GOVERNMENT OF TAMILNADU

തരം 7
STANDARD SEVEN

ഭാഗം - I TERM-I

വാല്യം 2 VOLUME-2

ഗണിതം
MATHEMATICS

(Malayalam Medium)

Department of School Education

Untouchability is Inhuman and a Crime

Government of Tamil Nadu

First Edition - 2019

Revised Edition - 2020, 2022, 2023

Reprint - 2021, 2024

(Published under New syllabus in Trimester Pattern)

Content Creation

State Council of Educational Research and Training

© SCERT 2019

Printing & Publishing

Tamil NaduTextbook and Educational Services Corporation

www.textbooksonline.tn.nic.in

7th_Maths_Term 1_Malayalam_Preliminary.indd 2 2/21/2023 6:36:40 PM

ഗണിതം ഒരു സവിശേഷ പ്രതീകാത്മക ഭാഷയാണ്. ഇതിൽ ലോകം മുഴുവൻ വിജയിക്കുകയും പ്രവർത്തിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. വിദ്യാർത്ഥി സമൂഹത്തിന് ഗണിതശാസ്ത്രപഠനം ലളിതമാക്കാനുള്ള ശ്രമമാണ് ഈ പാഠപുസ്തകം.

അക്കങ്ങൾ, സമവാക്യങ്ങൾ, കണക്കുകൂട്ടലുകൾ, അൽഗോരിതങ്ങൾ എന്നിവയെ കുറിച്ച് മാത്രമല്ല, മനസ്സിലാക്കലിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ളതാണ് ഗണിത ശാസ്ത്രം.

— വില്ല്യംപോൽ ഹാസ്റ്റൺ

ZNYP5

പാഠപുസ്തകത്തിലുള്ള QR കോഡുകളെ ഉപയോഗിക്കാം. എങ്ങനെ?

- Google playstore/ Apple app store QR Code Scanner നെ നി ങ്ങളുടെ സ്മാർട്ട് ഫോണിലേയ്ക്ക് Download ചെയ്യുക.
- QR Code Scanner Application തുറക്കുക
- Application scanner button click ചെയ്തു കഴിഞ്ഞാൽ കവാടങ്ങൾ ഇറക്കുകയും പുസ്തകത്തിലേയ്ക്ക് കൂടുതൽ അടുക്കുകയും ചെയ്യുക.
- camera QR code കണ്ടുപിടിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ ഒരു URL പ്രത്യക്ഷ പ്പെടുന്നു. URL ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ഉള്ളടക്കത്തിലേയ്ക്ക് പോകുക.

ഒരു സ്കൂൾ വിദ്യാഭ്യാസത്തിൽ ഗണിതത്തിന്റെ പ്രധാന ലക്ഷ്യം കുട്ടിയുടെ ചിന്താ പ്രക്രിയയെ ഗണിതമാക്കുക എന്നതാണ്. ഗണിത ശാസ്ത്രം അറിയാൻ കഴിയുന്നതിനെക്കാൾ ഗണിതമാകുമെന്ന് അറിയുന്നത് വളരെ പ്രയോജനകരമായിരിക്കും.

7th_Maths_Term 1_Malayalam_Preliminary.indd 3 2/21/2023 6:36:41 PM

ഉള്ളടക്കം

ക്രമനമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ് നമ്പർ	മാസം
1	**സംഖ്യ സമ്പ്രദായം**	**1-32**	ജൂൺ
1.1	ആമുഖം	2	
1.2	പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ സങ്കലനം	2	
1.3	പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വ്യവകലനം.	10	
1.4	പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനം.	15	
1.5	പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഹരണം.	22	
1.6	ചതുഷ്ക്രിയകൾ ഉപയോഗിച്ച് പൂർണ്ണസംഖ്യാകളുടെ പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്ന വിധം	25	
2	**അളവുകൾ**	**33-50**	ജൂൺ, ജൂലയ്
2.1	മുഖവുര	34	
2.2	സാമാന്തരികം	34	
2.3	സമഭുജ സാമാന്തരികം	40	
2.4	ലംബകം	44	
3	**ബീജഗണിതം**	**51-71**	ജൂലയ്, ആഗസ്റ്റ്
3.1	മുഖവുര	52	
3.2	പദങ്ങളും ഗുണാങ്കങ്ങളും	53	
3.3	സദൃശ പദങ്ങളും അസദൃശ പദങ്ങളും	55	
3.4	ബീജഗണിതത്തിന്റെ മൂല്യം	56	
3.5	ബീജഗണിത വാചകങ്ങളുടെ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും	58	
3.6	ലഘു രേഖിയ സമവാക്യങ്ങൾ	64	
4	**നേർ കൂടാതെ വിപരീത അനുപാതം**	**72-82**	ജൂലയ്, ആഗസ്റ്റ്
4.1	മുഖവുര	72	
4.2	നേർ അനുപാതം	73	
4.3	വിപരീത അനുപാതം	78	
5	**ജ്യാമിതി**	**83-108**	ജൂലയ്, ആഗസ്റ്റ്
5.1	ആമുഖം	85	
5.2	പ്രതിഛേദ രേഖകളിലെ കോൺ ജോഡികൾ	86	
5.3	ഛേദകം	93	
5.4	നിർമ്മിതി	102	
6	**വിവര ക്രമീകരണം**	**109-123**	സെപ്റ്റംബർ
6.1	മുഖവുര	110	
6.2	ടെട്രോമിനോ	110	
6.3	റൂട്ട് മേപ്പ്	116	
	ഉത്തരങ്ങൾ	**124-130**	
	ഗണിത സാങ്കേതിക പദങ്ങൾ	**131**	

PX1G2

E-book

51UDC

Assessment

7th_Maths_Term 1_Malayalam_Preliminary.indd 4

2/21/2023 6:36:41 PM

അദ്ധ്യായം

1

സംഖ്യാ സമ്പ്രദായം

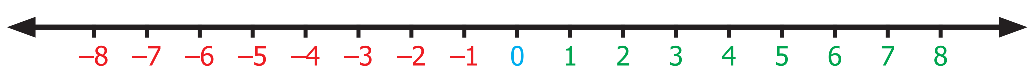
$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$

പഠനലക്ഷ്യങ്ങൾ

- പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളിൽ മേലുള്ള സങ്കലനത്തിന്റെയും വ്യവകലന വ്യവകലനത്തിന്റെയും ധാരണാപരമായ പഠനം.
- പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളിൽ മേലുള്ള ഗുണനത്തിന്റെയും ഹരണത്തിന്റെയും ധാരണാപരമായ പഠനം.
- പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഉപയോഗത്തിൽ ആരോപിച്ചിട്ടുള്ള നാല് അടിസ്ഥാന ക്രിയകളുടെ നിയമങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള പഠനം.
- പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളിൽ നാല് അടിസ്ഥാന പ്രമാണങ്ങളുടെ ഉപയോഗത്തിലൂടെ പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നത്.

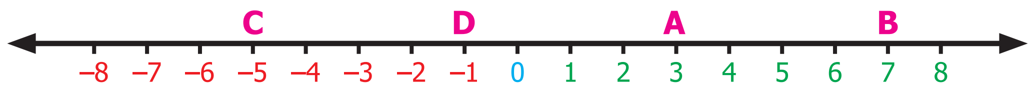
ആവർത്തനം

പൂർണ്ണാങ്കമെന്നാൽ നിസ്സർഗസംഖ്യകളുടെയും പൂജ്യം, ഋണ സംഖ്യകളുടെയും ശേഖരമാണ്.



ചിത്രം. 1.1

ഓരോ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെയും സംഖ്യാരേഖയിൽ ഇടത്തുനിന്നും വലത്തോട്ട് കൂടുന്ന ക്രമത്തിലാണ് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യാരേഖയിൽ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കൾ $A = +3$, $B = +7$, $D = -1$ കൂടാതെ $C = -5$ എന്ന ക്രമത്തിലാണ്.



ചിത്രം. 1.2

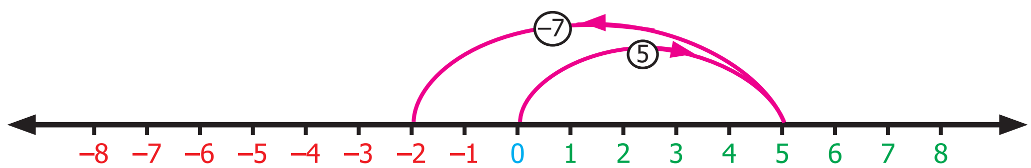
ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ആരോഹണ ക്രമം എഴുതുക.
   –5, 0, 2, 4, –6, 10, –10
2. സംഖ്യാ രേഖയിന്മേൽ കുറിച്ചിട്ടുള്ള പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ –15, 12, –17, 5, –1, –5, 6 ഇവയിൽ ഏറ്റവും ഇടത്തേയറ്റത്തു വരുന്ന പൂർണ്ണാങ്കം ___________ ആകുന്നു.
3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ക്രമീകരണങ്ങളെ പൂർത്തീകരിക്കുക:
   ____, -40, ____, ____, -10, 0, ____, 20, 30, ____, 50.
4. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളിൽ “<”, “>” അല്ലെങ്കിൽ “=” എന്നീ ചിഹ്നങ്ങളെ ചതുരത്തിന കത്ത് സ്ഥാപിക്കുക.
   (a) –65 ☐ 65 (b) 0 ☐ 1000 (c) –2018 ☐ –2018
5. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ അവരോഹണ ക്രമത്തിൽ എഴുതുക:
   –27, 19, 0, 12, –4, –22, 47, 3, –9, –35

1.1 ആമുഖം

പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ എങ്ങനെയാണ് താരതമ്യപ്പെടുത്തുന്നതും ക്രമീകരിക്കുന്നതിനെയും പറ്റി ആറാം ക്ലാസ്സിൽ നമ്മൾ പഠിച്ചു. ഇപ്പോൾ നാം പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ എങ്ങനെയാണ് കൂട്ടുന്നതെന്നും, കുറയ്ക്കുന്നതെന്നും പറ്റി പഠിക്കാൻ പോകുന്നു.

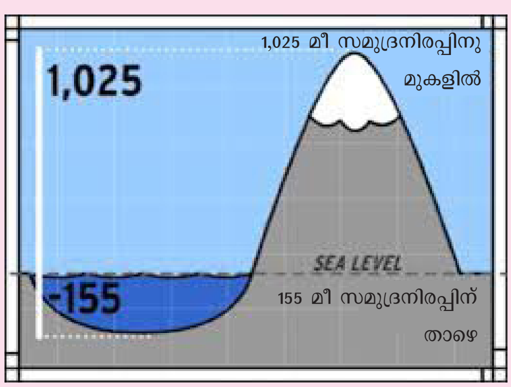
$7-5=2$ എന്ന് നമുക്കറിയാം. എന്താണ് $5-7$?. 5 ൽ നിന്നും 7 നെ സംഖ്യാ രേഖഉപയോഗിച്ച് കുറയ്ക്കാം. സംഖ്യാ രേഖയിൽ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ ഇടത്തുനിന്നും വലത്തോട്ടു കൂടി വരുന്നത് നമുക്കറിയാം. ഈ ക്രിയ ചെയ്യുന്നതിന് പൂജ്യത്തിന്റെ ഇടത്തുനിന്നും ആരംഭിക്കേണ്ടതാണ്.



ചിത്രം. *1.3*

ഇത് ചെയ്യേണ്ടത് ആവശ്യമാണോ? ഇത്തരത്തിലുള്ള എന്തെങ്കിലും സാഹചര്യങ്ങൾ നിങ്ങളുടെ യഥാർത്ഥ ജീവിതത്തിൽ ഉണ്ടായിട്ടുണ്ടോ? അതെ താപനില കൂടുന്നതും കുറയുന്നതും ബാങ്ക് അക്കൗണ്ടിൽ പണം നിക്ഷേപിക്കുന്നതും, എടുക്കുന്നതും, കച്ചവടത്തിലെ ലാഭവും നഷ്ടവും ഈ വക സാഹചര്യങ്ങളെല്ലാം പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഉപയോഗത്തിലൂടെയാണ് തരണം ചെയ്യുന്നത്.

സജീവമായ ഗണിതം – യഥാർത്ഥ ജീവിതത്തിലെ സംഖ്യാസമ്പ്രദായം.



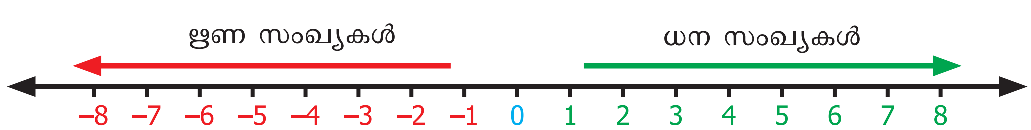
കുന്ന്, കടൽ രേഖക്ക് മുകളിലും താഴെയും

താപനില $< 0^{\circ}C$ അൻറ്റാർട്ടികയിൽ കൂടാതെ ആർട്ടികയിൽ $>0^{\circ}C$ ഭൂമധ്യരേഖയ്ക്ക്

1.2 പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ സങ്കലനം.

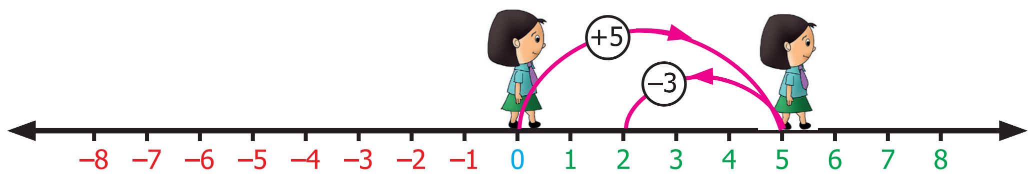
പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ സങ്കലനം ലഘുരൂപേണ കാണിക്കുന്നതിനു ഉപാധിയാണ് സംഖ്യാരേഖ. സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ചുള്ള ഒരു പ്രക്രിയ നമുക്ക് ചെയ്തു നോക്കാം.

റോഡിനെ സംഖ്യാരേഖയായി സങ്കല്പിച്ചുകൊണ്ട് മാർക്ക് ചെയ്യുക. റോഡിന് മുമ്പോട്ടും പുറകിലോട്ടും നടക്കുന്നതിന് അനുവദിക്കുക. ഒരു സ്റ്റെപ്പ് ഒരു മാത്രയായി കണക്കാക്കുക. ആരംഭ സ്ഥാനം പൂജ്യത്തിലും തുടർന്ന് ധന സംഖ്യയായും കണക്കാക്കുക. മുമ്പോട്ട് നടക്കേണ്ടത് ധന പൂർണ്ണാങ്കമായും പുറകോട്ടു നടക്കേണ്ടത് ഋണ പൂർണ്ണാങ്കമായും കണക്കാക്കുക. സങ്കലന പ്രക്രിയക്ക് ധന സംഖ്യയായി കണക്കാക്കുന്നു.



ചിത്രം. *1.4*

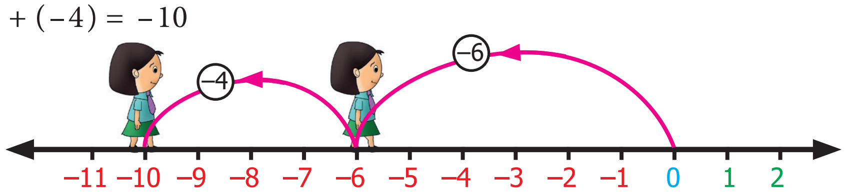
(+5) നോട് (−3) കൂട്ടുന്നതിന് പൂജ്യത്തിൽ തുടങ്ങി ധനദിശയിൽ അഞ്ചു മാത്ര മുന്നോട്ട് ചലിക്കുക സങ്കലന പ്രക്രിയ ആയതിനാൽ നാം മൂന്ന് മാത്ര പുറകോട്ട് (−3) ചലിക്കുന്നു. അപ്പോൾ +2 ൽ എത്തിച്ചേരുന്നു. അതായത് (+5)+(−3)=2. ഇതിനെ താഴെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം. 1.5

ഇതുപോലെ ഒരു ഉദാഹരണം കൂടി നോക്കാം. (−6) ന്റെയും (−4) ന്റെയും തുക കാണുന്നതിന് പൂജ്യത്തിൽ തുടങ്ങി ധന ദിശയിലേക്ക് ഒരേ ദിശയിൽ 6 മാത്ര പുറകോട്ട് പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത് (−6) ഉം അതേ ദിശയിൽ 4 മാത്രകൾ പുറകിൽ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നതിന് (−4) ഉം ഉപകരിക്കുന്നു. നാം (−10) ൽ എത്തിച്ചേരുന്നു.

അതുകൊണ്ട്, (−6) + (−4) = −10



ചിത്രം. 1.6

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

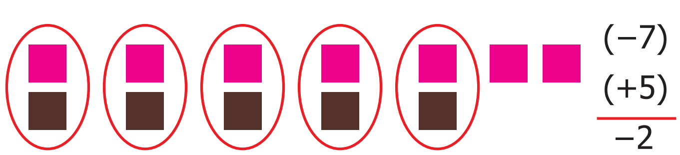
സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയുടെ മൂല്യം കാണുക?

(i) (−4) + (+3) (ii) (−4) + (−3) (iii) (+4) + (−3)

പ്രവർത്തി

ബ്രൗൺ, പിങ്ക്, എന്നീ നിറങ്ങളോടുകൂടിയ ടോക്കണുകളെ രണ്ട് അർദ്ധഗോള പാത്രങ്ങളിൽ വച്ചിട്ടുണ്ട്. അതിൽ ബ്രൗൺ ടോക്കണെ (+1) എന്നും പിങ്ക് ടോക്കണെ (−1) എന്നും എടുക്കുക. ഓരോ ജോഡി ബ്രൗൺ, പിങ്ക്ടോക്കണുകളെ എടുക്കുമ്പോൾ അത് പൂജ്യം എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു [1 + (−1) = 0].

രണ്ടു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടുന്നതിന് ആവശ്യമായ ടോക്കണുകളുടെ എണ്ണം തെരഞ്ഞെടുക്കുകയും പൂജ്യം ജോഡിയാക്കാൻസാധിക്കുകയും ചെയ്യും. ജോഡിക്ക് ശേഷം ശേഷിക്കുന്ന ബാക്കി എണ്ണം രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയാണ്.



(−7) കൂടാതെ (+5) കൂട്ടുന്നതിന് 7 പിങ്ക് ടോക്കണുകളും 5ബ്രൗൺ ടോക്കണുകളും എടുക്കുക. മുകളിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ ശേഷിക്കുന്ന ബാക്കി എണ്ണം രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ആകെത്തുകയാണ്.

അതായത്, (−7)+(+5) = −2.

(−3) (+) (−4) = −7

(−3) കൂടാതെ (−4) ഇവയെ കൂട്ടുന്നതിന് ആദ്യം 3 പിങ്ക് ടോക്കണുകളും രണ്ടാമതായി 4 പിങ്ക് ടോക്കണുകളും എടുക്കുക. ഇവയുടെ ആകെ തുക 7 പിങ്ക് ടോക്കണുകളാണ്. അവിടെ പൂജ്യം ജോഡികൾ ഇല്ല. അതുകൊണ്ട് (−3) ന്റെയും (−4) ന്റെയും തുക (−7) ആകുന്നു. രണ്ട് വ്യത്യസ്തമായ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടുന്നതിന് അധ്യാപകർ വ്യത്യസ്തമായ ടോക്കണുകൾ ഉപയോഗിക്കുക.

കുറിപ്പ്

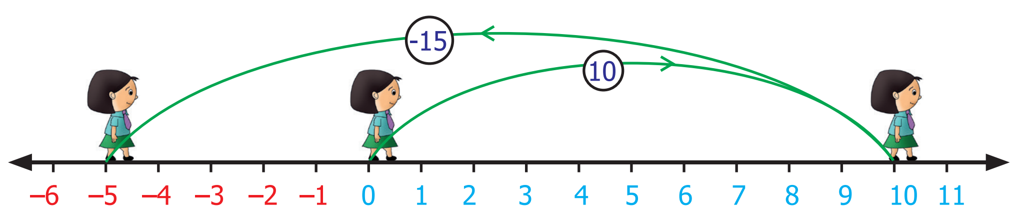
1. ഒരേ ചിഹ്നമുള്ള രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന തുക അതേ ചിഹ്നത്തിലായിരിക്കും. വ്യത്യസ്ത ചിഹ്നമുള്ള രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടുമ്പോൾ വലിയ സംഖ്യായിൽ നിന്നും ചെറിയ സംഖ്യയെ കുറച്ചിട്ട് വലിയ സംഖ്യയുടെ ചിഹ്നം ഇടുക.
2. ചിഹ്നം ഇല്ലാത്ത പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ ധനപൂർണ്ണാങ്കങ്ങളാണ്.

