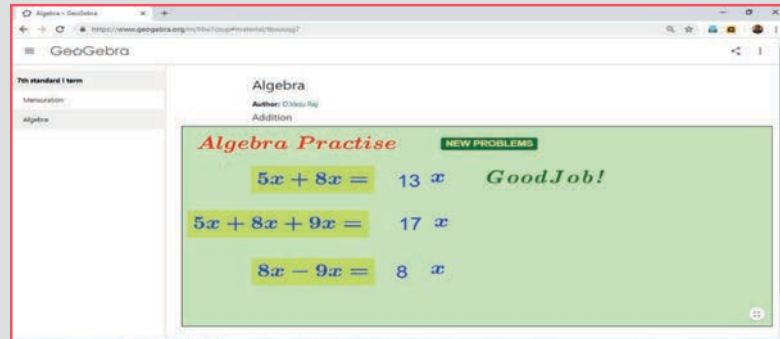
"Great Job" دکھائے گا۔

زیادہ سے زیادہ سوالات کی مشق کیجئے۔

Step 1



Step 2



Browse in the link

Algebra: <https://ggbm.at/tbxusqg7>
or Scan the QR Code.



اکائی

4

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$$

راست اور معکوس تناسب

Direct and Inverse Proportion $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ 

سیکھنے کے مقاصد

- ❖ نسبت اور تناسب کے تصور کا اعادہ۔
- ❖ راست اور معکوس تناسب کے تصور کو سمجھنا۔
- ❖ راست تناسب اور معکوس تناسب کے درمیان فرق کرنے کے قابل ہونا۔
- ❖ راست اور معکوس تناسب کو استعمال کر کے استعمالی مسئلے (Application Problems) کو حل کرنا۔

اعادہ Recap **نسبت اور تناسب** Ratio and Proportion

آپ چھٹویں جماعت میں نسبت اور تناسب کے متعلق جان چکے ہیں
ایک ہی قسم کے دو مقداروں کا موازنہ نسبت کہلاتا ہے۔ اگر مقدار a کو مقدار b کے ساتھ موازنہ کیا جائے تو نسبت $a : b$ کی شکل لکھ سکتے ہیں۔ (a کی نسبت b پڑھتے ہیں۔)
جب دو نسبتیں $a : b$ اور $c : d$ مساوی ہیں تو ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ یہ نسبتیں ایک دوسرے کے تناسب میں ہیں۔ اس کو $a : b :: c : d$ کی طرح ظاہر کرتے ہیں اور اسے a کی نسبت b سے c کی نسبت d پڑھا جاتا ہے۔ $a : b :: c : d$ میں طرفین کا حاصل ضرب اور وسطین کا حاصل ضرب مساوی ہوتا ہے، یعنی $bc = ad$



کوشش کیجئے

1 - دائروں کی تعداد سے مربعوں کے تعداد کی نسبت معلوم کیجئے



2 - نسبت معلوم کیجئے (1) 5 kg سے 555 g (2) 175 m سے 21 km

3 - ذیل کے تناسبوں میں x کی قیمت معلوم کیجئے۔ (i) $110 : x :: 8 : 88$ (ii) $x : 26 :: 5 : 65$

تعارف : Introduction

ہماری روزمرہ کی زندگی میں کئی صورت حال پیش آتے ہیں جس میں ایک مقدار کی تبدیلی سے دوسرے مقدار میں تبدیلی آتی ہے۔ چلئے تغیر کی تصور کے بارے میں مزید جانکاری سیکھیں گے جو ہمیں حالات (Situations) کو موثر طریقے سے سامنا کرنے میں مدد دیتے ہیں۔
آئیے اب ہم ان صورت حال پر غور کریں جو ہمارے روزمرہ کی زندگی میں پیش آتے ہیں
آئیے ایک اسکول کی صفائی کے کام کے بارے میں غور کریں :
(i) جب طلباء کی تعداد زیادہ ہو، تب صفائی کے لئے کم وقت لگے گا۔
(ii) جب طلباء کی تعداد زیادہ ہو، کام بھی زیادہ ہوگا۔
پہلی صورت میں، طلباء کی تعداد کو درکار وقت سے موازنہ کیا جاتا ہے اور دوسری صورت میں، طلباء کی تعداد کو تکمیل شدہ کام سے موازنہ کیا جاتا ہے۔
موازنہ کے لئے، لی جانے والی مقداریں، تغیر کی قسم کو طے کرتے ہیں۔

صورت حال 1 مسیحا اپنے خاندان کے چھ افراد کے لئے ترکیاری کا سوپ تیاری کرتی ہے۔ وہ ترکیاریوں کے دو پیالے (Cups) 600 ml پانی، 1 چمچ نمک (Tea Spoon) اور کالی مرچ $\frac{1}{2}$ چمچ استعمال کرتی ہے۔ اچانک مسیحا کے خالہ اور خالو (Uncle) شامل ہوتے ہیں۔ تمام چھ افراد کے لئے سوپ کی تیاری کے لئے مسالہ کی مقدار میں کیا تبدیلی کرنی چاہئے؟

صورت حال 2 ایک ملٹری کیمپ میں 200 سپاہیاں ہیں۔ ان کے لئے 40 دنوں کے لئے راشن فراہم ہے۔ اگر 50 اور سپاہیاں شامل ہوتے ہیں، تو یہ راشن کتنے دنوں کے لئے کافی ہے؟

اوپر کی صورتوں میں، ایک مقدار کی تبدیلی کے نتیجے میں دوسرے مقدار میں نظیری تبدیلی ہوتی ہے۔ یعنی (i) دونوں مقداریں بڑھتی یا گھٹتی ہیں۔

(ii) ایک مقدار میں اضافہ کی وجہ سے دوسری مقدار میں کمی ہوتی ہے اور اس کا برعکس۔

اگر اس طرح کی مقداریں یکساں نسبت میں تبدیل ہوتے ہیں، تو یہ ایک دوسرے کے تناسب میں ہیں۔ دو مختلف تغیرات سے دو قسم کے تناسب حاصل ہوتے ہیں جنہیں اب بحث کریں گے۔

روزمرہ کے حسابات حقیقی زندگی میں راست اور معکوس تناسب



راست تناسب



معیوس تناسب

4.2 راست تناسب Direct Proportion

مثال کے طور پر اگر ایک قمیص (Shirt) کی قیمت 500 روپے ہے تو 3 قمیصوں کی قیمت 1500 روپے ہوگی۔ جیسے قمیصوں کی تعداد بڑھتی ہے، ویسے قمیصوں کی قیمت بڑھتی ہے۔ اسی طرح سے آگے بڑھتے ہوئے، اس طرح کے قمیصوں کی کسی بھی تعداد معلوم کر سکتے ہیں۔ اوپر کی صورت حال کا مشاہدہ کیا جاتا ہے تو قمیص اور ان کی قیمتیں نامی دو مقداریں ہمیں ملتی ہیں۔ جب قمیصوں کی تعداد بڑھتی ہے تو ان کی قیمت بھی بڑھتی ہے، اس طرح سے کہ ان کی نسبت ہمیشہ مستقل رہتی ہے۔

آئیے قمیصوں کی تعداد کو x سے اور قمیصوں کی قیمت کو y روپیوں سے ظاہر کرتے ہیں۔ اب ذیل کی جدول پر غور کریں

قیمتوں کی تعداد	(x)	1	2	3	6	7	...
قیمتوں کی قیمت	₹ (y)	500	1000	1500	3000	3500	...

جدول سے، ہم یہ غور کرتے ہیں کہ جب x کی قیمتوں میں اضافہ ہوتی ہے تو y کی نظیری قیمتیں میں بھی اضافہ ہوتا ہے اس طرح کہ ہر ایک صورت میں نسبت $\frac{x}{y}$ کی یکساں قیمت ہوتی ہے جو ایک مستقل ہے (مثلاً k)

چلئے اب جدول سے ہر ایک قیمت کے لئے نسبت معلوم کریں۔ اور اس طرح تمام نسبتیں متبادل ہیں



$$\frac{x}{y} = \frac{1}{500} = \frac{2}{1000} = \frac{3}{1500} = \frac{6}{3000} = \frac{7}{3500}$$

اور اس کی مختصر ترین شکل $\frac{1}{500}$ ہے۔

عام طور پر $\frac{x}{y} = \frac{1}{500} = k$ (ایک مستقل ہے)

جب x اور y راست تناسب میں ہیں، ہمیں $\frac{x}{y} = k$ یا $x = ky$ حاصل ہوتا ہے۔ (k ایک مستقل ہے)

اوپر دئے گئے کوئی دو نسبتیں لیجئے مثلاً، $\frac{2}{1000} = \frac{6}{3000}$ جہاں $2(x_1)$ اور $6(x_2)$ قیمتوں کی تعداد (x) ہیں۔

اور $1000(y_1)$ اور $3000(y_2)$ قیمتوں کی قیمتیں (y) ہیں۔ اس لئے x اور y راست تناسب میں ہیں تو ہم

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} \text{ لکھ سکتے ہیں۔ } [x \text{ کی قیمتیں } x_1, x_2 \text{ کی نظیری } y \text{ کی قیمتیں } y_1, y_2 \text{ ہیں۔}]$$



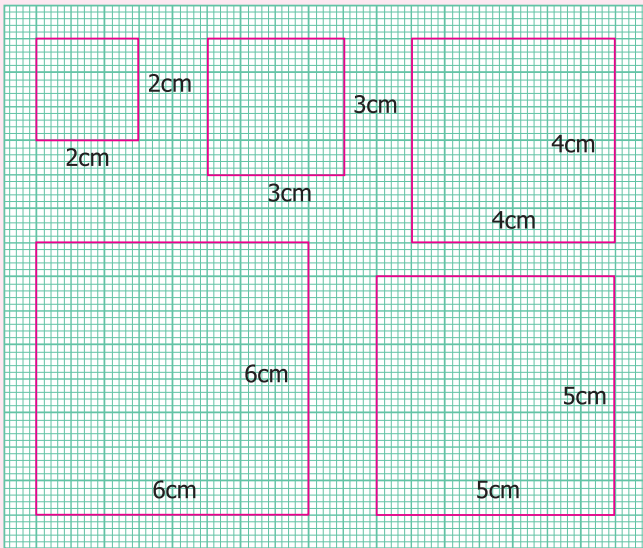
ذرا سوچئے

تقسیم کئے جانے والے چاکلیٹوں کی تعداد سے بچوں کی تعداد۔ کیا یہ جملہ راست تناسب میں ہیں؟



کوشش کیجئے

ترسیبی کاغذ میں دئے گئے مختلف اضلاع والے ذیل کے 5 مربعوں پر غور کیجئے۔



نیچے دئے گئے جدول میں اضلاع کی پیمائش درج کئے گئے ہیں۔
ان کے نظیری احاطہ معلوم کیجئے اور ان میں سے ہر ایک کی
دئے گئے اضلاع سے نسبتیں معلوم کیجئے اور جدول کو مکمل کیجئے

مربع کا ضلع (x) سمر میں	2	3	4	5	6
مربع کا احاطہ (y) سمر میں					
$\frac{x}{y}$					

ان حاصل شدہ معلومات سے بیان کیجئے کہ مربع کا ضلع سے مربع کا احاطہ راست تناسب میں ہیں۔



ذرا سوچئے

جب ایک متعین رقم کسی متعین شرح سود کے لئے جمع کیا جاتا ہے، سادہ سود، جمع شدہ سالوں کی تعداد سے تناسبیت میں تبدیل ہوتا ہے۔ کیا تم اس قسم کے کوئی دوسرے مثالیں معلوم کر سکتے ہو؟

مثال 4.1 اگر 6 بچے، 24 پنسلوں کو آپس میں برابر تقسیم کر لیتے ہیں، تو 18 بچوں کے لئے کتنے پنسلیں درکار ہیں؟

PENCIL KIDS



حل فرض کیجئے کہ 18 بچوں کے لئے درکار پنسلوں کی تعداد x ہے جیسے بچوں کی تعداد بڑھتی ہے، پنسلوں کی تعداد بھی بڑھتی ہے۔ راست تناسب کی صورت میں، ہم $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ لیتے ہیں۔

بچوں کی تعداد	6	18
پنسلوں کی تعداد	24	x

$$\begin{aligned}\frac{x_1}{y_1} &= \frac{x_2}{y_2} \\ \frac{6}{24} &= \frac{18}{x} \\ \frac{6 \times x}{24} &= 18 \\ x &= \frac{18 \times 24}{6} = 72\end{aligned}$$

چنانچہ، 18 بچوں کے لئے 72 پنسلیں درکار ہیں۔

مثال 4.2 اگر 15 چارٹ کے کاغذوں کا وزن 50 گرام ہو تو $2\frac{1}{2}$ کلوگرام کی ایک گڈی (Pack) میں اس قسم کے کتنے کاغذات ہوں گے؟

حل

فرض کرو کہ درکار چارٹوں کی تعداد x ہے۔

جیسے وزن بڑھتا ہے، چارٹوں کی تعداد بھی بڑھتی ہے۔

اس لئے یہ مقداریں راست تناسب میں ہیں۔

چارٹ کے کاغذوں کی تعداد	15	x
گرام میں وزن	50	2500



$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} \quad \text{چنانچہ،}$$

$$\frac{15}{50} = \frac{x}{2500}$$

$$15 \times 2500 = x \times 50$$

$$x \times 50 = 15 \times 2500$$

$$x = \frac{15 \times 2500}{50} = 750$$

لہذا، 750 چارٹ کا وزن $2\frac{1}{2}$ کلوگرام ہوگا۔

متحد طریقہ : Unitary Method

اگلی جماعت میں سیکھے ہوئے متحد طریقے کا تصور ہمیں معلوم ہے۔ پہلے ایک اکائی کی قیمت معلوم کی جاتی ہے۔ یہ قیمت، درکار اکائیوں کی قیمت معلوم کرنے میں استعمال ہوگی۔ اب ہم متحد طریقہ کو استعمال کر کے مزید مسئلوں کو حل کرنے کی کوشش کریں گے۔

مثال 4.3 عدنان نے ₹ 24 میں 2 نوٹ بکس خریدا۔ اس قسم کے 9 نوٹ بکس خریدنے کے لئے کتنے روپیوں کی ضرورت ہے؟

حل متحد طریقہ کو استعمال کر کے ہم ذیل کی طرح اسے حل کرتے ہیں

$$2 \text{ نوٹ بکس کی قیمت} = ₹ 24$$

$$1 \text{ نوٹ بکس کی قیمت} = \frac{24}{2} = ₹ 12$$

$$\text{لہذا، } 9 \text{ نوٹ بکس کی قیمت} = 9 \times ₹ 12 = ₹ 108$$

چنانچہ، عدنان کو 9 نوٹ بکس کے لئے ₹ 108 ادا کرنا چاہئے۔

مثال 4.4 ایک کار 2 گھنٹے 30 منٹوں میں 90 km سفر کرتی ہے۔ 210 km کے فاصلے کو طے کرنے کے لئے کتنا وقت درکار ہوگا؟

$$2 \text{ گھنٹے } 50 \text{ منٹ} = 90 \text{ کلومیٹر کے فاصلے کو طے کرنے کے لئے لیا گیا وقت}$$

$$= 150 \text{ منٹ}$$

$$1 \text{ کلومیٹر کے فاصلے کو طے کرنے کے لئے لیا گیا وقت} = \frac{150}{90} \text{ منٹ}$$

$$210 \text{ کلومیٹر کے فاصلے کو طے کرنے کے لئے لیا گیا وقت} = \frac{150}{90} \times 210 \text{ منٹ}$$

$$= 350 \text{ منٹ}$$

$$= 5 \text{ گھنٹے } 50 \text{ منٹ}$$

غرض 210 km کے سفر کے لئے 5 گھنٹے 50 منٹ لگیں گے۔

مشق 4.1

1 خالی جگہ بھرتی کیجئے۔

- اگر 8 سیب کی قیمت ₹ 56 ہو تو 12 سیب کی قیمت..... ہے
- اگر ایک پھل کے ڈبے کا وزن $3\frac{1}{2}$ ہو تو اس طرح کے 6 ڈبوں کا وزن..... ہے
- ایک کار 3 لیٹر پٹرول سے 60 km سفر کرتی ہے۔ اگر 200 km کے فاصلے کو طے کرنا ہو تو اس کار کے لئے..... لیٹر پٹرول کی ضرورت ہے۔
- اگر 7 m کپڑے کی قیمت ₹ 294 ہے تو 5 m کپڑے کی قیمت..... ہے۔
- اگر کول ڈرنک (Cool drink) کے کارخانے میں ایک مشین 5 گھنٹوں میں 600 بوتلیں بھرتی ہے تو 3 گھنٹوں میں..... بوتلیں بھرے گی۔

2 صحیح یا غلط بتائیے:

- ایک بس کا طے کردہ فاصلہ اور لیا گیا وقت راست تناسب میں ہیں۔
- ایک خاندان کے اخراجات سے خاندان کے افراد کی تعداد راست تناسب میں ہیں۔
- ایک ہاسٹل (Hostel) میں طلباء کی تعداد اور غذا کا خرچ راست تناسب میں نہیں ہیں۔



- (iv) اگر تیسچی 20 منٹوں میں 1 km سفر چلتی ہے تو وہ 1 گھنٹہ میں 3 km فاصلہ طے کرے گی۔
- (v) اگر 12 آدمی ایک تالاب کو 8 دنوں میں کھودیتے ہیں تو 18 آدمی اس تالاب کو 6 دنوں میں کھود سکتے ہیں۔
- 3 ایک درجن کیلے کی قیمت ₹ 20 ہے 48 کیلوں کی قیمت کیا ہے؟
- 4 21 طلباء کی ایک گروہ (Group) ایک جادو کی نمائش (Magic show) کے لئے ₹ 840 داخلہ کی فیس ادا کی۔
- جادو کی نمائش میں داخلہ لئے گئے طلباء کی تعداد معلوم کیجئے۔ اگر کل رقم ₹ 1680 ادا کئے گئے؟
- 5 ایک جنم دن پارٹی ایک ہوٹل کے تیسرے منزل میں رکھی گئی۔ اگر 120 آدمیوں نے ایک لفٹ کی 8 سفر (trip) سے پارٹی ہال کو جاتے ہیں۔ اگر لفٹ کی کل 12 سفر (Trip) کئے گئے تو اس پارٹی میں کتنے آدمی شریک ہوئے ہوں گے؟
- 6 8 m لمبے کھمبے کا سایہ 6 m ہے۔ اگر اسی وقت دوسرے کھمبے کا سایہ 30 m ہے، تو اس کھمبے کی بلندی معلوم کیجئے۔
- 7 ایک ڈاکہ (postman) 6 گھنٹوں میں 738 خطوط ترتیب دیتا ہے۔ 9 گھنٹوں میں کتنے خطوط ترتیب دے جاسکتے ہیں؟
- 8 اگر آدھا میٹر کپڑے کی قیمت ₹ 15 ہے تو اسی کپڑے کی $8\frac{1}{3}$ میٹر کی قیمت معلوم کیجئے؟
- 9 72 کتابوں کا وزن 9 کلو ہے۔ اس طرح کے 40 کتابوں کا وزن کیا ہے؟ (متحد طریقہ کے استعمال سے)
- 10 گل ناز 3 مہینوں کیلئے ₹ 7500 کرایہ ادا کرتی ہے۔ اسی شرح سے 1 سال کے لئے اسے کتنی قیمت ادا کرنی چاہئے؟ (متحد طریقہ کے استعمال سے)
- 11 اگر 30 آدمی 15 دنوں میں ایک کھیت کی کٹائی کر سکتے ہیں تو 20 آدمی اسی کھیت کی کٹائی کتنے دنوں میں کر سکتے ہیں۔ (متحد طریقہ کے استعمال سے)
- 12 وحیدہ ₹ 180 میں 10 پن خریدتی ہے اور گشن 96 ₹ میں 8 پن خریدتی ہے۔ کیا تم بتا سکتے ہو کہ کس نے کتنے دام میں خریدی ہے؟ (متحد طریقہ کے استعمال سے)
- 13 ایک موٹر سائیکل کو 100 کلو میٹر کے فاصلہ کو طے کرنے کے لئے 2 لیٹر پٹرول درکار ہے۔ 250 کلو میٹر کو طے کرنے کے لئے کتنے لیٹر پٹرول کی ضرورت ہے؟ (متحد طریقہ کے استعمال سے)

معروضی سوالات Objective type questions

- 14 اگر 3 کتابوں کی قیمت ₹ 90 ہو تو 12 کتابوں کی قیمت معلوم کیجئے۔
- (i) ₹ 300 (ii) ₹ 320 (iii) ₹ 360 (iv) ₹ 400
- 15 اگر ماہین 75 ₹ میں 5 kg آلو خریدتا ہے تو وہ 105 ₹ میں kg آلو خرید سکتا ہے۔
- (i) 6 (ii) 7 (iii) 8 (iv) 5
- 16 ایک کمپنی 5 دنوں میں 35 سائیکل تیار کرتی ہے تو 21 دنوں میں سائیکل تیار کرے گی؟
- (i) 150 (ii) 70 (iii) 100 (iv) 147
- 17 ایک ہوئی جہاز کے 2 سفر (Trip) میں 280 آدمی ساسکتے ہیں۔ اگر 1400 آدمیوں کو لینے کے لئے سفر (Trip) کی ضرورت ہے۔
- (i) 8 (ii) 10 (iii) 9 (iv) 12
- 18 فرض کیجئے کہ 50 افراد کے لئے مٹھائی تیار کرنے کے لئے 3 kg شکر استعمال ہوتی ہے تو 150 افراد کے لئے درکار شکر kg ہے۔
- (i) 9 (ii) 10 (iii) 15 (iv) 6



4.3 معکوس تناسب Inverse Propotion آئیے ذیل کی صورت حال پر غور کریں:

صورت حال ذیل کی جدول میں اسکول کے پانی کی ٹینک کی تعمیر کے لئے مزدوروں کی تعداد اور اس کو مکمل کرنے کے لئے دنوں کی تعداد دی گئی ہے۔

(x) مزدوروں کی تعداد	2	4	5	10
(y) دنوں کی تعداد	40	20	16	8

اس صورت حال میں، دو مقداریں جن کے نام مزدوروں کی تعداد اور دنوں کی تعداد ایک دوسرے سے تعلق رکھتے ہیں۔ ہم یہ غور کرتے ہیں کہ جب مزدوروں کی تعداد بڑھتی ہے تو اس کام کے مکمل کرنے کے دنوں کی تعداد کم ہوتی ہے۔

فرض کیجئے کہ مزدوروں کی تعداد x اور دنوں کی تعداد y ہوں تو ہم یہ غور کرتے ہیں کہ حاصل ضرب ہمیشہ یکساں ہے۔ یعنی

$$x \times y = 2 \times 40 = 4 \times 20 = 5 \times 16 = 10 \times 8$$

چلئے ہر ایک x کی قیمت اور y کی نظیری قیمت لیتے ہیں۔ ان کے حاصل ضرب تمام مساوی ہیں مثلاً $xy = 80 = k$

(k ایک مستقل ہے) اور اسے $xy = k$ (k ایک مستقل ہے)

اگر x کی قیمتیں x_1 اور x_2 کی بالترتیب y کی نظیری قیمتیں y_1 اور y_2 ہوں تو $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} (=k)$

ہم یہ کہتے ہیں کہ x اور y معکوس تناسب میں ہیں۔



ذرا سوچئے

حقیقی زندگی کی ایک مثال سوچئے جس میں دو متغیرات معکوس تناسب میں ہیں۔



کوشش کیجئے

1 نیچے دئے گئے جدول کو مکمل کیجئے اور تناسب کی قسم معلوم کیجئے

چاکلیٹ کی تعداد	1	___	3	4	5	___
روپیوں میں قیمت (₹)	5	10	___	20	___	___

تناسب ___

مزدوروں کی تعداد	1	2	4	5	___	___
وقت گھنٹوں میں	20	___	5	___	2	1

تناسب ___

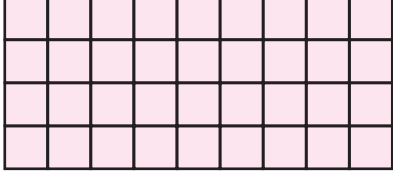
2 ذیل کی مثالوں کو پڑھئے اور انہیں دو قسموں میں گروہ بنائیے

شماراعداد	مقداریں	راست تناسب	معکوس تناسب
1.	خریدے ہوئے نوٹ بکس کی تعداد اور ان کی قیمت		
2.	غذا تقسیم کئے گئے طلباء کی تعداد سے متعین غذا کی مقدار		
3.	یکساں جسامت کے ڈبوں کی تعداد اور ان کا وزن		
4.	یونیفارم کی تعداد سے طلباء کی تعداد		
5.	گاڑی کی رفتار اور متعین فاصلہ کو طے کرنے کے لئے لیا گیا وقت		



کارروائی

ذیل کی جدول کو مکمل کرتے ہوئے 36 مربع اکائیاں رقبہ والے تمام ممکن مستطیل بنائیے



لمبائی	36	18		9
چوڑائی	1		3	

غور کیجئے اور جوابات لکھئے: (i) جب لمبائی کم ہوتی ہے، تو چوڑائی.....

(ii) جب چوڑائی بڑھتی ہے تو لمبائی.....