ഉദാഹരണം 1.1

സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് താഴെ തന്നവ കൂട്ടുക. (i) 10 കൂടാതെ −15 (ii) −7 കൂടാതെ −9

നിർദ്ധാരണം പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ സങ്കലനം സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് കാണാം.

(i) 10 കൂടാതെ − 15

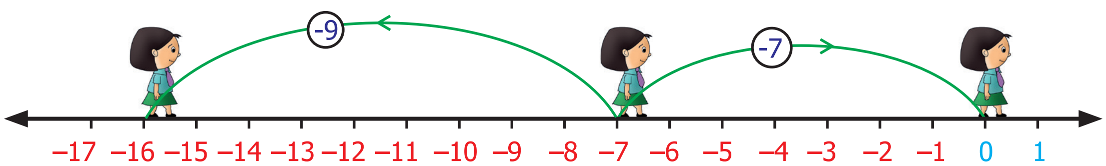


ചിത്രം. *1.7*

സംഖ്യാ രേഖയിൽ പൂജ്യത്തിൽ തുടങ്ങി ധന ദിശയിലോട്ട് 10 മാത്രകൾ മുൻപോട്ട് എത്തിച്ചേരുക. അവിടെ നിന്നും 15 മാത്രകൾ പുറകിലോട്ട് സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ −5 ലഭിക്കുന്നു.

അങ്ങനെ നമുക്ക് 10 + (−15) = −5. ലഭിക്കുന്നു.

(ii) −7 കൂടാതെ −9



ചിത്രം. *1.8*

സംഖ്യാ രേഖയിൽ പൂജ്യത്തിൽ തുടങ്ങി 7 മാത്രകൾ പുറകിലോട്ടു ചെല്ലുമ്പോൾ –7 ൽ എത്തിച്ചേരുന്നു. അവിടെനിന്നും വീണ്ടും 9 മാത്രകൾ പുറകിലോട്ട് ചെല്ലുമ്പോൾ –16 ൽ എത്തിച്ചേരുന്നു.

അങ്ങനെ (–7) + (–9) = –16 കിട്ടുന്നു.

ഉദാഹരണം 1.2

തുക കാണുക : (i) (–40) കൂടാതെ (30) (ii) 60 കൂടാതെ (–50)

നിർദ്ധാരണം (i) (–40) കൂടാതെ (30)

–40 + 30 = –10

(ii) 60 കൂടാതെ (–50)

60 + (–50) = 60 – 50 = 10

ഉദാഹരണം 1.3

തുക കാണുക : (i) (–70) കൂടാതെ (–12) (ii) 103 കൂടാതെ 39.

നിർദ്ധാരണം (i) (–70) + (–12) = –70 – 12 = – 82

(ii) 103 + 39 = 142

ഉദാഹരണം 1.4

ഒരു മുങ്ങിക്കപ്പൽ (അന്തർവാഹിനി) സമുദ്രനിരപ്പിൽ നിന്നും 32 അടി താഴെയാണുള്ളത്. അവിടെനിന്നും 8 അടി മുകളിലേക്ക് പൊങ്ങുന്നു. മുങ്ങിക്കപ്പലിന്റെ ആഴം (ഉയരം) കാണുക?

നിർദ്ധാരണം അന്തർവാഹിനി സമുദ്രനിരപ്പിൽ നിന്ന് 32 അടി താഴെയാണ്.

അതുകൊണ്ട് അതിനെ –32 എന്ന് പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.

വീണ്ടും അത് 8 അടി ഉയരുന്നു.

മുകളിലേക്കുള്ള ഉയർച്ച +8 എന്ന് പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.

അന്തർവാഹിനിയുടെ ആഴം = –32 + 8 = –24

അതുകൊണ്ട് അന്തർവാഹിനി സമുദ്രനിരപ്പിൽ നിന്നും 24 അടി താഴെയാണുള്ളത്.

ഉദാഹരണം 1.5

സീതയുടെ കൈവശമുണ്ടായിരുന്ന ₹ 225 യിൽ ₹ 400 യ്ക്ക് അവൾ സ്റ്റേഷനറി സാധനങ്ങൾ വാങ്ങി. ബാക്കി അവൾ അടയ്ക്കാനുള്ള തുക എന്ത്?

നിർദ്ധാരണം സീതയുടെ കൈവശമുള്ള തുക ₹ 225

സ്റ്റേഷനറി സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നത് ചെലവഴിച്ച തുക = ₹ 400

ബാക്കിതുക = 225 – 400 = – 175

അതുകൊണ്ട്, സീത അടയ്ക്കാനുള്ള തുക ₹ 175 രൂപ ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 1.6

ഒരാൾ ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ താഴത്തെ നിലയിൽ നിന്നും 6–ാമത്തെ നിലയിൽ ചെന്നിട്ട് വീണ്ടും താഴത്തെ നിലയിൽ എത്തി. ഇപ്പോൾ അയാൾ എത്രാമത്തെ നിലയിലാണ് നിൽക്കുന്നത്?

നിർദ്ധാരണം തുടങ്ങിയ സ്ഥലം = താഴത്തെ നില

അയാൾ കയറിയ നിലകളുടെ എണ്ണം = +6

താഴോട്ടിറങ്ങിയ നിലകളുടെ എണ്ണം = –6

ഇപ്പോൾ നിൽക്കുന്ന സ്ഥലം = +6 – 6 = 0 (താഴത്തെ നില)

1.2.1 സങ്കലനത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ.

ROQUN

നാം ആറാംക്ലാസിൽ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ സങ്കലനത്തിന്റെ സവിശേഷതയെ പറ്റി പഠിച്ചുവല്ലോ. രണ്ടു പൂർണ്ണസംഖ്യകളുടെ തുക ഒരു പൂർണ സംഖ്യ ആകുന്നു. പൂർണ്ണങ്കത്തിനും ഈ സവിശേഷത ചേരുന്നുണ്ടോ?

താഴെ തന്ന പട്ടികയിൽ രണ്ട്പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ തുക ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാണോ അല്ലയോ എന്ന് കണക്കാക്കുക.

(i) $7+(-5)=$	(ii) $(-6)+(-13)=$	(iii) $25+9=$
(iv) $(-12)+4=$	(v) $41+32=$	(vi) $(-19)+(-15)=$
(vii) $52+(-15)=$	(viii) $(-7)+0=$	(ix) $0+12=$
(x) $14+0=$	(xi) $(-6)+(-6)=$	(xii) $(-27)+0=$

നാം മുകളിലത്തെ പട്ടികയിൽ നിന്നും മനസ്സിലാക്കുന്നത് രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ തുക ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാകുന്നു.അതുകൊണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ സങ്കലനം ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാകുന്നു. "സങ്കലനത്തിന് മേൽ ക്രമ വിനിമേയമാണെന്ന്" നമുക്ക് പറയാം. ഇതിനെ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ സങ്കലനത്തിൻമേലുള്ള ക്രമവിനിമേയ നിയമം എന്ന് പറയുന്നു.

അതുകൊണ്ട് a, b, എന്നിവ രണ്ട് പൂർണ്ണങ്കങ്ങളാണെങ്കിൽ $a+b$ യും ഒരുപൂർണ്ണങ്കമാകുന്നു.

പൂർണ്ണാങ്കത്തിന്റെ ഒരു സവിശേഷതകൂടി നമുക്ക് നോക്കാം. രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുമ്പോഴുള്ള ക്രമം പ്രശ്നമല്ല. ഉദാഹരണമായി $12+(-13)$ ന് സമമാണ് $(-13)+(12)$ എന്നത് കൂടാതെ $(-7)+(-5)$ നു സമമാണ് $(-5)+(-7)$

പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഈ സവിശേഷതയെ "സംയോജന നിയമം" എന്നു പറയുന്നു.

a, യും b, യും രണ്ട് പൂർണ്ണങ്കങ്ങളാണെങ്കിൽ $a+b = b+a$. ആകുന്നു.

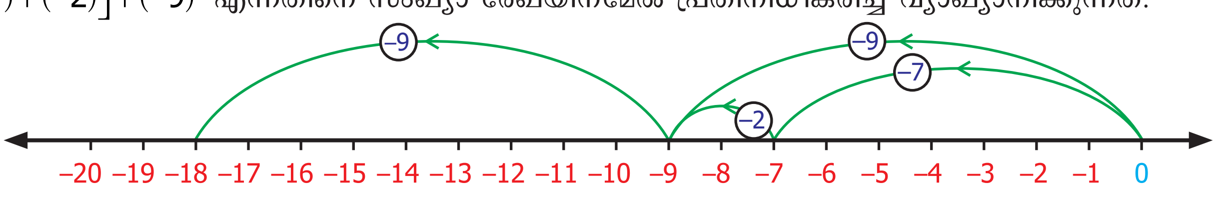
മൂന്നു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടുമ്പോൾ എന്ത് സംഭവിക്കുന്നു. എന്ന് നോക്കാം. ഉദാഹരണമായി ഏത് ക്രമത്തിൽ $(-7)+(-2)+(-9)$ നെ എഴുതി കൂട്ടിയാലും ഒരേ ഉത്തരമാണ് നമുക്ക് കിട്ടുന്നത്.

$(-7)+(-2)]+ (-9)$ കൂടാതെ $(-7) + [(-2) + (-9)]$. എന്നീ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ മൂല്യം പരിശോധിച്ചു നോക്കാം.

ആദ്യം $[(-7)+(-2)]+ (-9)$ ന്റെ മൂല്യം നമുക്ക് നോക്കാം.

$$[(-7)+(-2)]+ (-9) = (-9) + (-9) = -9 - 9 = -18$$

$[(-7)+(-2)]+(-9)$ എന്നതിനെ സംഖ്യാ രേഖയിന്മേൽ പ്രതിനിധീകരിച്ച് വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നത്.



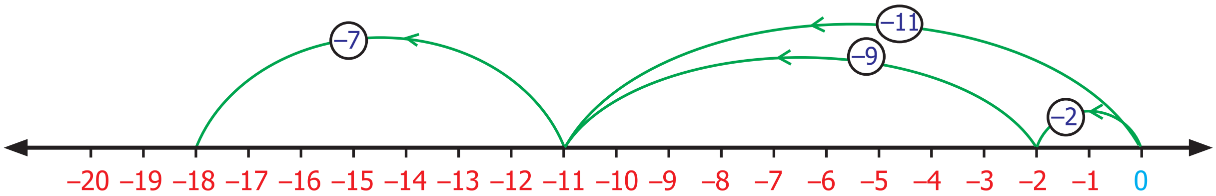
ചിത്രം. 1.9

$$[(-7)+(-2)]+(-9)=(-18)$$

അടുത്തതായി $(-7) + [(-2) + (-9)]$ ന്റെ മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കാം.

$$(-7) + [(-2) + (-9)] = (-7) + (-11) = -7 - 11 = -18$$

(−7) + [(−2) + (−9)] നെ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാ രേഖയിൽ പ്രതികരിച്ചിരിക്കുന്നു,.



ചിത്രം. *1.10*

$$(-7)+\left[(-2)+(-9)\right]=(-18)$$

രണ്ടു വഴികളിലും −18 എന്ന ഒരേ ഉത്തരം ലഭിക്കുന്നു. പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ പുനർ വിഭജിച്ചാലും മൂല്യം മാറുന്നില്ല. ഇതിനെ സങ്കലനത്തിന്മേലുള്ള "സംയോജന നിയമം" എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

അതുകൊണ്ട് a, b, c എന്നിവ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളാണെങ്കിൽ a + (b+c) = (a+b) + c ആകുന്നു.

പൂജ്യം, ധനപൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ ,ഋണപൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ എന്നിവയുടെ ശേഖരണം ആണ് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ. പൂജ്യം ധന സംഖ്യയുമല്ല ഋണസംഖ്യയുമല്ല എന്നത് ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടുണ്ടോ? ഒരു പൂജ്യത്തിനോട് ഒരു പൂർണ്ണാങ്കം കൂട്ടിയാൽ എന്ത് സംഭവിക്കും?

ഉദാഹരണമായി 7 + 0 = 7, (−3) + 0 = (−3), (−27) + 0 = (−27),
(−79) + 0 = (−79), 0 + (−69) = (−69), 0 + (−85) = (−85) എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക

മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവയിൽ പൂജ്യത്തോട് ഏതൊരു പൂർണ്ണാങ്കത്തെ കൂട്ടിയാലും അതേ പൂർണ്ണാങ്കം കിട്ടുന്നു. ഈ സവിശേഷതയാൽ പൂജ്യത്തെ സങ്കലനത്തിൻമേലുള്ള അനന്യത അല്ലെങ്കിൽ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ "സങ്കലന അനന്യത" എന്ന് പറയുന്നു.

അതുകൊണ്ട് a, a + 0 = a = 0 + a ആകുന്നു.

സങ്കലന അനന്യതയായ പൂജ്യം, സംഖ്യാ രേഖയെ ധനപൂർണ്ണാങ്കമായും ഋണപൂർണ്ണാങ്കമായും വിഭജിക്കുന്നു. സംഖ്യാ രേഖയിന്മേൽ പൂജ്യത്തിനിരുവശങ്ങളിലുമായി +1, −1, +5, −5, −15 കൂടാതെ +15, എന്നിവ സമദൂരത്തിലാണ് സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നത്. പൂജ്യത്തിന് ഇരുവശത്തും ഇത്തരത്തിലുള്ള പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ ഒന്നിനൊന്ന് വിപരീതമാണ്. വിപരീത ചിഹ്നമുള്ള സംഖ്യകൾ കൂട്ടിയാൽ പൂജ്യം കിട്ടുന്നു.

ഉദാഹരണമായി $(-15)+15=0$, $21+(-21)=0$. ഈ നിയമത്തെ "സങ്കലന വിപരീതനിയമം" എന്നു പറയുന്നു. 15 ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം (−15) എന്തെന്നാൽ അവയുടെ തുക പൂജ്യം ആകുന്നു. ഇതുപോലെയാകുന്നു (−21) ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം 21 ഉം ഇത്തരത്തിലുള്ള ജോഡികളെ സങ്കലന വിപരീതം എന്ന് പറയുന്നു.

അതുകൊണ്ട് ഏതൊരു പൂർണ്ണാങ്കം a, യുടെയും സങ്കലന വിപരീതം −a ആകുന്നു.

a + (−a) = 0 = (−a) + a

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. പൂരിപ്പിക്കുക.

   (i) $20+(-11)=___+20$ (ii) $(-5)+(-8)=(-8)+___$ (iii) $(-3)+12=___+(-3)$

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക.

   (i) $(-11)+(-8)=(-8)+(-11)$ (ii) $-7+2=2+(-7)$ (iii) $(-33)+8=8+(-33)$

3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവ ശരി നോക്കുക.

(i) $[(-2)+(-9)]+6=(-2)+[(-9)+6]$ (ii) $[7+(-8)]+(-5)=7+[(-8)+(-5)]$

(iii) $[(-11)+5]+(-14)=(-11)+[5+(-14)]$

(iv) $(-5)+[(-32)+(-2)]=[(-5)+(-32)]+(-2)$

4. വിട്ടുപോയ സംഖ്യാകളെ കണ്ടെത്തുക.

(i) $0+(-95)=$ ______ (ii) $-611+$ _____ $=-611$

(iii) _____ +0= ______ (iv) $0+(-140)=$ _____

5. താഴെ പറയുന്നവ പൂരിപ്പിക്കുക.

(i) $-603+603=$ ___ (ii) $9847+(-9847)=$ ___ (iii) $1652+$ ___ $=0$

(iv) $-777+$ ___ $=0$ (v) ___ $+5281=0$

ഉദാഹരണം 1.7 (i) 120 + 51 ഉം 51 + 120 ഉം സമമാണോ?

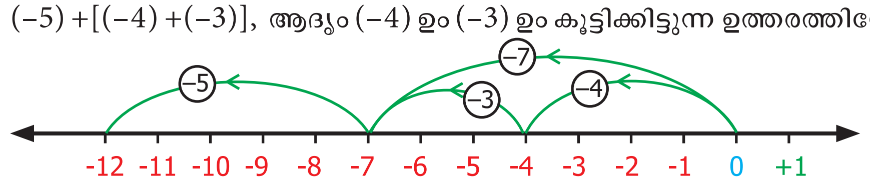
(ii) $(-5)+[(-4)+(-3)]$ ഉം $[(-5)+(-4)]+(-3)$ ഉം സമമാണോ?

നിർദ്ധാരണം

(i) 120 + 51 = 171 ; 51 + 120 = 171 ഇവ രണ്ടിന്റെയും സങ്കലനത്തുക ഒരുപോലെയാണ്. ഏതൊരു ക്രമത്തിലും നമുക്ക് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടാം. അതായത് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ സങ്കലനം ക്രമനിയമം അനുസരിക്കുന്നു.

(ii) $(-5)+[(-4)+(-3)]$ കൂടാതെ $[(-5)+(-4)]+(-3)$

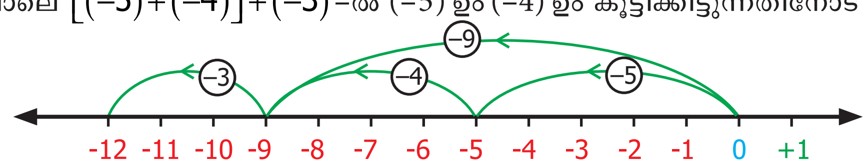
$(-5)+[(-4)+(-3)]$, ആദ്യം (-4) ഉം (-3) ഉം കൂട്ടികിട്ടുന്ന ഉത്തരത്തിനോട് (-5) നെ കൂട്ടുക..



ചിത്രം. *1.11*

$(-5)+[(-4)+(-3)]=-12$

അതുപോലെ $[(-5)+(-4)]+(-3)$ –ൽ (-5) ഉം (-4) ഉം കൂട്ടിക്കിട്ടുന്നതിനോട് (-3) നെ കൂട്ടുക..



ചിത്രം. *1.12*

$[(-5)+(-4)]+(-3)=-12$

ഈ രണ്ടു രീതിയിലും നമുക്ക്– 12 കിട്ടുന്നു.

അതായത് $(-5)+[(-4)+(-3)]=[(-5)+(-4)]+(-3)$

അതുകൊണ്ട് സങ്കലനം സംയോജനമാണ്.

ഉദാഹരണം 1.8 വിട്ടുപോയ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. (i) $0+(-2345)=$ ______

(ii) $23479+$ _____ $=0$

നിർദ്ധാരണം (i) $0+(-2345)=-2345$

(ii) $23479+(-23479)=0$

അതുകൊണ്ട് 23479 ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം –23479 ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 1.9

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സമീകരണങ്ങളുടെ സവിശേഷത എഴുതുക?

(i) $(-45)+(-12)=-57$ (ii) $(-15)+7=(7)+(-15)$

(iii) $-10+3=-7$ (iv) $(-7)+(-5)=(-5)+(-7)$

(v) $(-7)+[(-4)+(-3)]=[(-7)+(-4)]+(-3)$ (vi) $0+(-7245)=-7245$

നിർദ്ധാരണം

(i) സംവൃത നിയമം. (ii) ക്രമ വിനിമേയ നിയമം

(iii) സംവൃത നിയമം. (iv) ക്രമ വിനിമേയ നിയമം

(v) സംയോജന നിയമം (vi) സങ്കലന അനന്യത.

അഭ്യാസം 1.1

1. പൂരിപ്പിക്കുക.

(i) $(-30)+____=60$ (ii) $(-5)+____=-100$

(iii) $(-52)+(-52)=____$ (iv) $____+(-22)=0$

(v) $____+(-70)=70$ (vi) $20+80+____=0$

(vii) $75+(-25)=____$ (viii) $171+____=0$

(ix) $[(-3)+(-12)]+(-77)=____+[(-12)+(-77)]$

(x) $(-42)+[____+(-23)]=[____+15]+____$.

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്നെഴുതുക.

(i) (−32) ന്റെ സങ്കലന അനന്യത −32 ആണ്.

(ii) (−90)+(−30) = 60

(iii) (−125)+25 = −100

3. തുക കാണുക?

(i) 8 കൂടാതെ −12 സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് (ii)(−3) കൂടാതെ (−5) സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച്

(iii) $(-100)+(-10)$ (iv) $20+(-72)$

(v) $82+(-75)$ (vi) $-48+(-15)$

(vii) $-225+(-63)$

4. തേൻമലർ പങ്കെടുത്ത ഒരു മത്സരപരീക്ഷയിൽ ഓരോ തെറ്റുത്തരത്തിനും ഓരോ മാർക്ക് വീതം കുറയുന്നു. പേപ്പർ 1 ൽ 25 ചോദ്യങ്ങൾ തെറ്റായും പേപ്പർ 11ൽ 13 ചോദ്യങ്ങൾ തെറ്റായും എഴുതി. എങ്കിൽ കുറഞ്ഞ മാർക്ക് എത്ര ?

5. തുടർച്ചയായി മൂന്നു തവണ നടന്ന ഒരു ക്വിസ് മത്സരത്തിൽ ടീം A യ്ക്ക് +30, −20, 0 കൂടാതെ ടീം B യ്ക്ക് −20, 0, +30 എന്നീ സ്കോറുകൾ ലഭിക്കുകയുണ്ടായി. ഏത് ടീമാണ് വിജയിച്ചത്? ഏത് ക്രമത്തിലാണ് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടിയിട്ടുള്ളത് എന്ന് പറയാൻ സാധിക്കുമോ?

6. $(11+7)+10$ കൂടാതെ $11+(7+10)$ തുല്ല്യമാണോ? ഏത് നിയമമാണെന്ന് കണ്ടെത്തുക?

7. തുക 2 വരുന്ന 5 ജോഡി പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ എഴുതുക?

ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

8. ഉച്ചയ്ക്ക് 12 മണിക്ക് ഒരു സ്ഥലത്തെ താപനില പൂജ്യത്തെക്കാൾ 18° കൂടുതൽ ആകുന്നു. 1 മണിക്കൂറിൽ 3° വീതം കുറയുന്നു പൂജ്യത്തിനുതാഴെ 12° എത്തുന്ന സമയം ഏത്?

(i) അർദ്ധരാത്രി 12 (ii) ഉച്ചയ്ക്ക് 12 ന്

(iii) പകൽ 10 (iv) രാത്രി 10

9. ഉത്തരം ഋണ സംഖ്യ വരുന്ന ചോദ്യം തിരിച്ചറിയുക?

(i) $-9+(-5)+6$ (ii) 18+(-12)-6

(iii) $-4+2+10$ (iv) 10+(−4)+8

10. $(-10)+(+7)=$ ____

(i) +3 (ii) −3 (iii) -17 (iv) $+17$

11. $(-8)+10+(-2)=$ ____

(i) 2 (ii) 8 (iii) 0 (iv) 20

12. $20+(-9)+9=$ ____

(i) 20 (ii) 29 (iii) 11 (iv) 38

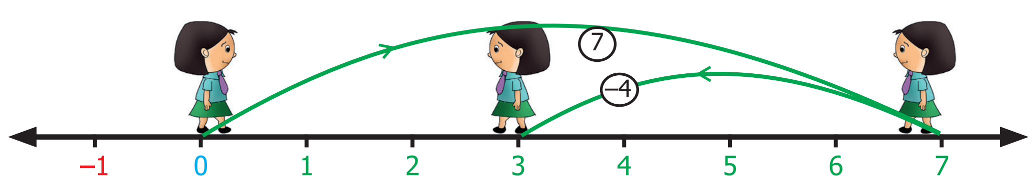
1.3 പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വ്യവകലനം.

സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വ്യവകലനത്തെപ്പറ്റി പഠിക്കാം

സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വ്യവകലനത്തെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾ നേരത്തെ പഠിച്ചുവല്ലോ? നാം നേരത്തെ പഠിച്ച അതേ നിയമങ്ങളാണ് വ്യവകലനത്തിലും ഉപയോഗിക്കുന്നത്. അതിന്റെ എതിർവശം നമുക്ക് ചിന്തിച്ചുനോക്കാം.

+7 ൽ നിന്നും +4 കുറയ്ക്കുക.

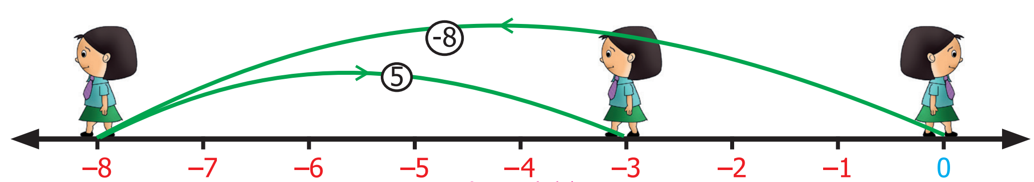
നാം പൂജ്യത്തിന്റെ ധന ദിശയിലേക്ക് ചെല്ലുന്നു. എതിർദിശയിൽ 4 മാത്രകൾ നീങ്ങുമ്പോൾ +3 ൽ എത്തിച്ചേരുന്നു. അതുകൊണ്ട്, $(+7)-(+4)=+3$.



ചിത്രം. 1.13

അടുത്തതായി $(-8)-(-5)$ കണ്ടുപിടിക്കാം.

പൂജ്യത്തിൽ തുടങ്ങി ധന ദിശയിലേക്ക് 8 മാത്രകൾ പിന്നിൽ വരുമ്പോൾ (−8) ഉം 5 മാത്രകൾ ഋണ ദിശയിലേക്ക് പുറകോട്ട് വരുമ്പോൾ −3 യിൽ എത്തിച്ചേരുന്നു $(-8)-(-5)$ = (−3) എന്ന് ലഭിക്കുന്നു.



ചിത്രം. 1.14

ഇപ്പോൾ വേറൊരു രീതിയിൽ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വ്യവകലനത്തെപ്പറ്റി പഠിക്കാം,

താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവ ശ്രദ്ധിക്കുക.

$$7-2=5; \quad 7-1=6; \quad 7-0=7$$

ഋണ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടിച്ചേർക്കുമ്പോൾ എന്ത് സംഭവിക്കുന്നു?

$$7-(-1)=8; \quad 7-(-2)=9; \quad 7-(-3)=10$$

കൂടുതൽ സംഖ്യകൾ നമുക്ക് ശ്രദ്ധിക്കാം.

$$20-2=18; \quad 20-1=19; \quad 20-0=20; \quad 20-(-1)=21; \quad 20-(-2)=22$$

മുകളിലുള്ള മാതൃകയിൽ 7 കൂടാതെ 20 എന്നിവയിൽനിന്നും അടുത്തടുത്ത ഋണ സംഖ്യകളെ കുറയ്ക്കുമ്പോൾ വ്യത്യാസം തുടർച്ചയായി കൂടുന്നു എന്ന് കാണാം.

ഋണ സംഖ്യകളെ കുറയ്ക്കുമ്പോൾ വ്യത്യാസങ്ങൾ കൂടിക്കൊണ്ടിരിക്കുന്നു എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. അതുകൊണ്ട് -2 നെ കുറയ്ക്കുക എന്നത് 2 കൂട്ടുക എന്നതിന് തുല്യമാണ്. 2 എന്നത് -2 ന്റെ സങ്കലന വിപരീതമാകുന്നു. ഉദാഹരണമായി 7-(-2) = 9.

അതുകൊണ്ട് ഒരു പൂർണ്ണാങ്കത്തിൽ നിന്നും ഋണ പൂർണ്ണാങ്കത്തെ കുറയ്ക്കാൻ കുറച്ച സംഖ്യയുടെ സങ്കലന വിപരീതമെഴുതി കൂട്ടണം.

ഉദാഹരണമായി, 7 ൽ നിന്നും (-5) നെ കുറയ്ക്കുക.

7 - (-5)

(-5) കുറയ്ക്കുമ്പോൾ (-5) ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം 5 നോട് 7 കൂട്ടുക.

അതുകൊണ്ട്, 7 – (–5) = 12

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് താഴെ തന്നവ ചെയ്യുക.

   (i) (–4)–(+3) ; (ii) (–4)–(–3)

2. ഉത്തരം കണ്ടുപിടിച്ച് താരതമ്യം ചെയ്യുക.

   (i) (–6)–(–2) കൂടാതെ (–6)+2

   (ii) 35–(–7) കൂടാതെ 35 + 7

   (iii) 26 –(+10) കൂടാതെ 26 + (–10)

3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചതുരങ്ങളിൽ <, > അല്ലെങ്കിൽ = എന്നീ ചിഹ്നങ്ങൾ ചേർത്ത് പൂർത്തിയാക്കുക.

   (i) –10 – 8 ☐ –10 +8
   (ii) (–20) + 10 ☐(–20) – (–10)
   (iii) (–70) – (–50) ☐ (–70) –50
   (iv) 100 – (+100) ☐ 100 – (–100)
   (v) –50 –30 ☐ –100 + 20

കുറിപ്പ്

ഓരോ വ്യവകലന പ്രസ്താവനക്കും ഒരു സങ്കലന പ്രസ്താവനയുണ്ട്. ഉദാഹരണം $8-5=3$ ഒരു വ്യവകലന പ്രസ്താവനയാണ് $3+5=8$ ഇതുപോലെ $(-8)-(-5)=-3$ എന്ന വ്യവകലന പ്രസ്താവനയെ $(-8)=(-3)+(-5)$ എന്ന സങ്കലന പ്രസ്താവനയായി എഴുതാം.

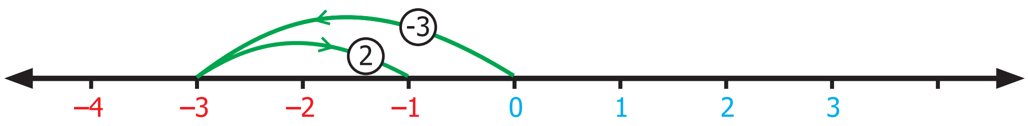
ഉദാഹരണം 1.10 സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് കുറയ്ക്കുക.

(i) –3 – (–2) (ii) +6 – (–5)

നിർദ്ധാരണം

(i) –3 – (–2)

സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് –3 ൽ നിന്നും (–2) നെ കുറയ്ക്കാം

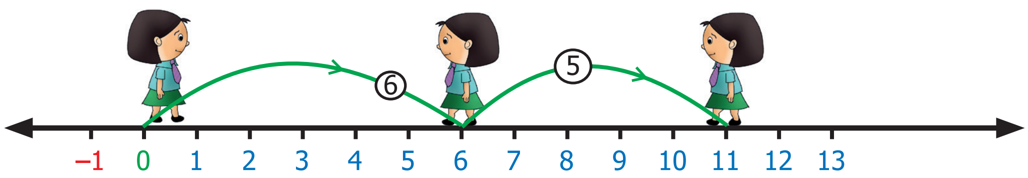


ചിത്രം. *1.15*

അതുകൊണ്ട് –3 – (–2) = –3 + 2 = –1

(ii) +6 – (–5)

സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് 6 ൽ നിന്നും -5 നെ കുറയ്ക്കാം.



ചിത്രം. *1.16*

അതുകൊണ്ട് +6 – (–5) = +6 + 5 = 11.

സങ്കലന വിപരീതം ഉപയോഗിച്ച് ഋണ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കുറയ്ക്കാമെന്നു നോക്കാം.

ഉദാഹരണം 1.11

(i) 70 ൽ നിന്നും (–40) നെ കുറയ്ക്കുക (ii) (–20) ൽ നിന്നും (–12) നെ കുറയ്ക്കുക

നിർദ്ധാരണം

(i) $70-(-40)$

$=70+$ (-40 ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം)

$=70+40$

$=110.$

(ii) $(-20)-(-12)$

$=(-20)+$ ((-12) ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം)

$=(-20)+12$

$=-8$

ഉദാഹരണം 1.12

മൂല്യം കാണുക : (i) $(-11)-(-33)$ (ii) $(-90)-(-50)$

നിർദ്ധാരണം

(i) $(-11)-(-33)$

$=(-11)+(+33)$

$=22$

(ii) $(-90)-(-50)$

$=-90-(-50)$

$=-90+50$

$=-40$

ഉദാഹരണം 1.13

ചിത്രയുടെ കയ്യിൽ ₹ 150 ഉണ്ട്. അവൾക്ക് ₹ 225 വിലയുള്ള ഒരു ബാഗ് വാങ്ങണം. അവൾ എത്ര രൂപ അവളുടെ സുഹൃത്തിന്റെ കയ്യിൽനിന്നും കടം വാങ്ങണം?

നിർദ്ധാരണം

ചിത്രയുടെ കൈവശമുള്ള തുക = ₹ 150

ബാഗിന്റെ വില = ₹ 225

കടം വാങ്ങിയ തുക = 225 – 150

= ₹ 75

ഉദാഹരണം 1.14

ചെറിയാന്റെ ബാങ്ക് നിക്ഷേപ തുകയായ ₹ 5000 ൽ ₹ 1079 ന് സാധനങ്ങൾ വാങ്ങി. ബാക്കിയുള്ള തുക എന്ത്?

നിർദ്ധാരണം

നിക്ഷേപത്തുക = ₹ 5000

ചിലവായ തുക = ₹ 1079 (–)

ബാക്കിത്തുക = ₹ 3921

ഉദാഹരണം 1.15

ശ്രീനഗറിലെ വെള്ളിയാഴ്ചത്തെ താപനില $-3°C$ ആകുന്നു. അടുത്തദിവസം $-1°C$ കുറഞ്ഞു. എന്നാൽ ആ ദിവസത്തെ താപനില എന്ത്?

നിർദ്ധാരണം

ശ്രീനഗറിലെ വെള്ളിയാഴ്ചത്തെ താപനില $-3°C$. താപനില $1°C$ ആയി കുറയുമ്പോൾ ആ ദിവസത്തെ താപനില $= -3°C - 1°C = -4°C$

ഉദാഹരണം 1.16

ഒരു അന്തർവാഹിനിയുടെ സ്ഥാനം കടൽനിരപ്പിൽ നിന്നും 300 അടി താഴെയാണ്. 175 അടി ഉയർന്നാൽ അതിന്റെ സ്ഥാനം എന്താണ്?

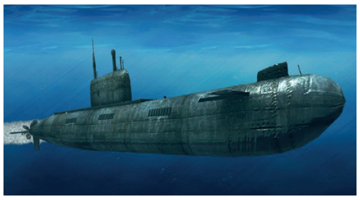
നിർദ്ധാരണം

അന്തർവാഹിനിയുടെ ആരംഭ സ്ഥാനം = 300 അടി താഴെ

= -300 അടി

അന്തർവാഹിനിയുടെ ഉയർത്തപ്പെട്ട ദൂരം = 175 അടി

= + 175 അടി



ചിത്രം. *1.17*

അന്തർവാഹിനിയുടെ പുതിയ സ്ഥാനം = (–300) + (+175)

= –125

അതായത് അന്തർവാഹിനി കടൽനിരപ്പിൽ നിന്നും 125 അടി താഴെയാണ്.

1.3.1 വ്യവകലനത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ.

സങ്കലത്തിനുള്ള പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ മുഴുവൻ സവിശേഷതകളും വ്യവകലനത്തിലും ശരിയാകുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കാം.

രണ്ട് പൂർണ്ണ സംഖ്യകളുടെ വ്യവകലനം ഒരു പൂർണ്ണസംഖ്യ ആകണമെന്നില്ല എന്നത് ഓർമ്മിക്കാം.

രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വ്യവകലനം ഒരു പൂർണ്ണാങ്കം ആണ് എന്നത് ശരിയായ ഒരു വസ്തുതയാണ്. ഉദാഹരണമായി $(-7)-(-2)$ ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാണ്. $(-5)+14$, $0-(-8)$ ഉം പൂർണ്ണാങ്കമാണ്.ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും നാം മനസ്സിലാക്കുന്നത് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ശേഖരണം സംവൃതമാണ്. അതായത് രണ്ടു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വിത്യാസം ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാണ്.

അതുകൊണ്ട് a, b എന്നിവ രണ്ടു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ; $a-b$ ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാണ്.

വേറൊരു സവിശേഷത കൂടി നോക്കാം?നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കൂ. $(-2)-(-5)=3$ എന്നാൽ $(-5)-(-2)=-3$ കൂടാതെ $10-(-5)=15$ എന്നാൽ $(-5)-10=-15$ അതുകൊണ്ട് വ്യവകലനത്തിൽ ക്രമം മാറിയാലും മൂല്യം ഒരുപോലില്ല. എന്നതാണ്. അതുകൊണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ വ്യവകലനത്തിൽ ക്രമവിനിമേയം അനുസരിക്കന്നില്ല.

അതുകൊണ്ട് a, b എന്നിവ രണ്ടു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ; $a-b \neq b-a$ ആകുന്നു.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. പൂർത്തിയാക്കുക.
   (i) $(-7)-(-15)=$____ (ii) $12-$___ $=19$ (iii) ___ $-(-5)=1$
2. മൂല്യം കണ്ടുപിടിച്ച് ഉത്തരം താരതമ്യപ്പെടുത്തുക.
   (i) 15 – 12 കൂടാതെ 12 –15 (ii) –21 –32 കൂടാതെ –32 –(–21)

ചിന്തിക്കുക

പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വ്യവകലനം സംയോജന നിയമം ശരിയാണോ? ഏതെങ്കിലും മൂന്നു ഉദാഹരണങ്ങൾ എടുത്ത് ശരി നോക്കുക.

അഭ്യാസം 1.2

1. പൂരിപ്പിക്കുക.
   (i) $-44+$___ $=-88$ (ii) ___ $-75=-45$ (iii) ___ $-(+50)=-80$
2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പറയുക.
   (i) $(-675)-(-400)=-1075$
   (ii) $15-(-18)$ is the same as $15+18$
   (iii) $(-45)-(-8)=(-8)-(-45)$
3. താഴെ തന്നവയുടെ മൂല്യം കാണുക.
   (i) –3–(–4) സംഖ്യാ രേഖ ഉപയോഗിക്കുക. (ii) 7–(–10) സംഖ്യാ രേഖ ഉപയോഗിക്കുക.
   (iii) 35 – (–64) (iv) –200 – (+100)
4. കപിലന്റെ കൈവശം 10 പെൻസിലുകൾ ഉണ്ട്. അതിൽ 2 എണ്ണം സെന്തിലിനും 3 എണ്ണം കാർത്തിക്കിനും നൽകി. അവന്റെ അച്ഛൻ 6 പെൻസിലുകൾ അടുത്തദിവസം കൂടുതൽ നൽകി. അതിൽ 8 എണ്ണം അവന്റെ സഹോദരിക്ക് നൽകി. ബാക്കിയുള്ള പെൻസിലുകൾ എത്ര?

5. ഒരു ലിഫ്റ്റ് താഴെത്തെ നിലയിലുണ്ട്. അത് 5 നിലകൾ താഴുകയും അതിനുശേഷം 10 നിലകൾമുകളിലേയ്ക്ക് നീങ്ങുകയും ചെയ്താൽ അത് ഏത് നിലയിൽ ആയിരിക്കും?
6. രാവിലെ ഉണർന്നപ്പോൾ കലയുടെ ശരീരത്തിന്റെ താപനില 102°F. പനിക്ക് മരുന്ന് കഴിച്ച് രണ്ടു മണിക്കൂറിനു ശേഷം 2°F കുറഞ്ഞു അവളുടെ ശരീരത്തിലെ ഇപ്പോഴത്തെ താപനില എന്ത്?
7. (−17) നോട് ഏത് സംഖ്യാ കൂട്ടിയാൽ (−19) ലഭിക്കും?
8. ഒരു വിദ്യാർഥിയോട് (−47) ൽ നിന്ന് (−12) നെ കുറയ്ക്കുവാൻ പറഞ്ഞു. അപ്പോൾ −30 കിട്ടി. ഇത് ശരിയാണോ? എന്ന് പരിശോധിക്കുക?

ഉത്തരമെഴുതുക.

9. $(-5)-(-18)=$ _____

(i) 23 (ii) −13 (iii) 13 (iv) −23

10. $(-100)-0+100=$ _____

(i) 200 (ii) 0 (iii) 100 (iv) −200

1.4. പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനം.