(iii) اگر لمبائی 8 cm ہو تو چوڑائی کیا ہوگی؟ بحث کیجئے۔

اس کارروائی کو دراز کیجئے اور اسی کو 24 اور 48 مربع اکائیوں کے لئے کوشش کیجئے۔

مثال 4.5 60 مزدور ایک روئی کے گٹھڑی (bale of Cotton) کو 7 دنوں میں گھماتے (Spin) ہیں 42 مزدور اس کو کتنے دنوں میں گھمائیں گے؟

حل

فرض کیجئے کہ درکار دنوں کی تعداد x ہے۔ مزدوروں کی تعداد کے کم ہونے سے دنوں کی تعداد بڑھتی ہے۔

(لہذا، دنوں معکوس تناسب میں ہیں)۔

مزدوروں کی تعداد	60	42
دنوں کی تعداد	7	x

مکعوس تناسب کے لئے $x_1y_1 = x_2y_2$
چنانچہ، $60 \times 7 = 42 \times x$

$$42 \times x = 60 \times 7$$

$$x = \frac{60 \times 7}{42}$$

$$x = 10$$

42 مزدور ایک روئی کے گٹھڑی کو 10 دنوں میں گھما سکتے ہیں۔

مثال 4.6 ایک ڈبہ ٹماٹر کی قیمت ₹ 200 ہے۔ واحد کے پاس 13 ڈبے خریدنے کے لئے روپے ہیں۔ اگر ڈبہ کی قیمت بڑھ کر ₹ 260 ہو جاتی ہے تو وہ انہیں روپیوں سے کتنے ڈبے خرید سکتا ہے؟

حل

$$\text{ایک ڈبہ کی قیمت} = ₹ 200$$

$$\text{ایک ڈبہ کی اضافی قیمت} = ₹ 260$$

فرض کرو کہ واحد کے خریدے ہوئے ڈبوں کی تعداد x ہے۔

جیسے ڈبوں کی قیمت بڑھتی ہے، ڈبوں کی تعداد کم ہوتی ہے۔ یہ معکوس تناسب ہے۔

$$\text{لہذا، } x_1y_1 = x_2y_2$$

$$13 \times 200 = x \times 260$$

$$x \times 260 = 13 \times 200$$

$$x = \frac{13 \times 200}{260}$$

ڈبوں کی تعداد	13	x
قیمت ₹ میں	200	260



$$x = 10$$

لہذا، انہیں روپیوں سے وہ 10 ڈبے خرید سکتا ہے۔

راست اور معکوس تناسب منصوبہ کی جدول بندی (project scheduling) میں بہت کارآمد ہوتے ہیں۔ ایک منصوبہ کوئی کام جس میں وقت پیش آتا ہے جیسے عمارت کی تعمیر، پل کی تعمیر، وغیرہ



مشق 4.2

1 خالی جگہ بھرتی کیجئے۔

- (i) 16 ٹپس (Taps) ایک پٹرول کی ٹینک کو 18 منٹوں میں بھر سکتے ہیں۔ اسی ٹینک کو 9 ٹپس کے ذریعہ درکار وقت منٹ ہوں گے۔
- (ii) اگر 40 مزدور ایک منصوبہ کی کام کو 8 دنوں میں کر سکتے ہیں تو مزدور 4 دنوں میں کر سکتے ہیں۔
- (2) ایک پانی کے ٹینک (Sump) کو 1 گھنٹہ 30 منٹ میں بھرنے کے لئے 6 پمپوں کی ضرورت ہے۔ اگر ایک پمپ کو بند کر دیا جائے تو اس ٹینک کو بھرنے کے لئے کتنا وقت لگے گا؟
- (3) ایک کسان کے پاس 144 بطخوں (duck) کے لئے 28 دنوں کے لئے کافی غذا ہے۔ اگر وہ 32 بطخ فروخت کر دیتا ہے تو غذا کتنے دنوں کے لئے کافی ہوگی؟
- (4) ایک سوراخ کھودنے کے لئے 10 مشینوں سے 60 دن لیتے ہیں۔ قیاس کیجئے کہ تمام مشینیں یکساں رفتار میں کام کرتے ہیں۔ اسی سوراخ کو کھودنے کے لئے 30 مشینوں سے کتنے دن لیں گے؟
- (5) ایک ہاسٹل (Hostel) میں چالیس طلباء رہتے ہیں۔ ان کے پاس 30 دنوں کے لئے غذا کا ذخیرہ ہے۔ اگر طلباء دگنے ہو جائیں تو غذا کا ذخیرہ کتنے دنوں کے لئے باقی رہے گا؟
- (6) مریم کے پاس 500 gms والے 8 پارسل (Parcels) کو کوریئر کے ذریعہ بھیجنے کے لئے کافی روپے ہیں۔ اگر وہ انہیں روپیوں سے 40 پارسل بھیجنا چاہتی ہو تو ہر ایک پارسل کا وزن کیا ہوگا؟
- (7) 6 باغ کے رکھوالیاں (Gardeners) ایک باغ کو 120 منٹوں میں گھاس لگاتے ہیں۔ اگر اسی کام کو 30 منٹوں میں کرنا ہو تو کتنے رکھوالیوں کی ضرورت ہے؟
- (8) نسرین ہر روز اپنے اسکول کو سائیکل سے جاتی ہے۔ اس کی اوسط رفتار 12 km ہے اور وہ 20 منٹوں میں اسکول پہنچتی ہے۔ اس کی رفتار میں اضافہ کیا ہوگی اگر وہ اس کو 15 منٹوں میں پہنچ جاتی ہے۔
- (9) ایک کھلونے کی کمپنی میں ایک کھلونے کے کاریں 54 دنوں میں تیار کرنے کے لئے 36 مشینیں درکار ہیں۔ اگر انہیں کھلونے کے کاروں کو 81 دنوں میں تیار کرنے کے لئے کتنی مشینیں درکار ہیں؟

معروضی سوالات Objective type Questions

- (10) 12 گائے ایک کھیت کو 10 دنوں میں چرتی ہیں۔ 20 گائے اسی کھیت کو دنوں کے لئے چر سکتی ہیں۔
 (i) 15 (ii) 18 (iii) 6 (iv) 8
- (11) 4 ٹائپ کرنے والے (Typists) ایک کام کو 12 دنوں میں مکمل کرتے ہیں۔ اگر دو مزید ٹائپ کرنے والے جمع ہوتے ہیں تو اسی کام کو دنوں میں مکمل کریں گے۔
 (i) 7 (ii) 8 (iii) 9 (iv) 10

مشق 4.3

Miscellaneous Practice problems

متفرق مشقی سوالات



- 1- اگر 7 کلو پیاز کی قیمت ₹ 84 ہو تو ذیل کو حل کیجئے۔
(i) ₹ 180 میں خریدے گئے پیاز کا وزن (ii) 3 kg پیاز کی قیمت
2- اگر $C = kd$ (i) C اور d کے درمیان فی تعلق کیا ہے؟
(ii) k کی قیمت معلوم کیجئے جب $C = 30$ اور $d = 6$ ہے۔
(iii) C معلوم کیجئے جب $d = 10$ ہے۔
- (3) 3 مہینوں میں طاہر اپنے بینک کے کھاتہ میں ₹ 5000 جمع کرتا ہے۔ کتنے سالوں میں وہ ₹ 1,50,000 جمع کر سکتا ہے۔
- (4) ایک پرنٹر (Printer) 300 صفحات والی ایک کتاب کو 30 صفحات فی منٹ کی شرح سے چھاپتی ہے۔ پھر اسی کتاب کو 25 صفحات فی منٹ کی شرح سے چھاپتی ہے تو کتنا وقت لگے گا؟
- (5) اگر جوس کے 6 کینوں کی قیمت ₹ 210 ہے تو جوس کے 4 کینوں کی قیمت کیا ہوگی؟
- (6) y کے دگنے کی طرح سے معکوس میں x تبدیل ہوتا ہے۔ دیا گیا ہے کہ جب $y = 6$ ہو تو، x کی قیمت 4 ہے۔ x کی قیمت معلوم کیجئے۔ جب $y = 8$ ہے۔
- (7) ایک لاری 594 کے فاصلہ طے کرنے کے لئے 108 لیٹر ڈیزل درکار ہے۔ 1650 km کے فاصلہ کو طے کرنے کے لئے کتنا ڈیزل درکار ہوگا؟

Challenge Problems

تقابلی سوالات

- (8) ایک درجن صابن کی قیمت ₹ 396 ہے۔ اس طرح کے 35 صابنوں کی قیمت کیا ہوگی؟
- (9) ایک اسکول میں، ایک دن میں 45 منٹ وقفہ والے 7 کلاس (period) ہیں۔ گھنٹوں کی تعداد کو یکساں اخذ کرتے ہوئے اگر اسکول میں ہر دن 9 کلاس ہوں تو ہر کلاس کا وقفہ کیا ہے؟
- (10) 105 نوٹ بکس کی قیمت ₹ 2415 ہے۔ ₹ 1863 میں کتنے نوٹ خریدے جاسکتے ہیں؟
- (11) 10 کسان ایک کھیت کو 21 دنوں میں بل چلاتے ہیں۔ اگر 14 کسان اسی کھیت کو بل چلاتے ہیں تو کتنے دن کم ہوں گے؟
- (12) ایک سیلاب کے امدادی کمپ غذا کا ذخیرہ جو 80 آدمیوں کے لئے 60 دنوں کے لئے کافی ہے۔ 10 دنوں کے بعد مزید 20 آدمی اس کمپ میں جمع ہو جاتے ہیں۔ ان 20 آدمیوں کی زیادتی کی وجہ سے کتنے دنوں کے غذا کی کمی ہوگی؟
- (13) چھ آدمی 12 دنوں میں ایک کام مکمل کرتے ہیں۔ دو دن بعد، مزید 6 آدمی جمع ہو جاتے ہیں تو باقی کام کتنے دنوں میں مکمل ہوگا؟

خلاصہ

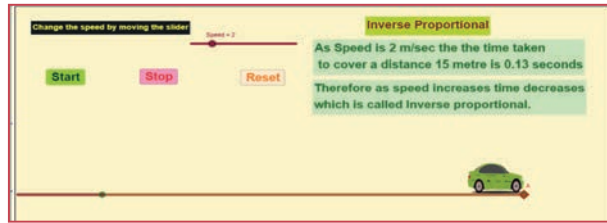
- ❖ ایک مقدار کی تبدیلی سے دوسرے مقدار میں تبدیلی آتی ہے تو اسے تناسب کہتے ہیں۔
- ❖ دو مقداریں x اور y ایک دوسرے کے راست تناسب میں ہیں اگر وہ ایک ساتھ زیادہ یا کم ہوتے ہیں اس طرح کہ x/y مستقل رہتا ہے۔
- ❖ دو مقداریں x اور y معکوس تناسب میں ہیں۔ اگر x کی قیمت میں زیادتی کی وجہ سے y کی قیمت میں کمی (یا اس کا برعکس) ہوتی ہے۔ اس طرح کہ، حاصل ضرب xy مستقل رہتا ہے۔



ICT Corner

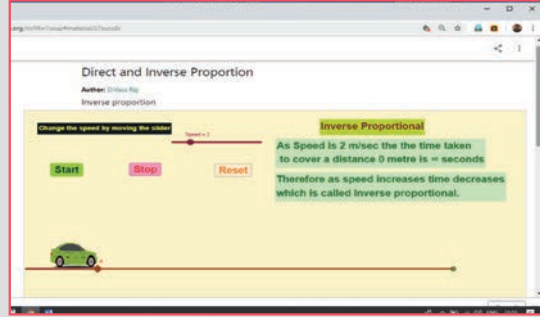
ICT کارز

مطلوبہ نتیجہ اس تصویر میں بتایا گیا ہے۔



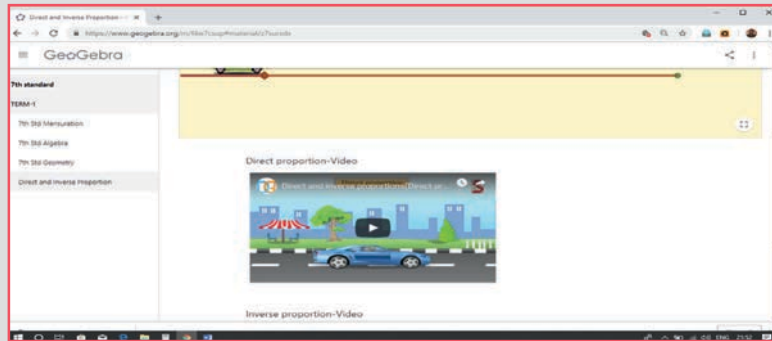
Step 1

مرحلہ 1: برؤز رکھو لئے اور اس میں نیچے دئے گئے URL لنک ٹائپ کیجئے یا QR کوڈ کو اسکیں کیجئے۔ ”راست اور معکوس تناسب“ نامی Gergebra ورک شیٹ کھلے گا۔ اس میں معکوس تناسب کے لئے ایک کارروائی اور دو ویڈیو ہیں۔ ”معکوس تناسب“ کے کارروائی میں کار کی رفتار کو تبدیل کرنے کے لئے سلائیڈر کو گھمائیے۔ اپنے پسندیدہ رفتار میں کار چلانے کے لئے شروع کے بٹن پر کلک کیجئے۔ جب رفتار بڑھتی ہے تو وقت کا معیار کم کیجئے۔



Step 2

مرحلہ 2: دوسرے اور تیسرے صفحات میں راست اور معکوس تناسب کے لئے دو ویڈیو ہیں۔ ویڈیو دیکھئے اور موازنہ کیجئے کہ کتاب سے تم نے کیا سیکھا؟



Browse in the link

Direct and Inverse proportion <https://ggbm.at/z7surxdx>
or Scan the QR Code.



سیکھنے کے مقاصد

- ❖ متصلہ زاویے، خطی جوڑی اور عمودی مقابلہ زاویوں کے بارے میں سمجھنا۔
- ❖ قاطع کو سمجھنا۔
- ❖ دو خطوں اور قاطع سے بننے والے مختلف زاویوں کی شناخت کرنا۔
- ❖ دئے گئے قطاع خط کا عمودی ناصف کی تصنیف کرنا۔
- ❖ چاندے کا استعمال کئے بغیر مخصوص زاویے جیسے 90° ، 60° ، 30° اور 120° کو تصنیف کرنا۔



اعادہ Recap

خطوط Lines

چلئے ہم چھٹی جماعت میں سیکھے ہوئے خطوط اور نقاط کے اصولوں کو ذیل میں دوہرائیں گے۔

ایک خط اس کے دونوں جانب بغیر اختتام ہوئے توسیع ہوتی ہے۔ ایک خط AB کو $\overleftrightarrow{AB}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ بعض اوقات انگریزی کے خفی حروف جیسے n ، m ، l وغیرہ خطوط کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔	
ایک قطاع خط دو اختتامی نقاط رکھتا ہے۔ AB قطاع خط کو $\overline{AB}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔	
شعاع ایک وہ خط ہے۔ جو نقطہ A سے شروع ہوتی ہے اور غیر اختتامی طور پر ایک مخصوص سمت میں نقطہ B سے گزرتی ہے۔ جس کو $\overrightarrow{AB}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے	
دو خطوط m اور n متوازی ہو تو ہم اس کو $m \parallel n$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ متوازی خطوط کبھی بھی ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے۔	
جب دو خطوط ایک مشترک نقطہ رکھتے ہیں ان خطوط کو قاطع خطوط کہتے ہیں۔ اور اس نقطہ کو دئے گئے دو خطوط کا نقطہ تقاطع کہتے ہیں۔	
اگر تین یا تین سے زیادہ نقاط ایک ہی خط پر واقع ہوں تو ان کو ہم خطی نقاط کہتے ہیں۔ نہیں تو، ان کو غیر ہم خطی نقاط کہتے ہیں۔	

کوشش کیجئے

- 1- درجہ ذیل بیانات کو مکمل کیجئے۔ (i) ایک مستقیم راہ پر بغیر اختتام ہوئے دونوں جانب چلتی ہے۔
- (ii) ایک وہ خط ہے جو دو اختتامی نقاط رکھتی ہے۔

(iii) ایک مستقیم راہ ہے جو ایک نقطہ سے شروع ہوتی ہے اور دوسری جانب بغیر اختتام ہوئے تو وسیع ہوتی ہے۔

(iv) خطوط جو زاویے قائمہ پر قطع کرتے ہیں وہ ہیں۔

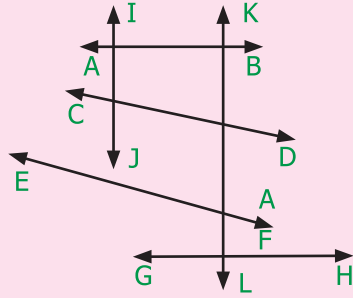
(v) خطوط جو ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اس نقطہ کو کہتے ہیں۔

(vi) خطوط جو کبھی ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے اس کو کہتے ہیں۔

2۔ اسکیل (پڑی) یا خط کش (Straight edge) کو استعمال کر کے ذیل کا ہر ایک خاکہ بنائے۔

(i) خط CD (ii) شعاع AB (iii) قطاع خط MN

3۔ اس خاکہ پر غور کیجئے اور درج ذیل سوالات کے جوابات دیجئے۔



(i) کوئی خط، AB کے متوازی ہے۔

(ii) CD کو قطع کرنے والی خط کا نام لکھئے۔

(iii) GH سے عمودی خطوط کے نام لکھئے۔

(iv) کتنے خطوط IJ سے متوازی ہیں۔

(v) کیا AB ، EF کو قطع کرتی ہے؟ وضاحت کیجئے۔

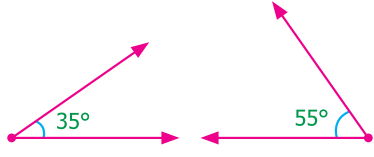
زاویے Angles

اعادہ کریں کہ ایک مشترک نقطہ سے نکلنے والی دو شعاعیں سے ایک **زاویہ** بنتی ہے۔ شعاعیں جو زاویہ بنتی ہیں۔ ان کو **زاویہ کا بازو** کہتے ہیں۔ اور مشترک نقطہ کو **زاویہ کا راس** کہتے ہیں۔ تم نے مختلف زاویے جیسے **زاویہ حادہ**، **زاویہ قائمہ**، **زاویہ منفرجہ**، **زاویہ مستقیم** اور **زاویہ انعکاس** کے بارے چھٹویں جماعت میں پڑھ چکے ہو۔ ان کا اختصار کچھ اس طرح ہے۔

زاویہ حادہ (Acute Angle) زاویہ، جس کی پیمائش 90° سے کم ہو، اس کو زاویہ حادہ کہتے ہیں۔	
زاویہ قائمہ (Right angle) زاویہ، جس کی پیمائش ٹھیک 90° ہو، اس کو زاویہ قائمہ کہتے ہیں۔	
زاویہ منفرجہ (Obtuse Angle) زاویہ، جس کی پیمائش 90° سے زیادہ ہو اور 180° سے کم ہو تو اس کو زاویہ منفرجہ کہتے ہیں۔	
زاویہ مستقیم (Straight Angle) زاویہ، جس کی پیمائش ٹھیک 180° ہو، اس کو زاویہ مستقیم کہتے ہیں۔	
زاویہ انعکاس (Reflex Angle) زاویہ، جس کی پیمائش 180° سے زیادہ ہو اور 360° سے کم ہو تو اس کو زاویہ انعکاس کہتے ہیں۔	

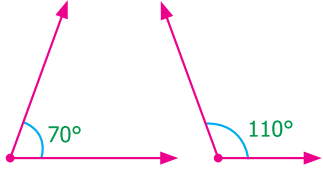
ہم پچھلی جماعت میں متعلقہ زاویہ (Related Angles) جیسے متم اور مکملہ زاویوں کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ اب ہم ان کا اعادہ کریں گے۔

متم زاویے (Complementary Angles)



دو زاویے متم کہلاتے ہیں اگر ان کا حاصل جمع 90° ہو۔ کیا خاکہ میں دئے گئے دو زاویے متم ہیں؟
ہاں، زاویوں کی جوڑی 35° اور 55° متم ہیں۔ جس میں زاویہ 35° کو دوسرے زاویہ 55° کا متمہ (Complement) کہتے ہیں۔ اور اس کا برعکس بھی۔

مکملہ زاویے (Supplementary Angles)



دو زاویے مکملہ کہلاتے ہیں اگر ان کا حاصل جمع 180° ہو۔ خاکہ میں دئے گئے زاویے 70° اور 110° پیمائشوں کا حاصل جمع 180° ہے۔ جب دو زاویے مکملہ ہیں تو ایک زاویہ دوسرے کا مکملہ زاویہ کہلاتا ہے۔



کوشش کیجئے

صحیح جواب منتخب کیجئے : 1- زاویہ مستقیم کی پیمائش ہے۔

(a) 45° (b) 90° (c) 180° (d) 100°

2- 128° پیمائش کا زاویہ کہلاتا ہے۔

(a) زاویہ مستقیم (b) زاویہ منفرجہ (c) زاویہ حادہ (d) زاویہ قائمہ

3- A4 کاغذ کا کنارہ رکھتا ہے۔

(a) زاویہ حادہ (b) زاویہ قائمہ (c) زاویہ مستقیم (d) زاویہ منفرجہ

4- اگر دئے گئے خط کو عمودی خط نصف کرتی ہے۔ تو تمہیں دو حاصل ہوتے ہیں۔

(a) زاویہ قائمہ (b) زاویہ منفرجہ (c) زاویہ حادہ (d) انعکاسی زاویہ

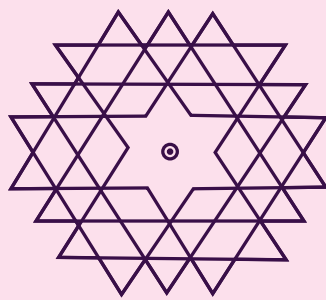
5- 0° پیمائش کا زاویہ کہلاتا ہے۔

(a) زاویہ قائمہ (b) زاویہ منفرجہ (c) زاویہ حادہ (d) صفر زاویہ

5.1 تعارف Introduction

ہم متم زاویے اور مکملہ زاویے سے واقف ہیں۔ چلئے ہم مزید متعلقہ زاویوں کے جوڑیوں کے بارے میں دیکھیں گے۔

روزمرہ کے حسابات - حقیقی زندگی میں جیومیٹری



فن تعمیر اور کولم میں زاویوں کی خوبصورتی۔

5.2 قاطع خطوط سے بننے والے زاویوں کی جوڑی Pair of Angles Formed by Intersecting Lines

اب ہم متعلقہ زاویے جیسے متصلہ زاویے، خطی زاویوں کی جوڑی اور مقابل کے عمودی زاویے کے بارے میں سیکھیں گے۔



5.2.1 متصلہ زاویے Adjacent Angles

استاد تراشے ہوئے سنترے کی تصویر پر زاویوں کو نشان کر کے دیکھتے ہیں۔

استاد اور طلباء کے درمیان ہونے والی گفتگو کو پڑھئے۔

استاد : تصویر پر کتنے زاویے نشان کئے گئے ہیں؟ کیا تم ان کے نام بتا سکتے ہو؟

احمد : تصویر پر تین زاویے نشان کئے گئے ہیں۔ اور وہ یہ ہیں۔ $\angle AOB$ ، $\angle BOC$ ، $\angle AOC$

استاد : کونسے زاویے ایک دوسرے کے بعد نظر آتے ہیں؟

کلام : ایک دوسرے کے بعد نظر آنے والے زاویے جیسے $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ ہیں۔

استاد : کتنے راس ہیں؟

آصف : صرف ایک مشترک راس ہے۔

استاد : کتنے بازو ہیں۔ ان کے نام بتائیے۔

وسیم : تین بازو ہیں۔ وہ یہ $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OB}$ اور $\overrightarrow{OC}$ ہیں۔

استاد : کیا $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ کوئی مشترک بازو ہے؟

مریم : ہاں، $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ مشترک بازو $\overrightarrow{OB}$ ہے۔

استاد : $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OC}$ بازو کے بارے میں تم کیا کہتے ہو؟

احمد : مشترک بازو $\overrightarrow{OB}$ کے دونوں جانب واقع ہیں۔

استاد : کیا اندرونی زاویے $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ منطبق ہیں؟

آصف : نہیں، اندرونی زاویے منطبق نہیں ہوتے ہیں۔

استاد : لہذا، دو زاویے $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ ایک مشترک راس (O) رکھتے ہیں، ایک مشترک بازو $\overrightarrow{OB}$ ، دوسرے دو بازو

($\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OC}$) مشترک بازو کے دونوں جانب واقع ہیں۔ اور ان کے اندرونی زاویے منطبق نہیں ہیں۔

اس طرح $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ زاویوں کی جوڑی کو متصلہ زاویے کہتے ہیں۔

چنانچہ، دو زاویے جو ایک مشترک راس اور ایک مشترک بازو رکھتے ہیں جس کے اندرونی زاویے منطبق نہیں ہوتے ان کو متصلہ زاویے کہتے ہیں۔

اب خاکہ 5.2 پر غور کیجئے۔ جس کو $\angle 1$ ، $\angle 2$ اور $\angle 3$ نام دیئے گئے ہیں۔

یہ غور کیا گیا کہ اس میں دو متصلہ زاویوں کی جوڑیاں جیسے $\angle 1$ ، $\angle 2$ اور $\angle 2$ ، $\angle 3$ ہیں۔ $\angle 1$ اور $\angle 3$ زاویے کی جوڑی کیا ہے؟

یہ متصلہ نہیں ہیں کیونکہ یہ زاویوں کی جوڑی ایک مشترک راس رکھتے ہیں۔ لیکن مشترک بازو نہیں رکھتے۔ جیسے کہ $\angle 1$ اور $\angle 3$ کے درمیان $\angle 2$

ہے۔ اسی طرح $\angle 1$ اور $\angle 3$ اندرونی زاویے منطبق نہیں ہوتے۔ چونکہ، زاویوں کی جوڑی تینوں اصولوں کو پورا نہیں کرتے ہیں۔ اس لئے یہ

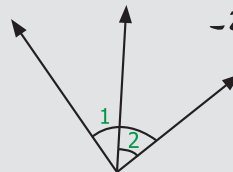
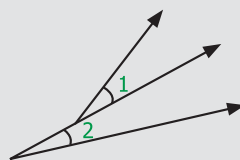
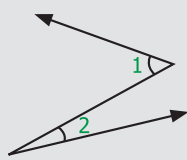
متصلہ نہیں ہے۔



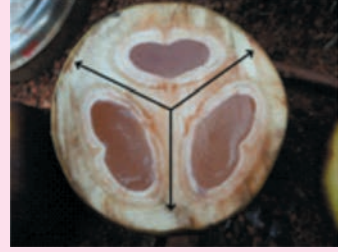
ذرا سوچئے

ذیل کے خاکوں میں غور کیجئے کہ نشان کردہ زاویوں کی جوڑی $\angle 1$ اور $\angle 2$ ہیں۔ کیا تم خیال کرتے ہو کہ وہ متصلہ جوڑیاں ہیں؟

اپنے جواب کی تصدیق کیجئے۔



1- حقیقی زندگی میں نظر آنے والے متصل زاویے کی مثالیں ذیل میں دکھائی گئی ہیں۔



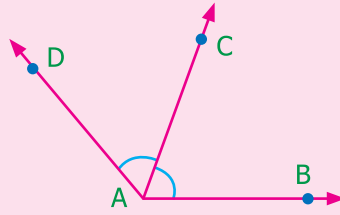
کیا تم حقیقی زندگی میں نظر آنے والے متصل زاویے کی تین اور مثالیں دے سکتے ہو؟

2- تصویر پر نشان کردہ چھ زاویوں پر غور کیجئے۔ (5.2) کوئی چار متصل زاویوں کی جوڑیاں لکھئے۔ اور غیر متصل زاویوں کی جوڑیوں نام بھی لکھئے۔

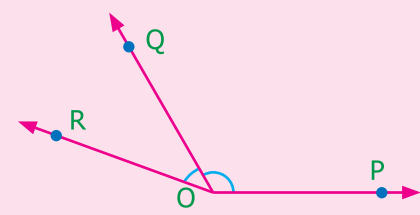
3- درجہ ذیل کے ہر ایک خاکہ میں مشترک بازو، متصل زاویہ کے مشترک راس کی شناخت کیجئے اور اندرونی زاویہ کو دو رنگوں سے شید کیجئے۔



(i)

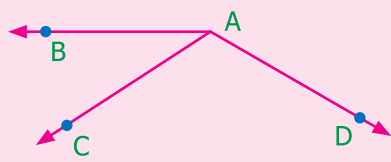


(ii)

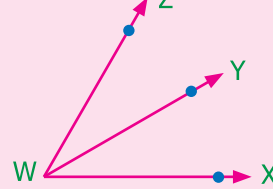


4- ذیل کے ہر ایک خاکہ میں متصل زاویوں کے نام بتائیے۔

(i)



(ii)



5.2.2 خطی جوڑی Linear Pair

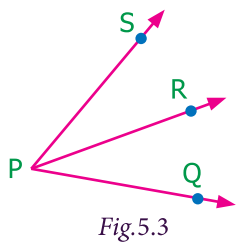


Fig. 5.3

غور کیجئے کہ خاکہ 5.3 میں $\angle QPR$ اور $\angle RPS$ متصل زاویے ہیں۔ یہ واضح ہے کہ $\angle QPR$ اور $\angle RPS$ دونوں مل کر $\angle QPS$ بناتے ہیں۔ جو زاویہ حادثہ ہے۔ جب $\angle QPR$ اور $\angle RPS$ میں اضافہ ہوتا ہے تو $\angle QPS$ (i) زاویہ قائمہ (ii) زاویہ منفرجہ (iii) زاویہ مستقیم (iv) زاویہ انعکاس بن جاتے ہیں۔ جیسا کہ خاکہ 5.4 میں دکھایا گیا ہے۔

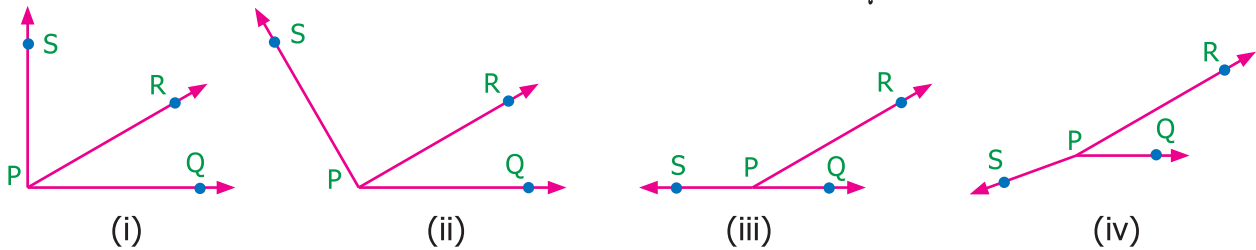
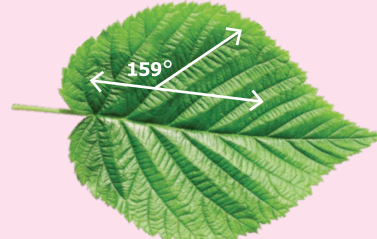
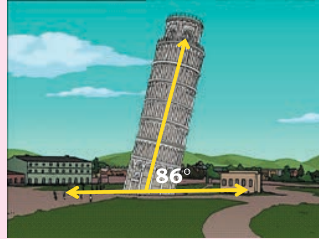
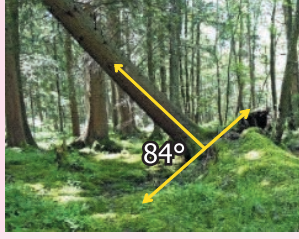


Fig. 5.4

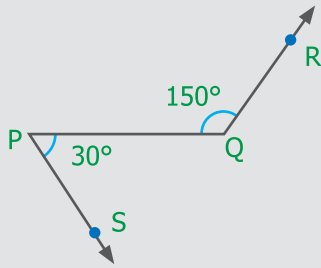
اگر حاصل ہونے والا زاویہ، زاویہ مستقیم ہو تو ان زاویوں کو مکملہ زاویہ کہتے ہیں۔ متصل زاویے جو مکملہ ہونے سے ایک زاویہ کی جوڑی کی طرف رہنمائی کرتا ہے۔ جو خط مستقیم پر واقع ہیں (خاکہ 5.4(iii)) اس زاویے کی جوڑی کو خطی زاویوں کی جوڑی کہتے ہیں۔

کوشش کیجئے

1۔ دئے گئے تصاویر پر غور کیجئے اور خطی جوڑی کا دوسرا زاویہ معلوم کیجئے۔

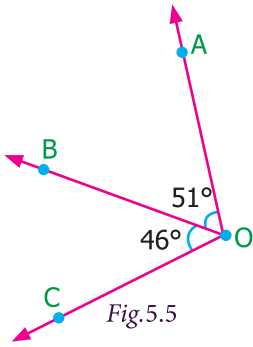


ذرا سوچئے



خاکہ پر غور کیجئے اس میں دو زاویے $\angle PQR = 150^\circ$ اور $\angle QPS = 30^\circ$ ہیں۔ کیا یہ تمام مکملہ زاویوں کی جوڑی، خطی جوڑی ہے؟ بحث کیجئے۔

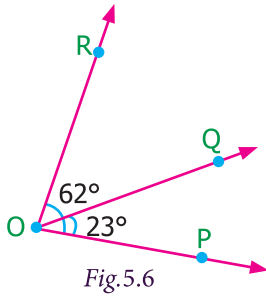
مثال 5.1 خاکہ 5.5 میں $\angle AOC$ معلوم کیجئے۔



حل

$$\begin{aligned}\angle AOC &= \angle AOB + \angle BOC \\ &= 51^\circ + 46^\circ \\ &= 97^\circ\end{aligned}$$

مثال 5.2 اگر $\angle POQ = 23^\circ$ اور $\angle POR = 62^\circ$ ہو تو $\angle QOR$ دریافت کیجئے۔



حل

$$\begin{aligned}\angle POR &= \angle POQ + \angle QOR \\ 62^\circ &= 23^\circ + \angle QOR\end{aligned}$$

دونوں جانب 23° کو تفریق کرنے سے

$$\begin{aligned}62^\circ - 23^\circ &= 23^\circ + \angle QOR - 23^\circ \\ \angle QOR &= 39^\circ\end{aligned}$$

مثال 5.3 ذیل میں کونسے متصلہ زاویوں کی جوڑی سے خطی جوڑی بن سکتی ہے؟

(i) $89^\circ, 91^\circ$

(ii) $105^\circ, 65^\circ$

(iii) $117^\circ, 62^\circ$

(iv) $40^\circ, 140^\circ$

حل

(i) چونکہ $89 + 91 = 180^\circ$ ، یہ جوڑی، خطی جوڑی ہے۔

(ii) چونکہ $105^\circ + 65^\circ = 170^\circ \neq 180^\circ$ ، یہ جوڑی، خطی جوڑی نہیں بناتی ہے۔

(iii) چونکہ $117^\circ + 62^\circ = 179^\circ \neq 180^\circ$ ، یہ جوڑی، خطی جوڑی نہیں بناتی ہے۔

(iv) چونکہ $40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$ ، یہ جوڑی، خطی جوڑی ہے۔

مثال 5.4 چھوٹے ہوئے زاویے دریافت کیجئے۔

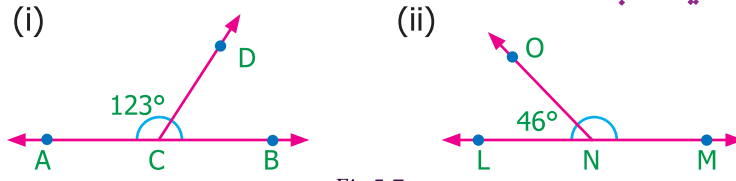


Fig.5.7

حل

(i) چونکہ، یہ زاویہ خطی جوڑی ہیں۔ $\angle ACD + \angle BCD = 180^\circ$

$$123^\circ + \angle BCD = 180^\circ$$

دونوں جانب 123° کو تفریق کرنے سے

$$123^\circ + \angle BCD - 123^\circ = 180^\circ - 123^\circ$$

$$\angle BCD = 57^\circ$$

(ii) چونکہ، یہ زاویہ خطی جوڑی ہیں۔ $\angle LNO + \angle MNO = 180^\circ$

$$46^\circ + \angle MNO = 180^\circ$$

دونوں جانب 46° کو تفریق کرنے سے

$$46^\circ + \angle MNO - 46^\circ = 180^\circ - 46^\circ$$

$$\angle MNO = 134^\circ$$

مثال 5.5 دو زاویوں کی نسبت 3:2 ہے۔ اگر وہ خطی جوڑی ہو تو معلوم کیجئے۔

حل

فرض کیجئے زاویے $3x$ اور $2x$ ہیں۔

چونکہ، وہ زاویوں کی خطی جوڑی ہیں۔ ان کا حاصل جمع 180° ہے۔

$$3x + 2x = 180^\circ \quad \text{چنانچہ،}$$

$$5x = 180^\circ$$

$$x = \frac{180^\circ}{5}$$

$$x = 36^\circ$$

$$3x = 3 \times 36 = 108^\circ \quad \text{زاویے یہ ہیں}$$

$$2x = 2 \times 36 = 72^\circ$$

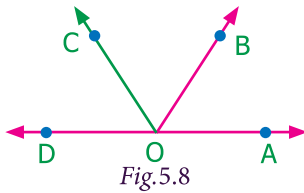


Fig.5.8

خطی زاویے کی جوڑیاں۔ مزید چند نتائج More on Linear Pairs

خان اپنے استاد سے پوچھتا ہے کہ کیا ہوگا اگر وہ خطی زاویے کی جوڑی کے درمیان ایک شعاع کھینچتی ہے؟

استاد اس پر شعاع کھینچنے کو کہتے ہیں۔ خان سے پوچھی گئی شعاع خاکہ 5.8 میں دکھائی گئی ہے۔

استاد خان سے پوچھتے ہیں ” $\angle AOB$ اور $\angle BOC$ زاویوں کے بارے میں تم کیا کہتے ہو؟“ وہ کہتا ہے کہ یہ متصلہ زاویے ہیں۔

$$\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC \quad \text{بھی صحیح ہے۔}$$

استاد $\angle AOC$ اور $\angle COD$ زاویوں کی جوڑی کے بارے میں بھی پوچھتے ہیں۔ وہ جواب دیتا ہے کہ یہ خطی جوڑیاں ہیں۔ چنانچہ، ان کا

$$\angle AOC + \angle COD = 180^\circ \quad \text{یعنی، حاصل جمع } 180^\circ \text{ ہے۔}$$

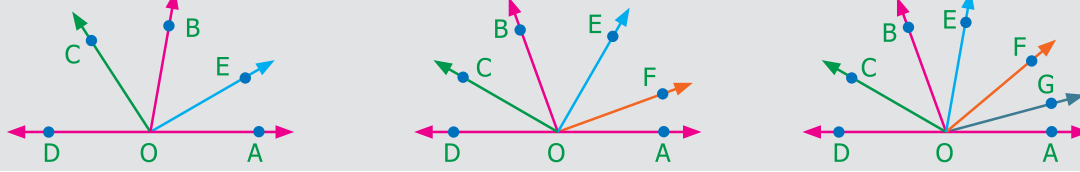
ان دونوں نتائج کو ملانے پر ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔ $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 180^\circ$

اس طرح، خط مستقیم کے ایک نقطہ سے بننے والے تمام زاویوں کا حاصل جمع 180° ہے۔



ذرا سوچئے

ان زاویوں کا کیا ہوگا اگر ہم 3 یا 4 یا 5 شعاعیں ایک خط پر شامل کرتے ہیں۔ جیسے کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔



ہم خطی جوڑیوں پر مزید ایک نتیجہ کو سیکھ سکتے ہیں۔ خاکہ 5.9 پر غور کیجئے۔

AB ایک خط مستقیم ہے۔ AB پر O سے ایک شعاع OC نکلتی ہے۔ یہاں $\angle AOC$ اور $\angle BOC$ خطی جوڑی ہیں۔

$$\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$$

AB پر O سے ایک اور شعاع OD نکلتی ہے۔ دوبارہ، $\angle AOD$ اور $\angle BOD$ خطی جوڑی ہیں۔

$$\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$$

AB پر O سے ایک اور شعاع OD نکلتی ہے۔ دوبارہ، $\angle AOD$ اور $\angle BOD$ خطی جوڑی ہیں۔

$$\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$$

اب، $\angle AOC$ ، $\angle BOC$ ، $\angle AOD$ اور $\angle BOD$ نقطہ O سے بننے والے زاویے ہیں۔

ہم یہ غور کر سکتے ہیں کہ $(\angle AOC + \angle BOC) + (\angle AOD + \angle BOD) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

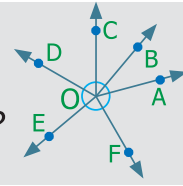
لہذا، ایک نقطہ سے بننے والے تمام زاویوں کا حاصل جمع 360° ہے۔



ذرا سوچئے

کیا تم ذیل کے بیان کی تصدیق کر سکتے ہو؟

$$\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOE + \angle EOF + \angle FOA = 360^\circ?$$



مثال 5.6 خاکہ 5.10 میں، $\angle ROS$ کی پیمائش معلوم کیجئے۔

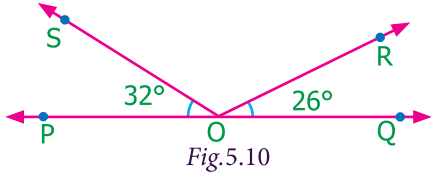


Fig. 5.10

ہم جانتے ہیں کہ، $\angle QOR + \angle ROS + \angle SOP = 180^\circ$

$$26^\circ + \angle ROS + 32^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ROS + 58^\circ = 180^\circ$$

دونوں جانب 58° کو تفریق کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\angle ROS = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

مثال 5.7 خاکہ 5.11 میں، x° کی قیمت دریافت کیجئے۔

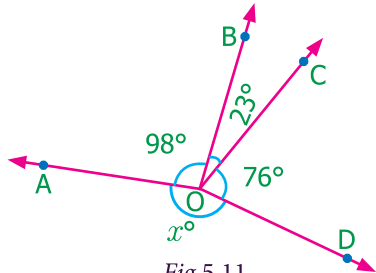


Fig. 5.11

$$98^\circ + 23^\circ + 76^\circ + x^\circ = 360^\circ$$

$$197^\circ + x^\circ = 360^\circ$$

$$x^\circ = 360^\circ - 197^\circ = 163^\circ$$

5.2.3 عمودی مقابل زاویے (Vertically Opposite Angles)

ہم پہلے ہی قاطع خطوط کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ خاکہ 5.12 پر غور کیجئے اس میں

l اور m نامی دو خطوط جو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں

اور نقطہ تقاطع پر چار زاویے بنتے ہیں۔ وہ یہ $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 3$ اور $\angle 4$ ہیں۔

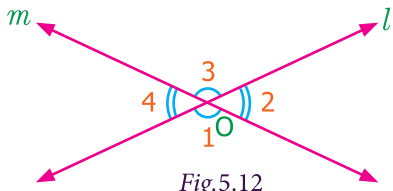


Fig. 5.12

ان میں سے کسی ایک زاویہ پر غور کیجئے۔ تو ہم $\angle 1$ زاویہ لیتے ہیں۔ $\angle 1$ کے متصل زاویے $\angle 2$ اور $\angle 4$ ہیں۔ $\angle 3$ غیر متصل زاویہ ہے اسی طرح، باقی کے تین زاویوں کے لئے دو متصل زاویے اور ایک غیر متصل زاویہ ہوگا۔ ہم یہ غور کر سکتے ہیں کہ ایک زاویہ اور اس کا غیر متصل زاویہ ٹھیک ایک دوسرے کے مقابل نقطہ 'O' (راس) پر ہوتے ہیں۔ اس طرح کے زاویہ جو ایک دوسرے کے مقابل ہوتے ہیں۔ جو راس سے تعلق رکھتے ہیں۔ ان کو عمودی مقابل زاویہ کہتے ہیں۔ جب دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو دو غیر متصل زاویے کی جوڑیاں بنتی ہیں ان کو عمودی مقابل زاویہ کہتے ہیں۔

کوشش کیجئے

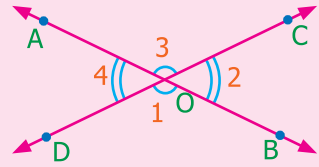
1۔ عمودی مقابل زاویوں کے چار حقیقی زندگی میں استعمال ہونے والے مثالیں ذیل میں دئے گئے ہیں۔



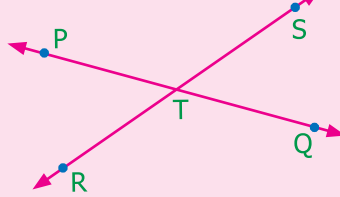
تمہارے اطراف و اکناف میں پائے جانے والے عمودی مقابل زاویے کے مزید چار مثالیں دیجئے۔

2۔ دئے گئے خاکہ میں $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{CD}$ نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ زاویوں کی جوڑی پر غور کیجئے اور دئے گئے جدول کو مکمل کیجئے۔ آپ کے لئے ایک سوال حل کیا گیا ہے۔

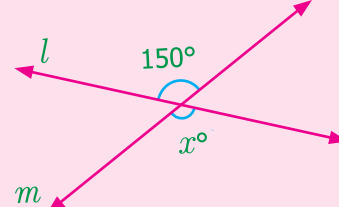
زاویوں کی جوڑی	$\angle AOC$	$\angle AOD$	$\angle BOC$	$\angle BOD$
$\angle AOC$	وہی زاویہ	متصل زاویہ	متصل زاویہ	غیر متصل زاویہ
$\angle AOD$				
$\angle BOC$				
$\angle BOD$				



عمودی مقابل زاویوں کی دو جوڑیوں کے نام دیجئے۔



درج ذیل خاکہ میں x° کی قیمت معلوم کیجئے۔

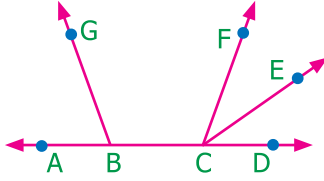


کارروائی

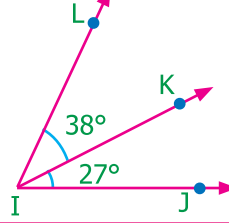
ایک کاغذ پر دو قاطع $\overrightarrow{AB}$ اور $\overrightarrow{CD}$ کھینچئے۔ فرض کیجئے کہ دو خطوط نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ عمودی مقابل زاویوں کی دو جوڑیوں کو $\angle 1$ ، $\angle 2$ اور $\angle 3$ ، $\angle 4$ کی طرح نشان کیجئے۔ $\angle 3$ اور $\angle 4$ کا ایک نقل اتارئے۔ نقل کئے ہوئے $\angle 2$ کو $\angle 1$ پر رکھئے۔ کیا یہ مساوی ہیں؟ نقل کئے ہوئے $\angle 3$ کو $\angle 4$ پر رکھئے۔ کیا یہ مساوی ہیں؟ اس عمل کو دوسرے پانچ مختلف قاطع خطوط کو جوڑیوں پر دہرائئے۔ تمہارے مشاہدات کو درج کر کے بحث کریں۔

مشق 5.1

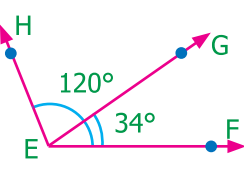
1- متصلہ زاویوں کی جوڑیوں کے نام بتائیے۔



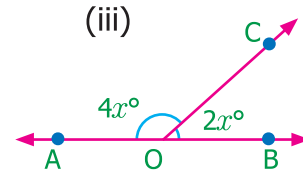
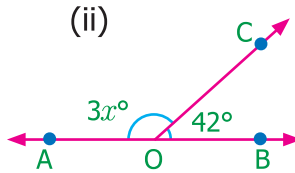
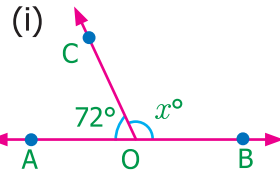
2- دئے گئے خاکہ میں $\angle JIL$ زاویہ معلوم کیجئے۔



3- دئے گئے خاکہ میں $\angle GEH$ زاویہ معلوم کیجئے۔



4- AB خط مستقیم دیا گیا ہے۔ ذیل کی صورتوں کے لئے x° کی قیمت محسوب کیجئے۔



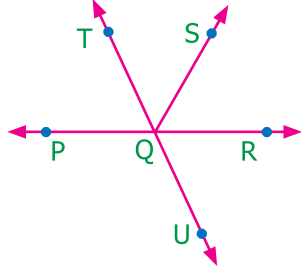
5- ایک خطی جوڑی میں ایک زاویہ، زاویہ قائمہ ہو تو دوسرے زاویے کے بارے میں کیا کہتے ہو؟

6- اگر ایک نقطہ پر تین زاویوں کی نسبت 1:4:7 میں ہیں۔ ہر ایک زاویہ کی قیمت معلوم کیجئے۔

7- ایک نقطہ پر 6 زاویے ہیں۔ ان میں ایک زاویہ 45° ہے۔ اور دوسرے پانچ زاویے مساوی ہیں۔

تمام پانچ زاویوں کی پیمائش کیا ہوگی؟

8- دئے گئے خاکہ میں شناخت کیجئے۔



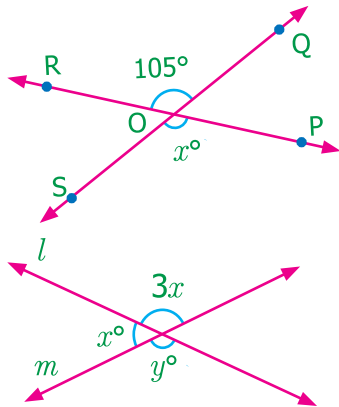
(i) کوئی دو متصلہ زاویوں کی جوڑیاں۔

(ii) دو عمودی مقابل زاویوں کی جوڑیاں۔

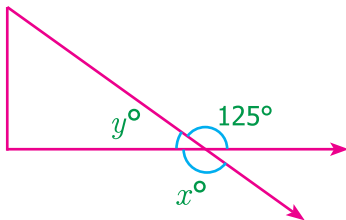
9- ایک نقطہ پر زاویے x° ، $2x^\circ$ ، $3x^\circ$ ، $4x^\circ$ اور $5x^\circ$ ہیں۔

سب سے بڑے زاویہ کی قیمت معلوم کیجئے۔

10- دئے گئے خاکہ میں، چھوٹے ہوئے زاویے معلوم کیجئے۔



11- دیکھائے گئے خاکہ میں x° اور y° کے زاویے معلوم کیجئے۔



12- خاکہ کو استعمال کر کے، ذیل کے سوالات کے جوابات دیجئے۔

(i) زاویہ x° کی پیمائش کیا ہے؟

(ii) زاویہ y° کی پیمائش کیا ہے؟

معروضی سوالات Objective type questions

13- متصّل زاویہ رکھتے ہیں۔

(i) مشترک اندرونی حصّہ نہیں ہے، مشترک بازو نہیں ہے، مشترک راس نہیں ہے۔

(ii) ایک مشترک راس ہے، ایک مشترک بازو ہے، مشترک اندرونی حصّہ ہے۔

(iii) ایک مشترک بازو ہے، ایک مشترک راس ہے۔

(iv) ایک مشترک بازو ہے، مشترک راس نہیں ہے۔ مشترک اندرونی حصّہ نہیں ہے۔

14- دئے گئے خاکہ میں $\angle 1$ اور $\angle 2$ زاویے ہیں۔

(i) مقابل زاویے (ii) متصّل زاویے

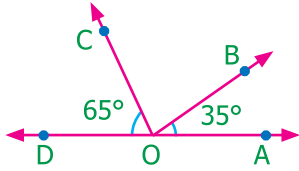
(iii) خطی جوڑی (iv) مکملہ زاویے

15- عمودی مقابل زاویے ہیں۔

(i) پیمائش مساوی نہیں ہیں (ii) متمم

(iii) مکملہ (iv) پیمائش مساوی ہیں

16- ایک نقطہ پر تمام زاویوں کا حاصل جمع ہے۔ (i) 360° (ii) 180° (iii) 90° (iv) 0°



(i) 90°

(ii) 180°

(iii) 80°

(iv) 100°

17- $\angle BOC$ کی پیمائش ہے۔

5.3 قاطع (Transversal)

خاکہ 5.13 پر غور کیجئے۔ یہاں m اور n کوئی دو غیر متوازی خطوط ہیں اور l دوسرا خط، دو خطوط

کو A اور B نقاط پر بالترتیب قطع کرتا ہے۔ اس طرح قطع کرنے والی خط (l) کو قاطع کہتے ہیں۔

چنانچہ، قاطع ایک ایسا خط ہے۔ جو دو خطوط کے مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے۔

ہم راس نظریہ کو کسی بھی تعداد کے خطوط کے لئے اپنا سکتے ہیں۔

اب، خاکہ 5.14 پر غور کریں کہ ان دونوں صورتوں (i) اور (ii)

میں یہ جانچئے کہ کیا خط (l) دوسرے خط کے لئے قاطع ہے۔

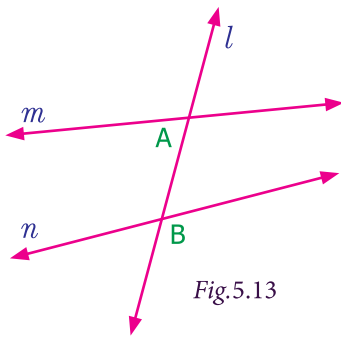
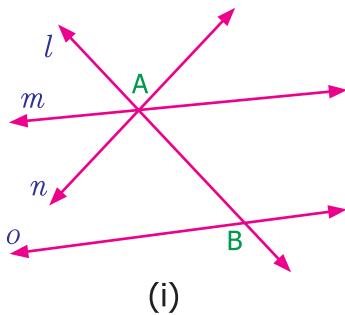
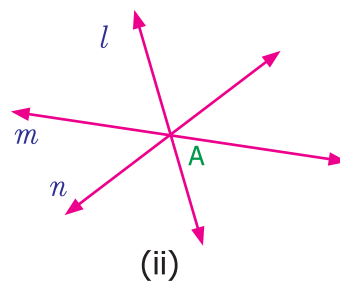


Fig. 5.13



(i)



(ii)

Fig. 5.14

خاکہ (i) میں خط l ، m اور n خطوط کے لئے قاطع نہیں ہے۔ لیکن یہ خطوط کی جوڑی m اور n ، o اور n کے لئے قاطع ہے۔

خاکہ (ii) میں خط l ، m اور n خطوط کے مختلف نقاط پر قطع نہیں کرتا ہے۔ لہذا، یہ قاطع نہیں ہے۔

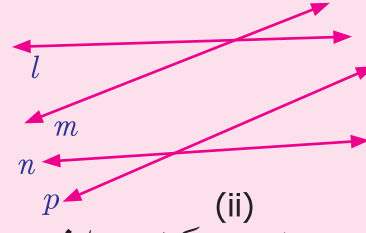
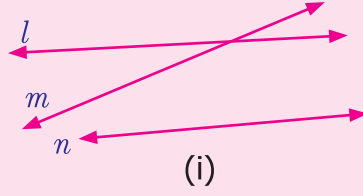


ذرا سوچئے

دئے گئے خطوط کے مجموعہ کے لئے کیا ایک سے زیادہ قاطع کھینچنا ممکن ہے؟

1.