സാഹചര്യം 1

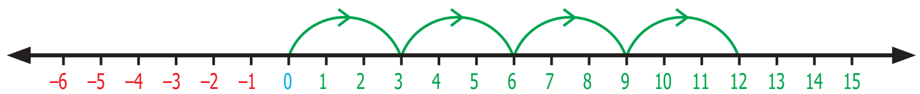
രമണിയും, രവിയും ഒരു കൂട്ടം കല്ല് ഉപയോഗിച്ചു. അതിൽ രമണി കുറച്ച് കല്ലുകൾ കൂടുതൽ എടുത്തു. എന്നാൽ രവി കുറച്ച് കല്ലുകൾ മാറ്റിവെച്ചു. ആദ്യം രമണി 3 കല്ലുകൾ കൂടുതൽ എടുത്തു. വീണ്ടും 3 കല്ലുകൾ കൂടി എടുത്തു. പ്രക്രിയ 2 പ്രാവശ്യം ആവർത്തിച്ചു. അങ്ങനെ എങ്കിൽ എത്ര കല്ലുകൾ കൂടുതൽ എടുത്തു എന്ന് നിങ്ങൾക്കറിയാമോ? അതായത് കല്ലുകൾ കൂട്ടി എടുക്കുന്നത് ധനമായതിനാൽ അതിന് $(+3)+(+3)+(+3)+(+3)=+12$ അല്ലെങ്കിൽ $4\times(+3)=12$ എന്നെഴുതാം.

ആകെ കല്ലുകളുടെ എണ്ണം 12 ആകുന്നു.

രവി 5 കല്ലുകൾ മൂന്നുപ്രാവശ്യം വെളിയിൽ എടുത്തു. മാറ്റിവയ്ക്കുന്ന പ്രക്രിയ ഋണ പൂർണ്ണാങ്കമായതിനാൽ ഇതിനെ $(-5)+(-5)+(-5)=-15$ അല്ലെങ്കിൽ ഇതിനെ ലഘു രീതിയിൽ $4\times(+3)=12$ എന്നെഴുതാം. അങ്ങനെ രവി 15 കല്ലുകൾ എടുത്തുമാറ്റി. ഇതിൽ നിന്നും മനസ്സലാക്കുന്നത് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടേയോ അല്ലെങ്കിൽ പൂർണ്ണസംഖ്യാകളുടെയോ ഋണ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണത്തിനു തുല്ല്യമാണെന്നു തെളിയുന്നു.

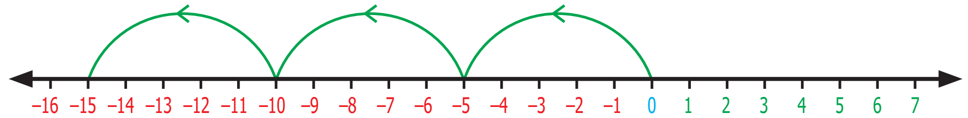
പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനം കൂട്ടലിന്റെ ആവർത്തനമാണ് എന്നുള്ളതിനെ സംഖ്യാരേഖയിൽ നമുക്ക് ശ്രദ്ധിക്കാം.

$4\times3=12$ (3 നെ 4 പ്രാവശ്യം കൂട്ടുക).



ചിത്രം. 1.18

$(-5)\times3=-15$ (−5) നെ 3 പ്രാവശ്യം കൂട്ടുന്നതാണ്).



ചിത്രം. 1.19

ഒരു ധനപൂർണ്ണാങ്കമായ (+7) നെ ധന പൂർണ്ണാങ്കമായ (+8) മായി ഗുണിക്കുവാൻ ഒരു പ്രയാസവുമില്ല എന്ന് നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാം. കൂടാതെ ഒരു ധനപൂർണ്ണാങ്കം +7 ഉം ഋണപൂർണ്ണാങ്കം −5 ഉം ഗുണിക്കുമ്പോൾ

-35 ലഭിക്കുന്നു. അതായത് $+5\times-7=-35$ എന്നാൽ ഒരു ഋണ സംഖ്യയെ വേറൊരു ഋണ സംഖ്യയുമായി ഗുണനം ചെയ്യുമ്പോൾ എന്ത് സംഭവിക്കുന്നു? താഴെ തന്നിട്ടുള്ളത് പരിശോധിക്കുക.

$$(-5)x3=-15$$
$$(-5)x2=-10$$
$$(-5)x1=-5$$
$$(-5)x0=0$$
$$(-5)x(-1)=+5$$
$$(-5)x(-2)=+10$$
$$(-5)x(-3)=+15$$

മുകളിലുള്ള ഓരോ ക്രമത്തിലും 5 വീതം കൂടുന്നു. ഓരോ ഘട്ടത്തിലും -15 മുതൽ -10 വരെ 5 കൂടുന്നു. -10 മുതൽ -5 വരെ 5 കൂടുന്നു. അതുപോലെ -5 മുതൽ 0 വരെ 5 കൂടുന്നു. അതിനാൽ അടുത്ത സംഖ്യയിൽ $+5$ മാത്രമാണ് കൂടാതെ -5 ആകുന്നു. അതുപോലെ തന്നെ $(-5)\times(-2)$ ന്റെ ധനസംഖ്യ 10 ആണ്. അതിനാൽ രണ്ടു ഋണ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനം ഒരു ധനസംഖ്യയാണ്.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. ഗുണനഫലം കാണുക.

   (i) $(-20)\times(-45)=$ _____　　(ii) $(-9)\times(-8)=$ _____

   (iii) $(-30)\times40\times(-1)=$ _____　　(iv) $(+50)\times2\times(-10)=$ _____

2. താഴെ തന്ന പട്ടിക ഗുണന ക്രിയ ഉപയോഗിച്ച് പൂർത്തിയാക്കുക.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3							
-2							
-1							
0							
1							
2							
3							

3. ഇവയിൽ ഏതാണ് തെറ്റായിട്ടുള്ളത്?

   (i) (-55) ´ (-22) ´ (-33)< 0

   (ii) (-1521) ´ 2511< 0

   (iii) $2512-1252<0$

   (iv) (+1981) ´ (+2000) < 0

ചിന്തിക്കുക

15×16 നെ സങ്കലന, വ്യവകലന പ്രക്രിയയിൽ കൂടി ഗുണനഫലം കാണുന്നതിന് സാധിക്കുമോ? അതെ, $15\times16=+240$ നാലു വഴികളിലൂടെ കണ്ടെത്താം.

(i) $15\times16=(10+5)\times(10+6)=100+60+50+30=240$

(ii) $15\times16=(20-5)\times(10+6)=200+120+(-50)+(-30)=240$

(iii) $15\times16=(10+5)\times(20-4)=200+(-40)+100+(-20)=240$

(iv) $15\times16=(20-5)\times(20-4)=400+(-80)+(-100)+\boxed{20}=240$

മുകളിലത്തെ ക്രമത്തിൽ നിന്നും ഓരോന്നും പ്രതിപാദിക്കുന്നത് രണ്ട് ധനപൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലവും, രണ്ട് ഋണ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലവും, ഒരു ധനപൂർണ്ണാങ്കത്തിന്റെയും, ഒരു ഋണ പൂർണ്ണാങ്കത്തിന്റെയും ഗുണനഫലവുമാണ്.

ഉദാഹരണം 1.17 മൂല്യം കാണുക.:

(i) $(-35)\times(-11)$　　(ii) $96\times(-20)$　　(iii) $(-5)\times12$

(iv) 15×5　　(v) 999 x 0

നിർദ്ധാരണം

(i) $(-35) \times (-11) = 385$ (ii) $96 \times (-20) = -1920$

(iii) $(-5) \times 12 = -60$ (iv) $15 \times 5 = 75$

(v) $999 \times 0 = 0$

ഉദാഹരണം 1.18 ഒരു പഴ വിൽപനക്കാരൻ 5 കിലോ മാങ്ങയെ ഒരു കിലോയ്ക്ക് ₹ 15 ലാഭത്തിലും. മൂന്ന് കിലോ ആപ്പിളിനെ 1 കിലോത്ക്ക് ₹ 30 രൂപ നഷ്ടത്തിലും വിൽക്കുകയുണ്ടായി. അയാൾക്ക് ലാഭമാണോ, നഷ്ടമാണോ എന്ന് കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

1 കിലോ മാങ്ങക്ക് കിട്ടിയ ലാഭം = = ₹ 15

5 കിലോ മാങ്ങക്ക് കിട്ടിയ ലാഭം = 15×5

= ₹ 75

ഒരു കിലോ ആപ്പിളിന്റെ നഷ്ടം = ₹ 30

മൂന്നു കിലോ ആപ്പിളിന്റെ നഷ്ടം = 30×3

= ₹ 90

നഷ്ടം = $90 - 75$

= ₹ 15

ഉദാഹരണം 1.19 ഇൻറർനെറ്റ് കേന്ദ്രത്തിലെ ബ്രൗസിംഗ് നിരക്ക് ഒരു മണിക്കൂറിന് ₹15 ആകുന്നു. നിലാ 5 ആഴ്ചകളിൽ 2 മണിക്കൂർ വീതം ഇൻറർനെറ്റിൽ ജോലിചെയ്തു. എങ്കിൽ എത്ര രൂപ അവൾ അടക്കണം?

നിർദ്ധാരണം

ഒരു ദിവസം ഇൻറർനെറ്റിൽ ചെലവഴിച്ച സമയം = 2 മണിക്കൂർ

അതുകൊണ്ട് 5 ദിവസം ഇൻറർനെറ്റിൽ ചെലവാക്കിയ മണിക്കൂർ = 5×2

= 10 മണിക്കൂർ

ഒരു മണിക്കൂറിലെ ബ്രൗസിംഗ് നിരക്ക് = ₹ 15

10 മണിക്കൂറുകളിൽ ബ്രൗസിംഗ് നിരക്ക് = 15×10

അതുകൊണ്ട് 5 ദിവസങ്ങൾ നില അടക്കേണ്ടി വന്ന തുക = ₹ 150

1.4.1 പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനത്തിന്മേലുള്ള സവിശേഷത

പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനത്തിന് മേലുള്ള ക്രമ വിനിമേയത്തെപ്പറ്റി പഠിച്ചത് ഓർമ്മയുണ്ടോ? പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഈ സവിശേഷതകളെ പരിശോധിക്കുമ്പോൾ നമുക്ക് $(-7)\times(-2)=+14$, $(-6)\times 5=-30$, $4\times(-9)=-36$ എന്ന് ലഭിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാകുന്നു. "സംവൃത നിയമം" ഇതിൽ പ്രാവർത്തികമായിരിക്കുന്നു.

അതുകൊണ്ട് a, b എന്നീ രണ്ടു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളിൽ $a\times b$ യും ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാണ്.

ഉദാഹരണമായി, $21\times(-5)=-105$ എന്നത് $(-5)\times 21=-105$ ന് തുല്ല്യമാണ്. $(-9)\times(-8)=+72$, $(-8)\times(-9)=72$ എന്ന ഗുണനഫലം പരിഗണിക്കുക. ഇവ രണ്ടിലും ഗുണനഫലം ഒരേ പൂർണ്ണാങ്കമാണ് ലഭിക്കുന്നത്. അതുകൊണ്ട് ഇവയുടെ ക്രമം മാറിയാലും ഗുണനഫലം മാറുകയില്ല. അങ്ങനെ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ "ഗുണന ക്രമനിയമം" അനുസരിക്കുന്നു.

അതുകൊണ്ട് a, b എന്നീ രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളിൽ $a\times b = b\times a$ ആകുന്നു.

പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം സംയോജനമാണെന്നുള്ളതിനെ ശരി നോക്കാം. $(-5)\times[(-9)\times(-12)]$ കൂടാതെ $[(-5)\times(-9)]\times(-12)$ എന്നത് തുല്ല്യമാണോ എന്ന് ശരി നോക്കാം.

$(-5)\times[(-9)\times(-12)]=(-540)$ കൂടാതെ $[(-5)\times(-9)]\times(-12) = (-540)$.

പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനത്തിൽ "സംയോജന" നിയമം ശരിയാണ് എന്ന് തെളിയുന്നു.

അതുകൊണ്ട് a, b, c എന്നീ മൂന്ന് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളിൽ $(a\times b)\times c = a\times(b\times c)$.

ഒരു പൂർണ്ണാങ്കത്തോട് പൂജ്യത്തെ കൂട്ടിയാൽ അതേ പൂർണ്ണാങ്കം ലഭിക്കുന്നു. ഒന്ന് കൊണ്ട് ഒരുപൂർണ്ണാങ്കത്തെ ഗുണിച്ചാലും അതിന്റെ മൂല്യം മാറുന്നില്ല. ഉദാ: $57\times1=57$, കൂടാതെ $1\times(-62)=-62$. ഒന്നിനെ "ഗുണനഅനന്യത" എന്നുപറയുന്നു.

അതുകൊണ്ട് ഏതെങ്കിലും ഒരു പൂർണ്ണാങ്കം a ; $a\times1 = 1\times a=a$.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. ഗുണനഫലം കണ്ട് തുല്ല്യമാണോ എന്ന് ശരി നോക്കുക.
   (i) $18\times(-5)$ കൂടാതെ $(-5)\times18$
   (ii) $31\times(-6)$ കൂടാതെ $(-6)\times31$
   (iii) 4×51 കൂടാതെ 51×4
2. തെളിയിക്കുക
   (i) $(-20)\times(13\times4) = [(-20)\times13]\times4$
   (ii) $[(-50)\times(-2)]\times(-3)=(-50)\times[(-2)\times(-3)]$
   (iii) $[(-4)\times(-3)]\times(-5)=(-4)\times[(-3)\times(-5)]$

കുറിപ്പ്

$(-7)\times(-6)\times(-5)\times(-4)$ എന്ന ഉദാഹരണം ശ്രദ്ധിക്കുക.

മുകളിൽ തന്നിട്ടുള്ള പൂർണ്ണാങ്കത്തിന്റെ ഗുണനഫലത്തെ ചെയ്യാൻ ശ്രമിച്ചു നോക്കാം.

$$(-7)\times(-6)\times(-5)\times(-4) = [(-7)\times(-6)]\times[(-5)\times(-4)]$$
$$= (+42)\times(+20)$$
$$= +840$$

മുകളിൽ പറഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിൽ നാല് ഋണസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒരു ധന സംഖ്യായാകുന്നു. സംഖ്യാകളുടെ എണ്ണം ഒറ്റയാണെങ്കിൽ ഋണസംഖ്യകളെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ എന്തു സംഭവിക്കും എന്നു നോക്കാം. $(-7)\times(-3)\times(-2)$.

മറ്റൊരു ഉദാഹരണം പരിഗണിക്കാം.

$$(-7)\times(-3)\times(-2) = [(-7)\times(-3)]\times(-2)$$
$$= (+21)\times(-2)$$
$$= -42$$

മുകളിൽ പറഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിൽ നിന്നും നാം മനസ്സിലാക്കുന്നത് മൂന്ന് ഋണസംഖ്യാകളുടെ ഗുണനഫലം ഒരു ഋണസംഖ്യായാകുന്നു.

പൊതുവായി, ഇരട്ടത്തവണ ഋണപൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഗുണനഫലം ഒരു ധനപൂർണ്ണാങ്കമായിരിക്കും. പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റയായുള്ള ഋണപൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഗുണനഫലം ഋണപൂർണ്ണാങ്കമാണ്.

1.4.2 സങ്കലനത്തിന് മേൽ ഗുണത്തിനുള്ള വിതരണത്തിനുള്ള സവിശേഷതകൾ

പൂർണ്ണസംഖ്യകളുടെ സങ്കലനത്തിന്മേൽ ഗുണനത്തിനുള്ള വിതരണത്തെപ്പറ്റി നേരത്തേ പഠിച്ചുവല്ലോ. ഈ നിയമം ഉപയോഗിച്ച് പൂർണ്ണാങ്കത്തിന്റെ സവിശേഷതയെപ്പറ്റി പഠിക്കാം.

7AKHG

ഒരു ഉദാഹരണം നോക്കാം $(-2)\times(4+5)=[(-2)\times4]+[(-2)\times5]$

LHS $=(-2)\times(4+5)$	RHS $=[(-2)\times4]+[(-2)\times5]$
$=(-2)\times9$	$=(-8)+(-10)$
$=(-18)$	$=-8-10$
$=-18$	$=-18$

മുകളിൽ നിന്നും നാം മനസ്സിലാക്കുന്നത് $(-2)\times(4+5)=[(-2)\times4]+[(-2)\times5]$

അങ്ങനെ, പൂർണ്ണാങ്കത്തിൽ "സങ്കലനത്തിന് മേൽ ഗുണനത്തിനുള്ള വിതരണത്തിന്റെ സവിശേഷത" ശരിയാണ്. അതുകൊണ്ട്,

ഏതെങ്കിലും മൂന്ന് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ a, b, c ; $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. മൂല്യം കണ്ട് ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.
   (i) $(-6)\times(4+(-5))$ കൂടാതെ $((-6)\times4)+((-6)\times(-5))$
   (ii) $(-3)\times[2+(-8)]$ കൂടാതെ $[(-3)\times2]+[(-3)\times8]$

2. തെളിയിക്കുക.
   (i) $(-5)\times[(-76)+8]=[(-5)\times(-76)]+[(-5)\times8]$
   (ii) $42\times[7+(-3)]=(42\times7)+[42\times(-3)]$
   (iii) $(-3)\times[(-4)+(-5)]=((-3)\times(-4))+[(-3)\times(-5)]$
   (iv) $103\times25=(100+3)\times25=(100\times25)+(3\times25)$

ഉദാഹരണം 1.20

$(-7)\times(+8)$ എന്ന് തെളിയിച്ച് ഏത് സവിശേഷത എന്ന് പറയുക.

നിർദ്ധാരണം

$(-7)\times(+8)=(-56)$

അങ്ങനെ, -56 ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാണ്.

അതുകൊണ്ട് $(-7)\times(+8)$ ഗുണനത്തിന് സംവൃതമാണ്.

ഉദാഹരണം 1.21

$(-42)\times(-7)$, $(-7)\times(-42)$ ഇവ തുല്ല്യമാണ്? ഏത് സവിശേഷത എന്നു പറയുക.

നിർദ്ധാരണം

$(-42)\times(-7)$ നെ പരിഗണിക്കുക.

$$(-42)\times(-7)=+294$$

$(-7) \times (-42)$ നെ പരിഗണിക്കുക

$(-7) \times (-42) = +294$

അതുകൊണ്ട്, $(-42) \times (-7)$ കൂടാതെ $(-7) \times (-42)$ തുല്യമാണ്.

ഗുണനത്തിൽ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ ക്രമവിനിമേയ നിയമം പാലിക്കുന്നു

ഉദാഹരണം 1.22

തെളിയിക്കുക $[(-2) \times 3] \times(-4) = (-2) \times[3\times(-4)]$.

നിർദ്ധാരണം

ആദ്യത്തേതിൽ (−2) കൂടാതെ (3) നെ ഒരു ഗ്രൂപ്പായും രണ്ടാമത്തേതിൽ (3)കൂടാതെ (−4) നെ ഒരു ഗ്രൂപ്പായും ചേർത്തിരിക്കുന്നു.

L.H.S $= [(-2) \times 3] \times(-4)$
$= (-6) \times (-4) = 24$

R.H.S $= (-2) \times[3\times(-4)]$
$= (-2) \times (-12) = 24$

അതുകൊണ്ട് L.H.S. = R.H.S.

$[(-2) \times 3] \times(-4) = (-2) \times[3\times(-4)]$ എന്നത് തെളിയിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 1.23

$(-81) \times [5\times(-2)]$ $[(-81) \times 5]\times(-2)$ ഇവ തുല്ല്യമാണോ? ഏത് സവിശേഷതയാണ്

നിർദ്ധാരണം

$(-81) \times [5\times(-2)]$, പരിഗണിക്കുക,

$(-81) \times [5\times(-2)] = (-81) \times (-10) = 810$

$[(-81) \times 5]\times(-2)$, പരിഗണിക്കുക,

$[(-81) \times 5]\times(-2) = (-405) \times (-2) = 810$

അതുകൊണ്ട് $(-81) \times [5\times(-2)]$ കൂടാതെ $[(-81) \times 5]\times(-2)$ ഇവ തുല്ല്യമാണ്.

ഇവിടെ സംയോജന നിയമം പാലിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 1.24

$3 \times [(-4)+6]$ കൂടാതെ $[3 \times(-4)]+(3\times6)$ ഇത് തുല്ല്യമാണോ? സവിശേഷത എഴുതുക?

നിർദ്ധാരണം

$3 \times [(-4)+6]$, പരിഗണിക്കുക,

$3 \times [(-4)+6] = 3 \times 2 = 6$

$[3 \times(-4)]+[3\times6]$, പരിഗണിക്കുക,

$[3 \times(-4)]+[3\times6] \quad = -12+18 = 6$

അതുകൊണ്ട്, $3 \times [(-4)+6]$ and $[3 \times(-4)]+3\times6$ തുല്ല്യമാണ്.

സങ്കലനത്തിന് മേൽ ഗുണനത്തിനുള്ള വിതരണ നിയമം സാധ്യമാണ്.

അഭ്യാസം 1.3

1. പൂരിപ്പിക്കുക

   (i) $-80 \times ____ = -80$

   (ii) $(-10) \times ____ = 20$

   (iii) $(100) \times ____ = -500$

   (iv) $____ \times (-9) = -45$

   (v) $____ \times 75 = 0$

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക.

   (i) $(-15) \times 5 = 75$

   (ii) $(-100) \times 0 \times 20 = 0$

   (iii) $8 \times (-4) = 32$

3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ചിഹ്നം ഏതാണ്?

   (i) ഋണ സഖ്യകൾ 16 തവണ

   (ii) ഋണ സംഖ്യകൾ 29 തവണ.

4. ഗുണനഫലം കാണുക.

   (i) $(-35) \times 22$ (ii) $(-10) \times 12 \times (-9)$ (iii) $(-9) \times (-8) \times (-7) \times (-6)$

   (iv) $(-25) \times 0 \times 45 \times 90$ (v) $(-2) \times (+50) \times (-25) \times 4$

5. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയുടെ സമത പരിശോധിച്ച് അവ തുല്ല്യമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. ഏതുതരം സവിശേഷതയാണെന്നും എഴുതുക.

   (i) $(8-13) \times 7$ കൂടാതെ $8-(13 \times 7)$

   (ii) $[(-6)-(+8)] \times (-4)$ കൂടാതെ $(-6)-[8 \times (-4)]$

   (iii) $3 \times [(-4)+(-10)]$ കൂടാതെ $[3 \times (-4)+3 \times (-10)]$

6. വേനൽക്കാലത്ത് ഒരു കുളത്തിലെ ജലനിരപ്പ് ബാഷ്പീകരണം മൂലം ഓരോ ആഴ്ചയിലും 2 ഇൻച്ച് വീതം കുറയുന്നു. 6 ആഴ്ചകളിൽ ജലനിരപ്പിലുണ്ടാകുന്ന വ്യതിയാനം എന്ത്?

7. ഗുണനഫലം -50 കിട്ടുന്ന എല്ലാ ജോഡി പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളും എഴുതുക?

ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക.

8. താഴെ തന്നവയിൽ -30 കിട്ടുന്നത് ഏതാണ്?

   (i) $-20 - (-5 \text{ x } 2)$ (ii) $(6 \text{ x } 10) - (6 \text{ x } 5)$

   (iii) $(2 \text{ x } 5) + (4 \text{ x } 5)$ (iv) $(-6) \text{ x } (+5)$

9. $(5 \times 2)+(5 \times 5) = 5 \times (2+5)$ ഏത് ഗുണമാണ്?

   (i) ക്രമ വിനിമേയം (ii) സംവൃത ഗുണം

   (iii) വിതരണ ഗുണം (iv) സംയോജന ഗുണം

10. $11 \times (-1) = ______$

    (i) -1 (ii) 0 (iii) $+1$ (iv) -11

11. $(-12)\times(-9)=$ _____

(i) 108 (ii) −108 (iii) +1 (iv) −1

1.5 പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഹരണം

XHLZ1

നാം നേരത്തെ പഠിച്ചതുപോലെ പൂർണ്ണസംഖ്യകളിൽ ഒരു ഗുണന സവിശേഷതയ്ക്ക് രണ്ടു ഹരണ സവിശേഷതകൾ ഉണ്ട്. പൂർണ്ണാങ്കത്തിന് ഈ സവിശേഷതയെ പരീക്ഷിക്കാം. താഴെ പറയുന്ന നമ്പർ കൺവർട്ടർ ഉപയോഗിച്ച് ഇതിനെ പരീക്ഷിച്ചു നോക്കാം.

നമ്പർ കൺവർട്ടർ

ഇൻപുട്ട്	ഗുണന സവിശേഷത	ഹരണ സവിശേഷത	ഔട്ട്പുട്ട്
(i) ധനസംഖ്യയുടേയും ധനസംഖ്യയുടേയും ഗുണനഫലം	$8 \times 9 = 72$	$72 \div 9 = 8$, $72 \div 8 = 9$	ധനസംഖ്യയുടേയും ധന സംഖ്യയുടേയും ഹരണ ഫലം ഒരു ധനസംഖ്യ
(ii) ധനസംഖ്യയുടേയും ഋണ സംഖ്യയുടേയും ഗുണനഫലം	$-10 \times 7 = -70$	$(-70) \div 7 = -10$, $(-70) \div (-10) = 7$	ഋണ സംഖ്യയെ ധനസംഖ്യ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് ഋണ സംഖ്യ. ഋണസ ംഖ്യയെ ഋണസംഖ്യ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത് ധനസംഖ്യ.
(iii) ഋണ സംഖ്യയുടേയും ഋണ സംഖ്യയുടേയും ഗുണനഫലം	$(-5)\times(-9) = 45$	$45 \div (-9) = -5$, $45 \div (-5) = -9$	ധനസംഖ്യയെ ഋണ സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഋണ സംഖ്യ കിട്ടുന്നു.

മുകളിലുള്ള പട്ടികയിൽ നിന്നും നാം മനസ്സിലാക്കുന്നത് ഒരേ ചിഹ്നമുള്ള രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഹരണഫലം ഒരു ധനസംഖ്യയാണ്.

വ്യത്യസ്ത ചിഹ്നമുള്ള രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഹരണഫലം ഒരു ഋണ പൂർണ്ണാങ്കമാകുന്നു.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

(i) $(-32)\div 4=$ _____ (ii) $(-50)\div 50=$ _____ (iii) $30\div 15=$ _____

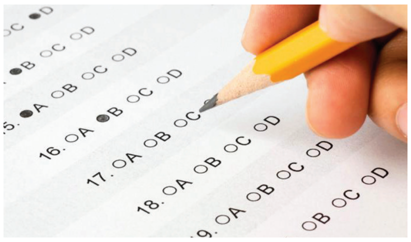
(iv) $-200\div 10=$ ____ (v) $-48\div 6=$ ____

ഉദാഹരണം 1.25 ഹരിക്കുക: (i) $(-85)\div 5$ (ii) $(-250)\div(-25)$ (iii) $120\div(-6)$ (iv) $182\div(-2)$

നിർദ്ധാരണം (i) $(-85)\div 5 = -17$ (ii) $(-250)\div(-25) = +10$

(iii) $120\div(-6) = -20$ (iv) $182\div(-2) = -91$

ഉദാഹരണം 1.26



ഒരു മത്സര പരീക്ഷയിൽ ഓരോ ശരിയുത്തരത്തിനും 4 മാർക്കും . ഓരോ തെറ്റുത്തരത്തിന് (-2) മാർക്കുമാണുള്ളത്. കലൈവിഴി ഈ പരീക്ഷയിൽ എല്ലാ ചോദ്യത്തിനും ഉത്തരം നൽകുകയും 20 മാർക്ക് മാത്രം ലഭിച്ചു. 10 ചോദ്യത്തിന് ശരിയുത്തരം നൽകി. എന്നാൽ അവൾ തെറ്റായി എഴുതിയ ചോദ്യങ്ങൾ എത്ര?

നിർദ്ധാരണം

ഒരു ശരിയുത്തരത്തിന് കിട്ടിയ മാർക്ക് $= 4$

10 ശരിയുത്തരങ്ങൾക്ക് കിട്ടിയ മാർക്ക് $= 10 \times 4$

$= 40$

കലൈവിഴിയ്ക്ക് ലഭിച്ച മാർക്ക് $= 20$

തെറ്റ് ഉത്തരം നൽകിയതിനുള്ള മാർക്ക് $= 40 - 20$

$= 20$

അതുകൊണ്ട് തെറ്റായി എഴുതിയ ചോദ്യങ്ങളുടെ എണ്ണം $= 20 \div 2 = 10$

ഉദാഹരണം 1.27

ഒരു കച്ചവടക്കാരന് ഒരു നോട്ട് ബുക്ക് വിൽക്കുമ്പോൾ ₹ 5 ലാഭം ലഭിക്കുന്നു. പഴയ സ്റ്റോക്കിലെ ഒരു പേന വിൽക്കുമ്പോൾ ₹ 2 നഷ്ടം ലഭിക്കുന്നു. ഒരു ദിവസത്തെ കച്ചവടത്തിൽ അയാൾക്ക് ലാഭമോ നഷ്ടമോ കിട്ടിയില്ല. അയാൾ 20 നോട്ടുബുക്കുകൾ വിൽക്കുകയുണ്ടായി എന്നാൽ വിറ്റ പേനകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

നിർദ്ധാരണം

ലാഭമോ നഷ്ടമോ ഇല്ലാത്തത് എന്നാൽ

ലാഭം+ നഷ്ടം = 0

അതായത് ലാഭം = -നഷ്ടം

ഒരു നോട്ട് ബുക്കിന് ലഭിച്ച ലാഭം = ₹ 5

20 നോട്ട് ബുക്കുകൾക്ക് ലഭിച്ച ലാഭം = 20 × ₹ 5

= ₹ 100

പേനകൾ വിറ്റതിൽ ലഭിച്ച നഷ്ടം = ₹ 100 നഷ്ടം

$= -100$

1 പേനക്ക് ലഭിച്ച നഷ്ടം = ₹ 2

അതുകൊണ്ട് നഷ്ടം $= -2$

ആകെ വിറ്റ പേനകളുടെ എണ്ണം $= (-100) \div (-2)$

= 50 പേനകൾ.

പ്രവർത്തി

വിദ്യാർത്ഥികളെ രണ്ടു ഗ്രൂപ്പുകളായി വിഭജിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇൻ, ഔട്ട് ബോർഡ് ഉപയോഗിച്ച് ഈ പ്രവർത്തനം ബോക്സിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന നമ്പറിൽ നിയമം ഉപയോഗിക്കുകയും ഉത്തരം നൽകുകയും ചെയ്യുന്നു. നിങ്ങളുടെ റഫറൻസിനായി ഓരോ നിയമത്തിലും ഒന്നു ചെയ്യപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

പട്ടിക(I)		പട്ടിക (II)		പട്ടിക (III)		പട്ടിക (IV)	
നിയമം: −7 കുറയ്ക്കുക		നിയമം : −10 കുറയ്ക്കുക		നിയമം : −5 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക		നിയമം : കൊണ്ട് ഹരിക്കുക −3	
ഇൻ	ഔട്ട്	ഇൻ	ഔട്ട്	ഇൻ	ഔട്ട്	ഇൻ	ഔട്ട്
-10	-17	-20	-10	-7	+35	-18	+6
-7		-13		-12		27	
5		7		+15		-99	
16		10		18		-273	
4		15		–5		-35	

1.5.1 ഹരണത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ.

3 നെ (–5) കൊണ്ട് ഹരിക്കുവാൻ നിങ്ങൾക്ക് കഴിയുമോ? അതിന്റെ മൂല്യം ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമല്ല .വ്യക്തമായി പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ശേഖരണം ഹരണത്തിന് സംവൃതമല്ല. അഞ്ച് ഉദാഹരണങ്ങൾ കൂടി പരിശോധിച്ചുനോക്കാം.

പൂർണ്ണസംഖ്യയിൽ ഹരണത്തിലെ ക്രമ വിനിമേയം പരിശോധിക്കുക. 3, –5 എന്നീ സംഖ്യകൾ എടുക്കുക.

$$(-5) \div 3 \neq 3 \div (-5), 5 \div (-3) \neq (-3) \div 5 \text{ കൂടാതെ } (-5) \div (-3) \neq (-3) \div (-5)$$

അതുകൊണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഹരണം ക്രമ വിനിമേയമല്ല. അഞ്ചിലധികം ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുത്ത് നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം. അതിനാൽ പൂർണ്ണസംഖ്യകളുടെ ഹരണം ക്രമ വിനിമേയവുമല്ല.

–7 കൂടാതെ 1 എന്നീ സംഖ്യാകൾ പരിഗണിക്കുക

$(-7) \div 1 = -7$ എന്നാൽ $1 \div (-7) \neq -7$.

നമുക്ക് $(-6) \div (-1)$ ഉം കൂടാതെ $6 \div (-1)$ ഉം എടുക്കാം.

$(-6) \div (-1) = 6$ കൂടാതെ $6 \div (-1) = -6$.

അതുകൊണ്ട് ഏതൊരു പൂർണ്ണാങ്കത്തേയും –1 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ അതേ പൂർണ്ണാങ്കം ലഭിക്കുന്നില്ല.

അങ്ങനെ, പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഹരണത്തിൽ അനന്യതയ്ക്ക് സ്ഥാനമില്ല.

ഏതെങ്കിലും അഞ്ച് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ എടുത്ത് മുകളിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ ശരി നോക്കുക.

കുറിപ്പ്

ഒരു പദത്തെ പൂജ്യം കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നത് നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ടിട്ടില്ല. എന്നാൽ പൂജ്യത്തെ പൂജ്യമല്ലാത്ത പൂർണ്ണാങ്കം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പൂജ്യമാണ്.

അഭ്യാസം 1.4

1. പൂരിപ്പിക്കുക.
   (i) $(-40) \div ____ = 40$ (ii) $25 \div ____ = -5$
   (iii) $____ \div (-4) = 9$ (iv) $(-62) \div (-62) = ____$
2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക.
   (i) $(-30) \div (-6) = -6$ (ii) $(-64) \div (-64)$ is 0
3. താഴെ തന്നവയുടെ മൂല്യം കാണുക.
   (i) $(-75) \div 5$ (ii) $(-100) \div (-20)$
   (iii) $45 \div (-9)$ (iv) $(-82) \div 82$
4. രണ്ട്പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം –135 ആകുന്നു. അതിൽ ഒരു സംഖ്യ–15 ആണ്. എങ്കിൽ മറ്റേ പൂർണ്ണാങ്കം കാണുക.

5. 8 മണിക്കൂറുകളിൽ താപനില ഒരേ അളവിൽ 24° കുറഞ്ഞു. ഒരു മണിക്കൂറിൽ കുറഞ്ഞ താപനിലയുടെ അളവ് എന്ത്?
6. ഒരു എലിവേറ്റർ 5 മീ/മിനിട്ട് മൈലേജിൽ ഇറങ്ങുന്നു. ഇറക്കം തുടങ്ങുന്നത് തറയിൽ നിന്നും 15മീ. മുകളിലാണ്. എന്നാൽ 250മീ. എത്തിച്ചേരാൻ എത്ര സമയം എടുക്കും?
7. ഒരു വ്യക്തിക്ക് ഒരു മാസത്തിൽ 4800 കലോറി കുറയുന്നു. കുറയുന്ന കലോറി ഒരേ അളവിലാണ്. എങ്കിൽ ഒരു ദിവസം കുറഞ്ഞ കലോറിയുടെ അളവ് കണക്കാക്കുക?
8. $168 \times 32 = 5376$ എങ്കിൽ $(-5376) \div (-32)$ നെ കാണുക?.

9. (-20)ന് എത്ര (-4)കൾ വേണം?

10. (-400) നെ 10 സമഭാഗങ്ങളായി പിരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നത്______.

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. താഴെതട്ടിലുള്ളവയിൽ പൂർണ്ണാങ്കത്തെ സൂചിപ്പിക്കാത്തത്?

(i) $0 \div (-7)$ (ii) $20 \div (-4)$ (iii) $(-9) \div 3$ (iv) $(12) \div 5$

12. $(-16) \div 4$ നു സമമായത്?

(i) $-(-16 \div 4)$ (ii) $-(16) \div (-4)$ (iii) $16 \div (-4)$ (iv) $-4 \div 16$

13. $(-200) \div 10$ എന്നത്?

(i) 20 (ii) –20 (iii) –190 (iv) 210

14. പൂർണ്ണസംഖ്യകളുടെ ഗണം സംവൃതമല്ലാത്തത്?

(i) സങ്കലനം (ii) വ്യവകലനം (iii) ഗുണനം (iv) ഹരണം

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

ആദ്യകാലത്ത് ഋണ സംഖ്യകളെക്കുറിച്ചുള്ള വ്യാഖ്യാനം നമുക്ക് നൽകിയത് ഏഴാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ഭാരതീയ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ ബ്രഹ്മപുത്ര ആണ്. അദ്ദേഹത്തിന്റെ 'ബ്രഹ്മസ്ഫുടശുദ്ധാന്ത' എന്ന പുസ്തകത്തിൽ പൂജ്യത്തെക്കുറിച്ചും ഋണ സംഖ്യകളെക്കുറിച്ചും വളരെ വ്യക്തമായി പ്രതിപാദിച്ചിട്ടുണ്ട്. അദ്ദേഹം കവിതകളുടെ രൂപത്തിലായിരുന്നു എഴുതിയിരുന്നത്.

ധന സംഖ്യ(ഭാഗ്യം) കളും ഋണ സംഖ്യാ(കടം) കളു കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള നിയമങ്ങൾ.

- ഒരു കടത്തിൽ നിന്നും പൂജ്യം കുറച്ചാൽ കടം
- ഒരു ഭാഗ്യത്തിൽ നിന്നും പൂജ്യം കുറ്ച്ചാൽ ഭാഗ്യം
- പൂജ്യത്തിൽനിന്ന് പൂജ്യം കുറച്ചാൽ പൂജ്യം
- ഒരു പൂജ്യത്തിൽ നിന്നും കടം കുറച്ചാൽ ഭാഗ്യം
- ഒരു ഭാഗ്യം പൂജ്യത്തിൽ നിന്നും കുറച്ചാൽ കടം
- ഒരു ഭാഗ്യത്തെയോ കടത്തെയോ പൂജ്യം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ പൂജ്യം.
- പൂജ്യത്തെ പൂജ്യം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ പൂജ്യം
- രണ്ടു ഭാഗ്യങ്ങളുടെ ഗുണനഫലവും ഹരണഫലം ഭാഗ്യം.
- ഒരു ഭാഗ്യത്തിന്റെയും ഒരു കടത്തിന്റെയും ഗുണനഫലവും ഹരണഫലവും കടം.
- ഒരു കടത്തിന്റെയും ഒരു ഭാഗ്യത്തിന്റെയും ഗുണനഫലവും ഹരണഫലവും കടം.

–ഗണിതത്തിന്റെ കഥ

1.6 ചതുഷ്ക്രിയകൾ ഉപയോഗിച്ച് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്ന വിധം.

നാം പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടുന്നതിനും, കുറയ്ക്കുന്നതിനും, ഗുണിക്കുന്നതിനും ഹരിക്കുന്നതിനും പഠിച്ചു. ഈ വിഭാഗത്തിൽ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ പറ്റിയുള്ള നിയമങ്ങൾ ഓർമ്മ പുതുക്കാം.

എല്ലാ ഗണിത പ്രശ്നങ്ങളും ജീവിതത്തിൽ അധിഷ്ഠിതമായ പ്രശ്നങ്ങളാണ്.

സാഹചര്യം 1

ഒരു മാസത്തിൽ ഒരാളുടെ ബാങ്കിലെ ആരംഭ ബാലൻസ് ₹530 ആകുന്നു. അതേ മാസം അയാൾ ₹230 നിക്ഷേപിച്ചു. അതിൽ ₹150 തിരിച്ചെടുത്തു. വീണ്ടും ₹200 തിരിച്ചെടുക്കുകയും കൂടാതെ ₹99 നിക്ഷേപിക്കുകയും ചെയ്തു.

ഈ പ്രശ്നത്തിന് ഉത്തരം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

സാഹചര്യം 2

ഒരു വ്യക്തി 80 രൂപയ്ക്ക് 8 പേനകൾ വാങ്ങി. ഒരു പേനയ്ക്ക് ₹3 ലാഭത്തിൽ 4 പേനകൾ വിൽക്കുകയും, ഒരു പേനയ്ക്ക് ₹ 2 നഷ്ടത്തിൽ 3 പേനകൾ വീതം വിൽക്കുകയുണ്ടായി. എങ്കിൽ ഒരു പേനയുടെ വാങ്ങിയ വില എന്ത്? ആ വ്യക്തിക്ക് ലാഭമാണോ നഷ്ടമാണോ സംഭവിച്ചത്?

ഇതിനെപ്പറ്റി നിങ്ങൾക്ക് എന്താണ് അഭിപ്രായം?

ഈ പ്രശ്നം ചെയ്യുന്നതിന് നാം താഴെ തന്ന വഴികൾ ഉപയോഗിക്കേണ്ടതാണ്.