1- دئے گئے خاکوں میں زیادہ سے زیادہ ممکن قاطع کو کھینچئے۔



2- اوپر کے خاکوں کے لئے ایک خط کھینچئے جو قاطع نہیں ہے۔

3- ذیل کے دو خطوط کے لئے تم کتنے قاطع کھینچ سکتے ہو؟



5.3.1 ایک قاطع سے بننے والے زاویے Angles Formed by a Transversal

اگر ایک قاطع دو خطوط پر قطع کرتا ہے تو نقطہ تقاطع پر آٹھ زاویے بنتے ہیں جیسا کہ خاکہ 5.15 میں دیکھا گیا ہے۔

یہ واضح ہے کہ زاویوں کی جوڑی $\angle 1, \angle 2$ ؛ $\angle 3, \angle 4$ ؛ $\angle 5, \angle 6$ ؛ $\angle 7, \angle 8$ خطی جوڑیاں ہیں۔ کیا تم اور خطی جوڑیوں کو معلوم کر سکتے ہو؟

اس کے علاوہ، جوڑیاں $\angle 1, \angle 3$ ؛ $\angle 2, \angle 4$ ؛ $\angle 5, \angle 7$ ؛ $\angle 6, \angle 8$ عمودی مقابل زاویے ہیں۔

خاکہ 5.15 میں دیکھئے گئے زاویوں کو ہم مزید مختلف زمروں میں درجہ بندی کر سکتے ہیں۔ وہ اس طرح ہیں۔

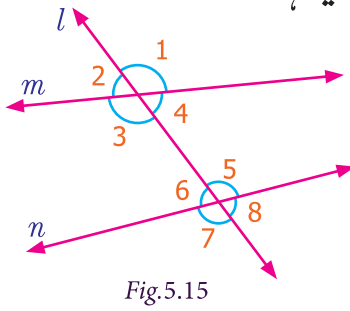


Fig. 5.15

نظیری زاویے (Corresponding Angles)

غور کیا گیا کہ زاویے کی جوڑی $\angle 1$ اور $\angle 5$ قاطع l کے دائیں جانب نشان کئے گئے ہیں۔ $\angle 1$ خط m کے اوپر واقع ہے اور $\angle 5$ خط n کے اوپر واقع ہے۔

یہ بھی غور کریں کہ زاویے کی جوڑی $\angle 2$ اور $\angle 6$ قاطع l کے بائیں جانب نشان کئے گئے ہیں۔ $\angle 2$ خط m کے اوپر واقع ہے اور $\angle 6$ خط n کے اوپر واقع ہے۔

اسی طرح غور کرنے پر زاویے کی جوڑی $\angle 3$ اور $\angle 7$ قاطع l کے بائیں جانب نشان کئے گئے ہیں۔ $\angle 3$ خط m کے نیچے واقع ہے اور $\angle 7$ خط n کے نیچے واقع ہے۔

غور کریں کہ زاویے کی جوڑی $\angle 4$ اور $\angle 8$ قاطع l کے دائیں جانب نشان کئے گئے ہیں۔ $\angle 4$ خط m کے نیچے واقع ہے اور $\angle 8$ خط n کے نیچے واقع ہے۔

چنانچہ، یہ تمام زاویوں کی جوڑیاں مختلف راسیں رکھتے ہیں۔ قاطع l کے اُسی جانب (دائیں یا بائیں) واقع ہیں۔ خطوط m اور n کے اوپر یا نیچے واقع ہیں۔ خطوط m اور n کے اوپر یا نیچے واقع ہیں۔

اس طرح کی جوڑیوں کو نظیری زاویے کہتے ہیں۔



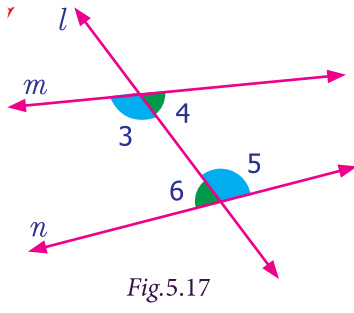


Fig. 5.17

متبادل اندرونی زاویے (Alternate Interior Angles)

ہر ایک زاویے کی جوڑی $\angle 3$ اور $\angle 5$ ، $\angle 4$ اور $\angle 6$ قاطع l مقابل جانب نشان کئے گئے ہیں۔
اور خطوط m اور n کے درمیان واقع ہیں۔ ان کو **متبادل اندرونی زاویے** کہتے ہیں۔

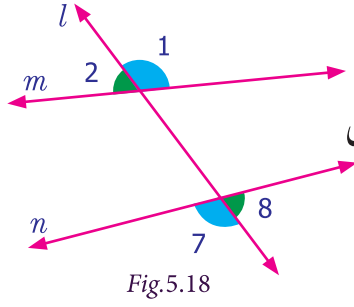


Fig. 5.18

متبادل بیرونی زاویے (Alternate Exterior Angles)

ہر ایک زاویے کی جوڑی $\angle 1$ اور $\angle 7$ ، $\angle 2$ اور $\angle 8$ قاطع l کے مقابل جانب نشان کئے گئے ہیں۔
اور خطوط m اور n کے بیرونی جانب واقع ہیں۔ ان کو **متبادل بیرونی زاویے** کہتے ہیں۔

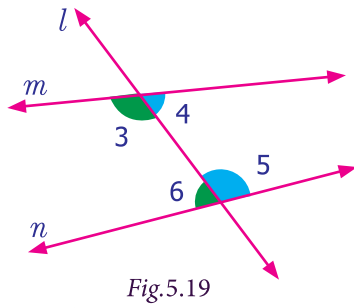


Fig. 5.19

چلیے اب ہم چند مزید زاویوں کی جوڑیوں پر غور کریں گے۔
ہر ایک زاویے کی جوڑی $\angle 3$ اور $\angle 6$ ، $\angle 4$ اور $\angle 5$ قاطع l کے اُسی جانب نشان کئے گئے ہیں۔
اور خطوط m اور n کے درمیان واقع ہیں۔
یہ زاویے خطوط m اور n کے اندرونی جانب واقع ہیں اور قاطع l کے اُسی جانب بھی ہیں۔

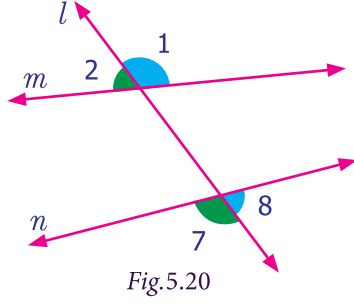


Fig. 5.20

ہر ایک زاویے کی جوڑی $\angle 1$ اور $\angle 8$ ، $\angle 2$ اور $\angle 7$ قاطع l کے اُسی جانب نشان کئے گئے ہیں۔
اور خطوط m اور n کے بیرونی جانب واقع ہیں۔
یہ زاویے خطوط m اور n کے بیرونی جانب واقع ہیں اور قاطع l کے اُسی جانب بھی ہیں۔
اس طرح کے زاویوں کو ہم کس طرح نام دے سکتے ہیں؟
ان کو **ہم اندرونی** (Co-Interior) اور **ہم بیرونی** (Co-Exterior) زاویے کہتے ہیں۔

فن تعمیر میں جب ساخت کا نمونہ تیار کرنے کے دوران توازن اور تشاکل یقینی بنانے کے لئے **نظیری زاویے** استعمال ہوتے ہیں۔ **متبادل بیرونی زاویے** فرش کے منصوبہ میں تشاکل کو یقینی کرنے کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔ **متبادل اندرونی زاویے** دوستونوں کو متوازی ہونے کو یقینی کرنے کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔ اور ساخت کو ٹیڑھا یا بد شکل ہونے سے روکتے ہیں۔
قاطع کے اُسی جانب کے اندرونی زاویے کا استعمال یہ جانچنے کے لئے ہوتا ہے کہ اگر دوستوان متوازی ہیں اور پورے ڈیزائن میں کوئی خرابی نہیں ہوگی۔ **قاطع کے اُسی جانب کے بیرونی زاویے** دیواروں کے سیدھا ہونے کو یقینی کرنے کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔

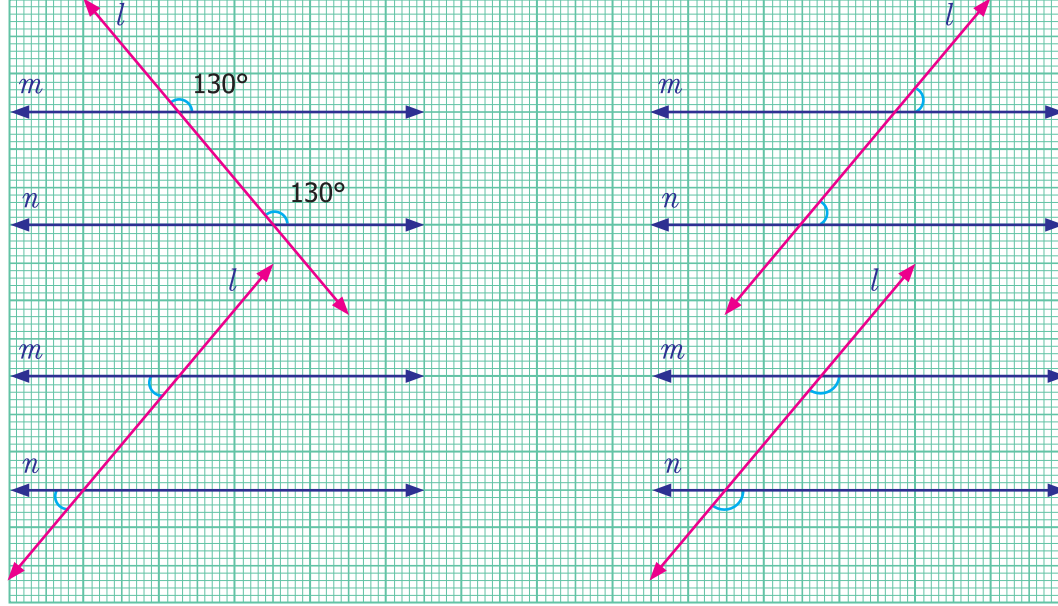
5.3.2 متوازی خطوط پر قاطع کے ذریعے بننے والے زاویے Angles Formed by a Transversal With Parallel Lines

جب ایک قاطع دئے گئے دو خطوط کو قطع کرنے سے بننے والے مختلف زاویوں کے بارے میں ہم نے دیکھا۔ چلیے اب ہم متوازی خطوط پر ایک قاطع سے بننے والے زاویوں کے بارے میں چند دلچسپ نظریے ذیل کا کارروائیوں کے ذریعہ غور کریں گے۔



کارروائی

ہر ایک خاکہ میں نشان کردہ نظیری زاویوں کی جوڑی پر غور کیجئے۔ متوازی خطوط میں ایک اندرونی اور دوسرا بیرونی زاویہ ہے اور یہ دونوں قاطع کے اُسی جانب واقع ہیں۔ ایک زاویے کی جوڑی پیمائش کرنے پر مساوی پائی گئی۔ بقیہ تین زاویے کی جوڑیوں کی پیمائش کر کے جانچئے۔

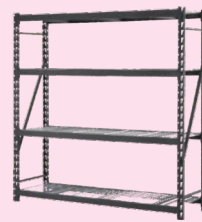
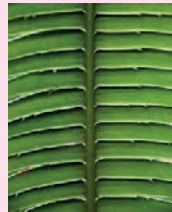


اوپر کی کارروائی سے، ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ جب ایک قاطع دو متوازی خطوط کو قطع کرتا ہے تو نظیری زاویوں کی ہر جوڑی مساوی ہوتی ہے۔

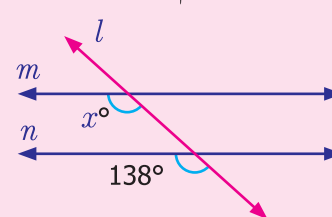
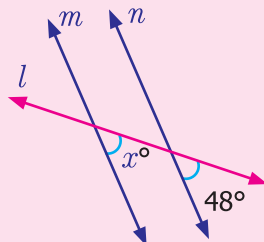
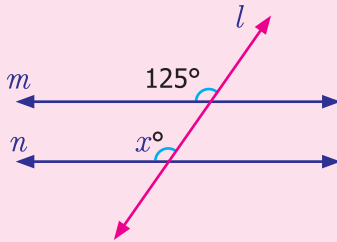


کوشش کیجئے

1- روزمرہ زندگی میں متوازی خطوط پر قطع کرنے والے قاطع کی چار مثالیں ذیل میں دی گئی ہیں۔

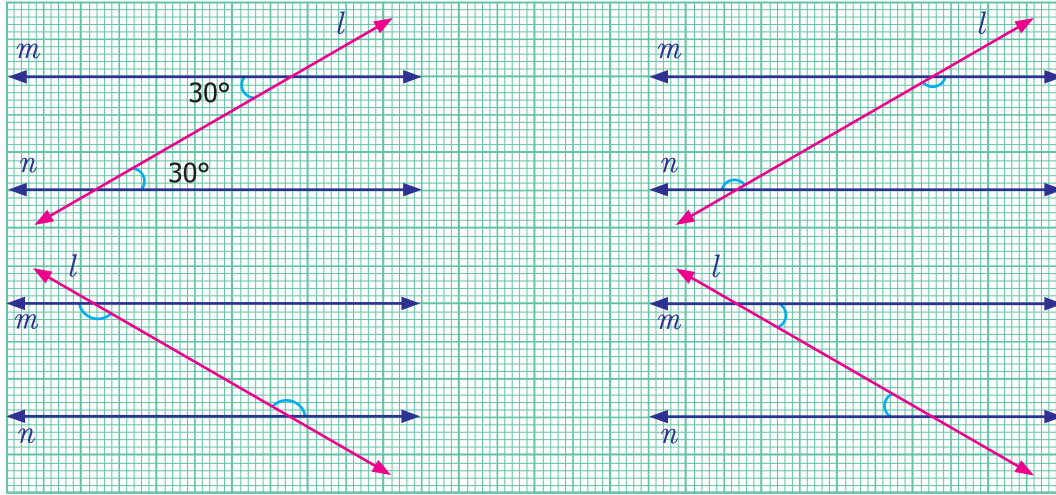


تمہارے اطراف و اکناف میں پائے جانے والے متوازی خطوط پر قطع کرنے والے قاطع کی مزید چار مثالیں دیجئے۔
2- x° کی قیمت معلوم کیجئے۔



کارروائی

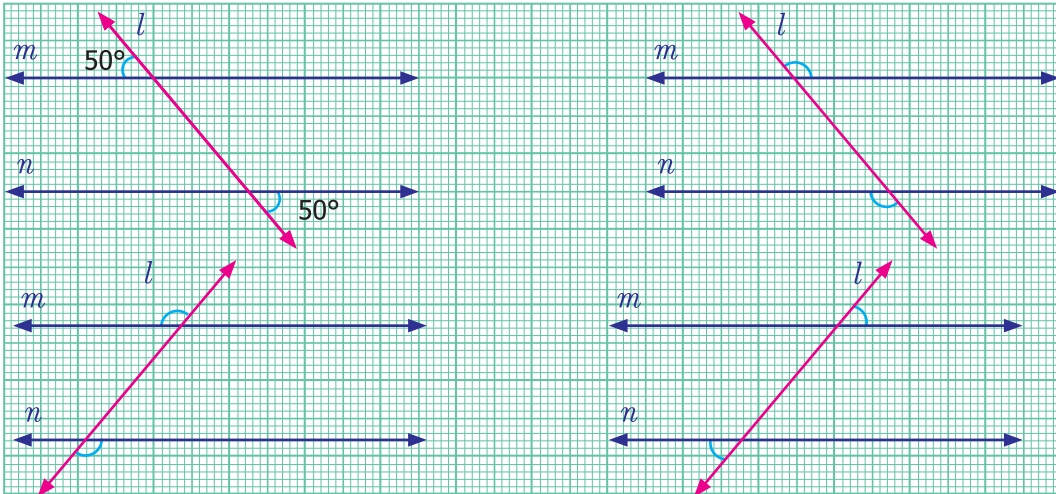
ہر ایک خاکہ میں متبادل اندرونی زاویوں پر غور کیجئے۔ دونوں زاویے متوازی خطوط کے اندرونی جانب اور قاطع کے مقابل جانب واقع ہیں اور زاویے کی جوڑی پیمائش کرنے پر مساوی پائی گئی۔ بقیہ تین زاویوں کی جوڑیوں کی پیمائش کر کے جانچئے۔



اوپر کی کارروائی سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ جب ایک قاطع دو متوازی خطوط کو قطع کرتا ہے تو متبادل اندرونی زاویوں کی ہر جوڑی مساوی ہوتی ہے۔

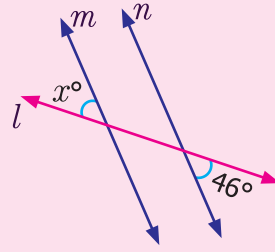
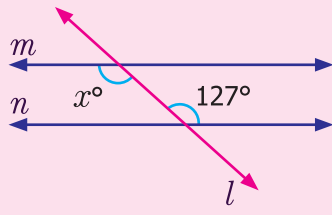
کارروائی

ہر ایک خاکہ میں نشان کردہ متبادل بیرونی زاویوں پر غور کیجئے۔ دونوں زاویے متوازی خطوط کے بیرونی جانب واقع ہیں اور یہ دونوں قاطع کے مقابل جانب واقع ہیں۔ ایک زاویے کی جوڑی پیمائش کرنے پر مساوی پائی گئی۔ بقیہ تینوں زاویوں کی جوڑیوں کی پیمائش کر کے جانچئے۔



اوپر کی کارروائی سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ جب دو متوازی خطوط کو ایک قاطع کے ذریعہ کاٹتے ہیں تو متبادل بیرونی زاویوں کی ہر ایک جوڑی مساوی ہوتی ہے۔

کوشش کیجئے

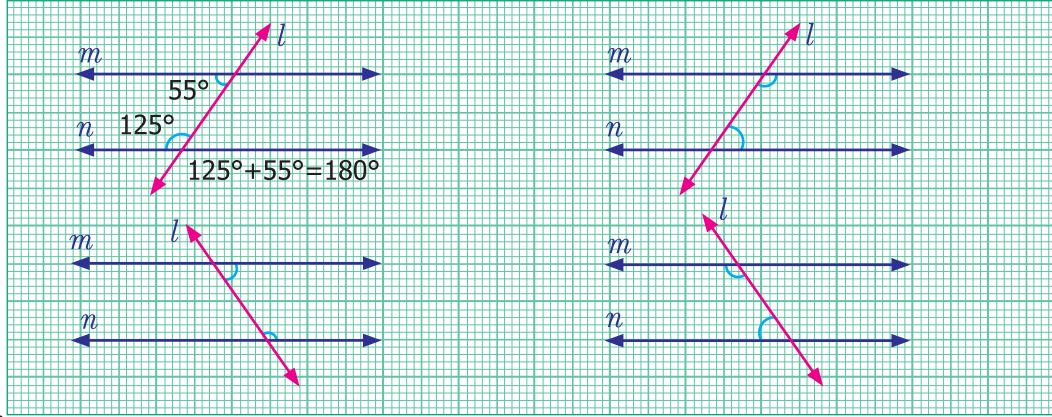


x° کی قیمت معلوم کیجئے۔



کارروائی

ہر ایک خاکہ میں نشان کردہ ہم اندرونی زاویوں پر غور کیجئے۔ دونوں متوازی خطوط کے اندرونی جانب اور قاطع کے اُسی جانب واقع ہیں۔ ایک زاویے کی جوڑی کو پیمائش کرنے پر ان کا حاصل جمع 180° حاصل ہوا۔ بقیہ تینوں زاویوں کی جوڑیوں کی پیمائش کر کے جانچئے۔

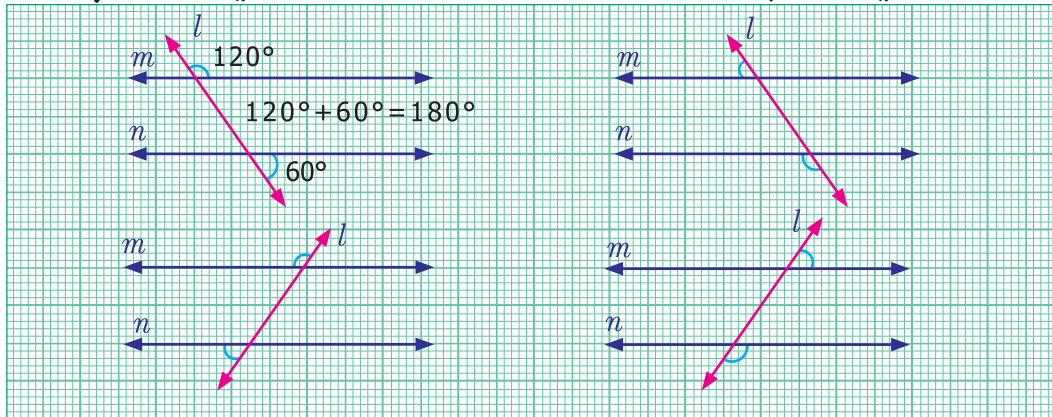


اوپر کی کارروائی سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ جب دو متوازی خطوط کو ایک قاطع کے ذریعہ کاٹتے ہیں تو قاطع کے اُسی جانب واقع پر اندرونی زاویے کی جوڑی مکملہ زاویے ہیں۔



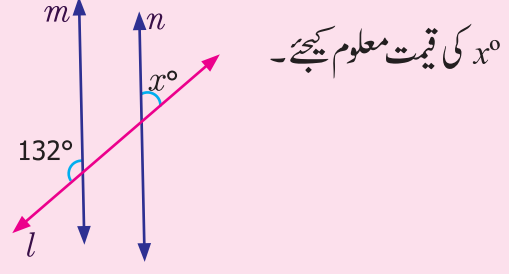
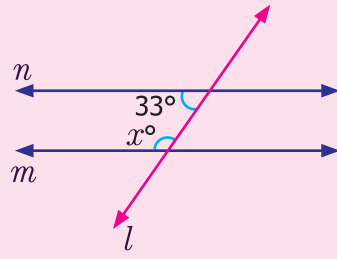
کارروائی

ہر ایک خاکہ میں نشان کردہ ہم بیرونی زاویوں پر غور کیجئے۔ دونوں متوازی خطوط کے بیرونی جانب اور قاطع کے اُسی جانب واقع ہیں۔ ایک زاویے کی جوڑی کو پیمائش کرنے پر مکملہ زاویہ حاصل ہوا۔ بقیہ تینوں زاویوں کی جوڑیوں کی پیمائش کر کے جانچئے۔



اوپر کی کارروائی سے ہم نے نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ جب دو متوازی خطوط کو ایک قاطع کے ذریعہ کاٹتے ہیں تو قاطع کے اُسی جانب واقع پر بیرونی زاویے کی جوڑی مکملہ زاویے ہیں۔

کوشش کیجئے



x° کی قیمت معلوم کیجئے۔

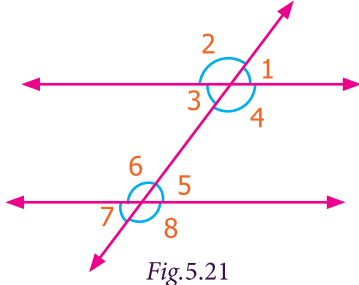


Fig.5.21

مثال 5.8 (i) $\angle 1$ کا نظیری زاویہ کا نام لکھئے۔

(ii) $\angle 3$ کا متبادل اندرونی زاویہ کا نام لکھئے۔

(iii) $\angle 8$ کا متبادل بیرونی زاویہ کا نام لکھئے۔

(iv) $\angle 8$ کا نظیری زاویہ کا نام لکھئے۔

(v) $\angle 7$ کا متبادل بیرونی زاویہ کا نام لکھئے۔

(vi) $\angle 6$ کا متبادل اندرونی زاویہ کا نام لکھئے۔

(iv) $\angle 8$ کا نظیری زاویہ $\angle 4$ ہے۔

(v) $\angle 7$ کا متبادل بیرونی زاویہ $\angle 1$ ہے۔

(vi) $\angle 6$ کا متبادل اندرونی زاویہ $\angle 4$ ہے۔

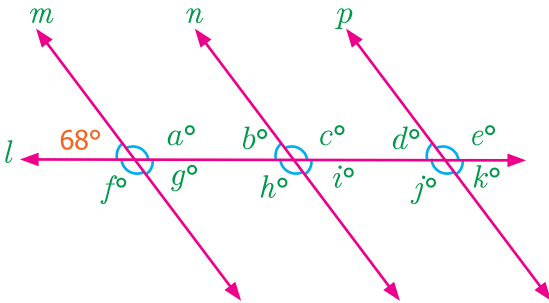


Fig.5.22

مثال 5.9 (i) کونسے زاویے b° کے نظیری زاویے ہیں؟

(ii) b° کی پیمائش کیا ہے؟

(iii) کونسے زاویے 68° پیمائش رکھتے ہیں؟

(iv) کونسے زاویے 112° پیمائش رکھتے ہیں؟

(i) b° کے نظیری زاویہ d° اور 68° ہیں۔

(ii) b° کی پیمائش 68° ہے۔ (کیونکہ b° کا نظیری زاویہ 68° ہے)

(iii) b° , d° , g° , i° اور k° زاویے 68° پیمائش رکھتے ہیں۔

(iv) a° , c° , e° , f° , h° اور j° زاویے 112° پیمائش رکھتے ہیں۔

مثال 5.10 اگر l متوازی ہے m سے تو خاکہ میں x اور y کی پیمائش معلوم کیجئے۔

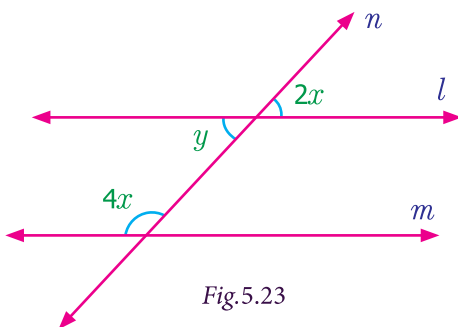


Fig.5.23

حل دیا گیا ہے کہ l متوازی ہے m سے اور l اور m کا قاطع n ہے۔

(عمودی مقابل زاویے مساوی ہیں) $y = 2x$ ہمیں حاصل ہوتا ہے،

(قاطع کے اُسی جانب واقع اندرونی زاویوں کا حاصل جمع ہے) $y + 4x = 180^\circ$

$$2x + 4x = 180^\circ \quad (y = 2x, \text{ چونکہ})$$

$$6x = 180^\circ$$

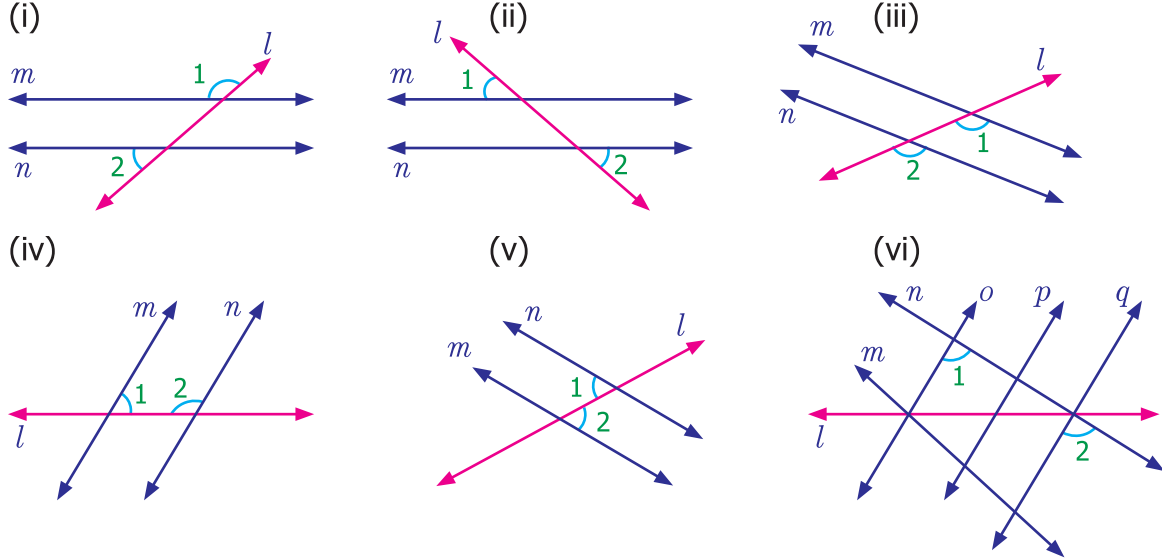
دونوں جانب 6 سے تقسیم کرنے پر

$$\frac{x}{6} = \frac{180^\circ}{6} \text{ ہمیں حاصل ہوا۔ } x = 30^\circ$$

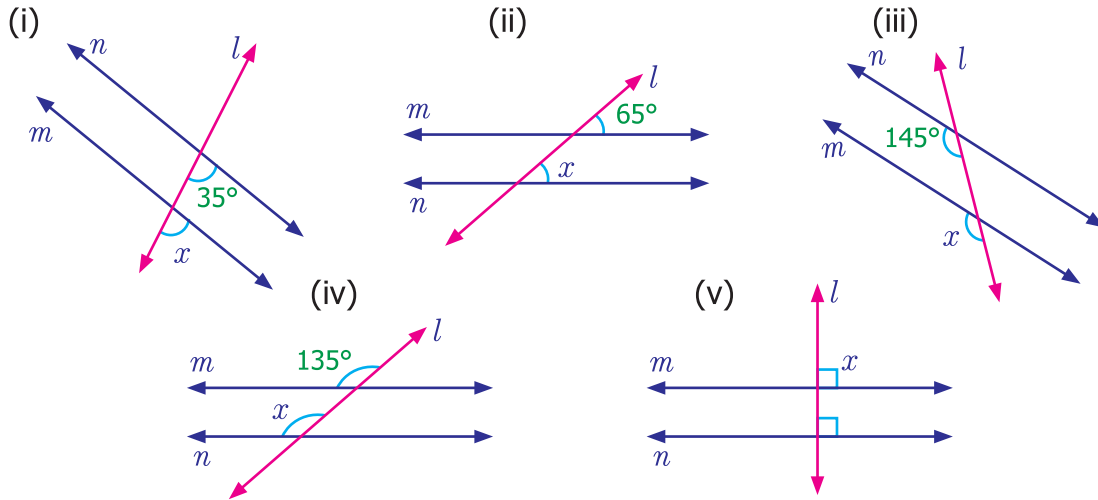
$$y = 2(30^\circ) = 60^\circ. \text{ اب}$$

مشق 5.2

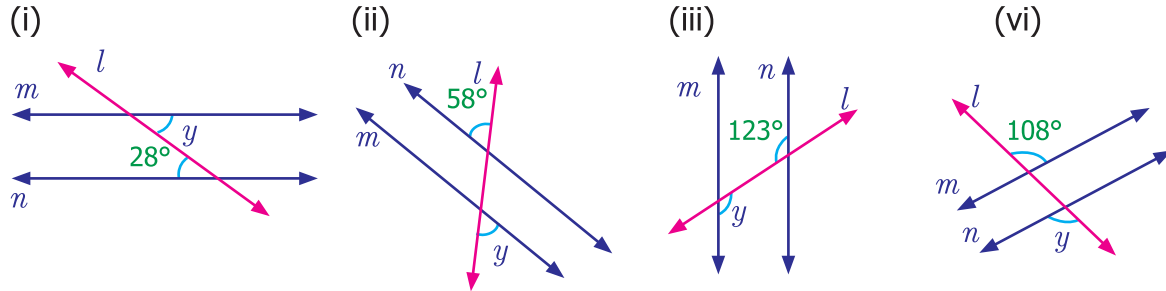
1۔ خاکوں میں نشان کردہ زاویوں کی جوڑی کے نام لکھئے۔



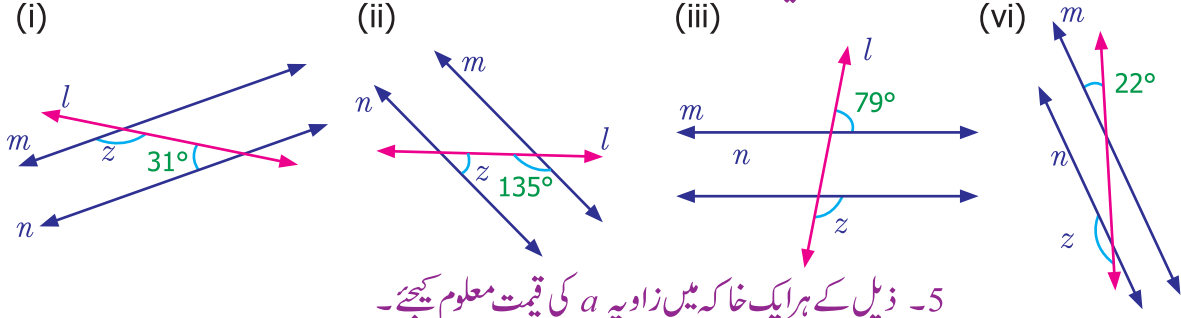
2۔ ذیل کے ہر ایک خاکہ میں زاویہ x کی پیمائش محسوب کیجئے۔



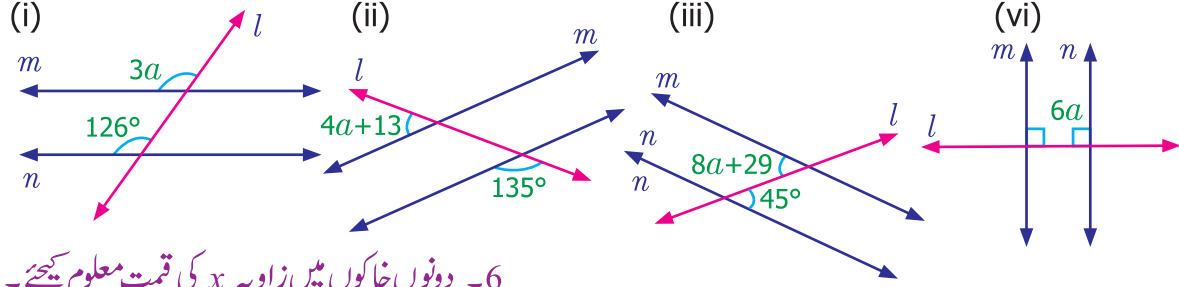
3۔ ذیل کے ہر ایک خاکہ میں زاویہ y کی پیمائش محسوب کیجئے۔



4- ذیل کے ہر ایک خاکہ میں زاویہ z کی پیمائش محسوب کیجئے۔



5- ذیل کے ہر ایک خاکہ میں زاویہ a کی قیمت معلوم کیجئے۔



6- دونوں خاکوں میں زاویہ x کی قیمت معلوم کیجئے۔



7- رئیس سے نشان کردہ زاویے نیچے (i) اور (ii) میں دکھایا گیا ہے۔ جانچئے کہ کیا دونوں صحیح ہیں۔ اسباب بیان کیجئے۔



8- روزمرہ زندگی میں متوازی خطوط ہم کہاں استعمال کرتے ہیں۔ کوئی دو مثالیں دیجئے۔

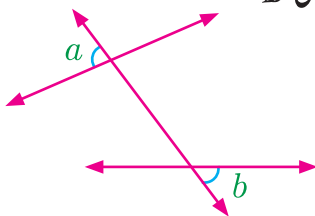
9- دو متوازی خطوط ایک قاطع کے ذریعہ قطع کرتے ہیں۔ کم از کم کتنے زاویوں کی تعداد تمہیں چاہئے۔ بقیہ زاویوں کو معلوم کرنے کے لئے سبب بیان کیجئے۔

معمولی سوالات Objective type questions

10- ایک خط جو دو یا دو سے زیادہ خطوط کے مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے تو اس کو کہتے ہیں۔

(i) متوازی خطوط (ii) قاطع (iii) غیر متوازی خطوط (iv) قطع کرنے والی خط

11- دئے گئے خاکہ میں زاویے a اور b ہیں۔



(i) متبادل بیرونی زاویے (ii) نظیری زاویے

(iii) متبادل اندرونی زاویے (iv) عمودی مقابل زاویے

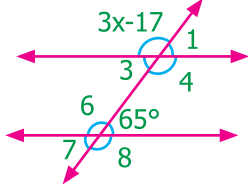
12- ذیل کے بیانات میں کونسا ہمیشہ صحیح ہے جب دو متوازی خطوط ایک قاطع سے قطع کرتے ہو۔

(i) نظیری زاویے مکملہ زاویے ہیں۔

(ii) متبادل اندرونی زاویے مکملہ زاویے ہیں۔

(iii) متبادل بیرونی زاویے مکملہ زاویے ہیں۔

(iv) قاطع کے اُسی جانب کے اندرونی زاویے مکملہ زاویے ہیں۔



(i) 43°

(ii) 44°

13- اس خاکہ میں x° کی قیمت کیا ہے؟

(iii) 132°

(iv) 134°



5.4 تصنیف Construction

جیومیٹری میں تصنیف کے معنی خطوط، زاویے اور شکلوں کو ٹھیک سے کھینچنا ہے۔ کچھلی جماعت میں ہم نے قاطع خط،

دئے گئے قاطع خط کا متوازی اور عمودی خط اور چاندہ کو استعمال کر کے زاویہ بنانا سیکھ چکے ہیں۔

اب ہم دیئے گئے ایک قاطع خط کا عمودی ناصف 30° ، 60° ، 120° ، 90° ، 45° کو بغیر چاندہ کے استعمال سے تصنیف کرنے بارے میں سیکھیں گے۔

دئے گئے خاکے پیمائش کے مطابق نہیں ہیں۔

5.4.1 قاطع خط کے عمودی ناصف کی تصنیف (Construction of Perpendicular Bisector of a line Segment)

کچھلی جماعت میں ہم عمودی خطوط کے بارے میں سیکھ چکے ہیں۔ خاکہ 5.24 پر غور کریں۔

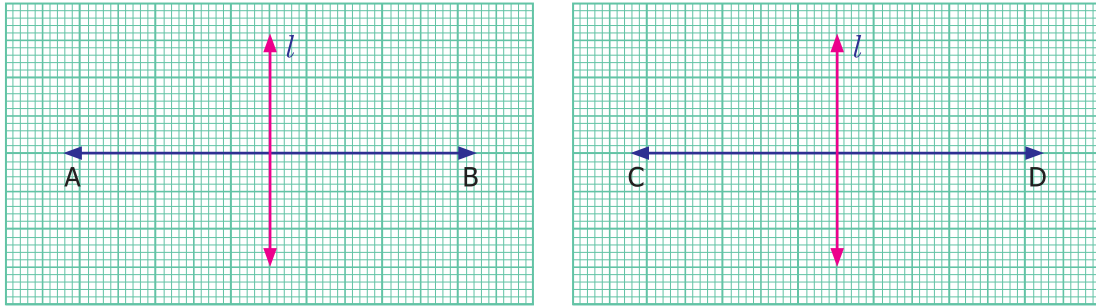
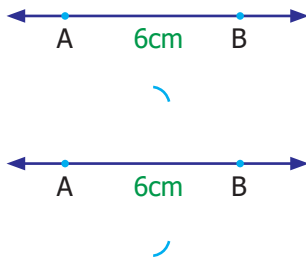


Fig.5.24

یہ عمودی خطوط ہیں۔ دونوں صورتوں میں عمودی خط l ، قاطع خطوط کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے۔ اس خط کو قاطع خط کا عمودی ناصف کہتے ہیں۔ چنانچہ ایک عمودی خط جو ایک قاطع خط کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے، یہ خط دئے گئے قاطع خط کا عمودی ناصف ہے۔

اب ہم دئے گئے قاطع خط کی عمودی ناصف کی تصنیف کو کس طرح کرتے ہیں سیکھیں گے۔

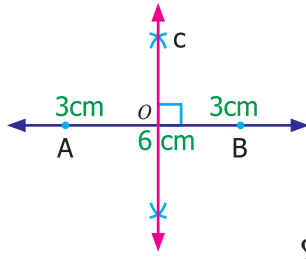


مثال 5.11 $AB = 6$ سم قاطع خط کا عمودی ناصف کھینچئے۔

مرحلہ 1: ایک خط کھینچئے۔ A اور B دو نقاط کو اس پر نشان کیجئے تاکہ $AB = 6$ سم ہو۔

مرحلہ 2: پرکار کے استعمال سے، A کو مرکز مان کر اور AB کے آدھے سے زیادہ نصف قطر لے کر

اسی لمبائی کے دو قوسیں، ایک AB کے اوپر اور ایک AB کے نیچے کھینچئے۔



مرحلہ 3: B کو مرکز مان کر اور اُسی نصف قطر سے دو قوسوں کو مرحلہ (2) میں کھینچے گئے قوسوں پر کاٹئے۔
قوسوں کے نقطہ تقاطع پر C اور D نشان کیجئے۔

مرحلہ 4: C اور D کو ملائے۔ CD قطع کریں گا۔ نقطہ تقاطع کو O نشان کیجئے۔
AB کا مطلوبہ عمودی ناصف CD ہے۔

$\angle AOC$ کی پیمائش کریں۔ AO اور OB کی لمبائیوں کی پیمائش کریں۔ تم کیا غور کرتے ہو؟



ذرا سوچیے

اگر قوس کا نصف قطر AB کے آدھے سے کم ہو تو کیا ہوگا؟

مشق 5.3

1۔ دئے گئے ہر ایک لمبائی کا قطاع خط کھینچئے اور ان کے عمودی ناصف اسکیل اور پرکار کے استعمال سے تصنیف کیجئے۔

- (a) 8 cm (b) 7 cm (c) 5.6 cm (d) 10.4 cm (e) 58 mm

5.4.2 ایک زاویہ کا زاویہ ناصف کی تصنیف Construction of an Angle Bisector of an Angle

اگر ایک خط یا قطاع خط ایک زاویہ کو دو مساوی زاویوں میں تقسیم کرتی ہے تو اس خط یا قطاع خط کو دئے گئے زاویہ کا زاویہ ناصف کہتے ہیں۔
ذیل کے خاکوں میں ہم بعض زاویہ ناصفوں پر غور کر سکتے ہیں۔ پیمائش کر کے غور کریں۔

مثال 5.12 80° پیمائش کا $\angle ABC$ کا ناصف تصنیف کیجئے۔

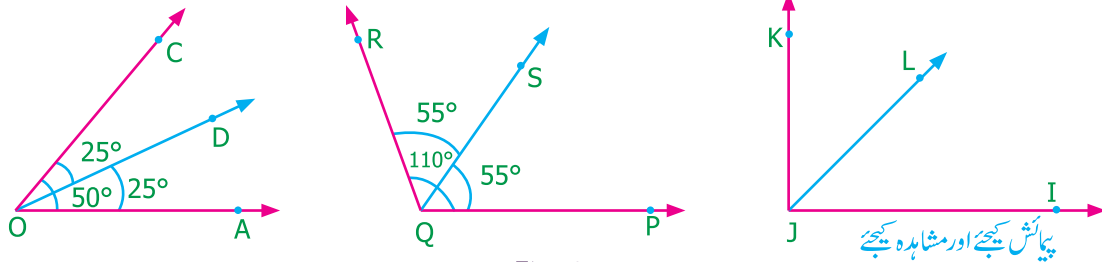


Fig.5.25

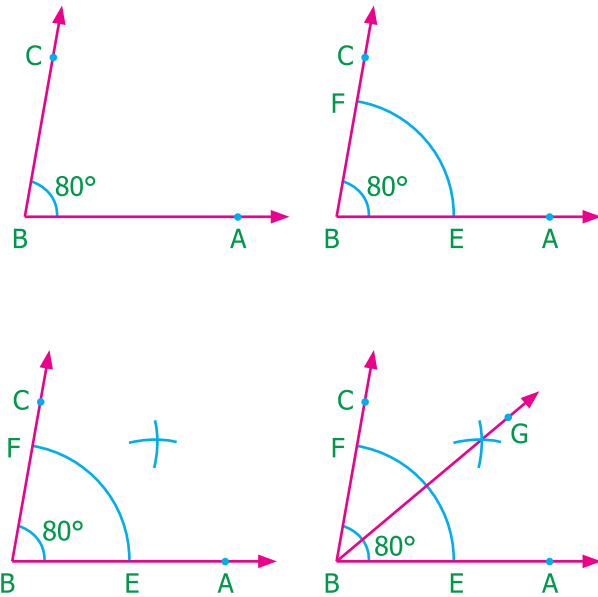
مرحلہ 1: چاندہ کے استعمال سے دئے گئے 80° پیمائش کا زاویہ $\angle ABC$ بنائیے۔

مرحلہ 2: B کو مرکز مان کر کسی بھی نصف قطر کا ایک قوس کو BA اور BC پر قطع کریں۔ نقطہ تقاطع کو AB پر E اور BC پر F نشان کریں۔

مرحلہ 3: اُسی نصف قطر سے E کو مرکز مان کر $\angle ABC$ کے اندرونی جانب قوس کھینچئے اور F کو مرکز مان کر اُسی پیمائش سے قوس کو پہلے کے قوس پر قطع کریں۔

مرحلہ 4: نقطہ تقاطع کو G نام دیجئے۔ G سے گزرتا ہوا شعاع BX کھینچئے۔

دئے گئے زاویہ $\angle ABC$ کا مطلوبہ ناصف BG ہے۔



مشق 5.3

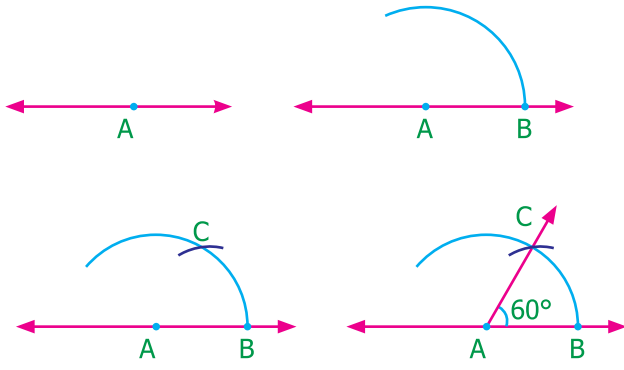
1۔ چاندہ کو استعمال کر کے ذیل کے زاویوں کی تصنیف کیجئے اور ہر ایک زاویہ کا ناصف اسکیل اور پرکار کے استعمال سے کھینچئے۔

- (a) 60° (b) 100° (c) 90° (d) 48° (e) 110°

5.4.3 چاندہ کا استعمال کئے بغیر مخصوص زاویے کی تصنیف

Construction of Special Angles Without Using Protractor

(i) 60° پیمائش والے زاویہ کی تصنیف کیجئے۔



مرحلہ 1: ایک خط کھینچئے اور اس پر نقطہ A نشان کیجئے۔

مرحلہ 2: A کو مرکز مان کر مناسب نصف قطر کا ایک قوس کھینچئے

جو خط کو نقطہ B پر قطع کرے۔

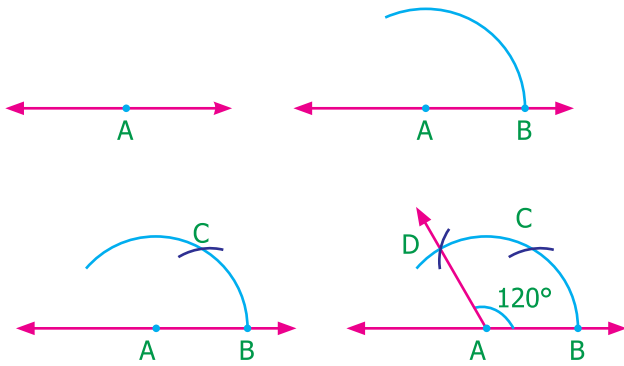
مرحلہ 3: B کو مرکز مان کر اور وہی نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچئے

جو پہلے کے قوس کو C پر قطع کرے۔

مرحلہ 4: AC کو ملاتے ہیں تو زاویہ $\angle BAC$ مطلوبہ 60° پیمائش ہے۔

(ii) 120° پیمائش والا زاویہ کی تصنیف کیجئے۔

ہم جانتے ہیں کہ 120° میں دو 60° کے زاویے ہوتے ہیں۔ لہذا، 120° کو تصنیف کرنے کے لئے ہمیں 60° کے دو متواتر زاویوں کو تصنیف کرنا ہوگا۔ جو ذیل میں دیا گیا ہے۔



مرحلہ 1: ایک خط کھینچئے اور اس پر نقطہ A نشان کیجئے۔

مرحلہ 2: A کو مرکز مان کر مناسب نصف قطر کا ایک قوس کھینچئے۔

جو خط کو نقطہ B پر قطع کرے۔

مرحلہ 3: B کو مرکز مان کر اور وہی نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچئے۔

جو پہلے کے قوس کو C پر قطع کرے۔

مرحلہ 4: C کو مرکز مان کر اور وہی نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچئے۔ جو پہلے کے قوس کو D پر قطع کرے۔

مرحلہ 5: AD کو ملاتے ہیں تو زاویہ $\angle BAD$ مطلوبہ 120° پیمائش ہے۔

(iii) 30° پیمائش والا زاویہ تصنیف کیجئے۔

چونکہ 30° زاویہ، 60° زاویہ کا نصف ہے۔ ہم 60° زاویہ کی ناصف سے 30° تصنیف کر سکتے ہیں۔

مرحلہ 1: 60° کے زاویہ کی تصنیف کیجئے۔

(جیسا کہ (i) 60° پیمائش والے زاویہ کی تصنیف میں بتایا گیا ہے۔)

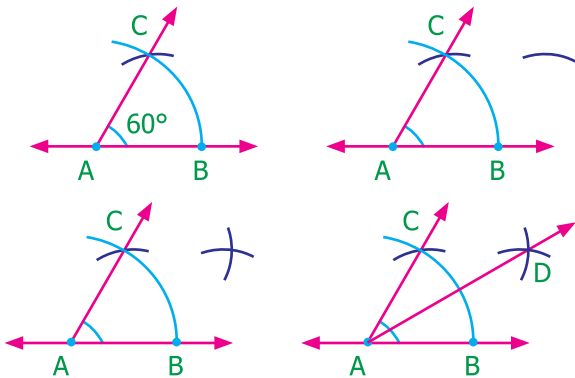
مرحلہ 2: B کو مرکز مان کر اور مناسب نصف قطر والی ایک قوس کو

$\angle BAC$ کے اندرونی جانب کھینچئے۔

مرحلہ 3: C کو مرکز مان کر اور وہی نصف قطر لے کر ایک قوس کو

پہلے کے قوس کو D پر قطع کرے۔

مرحلہ 4: AD کو ملاتے ہیں تو زاویہ $\angle BAD$ مطلوبہ 30° پیمائش ہے۔ ($\angle DAC$ کے بارے میں سوچئے؟)



(iv) 90° پیمائش والا زاویہ کی تصنیف کیجئے۔

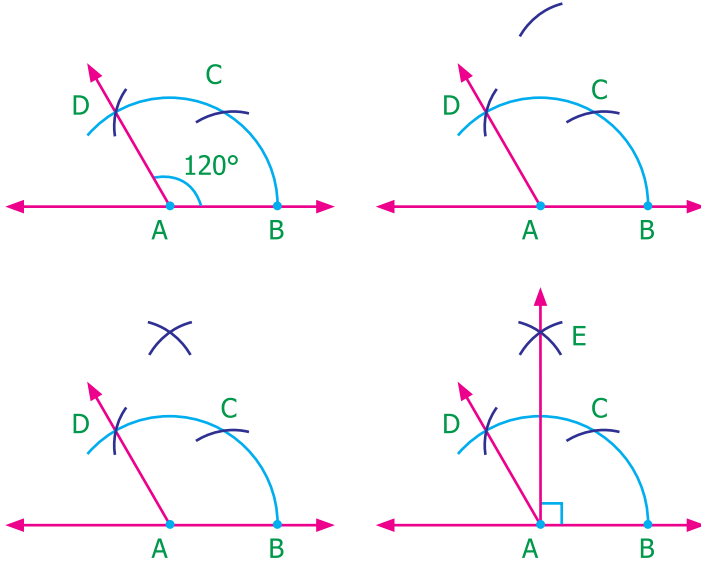
مرحلہ 1: 120° زاویہ کی تصنیف کیجئے۔ (جیسا کہ (ii))

120° پیمائش والے زاویہ کی تصنیف میں بتایا گیا ہے۔

مرحلہ 2: C کو مرکز مان کر مناسب نصف قطر والی ایک قوس کو $\angle CAD$ کے اندرونی جانب کھینچئے۔

مرحلہ 3: D کو مرکز مان کر اور وہی نصف قطر لے کر ایک قوس کو پہلے کے قوس E پر قطع کرے۔

مرحلہ 4: AE کو ملاتے ہیں تو $\angle BAE = 90^\circ$ مطلوبہ زاویہ ہے۔



مشق 5.5

1- ذیل کے زاویوں کو اسکیل اور پرکار کے استعمال سے تصنیف کیجئے۔

(i) 60°

(ii) 120°

(iii) 30°

(iv) 90°

(vi) 45°

(vii) 150°

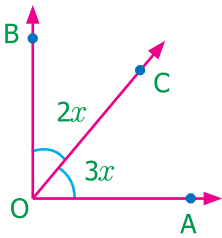
(v) 135°

مشق 5.6

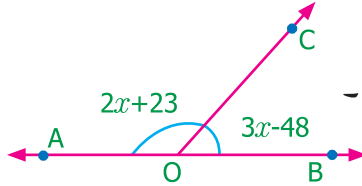
Miscellaneous Practice problems متفرق مشقی سوالات



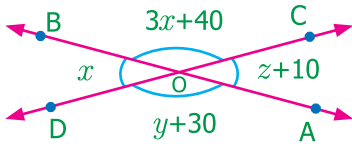
1- اگر $\angle AOB$ زاویہ قائمہ ہو تو x کی قیمت معلوم کیجئے۔



2- دئے گئے خاکہ میں، x کی قیمت معلوم کیجئے۔



3- x , y اور z کی قیمت معلوم کیجئے۔



4- دو زاویوں کی نسبت 11:25 ہیں۔ اگر وہ خطی جوڑی ہیں تو زاویے معلوم کیجئے۔

5- خاکہ کو استعمال کر کے ذیل کے سوالات کے جوابات لکھ کر تمہارے جواب کی تصدیق کیجئے۔

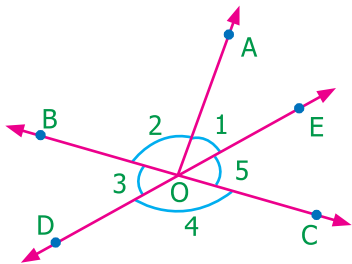
(i) کیا $\angle 1$ متصلہ ہے $\angle 2$ کا؟

(ii) کیا $\angle AOB$ متصلہ ہے $\angle BOE$ کا؟

(iii) کیا $\angle BOC$ اور $\angle BOD$ خطی جوڑی بناتے ہیں؟

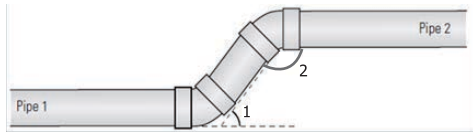
(iv) کیا زاویے $\angle COD$ اور $\angle BOD$ مکملہ زاویے ہیں؟

(v) کیا $\angle 3$ عمودی مقابل زاویہ ہے $\angle 1$ کا؟



6- خاکہ میں ROS، POQ اور TOU خطوط مستقیم ہیں۔ x° کی قیمت معلوم کیجئے۔	7- خاکہ میں DC، AB کے متوازی ہے $\angle 1$ اور $\angle 2$ زاویے کی قیمت معلوم کیجئے۔ تمہارے جواب کی تصدیق کیجئے۔	8- خاکہ میں AB، CD کے متوازی ہے۔ x، y اور z کی قیمت معلوم کیجئے۔
--	---	---

9- دو متوازی خطوط اور ایک قاطع کھینچئے۔ G اور H دو متبادل اندرونی زاویے نشان کیجئے اگر وہ مکملہ ہوں تو ہر ایک زاویہ کی پیمائش کیا ہے؟



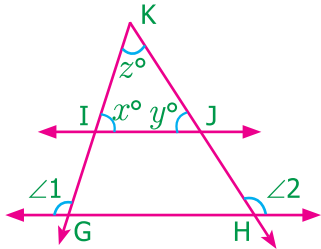
10- ایک نل ساز (Plumber) کو پائپ 2 کو پائپ 1 کے متوازی جوڑنا ہے۔
 وہ جانتا ہے کہ $\angle 1$ زاویہ 53° ہے۔ $\angle 2$ کی پیمائش کیا ہے؟