1. ആഴത്തിൽ പ്രശ്നം വായിച്ചു മനസ്സിലാക്കുക.
2. തന്നിട്ടുള്ളവ എടുത്തെഴുതുക.
3 .ചോദിക്കുന്നത് എന്തൊക്കെയാണെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.
4. ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് എളുപ്പവഴിയോ അല്ലെങ്കിൽ സൂത്രങ്ങളോ ഉപയോഗിക്കുക.
5. പ്രയോഗിക്കുക.
6. നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.
7. ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക.
8. ഉത്തരം ശരി നോക്കുക.

മുകളിൽ പറഞ്ഞ രണ്ടു സാഹചര്യങ്ങളെയും നമുക്ക് സമീപിക്കാം?

ക്രമനമ്പർ	വഴികൾ	സാഹചര്യം 1	സാഹചര്യം 2
1	ചോദ്യം വായിക്കുക	ഒരു വ്യക്തിയുടെ ഒരു പ്രത്യേക മാസത്തെ പ്രാരംഭ ബാലൻസ് ₹530 അതേ മാസത്തിൽ ₹ 230 നിക്ഷേപിക്കുന്നു. ₹ 150 പിൻവലിക്കുന്നു. ₹ 200 പിൻവലിക്കുന്നു ₹ 99 നിക്ഷേപിക്കുന്നു.	ഒരു വ്യക്തി 80 രൂപയ്ക്ക് 8 പേനകൾ വാങ്ങുന്നു.₹3 ലാഭത്തോടെ 4 പേനയും ₹2 നഷ്ടത്തോടെ 3 പേനയും വാങ്ങിയ വിലക്ക് ഒരു പേനയും വിൽക്കുന്നു. അയാൾക്ക് ആകെ ലാഭമാണോ നഷ്ടമാണോ കാണുക?
2	തന്നിട്ടുള്ളത് എഴുതുക.	പ്രാരംഭ ബാലൻസ് = ₹530 നിക്ഷേപം 1 = ₹ 230 നിക്ഷേപം 2 = ₹ 99 പിൻവലിക്കൽ 1 = ₹ 150 പിൻവലിക്കൽ 2 = ₹ 200	8 പേന 80 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങുന്നു. 4 പേന ₹ 3 ലാഭത്തോടെ വിൽക്കുന്നു 3 പേന ₹ 2 നഷ്ടത്തോടെ വിൽക്കുന്നു
3	എന്താണ് ചോദിച്ചിരിക്കുന്നത്?	അവസാന ബാലൻസ്	ലാഭമോ നഷ്ടമോ? എത്ര?
4	സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുക	കൂട്ടുകയും കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്യുക.	ഓരോ പേനയുടെ വാങ്ങിയവിലയും വിറ്റവിലയും കാണുക.

5.	പ്രയോഗിക്കുക	530+230+99 – (150+200)	ഓരോ പേനയുടെയും വില = $\frac{80}{8}$ = 10
6.	നിർധാരണം ചെയ്യുക.	530+230+99 – (150+200) = ₹ 509	ഒരു പേനയുടെ വില = $\frac{80}{8}$ = 10 4 പേനകളുടെ വില = 13×4 = 52 3 പേനകളുടെ വില = 3×8 = 24 1 പേനയുടെ വില = 1× 8 = 8 ആകെ വിറ്റവില = 52 + 24 + 8 = 84
7.	ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക.	ബാക്കി തുക = ₹ 509	S.P. (84) > C.P. (80) അതുകൊണ്ട് , ലാഭം = ₹ 4

ഉദാഹരണം 1.28

ഒരു കെടിദിനം പ്രമാണിച്ച് ഫിറോസ്ഖാൻ തന്റെ സഹപാഠികളിനിന്നും ഒരാൾക്ക് ₹25 പ്രകാരം ₹1150 ശേഖരിച്ചു അദ്ധ്യാപകന്റെ നിർദ്ദേശ പ്രകാരം ഓരോരുത്തർക്കും ₹8 വീതം തിരികെ നൽകുകയുണ്ടായി. എങ്കിൽ അവൻ അദ്ധ്യാപകനെ ഏൽപ്പിച്ച തുക എത്ര?

നിർദ്ധാരണം

ആകെ ശേഖരിച്ചതുക = ₹1150

ഒരാളുടെ കൈവശമുള്ളത് = ₹ 25

ആകെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം = 1150 ÷ 25 = 46

ഓരോ വിദ്യാർത്ഥിക്കും തിരികെ നൽകിയ തുക = ₹ 8

46 വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് തിരികെ നൽകിയ തുക = 46 × 8 = ₹ 368

അദ്ധ്യാപകനെ ഏൽപ്പിച്ച തുക = ₹ 1150

₹ 368 (–)

₹ 782

അദ്ധ്യാപകന്റെ കയ്യിലെ തുക = ₹ 782

```
      46
25 | 1150
   | 100↓
   |  150
   |  150
   |    0
```

ഉദാഹരണം 1.29

ജോലിക്കാർ ഓരോ ദിവസവും ഒരു കുളത്തെ 22 അടി വീതം കുഴിക്കുന്നു. 110 അടി കുഴിച്ചപ്പോൾ വെള്ളം കാണുകയുണ്ടായി. അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ എത്രാമത്തെ ദിവസമാണ് വെള്ളം കണ്ടത്?

നിർദ്ധാരണം

ഒരു ദിവസം കുഴിച്ച ആഴം = –22 അടി

വെള്ളം കണ്ടെത്തിയപ്പോൾ ഉള്ള ആഴം = –110 അടി

ആവശ്യമായ ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം = –110 ÷ –22 = 5

```
      5
22 | 110
   | 110
   |   0
```

അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ ജോലിക്കാർ 5 മത്തെ ദിവസം വെള്ളം കണ്ടെത്തി.

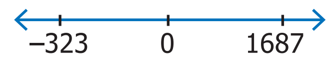
ഉദാഹരണം 1.30

കി. മു 323 നും ബി. സി 1687 നും ഇടയിൽ എത്ര വർഷമുണ്ട്?

നിർദ്ധാരണം

വർഷം AD(CE) യെ ധനസംഖ്യായായും വർഷം BC (BCE)യെ ഋണസംഖ്യായായും കരുതുക.

അതായത്, വ്യത്യാസം



= 1687 – (–323)

= 1687 + 323 = 2010 വർഷം

അഭ്യാസം 1.5

1. ഒരു രാത്രിയിൽ കാശ്മീരിലെ താപനില $-5^{\circ}C$ ആണ്. അടുത്ത ദിവസം താപനില $9^{\circ}C$ ആണ്. എങ്കിൽ താപനിലയുടെവർദ്ധനവ് എന്താണ്?

2. ഒരു അണുവിൽ പ്രോട്ടോണുകളെ ധന ചാർജ്ജും $(+)$ കൂടാതെ ഇലക്ട്രോണുകൾ ഋണ ചാർജ്ജു $(-)$ മാണ്. ഇവ ജോഡി ചേരുമ്പോൾ ചാർജില്ലാതെ തീരുന്നു. എങ്കിൽ ചാർജ് എന്തായിരിക്കും?

   (i) 5 ഇലക്ട്രോണുകളും 3 പ്രോട്ടോണുകളും$\rightarrow$ $-5+3=-2$ അതായത് 2 ഇലക്ട്രോൺ⊖ ⊖

   (ii) 6 പ്രോട്ടോണുകളും കൂടാതെ 6 ഇലക്ട്രോണുകളും$\rightarrow$

   (iii) 9 പ്രോട്ടോണുകളും കൂടാതെ 12 ഇലക്ട്രോണുകളും $\rightarrow$

   (iv) 4 പ്രോട്ടോണുകളും കൂടാതെ 8 ഇലക്ട്രോണുകളും $\rightarrow$

   (v) 7 പ്രോട്ടോണുകളും കൂടാതെ 6 ഇലക്ട്രോണുകളും $\rightarrow$

3. ശാസ്ത്രജ്ഞൻമാർ കെൽവിൻ സ്കെയിൽ (K) ഉപയോഗിച്ച് കൂടിയും കുറഞ്ഞും ഉള്ള താപനില അളക്കുന്നതിന് (°C) ഉപയോഗിക്കുന്ന ബന്ധത്തെ $T^{\circ}C=(T+273)$

   ഇതിനെ കെൽവിനിൽ മാറ്റുക.

   (i) $-275^{\circ}C$ (ii) $45^{\circ}C$ (iii) $-400^{\circ}C$ (iv) $-273^{\circ}C$

4. ഒരു വിദ്യാർത്ഥിയുടെ പ്രാരംഭ തുക ₹ 690 ആയിരുന്നു. അവൻ ഓരോ മാസവും നിക്ഷേപിച്ചും , പിൻവലിച്ചും വരുകയാണെങ്കിൽ ബാക്കി തുക എത്രയാണ്?

   (i) നിക്ഷേപ പണം $(+)$ of ₹ 485

   (ii) പിൻവലിച്ചത് $(-)$ of ₹ 500

   (iii) പിൻവലിച്ചത് $(-)$ of ₹ 350

   (iv) നിക്ഷേപിച്ചത് $(+)$ of ₹ 89

   (v) അവർ വീണ്ടും 300 രൂപ പിൻവലിക്കുകയാണെങ്കിൽ ബാക്കി തുക എത്ര?

5. തമിഴിലെ നമ്പി എന്ന കവിയുടെ ലിറിക്സ് 35 പേജുകൾ മഴ നനഞ്ഞ് നഷ്ടമായി. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയെ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നിർവചിക്കുക.

   (i) തമിഴ്നമ്പി ഒരു ദിവസം 5 പേജ് എഴുതിയിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ അയാൾക്ക് എത്ര ദിവസത്തെ ജോലി നഷ്ടപ്പെട്ടു?

   (ii) 4 പേജുകളിൽ 1800 അക്ഷരങ്ങൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ അയാൾക്ക് എത്ര അക്ഷരങ്ങൾ നഷ്ടപ്പെട്ടു?

   (iii) തമിഴ് നമ്പി ഓരോ പേജുകൾ ₹ 250 വീതം കൊടുത്തു. എങ്കിൽ എത്ര രൂപ നഷ്ടപ്പെട്ടു?

   (iv) കവിമാൻ തമിഴ്നമ്പിയെ സഹായിക്കുന്നുണ്ടെങ്കിൽ അവർക്ക് ഓരോ ദിവസവും 7 പേജുകൾ

ഉത്പാദിപ്പിക്കുവാൻ സാധിക്കും. എങ്കിൽ നഷ്ടമായ ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര?

(v) തമിഴ്നമ്പി കവിമാനിന് ₹100 വീതം ഓരോ പേജിനും സഹായിച്ചു. എങ്കിൽ കവിമാൻ എത്ര രൂപ വാങ്ങി?

6. എന്നോടൊപ്പം 2 കൂട്ടുക. അതിനെ 5 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 10 കുറച്ച് 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക. അപ്പോൾ നിനക്ക് 15 തരും ഞാൻ ആരാണ്?

7. ഒരു പഴക്കച്ചവടക്കാരൻ 30 ആപ്പിളും 50 മാതളവും കാമാക്ഷിക്കു വിൽക്കുന്നു. അവൾ ഒരു ആപ്പിൾ ₹8 നും ഒരു മാതളത്തിന് ₹5 ലാഭമുണ്ടായാൽ അവൾക്കുള്ള ആകെ ലാഭം എന്താണ്?

8. തുടർച്ചയായുള്ള 6 ആഴ്ചകളിൽ ഒരു ഡാമിലെ ജലനിരപ്പ് വരൾച്ച കാരണം 3 ഇഞ്ച് കുറയുന്നു. ഈ കാലയളവിൽ ഡാമിലെ ജലനിരപ്പ് എത്ര ഉണ്ടായിരിക്കും?

9. ബുദ്ധൻ 563 BC(BCE) ൽ ജനിച്ചു, 483 BC(BCE) മരിക്കുകയും ചെയ്തു. 500 BC(BCE) അയാൾ ജീവിച്ചിരുന്നുവോ? അയാളുടെ ജീവിതകാലം മുഴുവനും കണ്ടെത്തുക?

അഭ്യാസം 1.6

വിവിധതരം പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ.

1. 10 കിട്ടുന്നതിന് –1 നോട് എത്ര കൂട്ടണം?

2. $-70+20=\square-10$

3. (-86945) ൽ നിന്നും 94860 നെ കുറയ്ക്കുക.

4. മൂല്യം നിർണയിക്കുക. $(-25)+60+(-95)+(-385)$

5. തുക കാണുക. $(-9999)(-2001)$ കൂടാതെ (-5999)

6. ഗുണനഫലം കാണുക. $(-30)\times(-70)\times15$

7. -72 നെ 8 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

8. ഗുണനഫലം $+15$ കിട്ടുന്ന രണ്ടു ജോഡി പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ എഴുതുക?

9. തുല്ല്യമായിട്ടുള്ളത് ഏതാണ്?

(i) $(11+7)+10$ കൂടാതെ $11+(7+10)$

(ii) $(8-13)\times7$ കൂടാതെ $8-(13\times7)$

(iii) $[(-6)-(+8)]\times(-4)$ കൂടാതെ $(-6)-[8\times(-4)]$

(iv) $3\times[(-4)+(-10)]$ കൂടാതെ $[3\times(-4)+3\times(-10)]$

10. 01.01.2018- ൽ കലൈവാണിയുടെ ബാങ്ക് അക്കൗണ്ടിൽ ₹ 5000 ഉണ്ടായിരുന്നു. അവൾ ജനുവരി മാസം ₹ 2000 നിക്ഷേപിക്കുകയും ഫെബ്രുവരിയിൽ ₹ 700 തിരിച്ചെടുക്കുകയും ചെയ്തു. വീണ്ടും മാർച്ച് മാസത്തിൽ ₹ 1000 നിക്ഷേപിച്ചു. ₹ 500 തിരിച്ചെടുക്കുകയും ചെയ്തപ്പോൾ 1.4.2018 ൽ കലൈവാണിയുടെ ബാങ്ക് ബാലൻസ് എത്രയായിരുന്നു?

11. ഒരു ഇനം x ന്റെ വില ഓരോ വർഷവും ₹ 10 കൂടുകയും ഇനം y യുടെ വില ഓരോവർഷവും ₹ 15 കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു. 2018 ൽ x ന്റെ വില ₹ 50 ഉം; y യുടെ വില ₹90 ആകുന്നു. എന്നാൽ 2020 ൽ ഏതിനത്തിന്റെ വില വർദ്ധിക്കുന്നു?

12. കോളം A യും കോളം B യും യോജിപ്പിക്കുക.

ക്രമനമ്പർ	A	B
1.	72, 108 എന്നീ രണ്ടു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളിൽ , 72+108 ഉം ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമാണ്.	(a) സങ്കലനത്തിനു മേൽ ഗുണനത്തിനുള്ള വിതരണഗുണം
2.	68-, 25 കൂടാതെ 99 എന്നീ മൂന്നു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളിൽ 68 × (25 + 99) = (68 × 25) + (68x 99) ആണ്.	(b) ഗുണന അനന്യത
3.	0 + (−138) = (−138) = (−138)+0	(c) ഗുണന ക്രമവിനിമേയ നിയമം
4.	രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ (−5), 10 ഇവയിൽ (−5) × 10 = 10 ×(−5) ആകുന്നു.	(d) സംവൃത നിയമം
5.	1 × (-1098) = (−1098) = (−1098) × 1	സങ്കലന അനന്യത

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

13. ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക?

(i) ഒരു ധന സംഖ്യയുടേയും ഒരു ഋണ സംഖ്യയുടേയും തുക ഒരു ധന സംഖ്യയാകുന്നു.

(ii) രണ്ടു ധനസംഖ്യകളുടെ തുക ഒരിക്കലും പൂജ്യമല്ല.

(iii) രണ്ടു ഋണ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം ഒരു ധന സംഖ്യയാണ്.

(iv) വിപരീത ചിഹ്നങ്ങളുള്ള രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഹരണഫലം ഋണ സംഖ്യയാണ്.

(v) ഏറ്റവും ചെറിയ ഋണ സംഖ്യ −1 ആകുന്നു.

14. ഒരു പൂർണ്ണാങ്കത്തെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ഉത്തരം −3 ആകുന്നു ഏതാണ് സംഖ്യ?

15. താഴെ തന്ന സമീകരണത്തിൽ ചോദ്യചിഹ്നം നീക്കിയിട്ട് ശരിയായ സംഖ്യ എഴുതുക?

$$72+(-5)-\boxed{?}=72.$$

16. തുക പൂജ്യം കിട്ടുന്ന 5 ജോഡി ഒറ്റ അക്കമുള്ള പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ എഴുതുവാൻ നിങ്ങൾക്ക് സാധിക്കുമോ ?

17. $P=-15$, Q = 5 എങ്കിൽ $(P-Q)\div(P+Q)$ കാണുക?

18. A മുതൽ M വരെയുള്ള ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരങ്ങളെ 1 മുതൽ 13 വരെ ഉൾപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. N എന്ന അക്ഷരത്തെ പൂജ്യമായും O മുതൽ Z വരെയുള്ള അക്ഷരങ്ങളെ −1 മുതൽ −12 വരെയും കണക്കാക്കുന്നു. താഴെ തന്ന ഇംഗ്ലീഷ് വാക്കുകൾക്ക് തുക കാണുക?

ഉദാഹരണമായി;

MATH → തുക → 13+1−6+8 = 16

(i) YOUR NAME

(ii) SUCCESS

19. ഓരോ ദിവസവും 100 ലിറ്റർ ജലം വീതം ഒരു വാട്ടർടാങ്കിൽ നിന്നും ഉപയോഗിച്ചുവരുന്നു. 10 ദിവസങ്ങൾക്കുശേഷം 2000 ലിറ്റർ ജലം ബാക്കിയുണ്ട്. അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ പത്ത് ദിവസങ്ങൾക്ക് മുമ്പുള്ള ജലത്തിന്റെ അളവ് എന്ത്?

20. ജലം കുടിക്കുന്നതിനായി ഒരു നായ് കിണറ്റിനുതാഴേക്കിറങ്ങി ഓരോ ചാട്ടത്തിലും 4 പടികൾ താഴേക്ക് വന്നു. 20 -മത്തെ പടിക്കെട്ടിലാണ് ജലമുള്ളത്. ജലനിരപ്പിനടുത്ത് എത്തുവാൻ നായ് എത്ര ചാട്ടം ചാടണം?

21. കണ്ണന് ഒരു പഴക്കടയുണ്ട്. അയാൾ ഒരു ഡസൻ (12 എണ്ണം) പഴത്തെ 2 രൂപ നഷ്ടത്തിൽ വിൽക്കുക യുണ്ടായി. കാരണം അടുത്ത ദിവസം അവ നാശമാകുന്നു. അയാളുടെ നഷ്ടം എത്രയാണ്?

22. കടൽനിരപ്പിൽ നിന്നും 650 അടി താഴെ ഒരു അന്തർവാഹിനി നിൽക്കുന്നു. വീണ്ടും 200 അടി താഴേക്ക് ചൊല്ലുന്നു. എങ്കിൽ അന്തർവാഹിനിയുടെ ഇപ്പോഴത്തെ നില എന്താണ്?

23. ഒരു മാന്ത്രിക ചതുരം താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിലുള്ള അക്കങ്ങൾ നെടുകെയും, കുറുകെയും , വികർണമായും കൂടിയാൽ ഒരേ തുകയാണ്. എങ്കിൽ x, y , z എന്നിവ കാണുക?