Challenge Problems

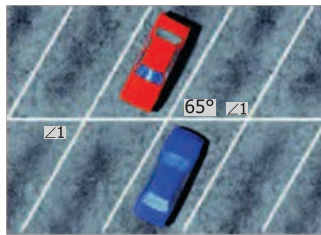
تقابلی سوالات

11- y کی قیمت معلوم کیجئے۔	12- z کی قیمت معلوم کیجئے۔	13- اگر PQ، RS کے متوازی ہوں تو x اور y کی قیمت معلوم کیجئے۔
--	--	--

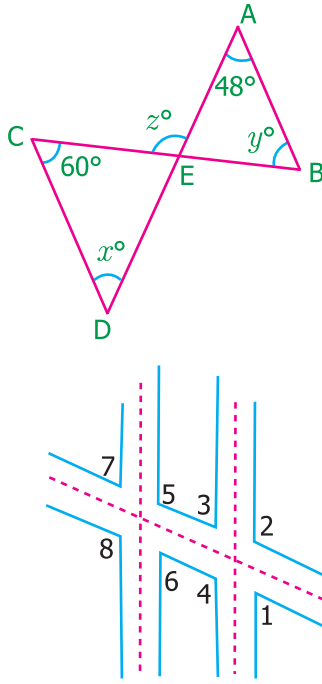
14- دو متوازی خطوط ایک قاطع کے ذریعہ قطع کرتے ہیں۔ قاطع کے اسی جانب واقع ہر ایک اندرونی زاویے کی جوڑی اگر ایک زاویہ دوسرے زاویے کے دُگنے سے 48° اضافہ ہوتا ہے تو زاویے معلوم کیجئے۔



15- خاکہ میں، خطوط GH اور IJ متوازی ہیں۔ اگر $\angle 1 = 108^\circ$ اور $\angle 2 = 123^\circ$ ہو تو x ، y اور z کی قیمتیں معلوم کیجئے۔



16- ایک پارکنگ کی جگہ دیکھی گئی ہے۔ خطوط جو نشان کئے گئے ہیں۔
 ہر ایک متوازی جوڑی رکھتے ہیں۔ اگر $\angle 1 = (2x - 3y)^\circ$ ، $\angle 2 = (x + 39)^\circ$ ہو تو x اور y کی قیمت معلوم کیجئے۔



17- دو متوازی خطوط اور ایک قاطع کھینچئے۔ A اور B دو نظیری زاویوں کو نشان کیجئے۔
اگر $\angle A = 4x$ اور $\angle B = 3x + 7$ ہو تو x کی قیمت معلوم کیجئے۔ وضاحت کیجئے۔

18- دئے گئے خاکہ میں AB، CD کے متوازی ہے۔ x° ، y° اور z° معلوم کیجئے۔

19- دو متوازی خطوط ایک قاطع کے ذریعہ قطع کرتا ہے۔ اگر نظیری زاویے کا ایک زاویہ کے تین گنا سے 42° کم ہے تو نظیری زاویے معلوم کیجئے۔

20- دئے گئے خاکہ میں، $\angle 8 = 107^\circ$ ہے۔ $\angle 2$ اور $\angle 4$ کا حاصل جمع کیا ہے ؟



خلاصہ

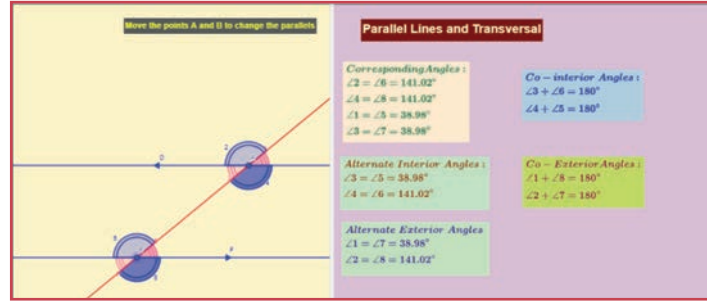
- ❖ دو زاویے جو ایک مشترک راس اور ایک مشترک بازو رکھتے ہیں، جس کے اندرونی زاویے منطبق نہیں ہوتے ان کو متصلہ زاویے کہتے ہیں۔
- ❖ متصلہ زاویے جو مکملہ زاویے ہو تو خطی جوڑی کے زاویے کہتے ہیں۔
- ❖ خط مستقیم کے ایک نقطہ سے بننے والے تمام زاویوں کا حاصل جمع 180° ہے۔
- ❖ ایک نقطہ سے بننے والے زاویوں کا حاصل جمع 360° ہے۔
- ❖ جب دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو دو غیر متصلہ زاویوں کی جوڑیاں بنتی ہیں ان کو عمودی مقابل زاویے کہتے ہیں۔
- ❖ قاطع ایک ایسی خط ہے جو دو یا دو سے زیادہ خطوط کے مختلف نقاط پر قطع کرتا ہے۔
- ❖ جب دو متوازی خطوط ایک قاطع کے ذریعہ قطع کرتا ہے۔
 - # ہر نظیری زاویوں کی جوڑی مساوی ہیں۔
 - # ہر متبادل اندرونی زاویوں کی جوڑی مساوی ہیں۔
 - # قاطع کے اُسی جانب واقع اندرونی زاویے مکملہ زاویے ہیں۔
 - # قاطع کے اُسی جانب واقع بیرونی زاویے مکملہ زاویے ہیں۔



ICT Corner

ICT کارنر

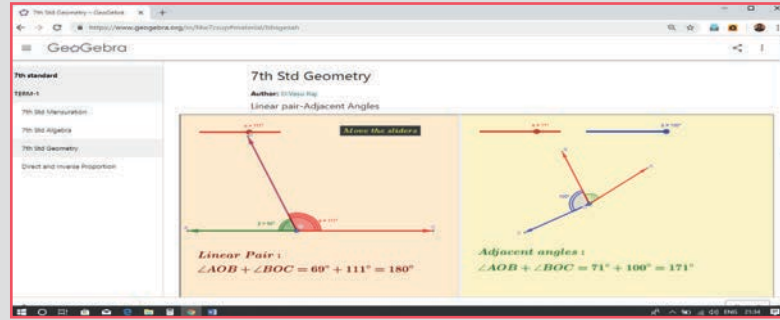
مطلوبہ جواب اس تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



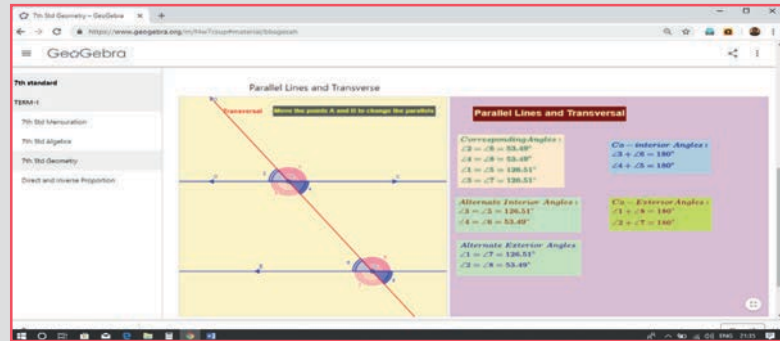
مرحلہ 1: براؤزر رکھولنے نیچے دئے گئے URL لنک کو ٹائپ کیجئے یا QR کوڈ کو اسکین کیجئے 7th Std Geometry نامی Geo Gebra ورک شیٹ کھلے گا۔ اس میں دو کارروائیاں ہیں۔ 1- خطی جوڑی، متصلہ زاویے 2- متوازی خطوط اور قاطع دوسری کارروائی ”متوازی خطوط اور قاطع“ میں نقاط A اور B کو حرکت دے کر قاطع خط سے بننے والے مختلف زاویوں پر غور کیجئے۔

مرحلہ 2: سلائیڈر کو حرکت دے کر متوازی الاضلاع یا مستطیل یا مربع حاصل کریں۔ اور دئے گئے نقاط دیکھیں اور غور کریں۔

Step 1



Step 2



Browse in the link

Geometry: <https://ggbm.at/bbsgesah>
or Scan the QR Code.



اکائی 6

اطلاعات کو عمل میں لانا INFORMATION PROCESSING



سیکھنے کے مقاصد

- ❖ چار مربعوں سے بنی ہوئی شکلوں (Tetrominoes) کو استعمال کر کے مختلف قسم کی بڑی شکلیں بنانے سیکھنا۔
- ❖ راستہ کے نقشہ کو استعمال کر کے بصری اطلاعات کا تجزیہ کرنا۔

اعادہ

ذیل میں دی گئی کارروائیاں ہمیں چھٹی جماعت میں سیکھے ہوئے اطلاعات کو، قسم وار جدا کرنے اور ترتیب دینے کے بارے میں اعادہ کرتی ہیں۔

کارروائی

ٹنگرام (Tangram) کے ٹکڑوں (خاکہ 6.1) کو استعمال کر کے ذیل میں دکھائے گئے پرندوں کی شکلیں بنائیے اور ان کو پرندوں کی پناہ گاہ (Bird Sanctuary) کی تصویر پر چسپاں کیجئے۔ (خاکہ 6.1) نمونہ کے لئے، ایک پرندے کی شکل چپکائی گئی ہے۔

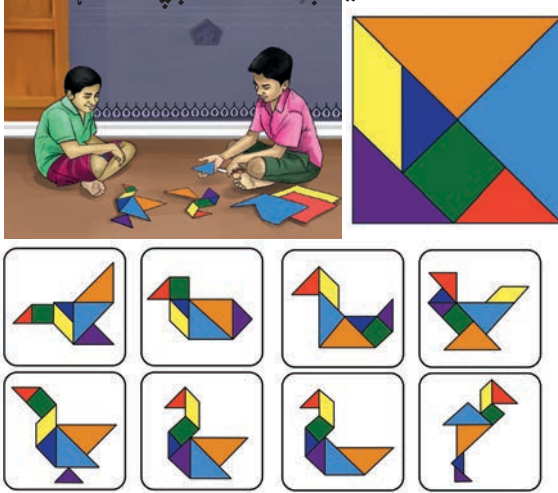


Fig 6.1



Fig 6.2

کارروائی

Calendar Math Puzzle

کیلنڈر کی حسابی پہیلی

کیلنڈر میں رنگ کردہ دائروں کے اعداد کی خصوصیات پر بحث کریں۔ اس طرح کی مزید شکلیں پہچانیئے۔

AUGUST						2019
SUN	MON	TUE	WED	THU	FRI	SAT
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Fig 6.3



کارروائی

1- دئے گئے تواتر کو مکمل کیجئے۔

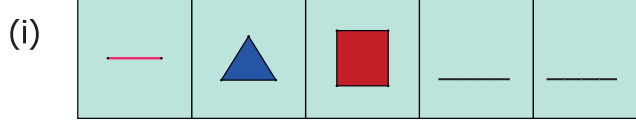


Fig 6.4

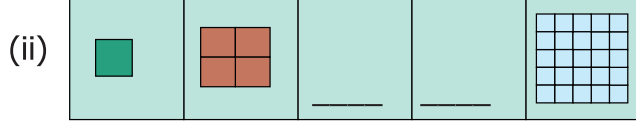


Fig 6.5

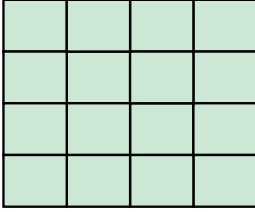


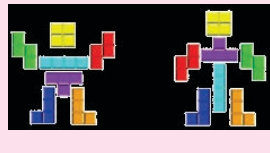
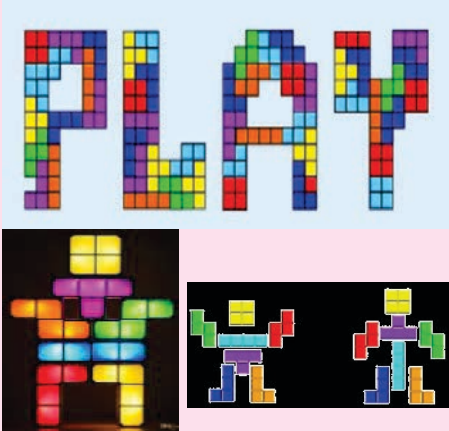
Fig 6.6

2- خاکہ 6.6 میں بننے والے تمام ممکن مربع نما شکلوں کی تعداد معلوم کیجئے۔

6.1 تعارف Introduction

چھٹی ویں جماعت میں ہم نے حسابی پہلی، سوڈوکو (Sudoku) کو سیکھا تھا۔ اب ہم ”چار مربعوں سے بنی ہوئی شکل“ (Tetromino) کے بارے میں سیکھیں گے۔

روزمرہ کی زندگی کے حسابات، حقیقی زندگی میں میں اطلاعات کو عمل میں لانا۔



ٹیٹرومینس کو استعمال کر کے شکلیں بنانا۔



سرٹکیں

6.2 ٹیٹرومینو (Tetromino)

ٹیٹرومینو کو جاننے سے پہلے ہمیں دو مربعوں سے بنی شکل (Domino) اور تین مربعوں سے بنی شکل (Trinomino) کے بارے میں جاننا ضروری ہے۔

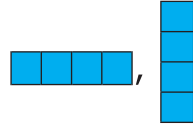
1 cm × 1 cm جسامت والے دو مربعوں کو، ان کے کنارہ سے کنارہ (Edge to Edge) پر جوڑنے سے بنی والی شکل کو ڈومینو

(Domino) کہتے ہیں۔ جب ہم ڈومینو کو افقی یا عمودی طور کو ترتیب دیتے ہیں تو اس طرح کی شکلیں حاصل ہوتی ہیں۔ (,)

اسی طرح، جب ہم تین مربعوں کو ان کے کناروں کے ہمراہ جوڑتے ہیں تو ہمیں حاصل ہونے والی شکل کو ٹرائی نومینو (Trinomino) کہتے

ہیں۔ جب ہم ان مربعوں کو افقی یا عمودی طور پر ترتیب دیتے ہیں۔ تو ہمیں اس طرح کی شکلیں حاصل ہوتی ہیں۔ ()۔

کیا تین مربعوں کو جوڑنے کا صرف یہی ایک طریقہ ہے؟ نہیں۔ ہم ان چار مختلف مربعوں کی شکلیں حاصل کر سکتے ہیں جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔



چلئے ہم چار مربعوں کو افقی یا عمودی طور پر جوڑنے کی کوشش کریں گے۔ جیسا کہ ہم نے ڈومینو اور ٹرائی مینو میں کیا تھا۔ اس طرح کرنے پر ہمیں یہ شکلیں حاصل ہوں گی۔ کیا چار مربعوں کو جوڑنے کا دوسرا طریقہ ہے؟ ہاں، چلئے ہم اس کو سیکھیں گے۔

1 صورت حال

استاد طلباء کو پانچ گروہوں میں تقسیم کرتے ہیں اور ہر گروہ کو 20 مربعے (1 cm × 1 cm جسامت والے) کے ٹوکن دیتے ہیں۔ چار مربع والے ٹوکنوں کو استعمال کر کے مختلف شکلیں بنانے کو کہتے ہیں اور تمام گروہوں سے بنائے گئے شکلوں کا موازنہ کریں

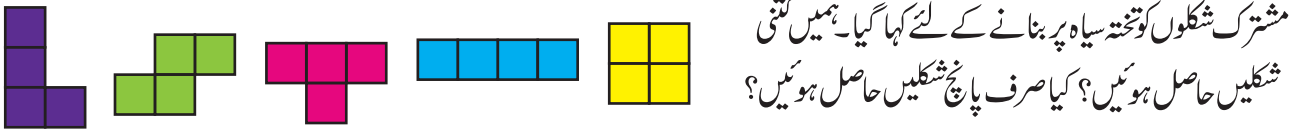


Fig 6.7

جب ہم ان شکلوں کو گھماتے ہیں تو ہمیں دوسرے تمام شکلیں حاصل ہوتی ہیں۔ جو ذیل میں دکھائی گئی ہیں۔

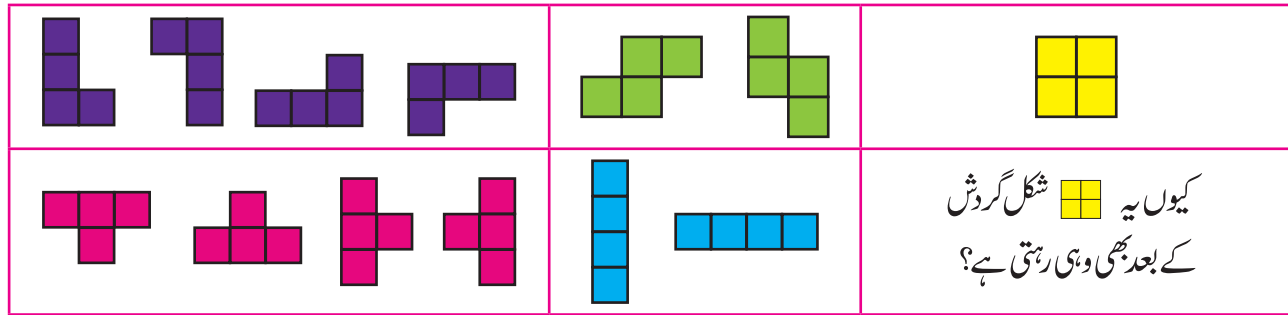
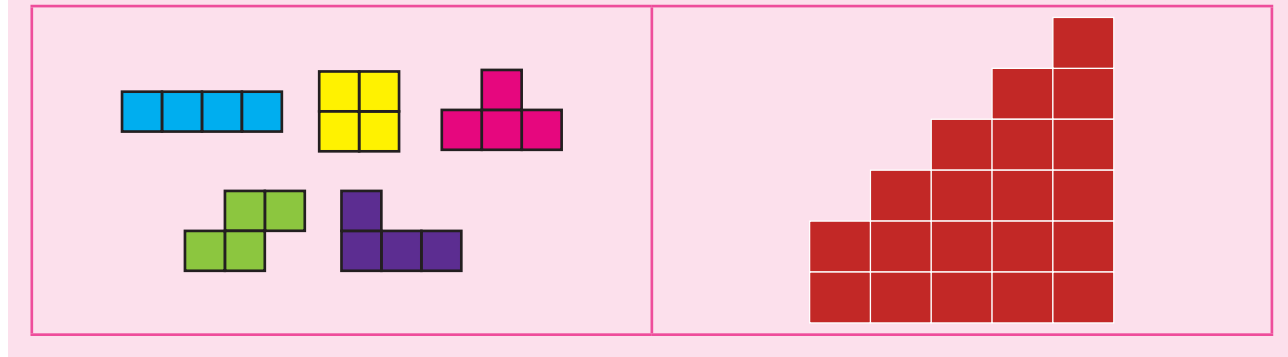


Fig 6.8

لہذا، چار مربعوں کو ان کے کنارہ سے کنارہ پر ملانے سے بننے والی تمام شکلوں کو ٹیٹرومینس (Tetrominoes) کہتے ہیں۔

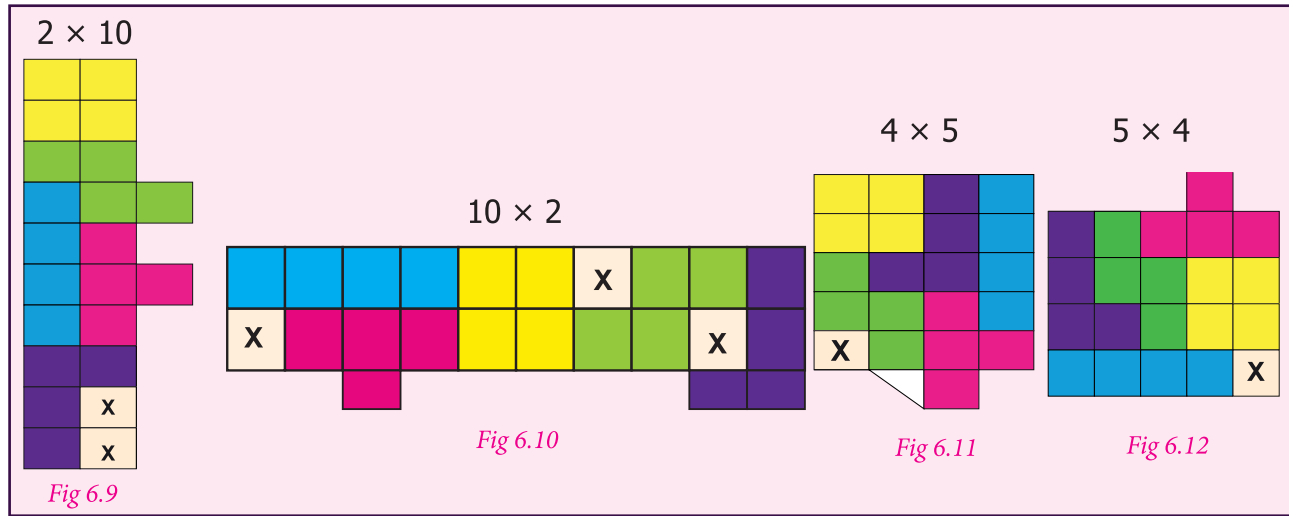
لفظ "Tri" کے معنی تین ہیں۔ تین مربعوں کو ملانے کو (ٹرائی نو مینو) Trinomino کہتے ہیں۔ لفظ "Tetra" کے معنی چار ہیں۔ چار مربعوں کو ملانے کو ٹیٹرو مینو Tetromino کہتے ہیں۔

دئے گئے پانچ ٹیٹرو مینو کو صرف ایک مرتبہ استعمال کر کے نیچے دی گئی شکل بنائیں۔

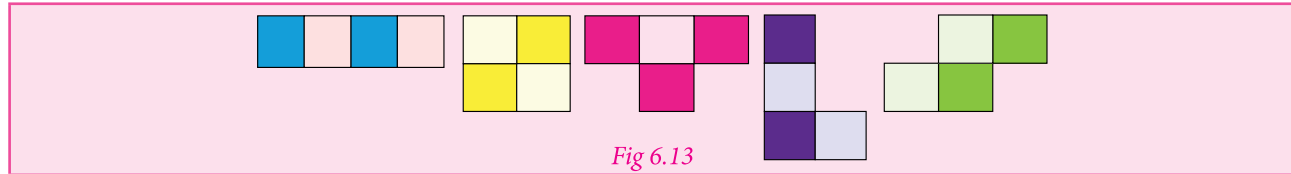


6.2.1 ٹیٹر وینوکو استعمال کر کے مستطیلی ٹائلس کو بھرتی کرنا Filling rectangular tiles using Tetrominoes

صورت حال 2 کیا تم 5 مختلف ٹیٹر وینوکو صرف ایک مرتبہ استعمال کر کے یکساں رقبہ کے مستطیل بنا سکتے ہو؟ نہیں (خاکہ 6.9 تا خاکہ 6.12) میں بنی ہوئی شکلوں پر غور کیجئے۔ جس میں ہم نے ٹیٹر وینوکو ان کے کنارے سے کنارہ کو جوڑ کر ترتیب دے کر مستطیلوں کو بھرنی کی کوشش کی ہے۔ خانے جس پر **x** نشان کے گئے ہیں۔ وہ ٹیٹر وینوکو سے بھرتی نہیں ہوئے ہیں۔ پانچ ٹیٹر وینوکو 20 مربعوں پر مشتمل ہیں۔ 20 مربعوں کو استعمال کر کے ہم 5×4 , 4×5 , 10×2 , 2×10 , 20×1 , 1×20 کے جسامت کی مستطیلیں بنا سکتے ہیں۔



کیوں ہم ان ٹیٹر وینوکو صرف ایک مرتبہ استعمال کر کے مستطیلی شکل نہیں بنا سکتے؟ سبب جاننے کے لئے ذیل میں دئے گئے پانچ ٹیٹر وینوکو لیجئے۔



پانچ ٹیٹر وینوکو میں چار ٹیٹر وینوکو میں رنگ کردہ اور غیر رنگ کردہ مربعوں کی تعداد مساوی ہیں۔ لیکن ایک ٹیٹر وینوکو  میں رنگ کردہ اور غیر رنگ کردہ مربعوں کی تعداد غیر مساوی ہے۔ لہذا، صرف ایک مرتبہ 5 ٹیٹر وینوکو استعمال کر کے ایک مستطیل میں رکھنا، ناممکن ہے۔ جبکہ، اگر ہم تمام پانچ ٹیٹر وینوکو 2 مرتبہ استعمال کرتے ہیں تو 5×8 , 4×10 وغیرہ کے جسامت کے مستطیل بنے گے۔ یہ مکمل طور پر بھرتی ہوں گے۔ جیسا کہ خاکہ 6.14 اور خاکہ 6.15 میں دکھائے گئے ہیں۔

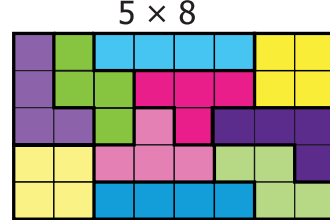


Fig 6.14

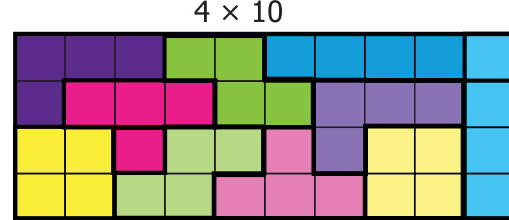
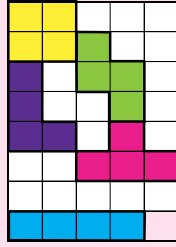


Fig 6.15

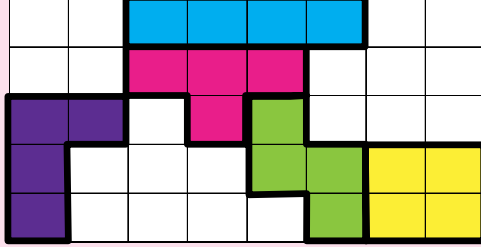
یہ اصول حقیقی زندگی میں بہت سارے مقام پر کارآمد ہے۔ مثلاً، فرش پر ٹائلس بچھانے کے لئے، باکس میں اشیاء کو ترتیب سے رکھنے کے لئے، وغیرہ

1- ذیل میں دئے گئے مستطیلوں کو پانچ ٹیڑ و مینو کو صرف ایک مرتبہ استعمال کر کے مکمل کیجئے۔

(i)



(ii)



2- خاکہ 6.16 میں ایک 4×4 مربع کو ٹیڑ و مینو کی شکل ' ' سے پُر کیا گیا۔ اسی طریقے سے خاکہ 6.17 تا خاکہ 6.20 میں دئے گئے 4×4 مربعوں کو (, , , اور) ان ٹیڑ و مینو کو استعمال کر کے پُر کیجئے۔ اور جانچئے کہ ٹیڑ و مینو کی کونسی شکل 4×4 مربع کو مکمل نہیں کرتی ہے۔

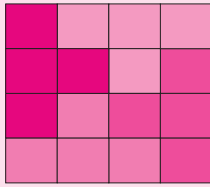


Fig 6.16

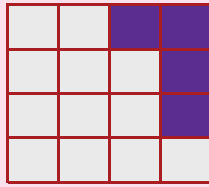


Fig 6.17

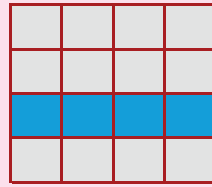


Fig 6.18

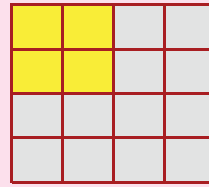


Fig 6.19

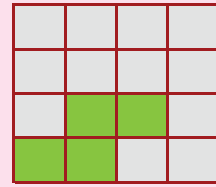


Fig 6.20

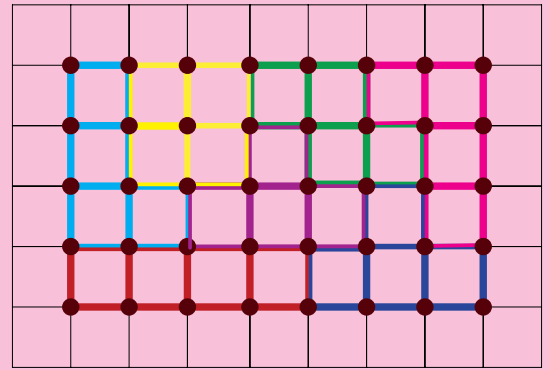
مثال 6.1 نیچے خاکہ 6.21 میں دی گئی الماری میں موجود ٹیڑ و مینو شکلوں کو معلوم کیجئے۔ اسی طرح کی شکل کو جیو بورڈ (Geo board) پر ربڑ کے فیتوں (Rubber Band) کو استعمال کر کے بنائے۔



Fig 6.21

حل

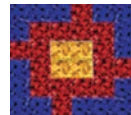
جیو بورڈ Geoboard



مثال 6.2 ابراہان اپنے گھر کے سامنے کے حصے کو ٹیڑ و مینو شکلوں سے بنے ہوئے ٹائلز (Tiles) کو استعمال کر کے تبدیل کرنا چاہتا ہے۔

(, , ,)

میں کتنے ٹیڑ و مینو موجود ہیں؟



1- اس ایک ٹائلز

اگر ایک مربع ٹائل کی قیمت ₹ 52 ہو تو ابرار کے گھر کے سامنے لگائے گئے ٹائلس کی کل قیمت کیا ہوگی؟ (خاکہ 6.22 دیکھیں)



Fig 6.22

حل

1. ایک ٹائل میں،

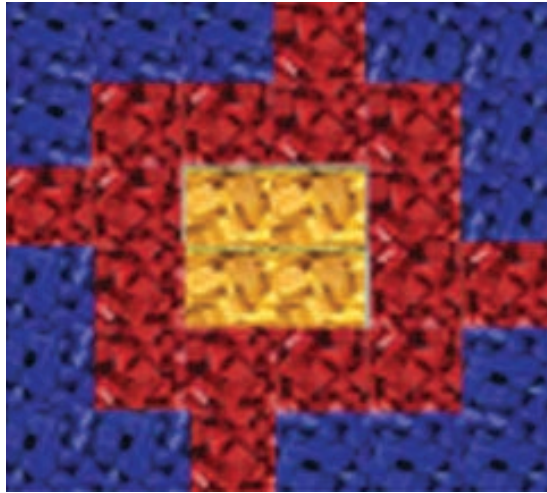


Fig 6.23



= 1 tetromino

1 ٹیٹرومینو



= 4 tetrominoes

4 ٹیٹرومینو



= 4 tetrominoes

4 ٹیٹرومینو

لہذا، ایک ٹائل میں 9 ٹیٹرومینو موجود ہیں۔

(2) دیا گیا ہے، ایک ٹائل کی قیمت ₹ 52 ہے۔

گھر کے سامنے کے حصے میں 6 ٹائلس ہیں۔

چنانچہ کل رقم، $6 \times 52 = ₹ 312$

مشق 6.1

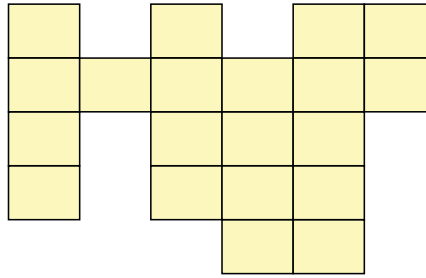
1- ایک ٹیٹرومینو شکل مربعوں سے بنی ہوئی ہے۔

2- ایک ٹیٹرومینو بنائے، جس سے خط اشکل سے گذرتی ہوں ہے۔

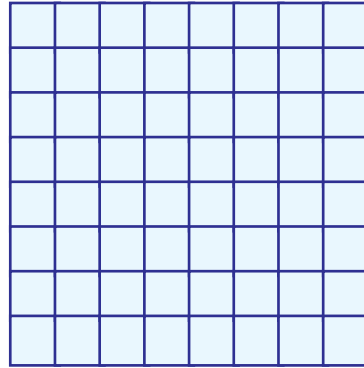
3۔ جدول مکمل کیجئے۔

شمار عدد	ٹیڑ و مینو	ٹیڑ و مینو کی گردش			
		90°	180°	270°	360°
1				—	
2			—	—	
3		—			—

4۔ پانچ ٹیڑ و مینو شکلوں کو صرف ایک مرتبہ استعمال کر کے، خاکہ کو مکمل طور پر رنگ کریں۔

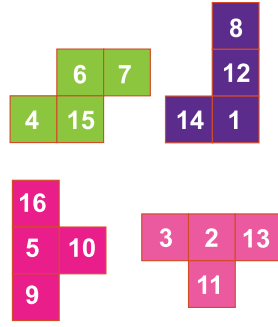
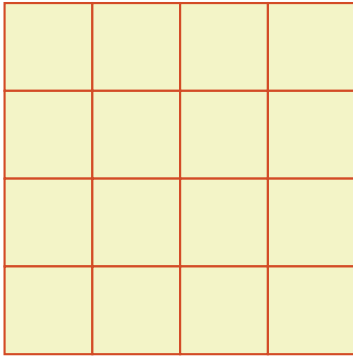


5۔ دئے گئے دو مختلف طریقے سے رنگ کردہ () ٹیڑ و مینو کو استعمال کر کے ذیل کے خاکہ کو اس طرح بھرتی کریں کہ، دو متصل ڈبے غیر یکساں رنگ کے نہ ہوں۔



6۔ یکساں ٹیڑ و مینو سے جوڑ ملائے۔

- (i)
- (ii)
- (iii)
- (iv)



7۔ اعداد کے ساتھ دئے گئے ٹیڑ و مینوکو استعمال کر کے
4×4 جادوئی مربع کو مکمل کیجئے۔

Route Map

6.3 راستہ کا نقشہ / خاکہ

1 صورت حال

نقشے میں بہت ساری معلومات نظر آتی ہیں۔ نقشے کے ان معلومات سے ہمیں سفر کا صحیح منصوبہ بنانے، دیکھنے کے مقامات اور جانے کا راستہ کے بارے میں معلومات فراہم ہوتے ہیں۔ اب ہم نقشے میں سب سے مختصر ترین راستہ معلوم کرنے کے بارے میں سیکھیں گے۔ خاکہ 6.24

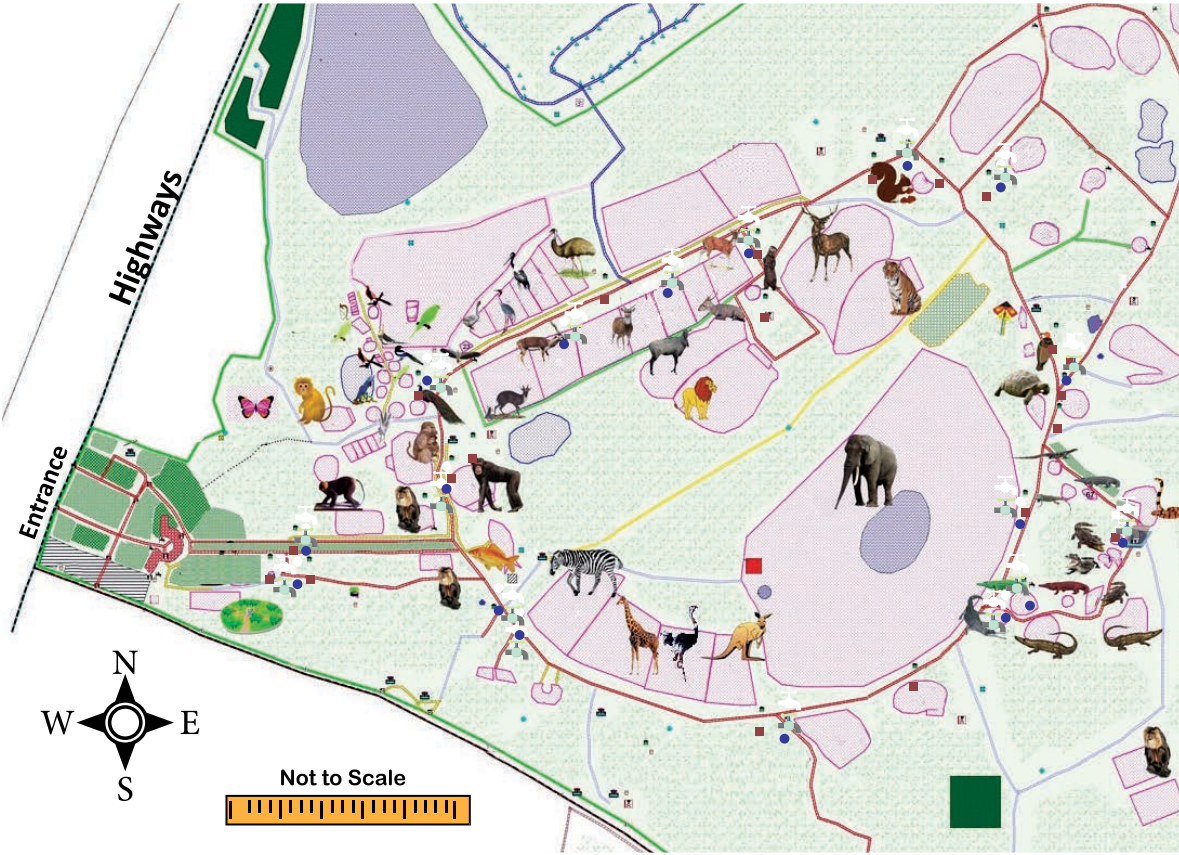


Fig.6.24

انجیرانا حیواناتی پارک کے نقشے کو استعمال کر کے ذیل کے سوالات کے جوابات دیجئے۔

- 1۔ پارک کے داخلہ سے چیمپنزی (بن مانس) کے مقام پہنچنے کے لئے سیدھے جا کر (دائیں / بائیں) مڑنا ہوگا۔
- 2۔ ذیل میں سے صحیح جواب کا انتخاب کیجئے۔ جو ایک ہاتھی کے مشرق اور مغرب میں پائے جانے والے جانوروں کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

- (i) ہرن ← ہاتھی → مگر مچھ (ii) ہرن ← ہاتھی → باگھ

لائبریری سے گھر تک کا فاصلہ 10 اکائیاں ہے۔

چنانچہ، $10 \times 100 \text{ m} = 1000 \text{ m}$ (1 اکائی = 100 m)

لہذا، عقیل سے طے کردہ کل فاصلہ $2100 \text{ m} = 1100 + 1000$

3۔ بچوں کے پارک سے اسکول تک کا فاصلہ 11 اکائیاں ہے۔

چنانچہ، $11 \times 100 = 1100 \text{ m}$ (1 اکائی = 100 m)

بچوں کے پارک سے گھر تک کا فاصلہ 12 اکائیاں ہے۔

چنانچہ، $12 \times 100 = 1200 \text{ m}$ (1 اکائی = 100 m)

لہذا، بچوں کے پارک سے اسکول تک کا فاصلہ سب سے کم ترین ہے۔



آرنجیر۔ انا حیوانیاتی پارک، ونڈلور میں آنے والوں کے فائدے کے لئے ایک ویب سیٹ کا تعارف کیا ہے۔ جو ذیل میں دیا گیا ہے۔

جس میں جانور کس مقام پر رہتے ہیں۔

براہ راست نشر (Live Streaming) کہا جاتا ہے۔

(<https://www.aazp.in/live-streaming/>)

6.3.1 "مختصر" راستہ معلوم کرنا To Find the "Shortest" Route

ہمیں زندگی میں بعض اوقات مقام A سے مقام B کو سفر کرنا کا مختصر ترین راستہ معلوم کرنا پڑھتا ہے۔

اسی صورت میں ہمیں راستہ کا نقشہ بہت کارآمد ہوتا ہے۔ چلے اب ہم مختصر ترین راستے کو منتخب کرنے کی چند مثالیں دیکھیں گے۔

مثال 6.3 فیاض کو اپنے دفتری سفر کے سلسلے میں کوئمتور سے کروڑ (Karur) جانا پڑھ رہا ہے۔ اس کے لئے وہ ویلاکویل (Vellakoil)

ہو کر کروڑ پہنچتا ہے۔ واپسی میں ایروڈ (Erode) ہو کر کوئمتور پہنچتا ہے۔ اس سے سفر کردہ دونوں راستے خاکہ 6.26 میں

دئے گئے ہیں۔ مختصر ترین راستہ معلوم کیجئے؟

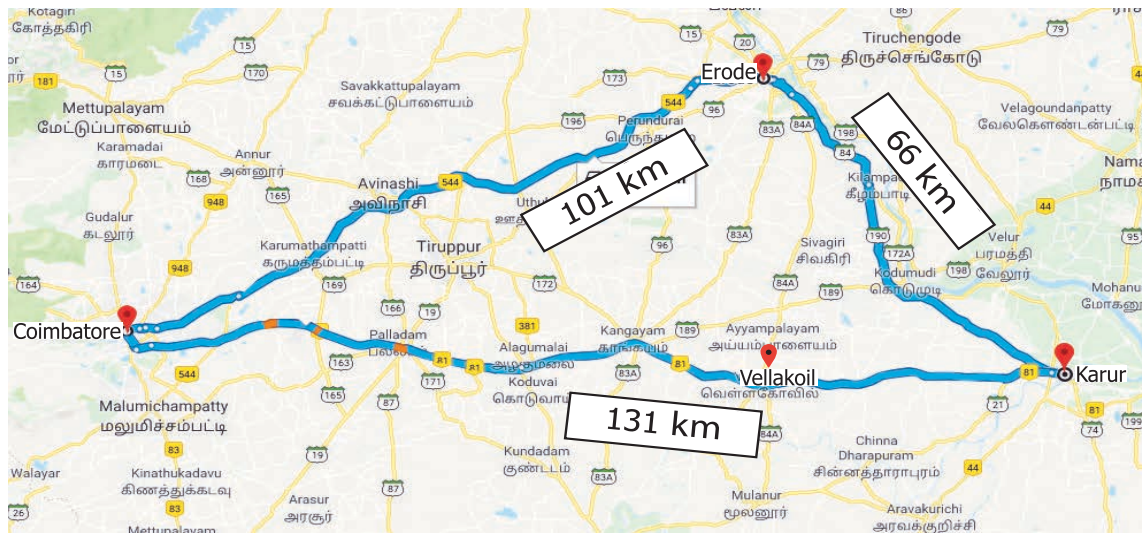


Fig 6.26

حل

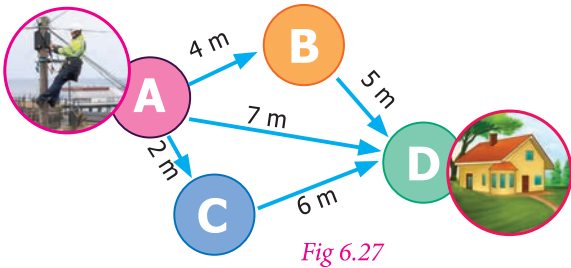
کوئٹہ سے ویلا کوئل کے راستے سے کروڑ تک، فیاض سے طے شدہ فاصلہ = 131 km

کروڑ سے ایروڈ کے راستے سے کوئٹہ تک، فیاض سے طے شدہ فاصلہ = 66 + 101 = 167 km

لہذا، ویلا کوئل کو ہو کر جانے کا راستہ سب سے مختصر ترین ہے۔

مثال 6.4 ایک ٹیلی فون ایکنج (Telephone Exchange) کا مزدور، عائشہ کے گھر میں ٹیلی فون لگانا چاہتا ہے۔
خاکہ 6.27 میں تمام ممکن تار دئے گئے ہیں۔ کس راستے میں کم از کم تار ضرورت پڑے گی؟

حل



A سے D کا فاصلہ = 7 m

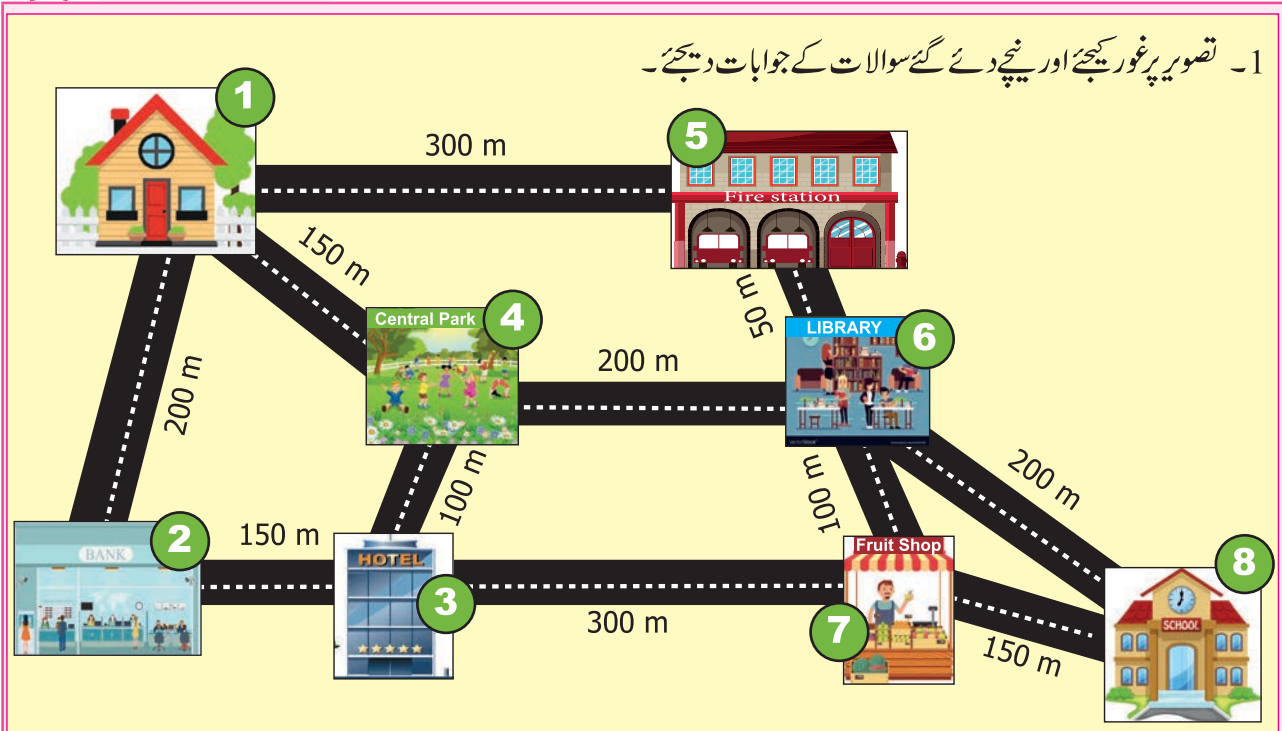
A سے D کا فاصلہ (B کے راستے سے) = 4 + 5 = 9 m

A سے D کا فاصلہ (C کے راستے سے) = 2 + 6 = 8 m

لہذا، براہ راست A سے D کا راستہ

میں کم از کم 7 m لمبائی کی تار ضرورت پڑتی ہے۔

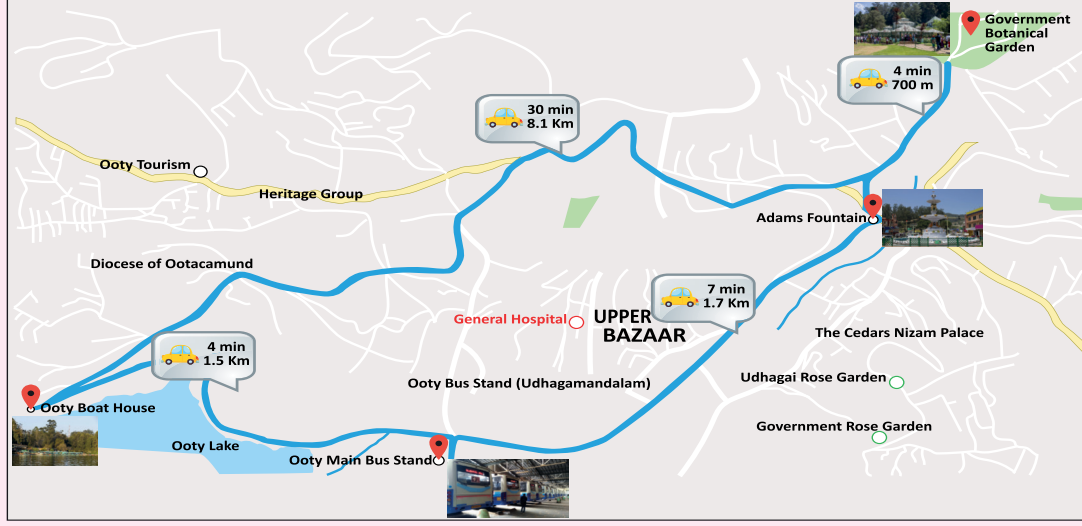
کوشش کیجئے



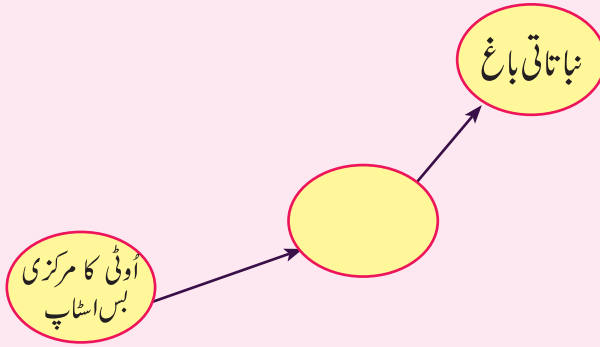
1- تصویر پر غور کیجئے اور نیچے دئے گئے سوالات کے جوابات دیجئے۔

- فائر اسٹیشن کے راستے سے گھر سے اسکول جانے کے تمام ممکن راستے معلوم کیجئے۔
- اسکول سے مرکزی پارک کو جانے والے تمام ممکن راستے اور ان کے فاصلے بھی دریافت کیجئے۔ ان میں سب سے مختصر ترین راستہ کونسا ہے؟
- بینک سے اسکول کو جانے کا سب سے مختصر ترین راستہ محسوب کیجئے۔

2. ایک اسکول نے اوٹی (Ooty) سفر کا منصوبہ بنایا ہے۔ راستہ کا نقشہ کو استعمال کر کے ان مقامات کا دورہ کرنے کا اسکول نے فیصلہ کیا۔
جیسے کشتی گھر، آدم چشمہ اور نباتاتی باغ ہیں۔



- اوٹی کشتی گھر سے نباتاتی باغ تک پہنچنے کے لئے تمہیں کتنا فاصلہ طے کرنا ہوگا؟
- نباتاتی باغ سے اوٹی کے مرکزی بس اسٹاپ کا مختصر ترین فاصلہ کیا ہے؟
- آدم چشمہ سے نباتاتی باغ کا سمت بیان کیجئے۔ (iv) اوٹی کے مرکزی بس اسٹاپ سے کشتی گھر، کس سمت میں واقع ہے۔
- ذیل کے راستہ کا نقشہ کو مکمل کیجئے جو اوٹی کے مرکزی بس اسٹاپ سے نباتاتی باغ تک کا ہے۔



راستہ کے نقشے سے چند مزید مقامات کا سفر کرنے
کا منصوبہ بنانے کے لئے طلباء کو ابھارئے۔

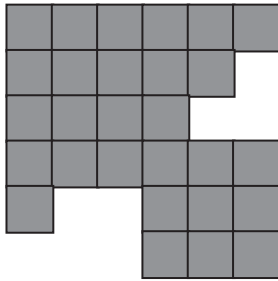
مشق 6.2

Miscellaneous Practice problems

متفرق مشقی سوالات

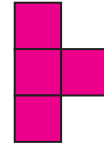


1۔ دئے گئے ٹیڑھ مینوں کے شکلوں کو استعمال کر کے ایک مچھلی کا نمونہ بنائے۔

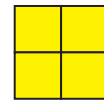


= 3 times
مرتبہ 3

= 1 time
مرتبہ 1

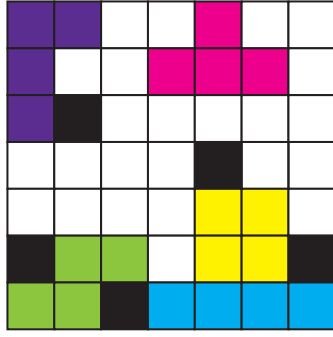


= 2 times
مرتبہ 2



= 1 time
مرتبہ 1

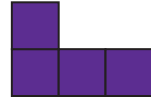
2۔ دئے گئے ٹیڑ و مینو شکل کو استعمال کر کے دئے گئے مستطیل کو مکمل کیجئے۔



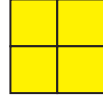
= 1 time
مرتبہ 1



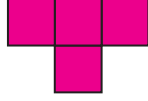
= 3 times
مرتبہ 3



= 3 times
مرتبہ 3

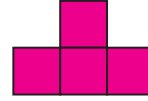
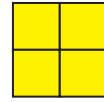
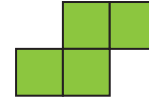
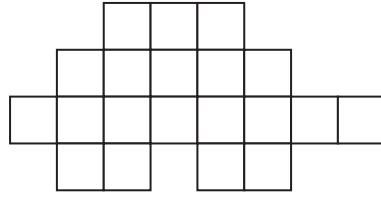


= 2 times
مرتبہ 2

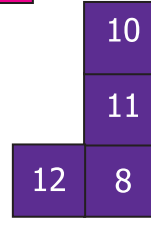
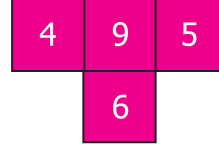
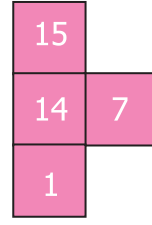
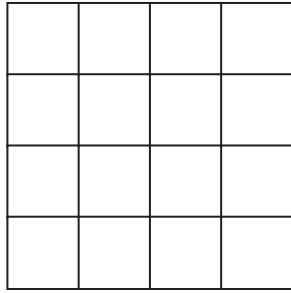


= 2 times
مرتبہ 2

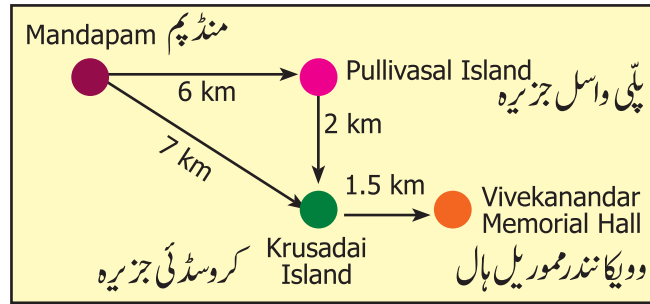
3۔ پانچ ٹیڑ و مینو شکلوں کو صرف مرتبہ استعمال کر کے خاکہ کو مکمل طور پر رنگ کیجئے۔



4۔ دئے گئے اعداد لکھے ہوئے ٹیڑ و مینو کو استعمال کر کے 4×4 جادوئی مربع کو مکمل کیجئے۔