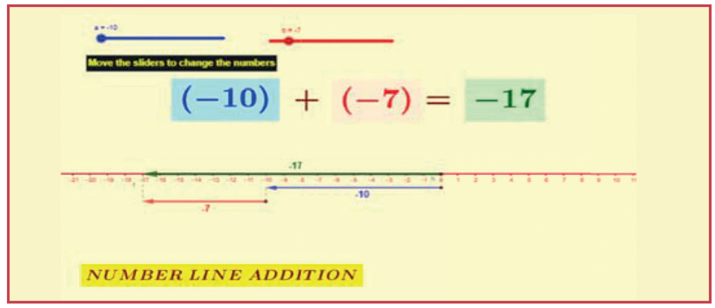
1	–10	x
y	–3	–2
–6	4	z

സംഗ്രഹം

- പൂജ്യം, ഋണ സംഖ്യകൾ, നിസർഗസംഖ്യകൾ ഇവയുടെ ശേഖരണമാണ് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ.
- ഒരു സംഖ്യാരേഖ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് പൂജ്യം നടുവിലും പൂജ്യത്തിനു ഇടതുവശം ഋണസംഖ്യയും വലതുവശത്ത് ധനസംഖ്യയുമായുള്ള പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗണത്തെയാണ്.
- രണ്ടു ധനസംഖ്യകളുടെ തുക ധനസംഖ്യയും, രണ്ടു ഋണസംഖ്യകളുടെ തുക ഒരു ഋണസംഖ്യയുമാണ്.
- ഒരു ധനസംഖ്യയുടെയും ഒരു ഋണസംഖ്യയുടേയും തുക കാണുന്നത് വലിയ സംഖ്യയിൽ നിന്നും ചെറിയ സംഖ്യയെ കുറച്ച് വലിയ സംഖ്യയുടെ ചിഹ്നം ഇടുക.
- പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ സങ്കലനം സംവൃത ഗുണവും, ക്രമ വിനിമേയവും സംയോജന ഗുണവുമാണ്.
- രണ്ടു ധനസംഖ്യകളുടെയും, രണ്ടു ഋണസംഖ്യകളുടെയും ഗുണനഫലം ധനസംഖ്യയാണ്.
- എതിർ ചിഹ്നമുള്ള രണ്ടു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഋണമായിരിക്കും.
- പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണനം സംവൃത ഗുണവും ക്രമ വിമേയവും സംയോജനവുമാണ്.
- പൂജ്യം എന്നത് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ സങ്കലന അനന്യതയാണ്.
- 1 പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണന അനന്യതയാണ്.

ഇൻറർനെറ്റ് പ്രവർത്തി

കമ്പ്യൂട്ടറിൽ അവസാനം ലഭിക്കുന്ന ചിത്രം.



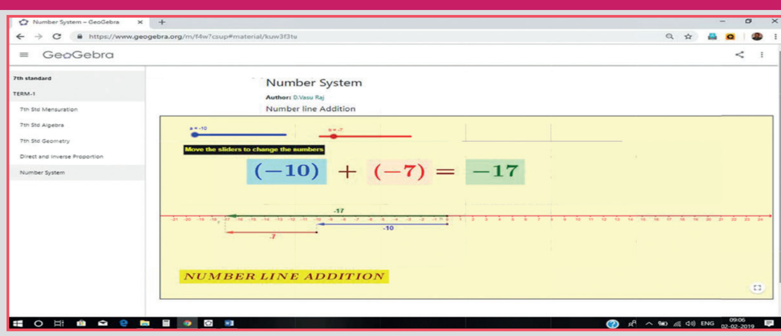
ഘട്ടം 1 :

ബ്രൗസർ തുറക്കുക. URL ടൈപ്പ് ചെയ്യുക.അല്ലെങ്കിൽ QR Code സ്കാൻ ചെയ്യുക “7thstandard” എന്ന് കാണാൻ കഴിയും.

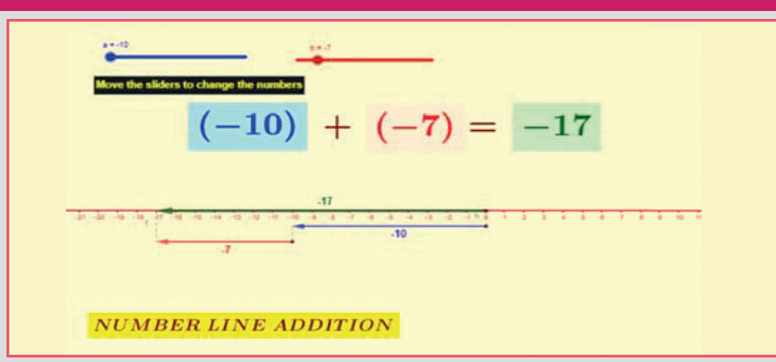
ഘട്ടം 2 :

ഓരോ അധ്യായത്തിനും നിരവധി വർക്ക് ഷീറ്റുകൾ ഉണ്ട്. അക്കങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം നോക്കുക.“Number System” എന്ന സംഖ്യയിൽ നൽകിയിരിക്കും. നമ്പറുകൾ മാറ്റുന്നതിനായി സ്ലൈഡറുകൾ നീക്കുക. നിങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം പച്ചനിറമുള്ള അമ്പടയാളത്തിൽ കാണാൻ കഴിയും.

ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2



Browse in the link

Number system : https://ggbm.at/f4w7csup
or Scan the QR Code.

അദ്ധ്യായം

2

അളവുകൾ

QFKLJ

പഠനലക്ഷ്യങ്ങൾ

- സമചതുരം, ദീർഘചതുരം, സമകോണ ത്രികോണം, മിശ്ര ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ എന്നിവയുടെ ചുറ്റളവ്, വിസ്തീർണ്ണം എന്നീ തത്ത്വങ്ങളുടെ ഓർമ്മപുതുക്കൽ.
- സാമാന്തരികം, ലംബകം, സമപാർശ്വലംബകം എന്നിവയുടെ ചുറ്റളവ്, വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനുള്ള പഠനം.

ഓർമ്മപുതുക്കൽ

ആദിമ മനുഷ്യൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന തരംതിരിക്കാത്ത അളവുകൾ ക്യൂബിറ്റ്, രാജപാദം, രാജ കൈ, യാർഡ് എന്നിവയാണ് അതിനുശേഷം ജനങ്ങൾ തരം തിരിക്കപ്പെട്ട പല അളവുകളും രാജ്യാന്തര പദ്ധതികളുടെ അധ്യായങ്ങളുടെ കണ്ടുപിടുത്തവുമായി 1971 ൽ മുന്നേറുകയുണ്ടായി.

തരം തിരിക്കപ്പെട്ടതും രാജ്യാന്തര പദ്ധതികളുമായ അളവുകൾ പട്ടികയിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു.

ദൂരം	ഭാരം	സമയം
മീറ്റർ	ഗ്രാം	സെക്കൻഡ്

സമചതുരം, ദീർഘ ചതുരം, സമകോണ ത്രികോണം, മിശ്ര ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ എന്നിവയുടെ ചുറ്റളവ്, വിസ്തീർണ്ണംഎന്നിവയെക്കുറിച്ച് നാം ആറാം ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ചു.

ചുറ്റളവ് എന്നത് ചുറ്റും ഉള്ള അളവും, വിസ്തീർണ്ണം എന്നത് ഒരു വസ്തു ആഗിരണം ചെയ്തിട്ടുള്ളതുമായ അടഞ്ഞ രൂപമാണ്.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

താഴെ തന്നവയിൽ നിന്നും വിട്ടു പോയ മൂല്യങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

ക്ര.നമ്പർ	നീളം	വീതി	വിസ്തീർണ്ണം	ചുറ്റളവ്
(i)	12 മീ	8 മീ		
(ii)	15 സെ.മീ		90 ച.സെ.മീ	
(iii)		50 മി മീ		300 മി മീ
(iv)	1 2 സെ.മീ			44 സെ.മീ

സൂചന:
ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $2 \times (l + b)$ മാത്രകൾ
ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $l \times b$ ചതുരശ്ര മാത്രകൾ.
(l, b എന്നിവ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതി ആകുന്നു).

ക്ര.നമ്പർ	വശം	വിസ്തീർണം	ചുറ്റളവ്
(i)	60 സെ.മീ		
(ii)		64 ച.മീ	
(iii)			100 *mm*

സൂചന:
സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $4 \times a$ മാത്രകൾ.
സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $a \times a$ ചതുരശ്ര. മാത്രകൾ
'a' എന്നത് സമ ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം

ക്ര.നമ്പർ	ആധാരം	ഉയരം	വിസ്തീർണ്ണം
(i)	13 മീ	5 മീ	
(ii)	16 സെ.മീ		240 *sq*.സെ.മീ
(iii)		6 *mm*	84 ച.മീ*m*

സൂചന:
ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{1}{2}(b \times h)$ ചതുരശ്ര.മാത്രകൾ
'b'എന്നത് ആധാരവും 'h' എന്നത് ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരവുമാണ്.

2.1 ആമുഖം

നാം നേരത്തെ തന്നെ നാലു വശങ്ങളോട് കൂടിയ ആകൃതിയിലുള്ള സമചതുരം, ദീർഘചതുരം ഇവയെക്കുറിച്ച് പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞു. നീ ചിന്തിക്കുന്നുണ്ടോ?എല്ലാ നാലു വശങ്ങളോട് കൂടിയ രൂപങ്ങളും സമചതുരവും ദീർഘചതുരവുമായിരിക്കുമോ? ചിന്തിക്കുക.

നമുക്കുചുറ്റും കാണുന്ന നാലിലധികം രൂപങ്ങളോട് കൂടിയവയെപ്പറ്റി താഴെപ്പറയുന്ന സംഭാഷണത്തിലൂടെ നമുക്ക് പഠിക്കാം.

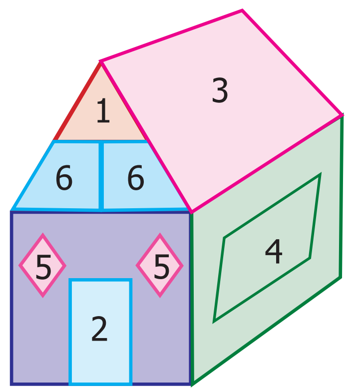
താഴെക്കാണുന്ന ചിത്രത്തിലെ രൂപങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുക.

അധ്യാപിക: നിനക്ക് പറയാൻ കഴിയുമോ, ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന രൂപങ്ങൾ ഏതെല്ലാമാണെന്ന്?

വിദ്യാർത്ഥി: അതെ ടീച്ചർ അവിടെ കാണുന്നത് ഒരു ത്രികോണം, സമചതുരം, ദീർഘചതുരം എന്നിവ ആകുന്നു.

അധ്യാപിക: 4 എന്ന സംഖ്യരേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള രൂപത്തിന്റെ പേര് എന്ത്?

വിദ്യാർത്ഥി: ഈ രൂപം കാണുന്നത് ദീർഘചതുരം പോലെയാണ്. അതിന്റെ എതിർ വശങ്ങൾ തുല്യവും സമാന്തരവുമാണ്. എന്നാൽ സമീപ വശങ്ങൾ ഒരു സമ കോണത്തെ രൂപപ്പെടുത്തുന്നില്ല അത്തരം രൂപങ്ങളെ ദീർഘചതുരം എന്നു വിളിക്കാമോ?



ചിത്രം. 2.1

അധ്യാപിക: എതിർ വശങ്ങൾ സമവും സമാന്തരവും കൂടാതെ അടുത്തടുത്ത വശങ്ങൾ സമകോണത്തെ രൂപീകരിക്കാത്തവ എങ്കിലും അവ ന്യൂന കോണുകളും ബൃഹത് കോണുകളും രൂപംകൊള്ളുന്നു. എങ്കിൽആ രൂപത്തിന് സാമാന്തരികം എന്നു പറയുന്നു.

വിദ്യാർത്ഥി: നമ്പർ 5 നെ കുറിച്ച് ഞാൻ പറഞ്ഞു നോക്കട്ടെ?

അധ്യാപിക: നിനക്ക് അറിയാവുന്ന നിബന്ധനകൾ നിയമങ്ങൾ നീ പറയുക. അതിനുശേഷം ഞാൻ നിന്നെ സഹായിക്കാം.

വിദ്യാർത്ഥി: രൂപം 5 ന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളും ഒരുപോലേയും അതിനെ കാണുന്നതിന് സമചതുരാകൃതിയും വശങ്ങൾ സമകോൺ രൂപീകൃതമാകാത്തതുമാണ്.

അധ്യാപിക: അതെ, ഈ പ്രത്യേകതരത്തിലുള്ള രൂപത്തിനെ സമഭുജ സാമാന്തരികം എന്നു പറയുന്നു. നമ്പർ ആറിനെ കുറിച്ച് എന്ത് പറയുന്നു?

വിദ്യാർത്ഥി: സമചതുരം, ദീർഘചതുരം എന്നിവയ്ക്കുള്ള ഒരു നിയമങ്ങളും രൂപം ആറിൽ ലഭിക്കുന്നില്ല. ഇതിനെ മറ്റ് എന്തെങ്കിലും പേരു പറയാമോ?

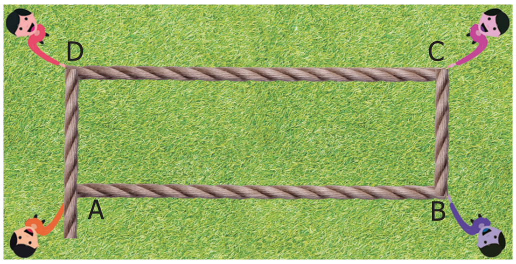
അധ്യാപിക: അതെ, ഇതാണ് ലംബകം.

ഇപ്പോൾ പുതുതായി മനസ്സിലാക്കിയ രൂപങ്ങളായ സാമാന്തരികം, സമഭുജ സാമാന്തരികം കൂടാതെ ലംബകം എന്നിവയെ കുറിച്ച് പഠിക്കാം.

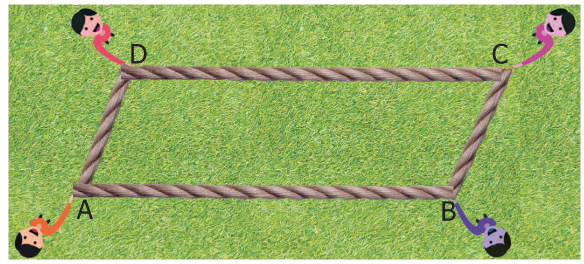
2.2 സാമാന്തരികം.

നാലു കുട്ടികളോട് ഒരു കയറുകൊണ്ട് ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ദീർഘചതുരം ABCD ഉണ്ടാക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു. കുട്ടികൾ C യിലും D യിലും നിന്ന് നാല് സ്റ്റെപ്പ് ഇടത്തുനിന്നും ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ നീങ്ങുന്നതിനു ആവശ്യപ്പെടുന്നു. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ പുതിയ രൂപമാണ് സാമാന്തരികം.

AB, CD എന്നീ വശങ്ങൾ പരസ്പരം സമാന്തരവും വശങ്ങളായ BC യും AD യും പരസ്പരം സമാന്തരങ്ങളുമാണ്, സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളം തുല്യമാണ്.



ചിത്രം 2.2(i)



ചിത്രം 2.2(ii)

അതുകൊണ്ട് നാം തീരുമാനിക്കുന്നത് സാമാന്തരികം എന്നത് നാലു വശങ്ങളോട് കൂടിയ ഒരു അടഞ്ഞ രൂപമാണ്. അതിലെ എതിർ വശങ്ങൾ സമാന്തരങ്ങളും സമവുമാണ്.

സജീവമായ ഗണിതത്തിലെ - യഥാർത്ഥ ജീവിതത്തിലെ അളവുകൾ

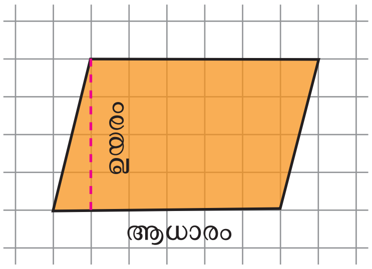
ചുമരിലെ ടൈൽസ്

മിഠായി

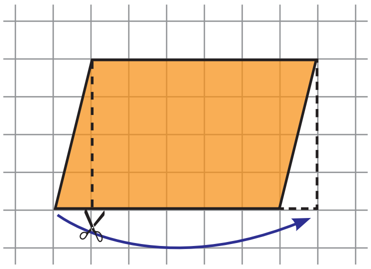
ജനൽ

2.2.1 സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണവും ചുറ്റളവും.

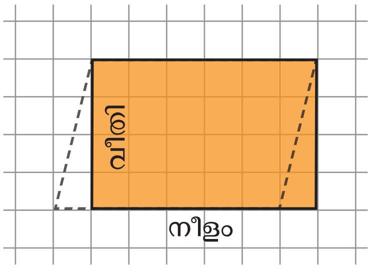
ഒരു ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതു പോലുള്ള ചിത്രം 2.3 (i) ലേതു പോലെ വെട്ടുക. ഒരു ശീർഷത്തു നിന്നും എതിരെയുള്ള വശത്തേക്ക് ലംബമായി ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക. ആ ത്രികോണങ്ങളെ വെട്ടി സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഇരുവശത്തുമായി ഇതിനെ സ്ഥാപിക്കുക. ചിത്രം 2.3 (ii) ൽ കാണുന്നതുപോലെ ഇപ്പോൾ കാണാൻ കഴിയുന്ന രൂപം എന്താണ്? ഇതൊരു ചിത്രം 2.3 (iii). ലേതു പോലുള്ള ഒരു ദീർഘചതുരമാണ്. അതുകൊണ്ട് ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണത്തിന് സമമാണ് ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം.



ചിത്രം 2.3(i)



ചിത്രം 2.3(ii)



ചിത്രം 2.3(iii)

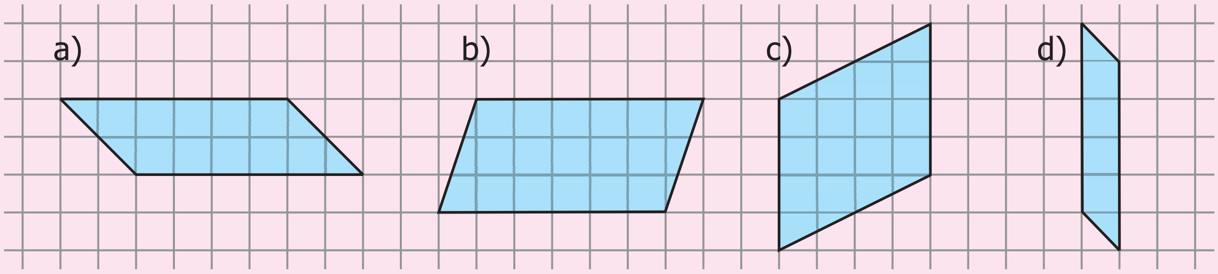
അതുകൊണ്ട്, ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = നീളം × വീതി.
= ആധാരം × ഉയരം ച. മാത്രകൾ
= സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

അടുത്തതായി ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എന്നത് നാല് വശങ്ങളുടെയും തുകയാണ്.

ചിന്തിക്കുക

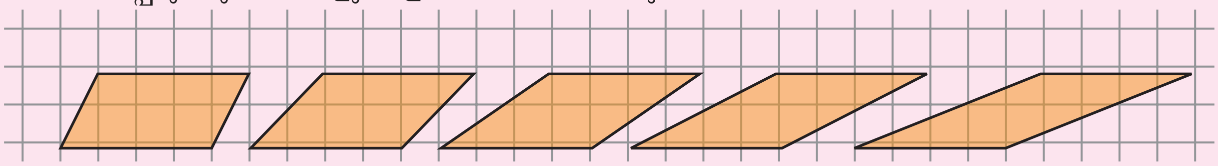
1. രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ തുകയായി ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തെ വിശദീകരിക്കുക
2. ഒരു ദീർഘചതുരം ഒരു സാമാന്തരികമാകുന്നു എന്നാൽ സാമാന്തരികം ഒരു ദീർഘചതുരമാകുന്നില്ല കാരണമെന്ത്?

1. സമചതുരങ്ങൾ എണ്ണി സാമാന്തരികത്തെ ദീർഘചതുരങ്ങളാക്കി വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കുക? (ആധാരം കൂടാതെ ഉയരം മാറാത്ത രീതിയിൽ).

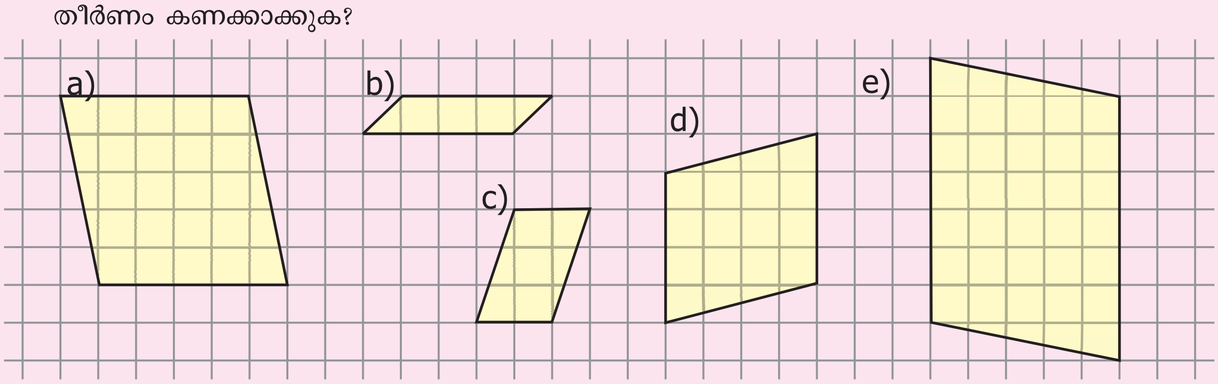


a.________ ച. മാത്രകൾ b.__________ ച. മാത്രകൾ c._________ ച. മാത്രകൾ d._______ ച. മാത്രകൾ

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ ഓരോസെ.മീന്നിലും അവയുടെ ഉയരം വരയ്ക്കുക ആധാരം എത്രയെന്ന് രേഖപ്പെടുത്തുക നിങ്ങളുടെ ഉത്തരം നിരീക്ഷിക്കുക?