5۔ منڈپم سے وویکا نندر میموریل ہال کا مختصر ترین راستے کو دئے گئے نقشے کو استعمال کر کے معلوم کیجئے۔



تقابلی سوالات

6۔ تمام پانچویں ٹیڑ و مینو کو دو مرتبہ استعمال کر کے 4×10 مستطیل کو مکمل بھرتی کیجئے۔

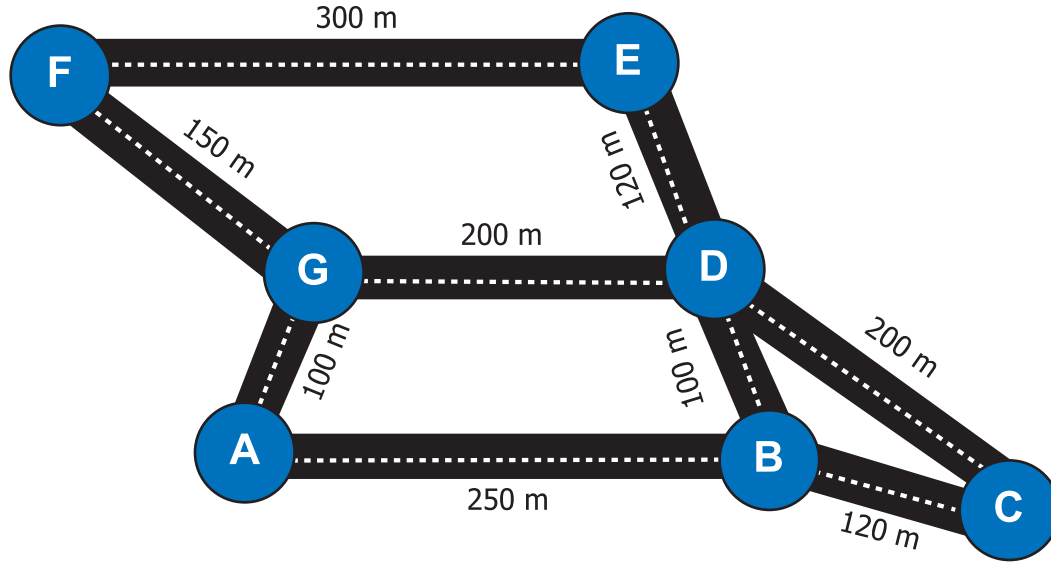
7۔ تمام پانچویں ٹیڑ و مینو کو دو مرتبہ استعمال کر کے 8×5 مستطیل کو مکمل بھرتی کیجئے۔

8۔ تصویر کو غور کیجئے ذیل میں دئے گئے سوالات کے جوابات دیجئے۔

(i) A سے D تک کے تمام ممکن راستے معلوم کیجئے۔

(ii) E سے C کا مختصر ترین فاصلہ کیا ہے؟

(iii) B اور F کے درمیان کے تمام ممکن فاصلے معلوم کیجئے۔ ان میں مختصر ترین فاصلہ کیا ہے؟

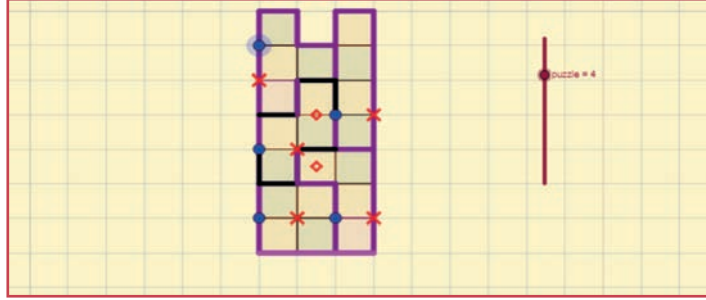




ICT Corner

ICT کارنر

مطلوبہ نتیجہ اس تصویر میں دکھائی گئی ہے۔



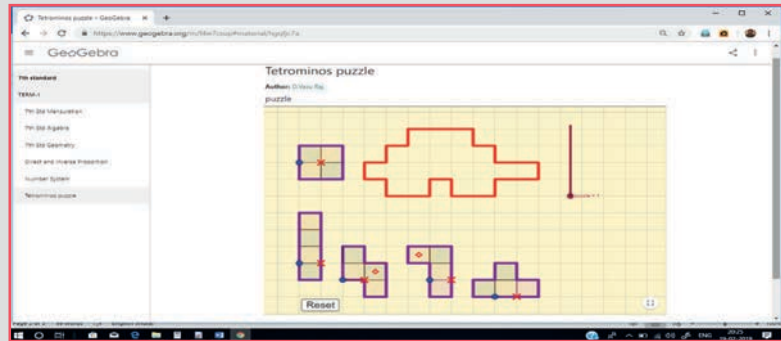
مرحلہ 1: براؤز کھولنے نیچے دئے گئے URL لنک ٹائپ کیجئے یا QR کوڈ کو اسکیین کیجئے۔ "7th Std Mensuration" نامی GeoGebra ورک شیٹ کھلے گا۔ لمبائی، چوڑائی اور کونے کے زاویے کو تبدیل کرنے کے لئے ورک شیٹ کے دائیں جانب تین سلائیڈر ہوتے ہیں۔

مرحلہ 2: ہر ایک باب میں بہت سارے ورک شیٹ ہوتے ہیں۔ ان میں سے "Tetrominoes Puzzle" کو Select کیجئے۔ نیلے نقاط کو کھینچتے ہوئے دئے گئے ٹکڑوں سے شکل کو بھرتی کیجئے۔ Red Cross کو منتخب کر کے ٹکڑوں (مربعوں) کو گھمایئے۔ Red Diamond کو حرکت دے کر ان ٹکڑوں کو گھما سکتے ہو۔ Reset بٹن کو استعمال کر کے اصلی حالت میں لاسکتے ہیں۔

Step 1



Step 2



Browse in the link

Information Processing : <https://ggbm.at/f4w7csup> or Scan the QR Code.



جوابات

ANSWERS

Number System عددی نظام

Exercise 1.1

- (i) 90 (ii) -95 (iii) -104 (iv) 22 (v) 140
(vi) -100 (vii) 50 (viii) -171 (ix) -3 (x) 15, -42, -23
- (i) False (ii) False (iii) True
- (i) -4 (ii) -8 (iii) -110 (iv) -52 (v) 7 (vi) -63 (vii) -288
- +38 5. ٹیم = A ٹیم B (ہاں، اسے کسی بھی ترتیب میں جمع کیا جاسکتا ہے)
- دونوں مساوی ہیں۔ جمع کی شمولیتی خصوصیت
- کوئی بھی جوڑی $0+2, 1+1=2, -1+3, -2+4, -3+5$

Objective type questions معروضی سوالات

- (iv) 10 pm
- (i) $-9+(-5)+6$
- (ii) -3
- (iii) 0
- (i) 20

Exercise 1.2

- (i) -44 (ii) 30 (iii) -30
- (i) غلط (ii) غلط (iii) صحیح
- (i) 1 (ii) 17 (iii) 99 (iv) -300
- 3 5. پانچویں منزل (زمینی منزل سے اوپر) 6. 100°F
- 2 8. غلط، درست جواب -35

Objective type questions معروضی سوالات

- (iii) 13
- (ii) 0

Exercise 1.3

- (i) 1 (ii) -2 (iii) -5 (iv) 5 (v) 0
- (i) غلط (ii) صحیح (iii) غلط 3. (i) '+' (ii) '-'
- (i) -770 (ii) 1080 (iii) 3024 (iv) 0 (v) 10,000
- (i) غیر مساوی (ii) غیر مساوی
(iii) مساوی، جمع پر ضرب کی تقسیمی خصوصیت
- 12 انچ کم ہوتا ہے۔
- $(-5 \times 10), (-10 \times 5), 25, (-2) \times 25, (-1) \times 50, (-50) \times 1$

Objective type questions معروضی سوالات

- (iv) $(-6) \times (+5)$
- (iii) تقسیمی
- (iv) -11
- (i) 108

Exercise 1.4

- (i) -1 (ii) -5 (iii) -36 (iv) 1
- (i) غلط (ii) غلط

3. (i) -15 (ii) 5 (iii) -5 (iv) -1
 4. 9 5. 3°C فی گھنٹہ کم ہوتا ہے 6. منٹ 53
 7. روزانہ 160 کیلوری کا نقصان (کم) ہوگا
 8. 168 9. 5 10. -40

Objective type questions معروضی سوالات

11. (iv) $12 \div 5$ 12. (iii) $16 \div (-4)$ 13. (ii) -20 14. (iv) تقسیم

Exercise 1.5

1. 14 c 2. (i) -2 (ii) 0 (iii) -3 (iv) -4 (v) 1
 3. (i) -2 k (ii) 318°k (iii) -127°k (iv) 0°k
 4. (i) 1175 (ii) 675 (iii) 325 (iv) 414 (v) 114
 5. (i) 7 دن (ii) 15,750 حروف (iii) 8750
 (iv) 5 days (v) 3,500 6. 12 7. 10 کا نقصان
 8. 18 اچھ کم ہونا 9. ہاں، 80 سال

Exercise 1.6

1. 11 2. -40 3. -1,81,805 4. -445 5. -17,999
 6. 31,500 7. -9 8. $(-3, -5), (3, 5)$
 9. (i) مساوی (ii) غیر مساوی (iii) غیر مساوی (iv) مساوی
 10. 6,800 11. x شے جو زیادہ قیمتی ہے 2020 ہے
 12. جوڑ ملائیے۔

1. d, 2. a, 3. e, 4. c, 5. b

Challenge Problem تقابلی سوالات

13. (i) غلط (ii) غلط (iii) صحیح (iv) صحیح (v) غلط
 14. -21 15. -5
 16. $(-1) + 1 + (-2) + 2 + (-3) + 3 + (-4) + 4 + (-5) + 5 = 0$
 یہ جواب الگ نہیں ہے۔ تم کسی ایک واحد ہندسے کو جمع معکوس کے طور پر لے سکتے ہو۔
 17. 2 18. (i) -4 (ii) -11 19. 3000 لیٹر پانی
 20. 5 jumps 21. 24 22. سطح سمندر سے 850 قدم نیچے
 23. $x = 0, y = -4, z = -7$

Measurement پیمائش

Exercise 2.1

1. (i) رقبہ = 33 sq.cm احاطہ = 30 cm (ii) رقبہ = 70 sq.cm احاطہ = 40 cm
 2. (i) 90 sq.cm (ii) 7 m (iii) 13 mm 3. 35 cm 4. 54 sq.cm 5. 4620/-

Objective type questions

6. (iv) 22 cm 7. (i) 70 sq.m 8. (iii) 13 cm
 9. (ii) وہی رہے گا 10. (ii) 192 sq.cm

Exercise 2.2

1. (i) 64 Sq.cm (ii) 165 sq.cm 2. 126 sq.cm
3. (i) 152 sq.cm (ii) 36 m (iii) 30 mm 4. 25 cm 5. 280

Objective type questions معروضی سوالات

6. (iii) 12 sq. m 7. (ii) 32 sq.cm 8. (ii) 8 cm 9. (iv) 4 m 10. (iii) 90°

Exercise 2.3

1. (i) 160 sq.cm (ii) 24 cm (iii) 18 m (iv) 30 cm
2. 330 sq.cm 3. 38 cm 4. 24 cm 5. 23 cm and 17 cm
6. 870 7. 697.50

Objective type questions معروضی سوالات

8. (i) 45 sq.cm 9. (iv) 28 cm 10. (iii)

Exercise 2.4

1. 144 sq.cm 2. 11 hm 3. 128 m 4. $h = 13\text{cm}$ $b = 52\text{cm}$
5. $d_1 = 48\text{ cm}$ $d_2 = 24\text{cm}$ 6. 1,57,950

Challenge Problems تقابلی سوالات

7. 45 cm; 25 cm 8. 4725 sq.cm 9. 192 sq.cm 10. $DF = 30\text{cm}$ $BE = 42\text{cm}$
11. 54 sq.cm 12. 169 sq.cm; 2535
13. 12 cm 14. 5250 15. 324 sq.m

ALGEBRA الجبرا

EXERCISE-3.1

1. (i) x (ii) -6 (iii) غیر یکساں (iv) تین (v) -1
2. (i) صحیح (ii) غلط (iii) صحیح (iv) غلط 3. -3, 12, 1, 121, -1, 9, 2.

4.	شمار عدد	Expression	جمله	Variable	متغیر	Constant	مستقل	Terms	ارقام
(i)		$18 + x - y$		x, y		18		$18, x, -y$	
(ii)		$7p - 4q + 5$		p, q		5		$7p, -4q, 5$	
(iii)		$29x + 13y$		x, y		0		$29x, 13y$	
(iv)		$b + 2$		b		2		$b, 2$	

5. $\frac{x - \text{terms}}{7x, -8x, -12x}$ $\frac{y - \text{terms}}{5y, 12y, -9y}$ $\frac{z - \text{terms}}{6z, z, 11z}$

6. (i) -5 (ii) 5 (iii) 10 (iv) 0

Objective type questions معروضی سوالات

7. (i) $3(x+y)$ 8. (ii) -7 9. (iv) $-4x, 7x$ 10. (ii) 13

EXERCISE-3.2

1. (i) $-5b$ (ii) $-8m$ (iii) $37xyz$
2. (i) False (ii) False (iii) True

3. (i) $11x$ (ii) $12mn$ (iii) $4y$
 4. (i) $8k$ (ii) $10q$ (iii) $10xyz$
 5. (i) $28p+6q$ (ii) $3a+15b+16c$ (iii) $6mn-4t$
 (iv) $6u$ (v) $8xyz-8xy$
 6. (i) $14x-7y-38$ (ii) $-2p-2q+2$ (iii) $2m-8n$ (iv) $-7+5$
 7. (i) $-10x-11y+12z$ (ii) $2p+6$ (iii) $3m+3n+15$

Objective type questions

8. (iii) $2mn$ 9. (iii) $-2a$ 10. (i) یکساں ارقام

EXERCISE-3.3

1. (i) مساوات (ii) 15 (iii) $6x$
 2. (i) غلط (ii) صحیح (iii) صحیح
 3. (i) $x=3$ (ii) $p=10$ (iii) $x=15$ (iv) $m=30$ (v) $x=10$
 4. $2x+2y$ 5. $x=12$ 6. 99 and 101 7. $x=45km$

Objective type questions معروضی سوالات

8. (iii) $3n$ 9. (i) 2 10. (ii) -1

EXERCISE-3.4

1. $6ab+16; -6ab-16$ 2. $4x+3y$ 3. $x=13$ 4. $3ab-7b+3c$ 5. $x=8$

Challenge Problems تقابلی سوالات

6. $12x+6y-18$ 7. $-4a-b-4c$ 8. $5m+n-6$ 9. $lb-2(l+b)=20$
 10. $3a+\frac{4}{3}b+\frac{17}{5}c$

Direct and Inverse Proportion راست اور معکوس تناسب

Exercise 4.1

1. (i) 84 (ii) 21kg. (iii) 10 litres (iv) 210 (v) 360
 2. (i) صحیح (ii) صحیح (iii) غلط (iv) صحیح (v) غلط
 3. 80 4. 42 5. 180 6. 40 m 7. 1107
 8. 250 9. 5 kg. 10. 30,000 11. 10 days
 12. Kamala 13. 5 litres

Objective Type Questions معروضی سوالات

14. (iii) 360 15. (ii) 7 16. (iv) 147 17. (ii) 10 18. (i) 9

Exercise 4.2

1. (i) 32 (ii) 80 2. 1 گھنٹہ 48 منٹ
 3. 36 days 4. 20 دن 5. 15 دن 6. 100 گرام
 7. 18 8. 4 km/hr 9. 24

Objective Type Questions معروضی سوالات

10. (iii) 6 11. (ii) 8

Exercise 4.3

1. (i) 15 kg. (ii) 36 2. (i) راست تناسب (ii) $k = 5$ (iii) $C = 50$
3. 90 months 4. 12 minutes 5. 140 6. 3 7. 300 litres

Challenge Problems تقابلی سوالات

8. 1155 9. 35 minutes 10. 81 11. 6 days 12. 10 days 13. 5 days

GEOMETRY علم ہندسہ

Exercise 5.1

1. متصلہ ضلع کی جوڑیاں $\angle ABG$ and $\angle GBC$, $\angle BCF$ and $\angle FCE$, $\angle FCE$ and $\angle ECD$, $\angle ACF$ and $\angle FCE$, $\angle ACF$ and $\angle ECD$
2. 65° 3. 86° 4. (i) 108° (ii) 46° (iii) 30°
5. دیگر زاویہ بھی راویہ قائمہ ہے۔ 6. 30° , 120° , 210° 7. 63°
8. متصلہ زاویے $\angle PQU$ and $\angle PQT$, and $\angle TQS$, $\angle TQS$ and $\angle SQR$, $\angle SQR$ and $\angle RQU$, $\angle RQU$ and $\angle PQU$ (تمام ممکن جوابات)
مقابلہ کی جوڑیاں $\angle PQU$ and $\angle TQR$, $\angle PQT$ and $\angle UQR$
9. 120° 10. 105° 11. 45° , 135° 12. (i) 125° (ii) 55°

Objective type questions معروضی سوالات

13. (iii) ایک مشترک بازو، اندرونی مشترک نہیں ہے۔
14. (iii) خطی جوڑی 15. (iv) پیمائش میں مساوی ہے
16. (i) 360° 17. (ii) 80°

Exercise 5.2

1. (i) قاطع کے ایک ہی جانب بیرونی زاویے ہیں
(ii) متبادل بیرونی زاویے ہیں۔
(iii) نظیری زاویے ہیں۔
(iv) قاطع کے ایک ہی جانب اندرونی زاویے ہیں۔
(v) متبادل اندرونی زاویے ہیں۔
(vi) نظیری زاویے ہیں۔
2. (i) 35° (ii) 65° (iii) 145° (iv) 135° (v) 90°
3. (i) 28° (ii) 58° (iii) 123° (iv) 108°
4. (i) 149° (ii) 45° (iii) 101° (iv) 158°
5. (i) 42° (ii) 8° (iii) 2° (iv) 15°
6. (i) 55° (ii) 35°
7. (i) نہیں، قاطع کے ایک ہی جانب موجود اندرونی زاویے متکم ہیں۔
(ii) نہیں۔ کیوں کہ نظیری زاویے مساوی ہیں۔
9۔ کم سے کم زاویے کی تعداد 1 ہے۔ زاویے کی خطی جوڑی کے اصول کے مطابق ہم ایک اور زاویہ معلوم کر سکتے ہیں اور نظیری زاویہ اور متبادل زاویہ کے اصول سے دیگر زاویے معلوم کر سکتے ہیں۔

معروضی سوالات Objective type questions

10. (ii) قاطع
11. (i) متبادل بیرونی زاویہ
12. (iv) قاطع کے ایک ہی جانب کے اندرونی زاویے متمم ہیں۔
13. (ii) 44°

Exercise 5.6

1. 18° 2. 41° 3. $35^\circ, 115^\circ, 25^\circ$ 4. $55^\circ, 125^\circ$
5. (i) ہاں، ان میں ایک مشترک راس، ایک مشترک بازو ہے اور ان کے اندرونی منطبق نہیں ہوتے۔
(ii) نہیں، ان کے اندرونی منطبق ہوتے ہیں۔
(iii) نہیں، چونکہ $\angle BOC$ ایک زاویہ مستقیم ہے، ان کا حاصل جمع 180° سے زیادہ ہوگا۔
(iv) ہاں، وہ خطی جوڑی ہیں۔
(v) نہیں، وہ تقاطع کے خطوط سے تشکیل نہیں پاتے۔

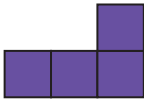
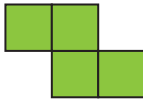
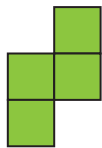
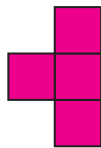
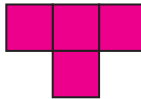
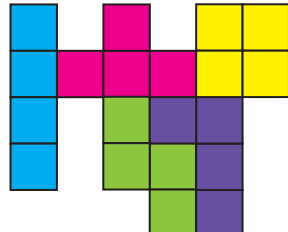
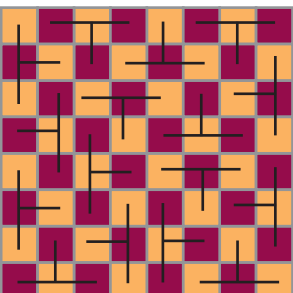
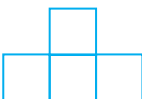
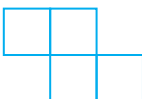
6. 52° 7. $30^\circ, 80^\circ$ 8. $75^\circ, 42^\circ, 42^\circ$
9. 90° 10. 127°

تقابلی سوالات Challenge Problems

11. 26° 12. 38° 13. $40^\circ, 25^\circ$ 14. 44°
15. $72^\circ, 57^\circ, 51^\circ$ 16. $76^\circ, 29^\circ$ 17. 7° 18. $48^\circ, 60^\circ, 108^\circ$
19. 21° 20. 214°

اطلاعات کو عمل میں لانا Information Processing

Exercise 6.1

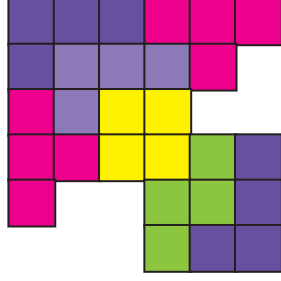
1. 4 2.  3.     
4.  5.  (more possible ways)
(مزید ممکن طریقے)
6. (i)  (ii)  (iii)  (iv) 
7.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

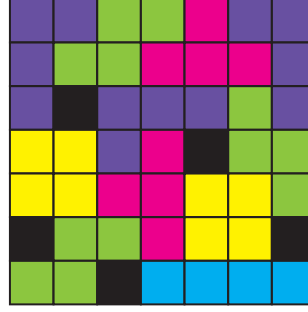
 (more possible ways)
(مزید ممکن طریقے)

Exercise 6.2

1.



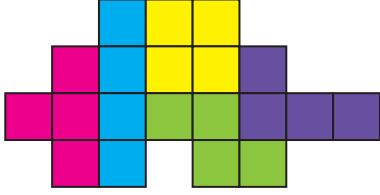
2.



(more possible ways)

(مزید ممکن طریقے)

3.



4.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

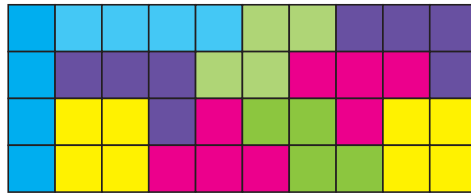
(more possible ways)

(مزید ممکن طریقے)

5. منڈپم ← کرسڈنی جزیرہ ← وویکانڈامیموریل ہال

Challenge Problems تقابلی سوالات

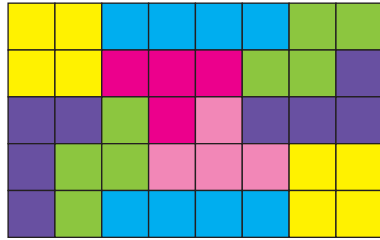
6.



(more possible ways)

(مزید ممکن طریقے)

7.



(more possible ways)

(مزید ممکن طریقے)

8 (i) route1 $A \rightarrow G \rightarrow D$

route2 $A \rightarrow B \rightarrow D$

route3 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$

route4 $A \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D$

(ii) 320 m

(iii) route1 $B \rightarrow A \rightarrow G \rightarrow F$

$$250 \quad 100 \quad 150 = 600m$$

route3 $B \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow F$

$$100 \quad 200 \quad 150 = 450m$$

route2 $B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$

$$100 \quad 120 \quad 300 = 520m$$

route4 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$

$$120 \quad 200 \quad 120 \quad 300 = 740m$$

تیسرا راستہ سب سے چھوٹا راستہ ہے۔

GLOSSARY فرہنگ

Additive Identity	جمعی تماشل	Non-adjacent angle	غیر متصلہ زاویہ
Additive Inverse	جمعی معکوس	Numerical value	عددی قیمت
Adjacent angle	متصلہ زاویہ	Numerical co-efficient	عددی سر عدد
Adjacent sides	متصلہ ضلع	Parallel sides	متوازی ضلع
Alternate exterior angle	متبادل بیرونی زاویہ	Parallelogram	متوازی الاضلاع
Alternate interior angle	متبادل اندرونی زاویہ	Pattern	نمونہ
Alternate	متبادل	Perpendicular	عمود
Angle bisector	زاویائی ناصف	Perpendicular bisector	عمودی ناصف
Associative property	مربوطی خاصیت	Positive Integers	مثبت سالم اعداد
Base	قاعدہ	Properties	خصوصیات
Closure property	شمولیتی خصوصیت	Puzzle	معما
Co-efficient	سر عدد	Recall	اعادہ
Commutative property	متبادلتی خاصیت	Regulation	قابو میں رکھنا
Compare	موازنہ کرنا	Rhombus	مربع
Constant	مستقل	Sequence	تواتر
Corresponding angles	نظیری زاویے	Showcase	دکھاوا
Diagonal	وتر	Substitution	تفریق
Distributive property	تقسیمی خصوصیت	Terms	ارقام
Equation	مساوات	Tetromino	ٹٹرومینو
Formation	تشکیل	Tokens	ٹوکن
Generalize	عام	Traffic	بھیڑ
Height	بلندی (ارتفاع)	Transversal	قاطع
Horizontal	افقی	Trapezium	منحرف
Integers	سالم اعداد	Undefined	غیر واضح
Interior of an angle	زاویہ کا اندرونی	Unlike terms	غیر یکساں رقم
Isosceles trapezium	منحرف مساوی الساقین	Variable	متغیر
Like terms	یکساں رقم	Vertex	راس
Linear equations	خطی مساوات	Vertically	عمودی
Linear pair of angle	زاویہ کی خطی جوڑیاں	Vertically opposite angles	عمودی مقابل زاویے
Multiplicative Identity	ضربی تماشل		
Negative Integers	منفی سالم اعداد		

Secondary Mathematics - Class 7 Term I

Translators (Urdu Medium)

Academic Advisor

Dr. P. Kumar

Joint Director (Syllabus)
SCERT, Chennai.

S.Abdul Rahman

B.T. Asst. (Retired)
Islamiah Boys' HSS,
Vaniyambadi-635751, Tirupattur District.

Mohamed Jaweed Akram,

B.T. Asst. Islamiah Boys' HSS,
Vaniyambadi-635751, Tirupattur District.

H. Hafeezur Rahman

B.T. Asst., Municipal Muslim Boys Urdu High School,
,Vaniyambadi, Tirupattur District.

Mohamed. Nasir M.

B.T. Asst. Mazharul Uloom HSS,
Ambur, Vellore District.

Sajjad Ahmed Y. K.

B.T. Asst. Muslim HSS.,
Chennai-600005.

Co-ordinator :

A. Palanivelraj

Asst. Professor,
SCERT, Chennai.

Art and Design Team

Layout Artist

Joy Graphics,

Chintadripet, Chennai - 02

Raj Graphics,

Theni Dist.

Inhouse-QC

Prasanth C, Arun Kamaraj P

Jerald Wilson, Stephen

Cover Design

Kathir Arumugam

Coordination

Ramesh Munisamy

Urdu DTP and Layout

Mohamed Nusrath Sayeed

TAJ Printers, Vaniyambadi.

This book has been printed on 80 GSM
Elegant Maplitho paper

Printed by offset at :