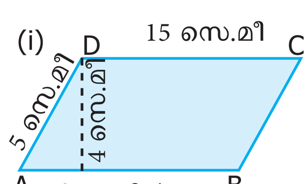
3. ആധാരം, ഉയരം എന്നിവയ്ക്കനുസൃതമായി സൂത്രവാക്യമുപയോഗിച്ച് സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കണക്കാക്കുക?



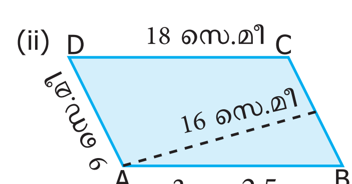
a.________ ച. മാത്രകൾ b._________ ച. മാത്രകൾ c._________ ച. മാത്രകൾ
d._______ ച. മാത്രകൾ e._____ ച. മാത്രകൾ

4. ഒരു ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ 20 ച. മാത്രകളോട് കൂടിയ പലതരത്തിലുള്ള സാമാന്തരികം വരയ്ക്കുക?

ഉദാഹരണം 2.1 താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണവും ചുറ്റളവും കാണുക?



ചിത്രം 2.4



ചിത്രം 2.5

നിർദ്ധാരണം

(i) ചിത്രം 2.4 ൽനിന്നും

സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം (b) = 15 സെ.മീ, ഉയരം (h) = 4 സെ.മീ

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $b \times h$ ച. മാത്രകൾ. അതുകൊണ്ട് വിസ്തീർണം = 15×4 = 60 ച.സെ.മീ.

അതിനാൽ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 60 ച.സെ.മീ ആകുന്നു

സാമാന്തരികത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = നാലു വശങ്ങളുടെയും തുക.

= $(15+5+15+5)$ = 40 സെ.മീ.

(ii) ചിത്രം2.5 ൽനിന്നും

സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം (b) = 9 സെ.മീ സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം (h) = 16.സെ.മീ

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $b \times h$ ച. മാത്രകൾ അതുകൊണ്ട്,

വിസ്തീർണ്ണം = 9×16 = 144 ച.സെ.മീ

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 144 ച.സെ.മീ.

സാമാന്തരികത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = നാലുവശത്തിന്റെ നീളങ്ങളുടെ തുക.

= (18+9+18+9) = 54 സെ.മീ.

ഉദാഹരണം 2.2

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വശവും തുടർന്ന് വരുന്ന ഉയരവും യഥാക്രമം 12മീ, 8മീ ആകുന്നു. ആ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക?

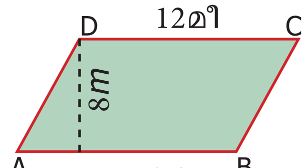
നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളത് : b = 12 മീ, h = 8 മീ

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം = $b \times h$ ച. മാത്രകൾ

= 12 × 8 = 96 ച.മീ

അതുകൊണ്ട് സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 96 ച.മീ.



ചിത്രം2.6

ഉദാഹരണം 2.3

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണവും ആധാരവും യഥാക്രമം 368 ച.സെ.മീ ആണെങ്കിൽ ഉയരം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളത്: വിസ്തീർണ്ണം = 368 ച.സെ.മീ, ആധാരം b = 23 സെ.മീ

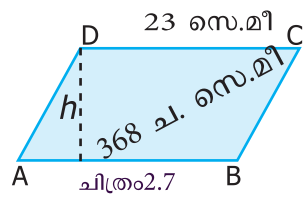
സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 368 ച.സെ.മീ

$b \times h$ = 368 ച.സെ.മീ

$23 \times h$ = 368 ച.സെ.മീ

$h = \frac{368}{23}$ = 16 സെ.മീ

അതുകൊണ്ട് സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം = 16 സെ.മീ.



ചിത്രം2.7

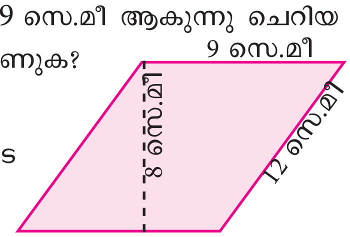
ഉദാഹരണം 2.4

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ അടുത്തടുത്ത രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം12 സെ.മീ 9 സെ.മീ ആകുന്നു ചെറിയ വശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലം 8 സെ.മീ നീളം കൂടിയ വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളത് സാമാന്തരികത്തിന്റെ അടുത്തടുത്ത രണ്ടു വശങ്ങളുടെ നീളം 12 സെ.മീ, 9 സെ.മീ ആകുന്നു.

ചെറിയ വശത്തിനെ ആധാരം എന്നെടുക്കാം. അതായത് = 9 സെ.മീ. അടുത്തതായി ചെറിയ വശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ദൂരത്തെ ഉയരം എന്നെടുക്കാം. അതായത് = 8 സെ.മീ



ചിത്രം2.8

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം = $b \times h$ ച. മാത്രകൾ = 9 × 8 = 72 ച.സെ.മീ.

വീണ്ടും നീളംകൂടിയ വശത്തെ ആധാരം എന്നെടുക്കുക. അതായത് = 12 സെ.മീ. അടുത്തത് നീളം കൂടിയ വശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ദൂരം ഉയരം എന്നെടുക്കുക.

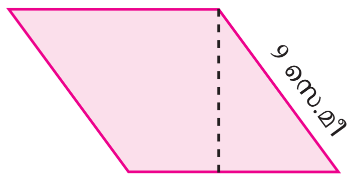
നമുക്കറിയാം സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം = 72 ച.മാത്രകൾ

$$b \times h = 72$$

$$12 \times h = 72$$

$$h = \frac{72}{12} = 6 \text{ സെ.മീ}$$

അതുകൊണ്ട് വലിയ വശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലം = 6 സെ.മീ



ചിത്രം2.9

ഉദാഹരണം 2.5

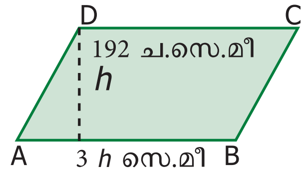
ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം എന്നത് ഉയരത്തിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങാണ്. അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 192ച.സെ.മീ . ആധാരവും ഉയരവും കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം = h സെ.മീ

അടുത്തത്, സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം = $3h$ സെ.മീ

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 192 ച.സെ.മീ



ചിത്രം2.10

$$b \times h = 192$$

$$3h \times h = 192$$

$$3h^2 = 192$$

$$h^2 = 64$$

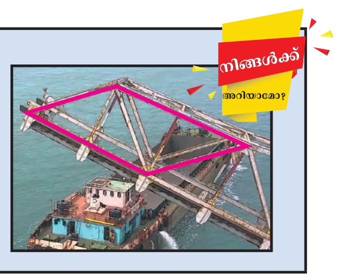
$$h \times h = 8 \times 8$$

$$h = 8 \text{ സെ.മീ}$$

ആധാരം = $3h = 3 \times 8 = 24$ സെ.മീ

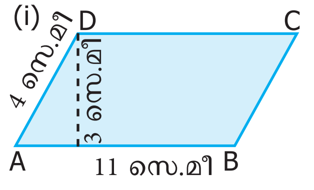
അതുകൊണ്ട് സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം 24 സെ.മീ യും ഉയരം 8 സെ.മീ യും ആകുന്നു.

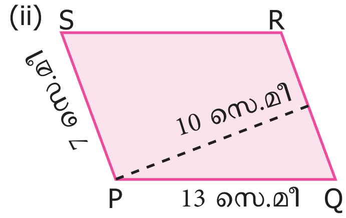
മിക്കവാറും ഉള്ള പാലങ്ങൾ നിർമ്മിച്ചിട്ടുള്ളത് സാമാന്തരികത്തിന്റെ രൂപസാദൃശ്യത്തിലാണ്. ഉദാഹരണമായി രാമേശ്വരത്തിലുള്ള പാമ്പൻ പാലം. എൻജിനീയർമാർ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നിബന്ധനകളാണ്പാലം പുതുക്കിപ്പണിയുന്നതിന് പ്രാവർത്തികമാക്കുന്നത്.



അഭ്യാസം 2.1

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും ചുറ്റളവും കാണുക.





2. വിട്ടുപോയവകണ്ടുപിടിക്കുക.

S.No.	ആധാരം	ഉയരം	വിസ്തീർണ്ണം
(i)	18 സെ.മീ	5 സെ.മീ	
(ii)	8 മീ		56 ച.മീ
(iii)		17 മി.മീ	221 ച.മീ

3. സുരേഷ് സംസ്ഥാനതല ചെസ്സ് ടൂർണമെന്റിന് സാമാന്തരിക രൂപത്തിലുള്ള ഒരു ട്രോഫി നേടുകയുണ്ടായി. ആ ട്രോഫിയുടെ വിസ്തീർണ്ണം 735 സെ.മീ എന്നും ആധാരം 21 സെ.മീ ആണെന്നും അയാൾക്ക് അറിയാം. എന്നാൽ ആ ട്രോഫിയുടെ ഉയരം എന്താണ്?

4. ജാനകിക്ക് സാമാന്തരികത്തിന്റെ രൂപത്തിലുള്ള ഒരു തുണിയുണ്ട്. അതിന്റെ ഉയരം 12 മീറ്ററും ആധാരം 18 മീറ്ററും ആകുന്നു. സമാന്തര വശങ്ങളുടെ മധ്യത്തിലൂടെ അവൾ ആ തുണിയെ നാല് സമ സാമാന്തരികങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. ഓരോ പുതിയ സാമാന്തരികത്തിന്റെയും വിസ്തീർണ്ണം എന്ത്?

5. സാമാന്തരിക രൂപത്തിലുള്ള ഒരു മൈതാനത്തിന്റെ ഉയരം 1.4 മീറ്ററും അതുൾക്കൊള്ളുന്ന ആധാരം ഉയരത്തിനേക്കാൾ 8 മീറ്റർകൂടുതലായിട്ടുള്ളതുമാണ്. ആ മൈതാനം നിരപ്പ് ആക്കുന്നതിന് ഒരു ച. മീറ്ററിന് 15 രൂപ വച്ച് എത്ര രൂപ ചെലവാകും?

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

6. അടുത്തടുത്ത വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ 6 സെ.മീ, 5സെ.മീ ആയിട്ടുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എന്ത്?

(i) 12 സെ.മീ (ii) 10 സെ.മീ (iii) 24 സെ.മീ (iv) 22 സെ.മീ

7. ആധാരം 10 മീറ്ററും ഉയരം 7 മീറ്ററും ആയിട്ടുള്ള ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക?

(i) 70 ച.മീ (ii) 35 ച.മീ (iii) 7 ച.മീ (iv) 10 ച.മീ

8. വിസ്തീർണ്ണം 52ച.സെ.മീ യും ഉയരം 4 സെ.മീ യും ആയിട്ടുള്ള ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം എന്ത്?

(i) 48 സെ.മീ (ii) 104 സെ.മീ (iii) 13 സെ.മീ (iv) 26 സെ.മീ

9. ആധാരം 2 മടങ്ങ് വർദ്ധിക്കുകയും ഉയരം പകുതിയായി കുറയുകയും ചെയ്യുന്ന ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന് എന്തു സംഭവിക്കുന്നു എന്ന് കണക്കാക്കുക?

(i) പകുതിയായി കുറയുന്നു (ii) മാറ്റമില്ല.

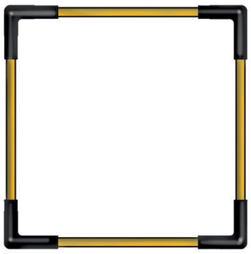
(iii) രണ്ടുമടങ്ങ് വർദ്ധനവ് (iv) ഇവയൊന്നുമല്ല

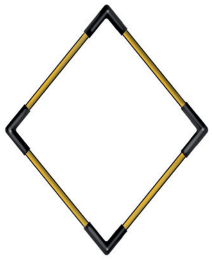
10. ഒരു സാമാന്തരികത്തിൽ ആധാരം എന്നത് ഉയരത്തിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങാണ്. ഉയരം 8 സെ.മീ ആണെങ്കിൽ വിസ്തീർണ്ണം എന്ത്?

(i) 64 ച.സെ.മീ (ii) 192 ച.സെ.മീ (iii) 32 ച.സെ.മീ (iv) 72 ച.സെ.മീ

2.3 സമഭുജ സാമാന്തരികം.

നാലു സമ നീളമുള്ള വടികളും നാലു കണകൂറുകളും എടുക്കുക. നാലു വടികളും സമചതുരാകൃതിയിൽ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ഘടിപ്പിക്കുക. അടുത്ത് ഒരു ജോഡി എതിർ ശീർഷങ്ങളെ തമ്മിൽ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ അടുപ്പിക്കുക. ഒന്നിനൊന്ന് സാമാന്തരമായി ലഭിക്കുന്ന എതിർ വശങ്ങളുള്ള ഈ രൂപ മാണ് സമഭുജ സാമാന്തരികം.


ചിത്രം 2.11(i)


ചിത്രം 2.11(ii)

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളും തുല്യമായാൽ അതൊരു സമഭുജസാമാന്തരികമാണ് എന്ന നിഗമനത്തിൽ എത്താം.

കുറിപ്പ്

ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിൽ (i) എല്ലാവശങ്ങളും തുല്യമാണ് (ii) എതിർ വശങ്ങൾ തുല്യമാണ് (iii) സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിൽ വികർണങ്ങൾ സമമായി വിഭജിക്കുമ്പോൾ നാല് ഒരേ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള സമകോണ ത്രികോണം ലഭിക്കുന്നു. (iv) വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം സമകോണ ത്രികോണമായി വിഭജിക്കുന്നു.

2.3.1 ആധാരവും ഉയരവും തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം

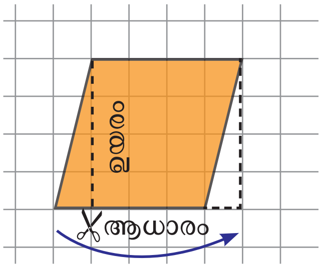
ഒരു ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ സമഭുജ സാമാന്തരികം ചിത്രം 2.12 ൽ കാണുന്നതുപോലെ വരച്ച് വെട്ടുക. ഒരു ശീർഷത്തു നിന്നും എതിർവശത്തേക്ക് ലംബമായി ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക. ത്രികോണം വെട്ടി എടുത്തതിനു ശേഷം സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ മറ്റേ വശത്തേക്ക്കൂട്ടിച്ചേർക്കുക. ചിത്രം 2.12 ൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളത് പോലെ ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾ കാണുന്നത് എന്ത് രൂപമാണ്. അങ്ങനെ സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിനു സമമാണ് സമചതുരത്തിന് എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണം

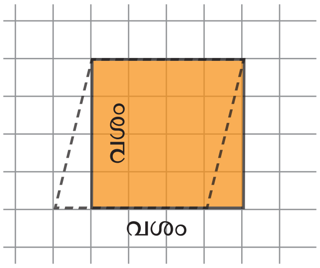
= വശം × വശം ച. മാത്രകൾ

= ആധാരം × ഉയരംച ച. മാത്രകൾ

= സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം



ചിത്രം2.12(i)



ചിത്രം2.12(ii)

2.3.2 വികർണങ്ങൾ തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

നമുക്ക് കണ്ടുപിടിക്കാം, സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളാക്കി കണ്ടെത്താം. ഇവിടെ AB = BC = CD = DA കൂടാതെ വികർണങ്ങൾ AC (d_1) കൂടാതെ BD (d_2) എന്നിവ പരസ്പരം ലംബമാണ്.

സമഭുജ സാമാന്തരികം ABCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

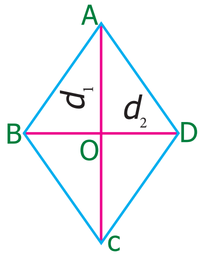
= ത്രികോണം ABC യുടെ വിസ്തീർണ്ണം+ ത്രികോണം ADC യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= \frac{1}{2} \times AC \times OB + \frac{1}{2} \times AC \times OD$

$= \frac{1}{2} \times AC\ (OB+OD)$

$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ച.മാത്രകൾ

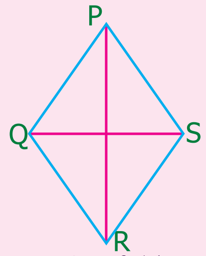


ചിത്രം2.13

അതുകൊണ്ട് സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2}$ (വികർണങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം) ച.മാത്രകൾ

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. ചിത്രം 2.14 നിരീക്ഷിച്ച് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.



ചിത്രം2.14

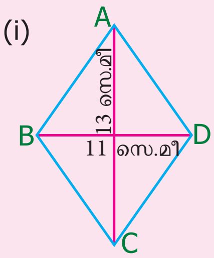
(i) രണ്ടുജോഡി എതിർ വശങ്ങളുടെ പേര് എഴുതുക?

(ii) രണ്ട് ജോഡി അടുത്തടുത്ത വശങ്ങളുടെ പേര് എഴുതുക?

(iii) രണ്ട് വികർണങ്ങളുടെ പേര് എന്ത്?

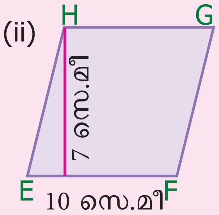
2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രം2.15,2.16 ൽ നിന്നും സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക?

(i)



ചിത്രം2.15

(ii)



ചിത്രം2.16

ഉദാഹരണം 2.6

17 സെ.മീ വശവും 8 സെ.മീ ഉയരവുമുള്ള ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

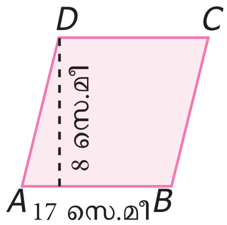
തന്നിട്ടുള്ളത്:

ആധാരം = 17 സെ.മീ, ഉയരം = 8 സെ.മീ

സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $b \times h$ ച. മാത്രകൾ

= 17 x 8 = 136

അതുകൊണ്ട് സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 136 ച.സെ.മീ.



ചിത്രം2.17

ചിന്തിക്കുക

1. സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണ്ടുപിടിക്കാമോ?
2. സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ ഒരേ നീളമുള്ളവയാണോ?
3. ഒരു സമചതുരം ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികമാണ് എന്നാൽ സമഭുജ സാമാന്തരികം ഒരു സമചതുരം അല്ല. കാരണം?
4. വികണ്ണങ്ങക്ക് തുല്യമായവശങ്ങളുള്ള സമഭുജസാമാന്തരികം വരയ്ക്കുക.

ഉദാഹരണം 2.7

6 മീ, 8 മീ അളവോടുകൂടിയ സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

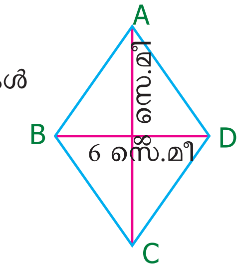
തന്നിട്ടുള്ളത്: $d_1 = 6\ m$, $d_2 = 8\ m$

സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times (d_1 \times d_2)$ ച. മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times (6 \times 8)$

$= \frac{48}{2}$

= 24 ച.മീ



ചിത്രം2.18

അങ്ങനെ സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം 24 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 2.8

ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം 60 ച.സെ.മീ ഉം ഒരു വികർണം 8 സെ.മീ ഉം ആകുന്നു. മറ്റേ വികർണത്തിന്റെ നീളം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളത്, തന്നിട്ടുള്ളത്, ഒരു വികർണത്തിന്റെ നീളം = 8 സെ.മീ

മറ്റേ വികർണത്തിന്റെ നീളം d_2 സെ.മീ എന്നെടുക്കുക.

സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 60 ച.സെ.മീ (തന്നിട്ടുള്ളത്)

$$\frac{1}{2} \times (d_1 \times d_2) = 60$$

$$\frac{1}{2} \times (8 \times d_2) = 60$$

$$8 \times d_2 = 60 \times 2$$

$$d_2 = \frac{120}{8}$$

$$= 15$$

അതുകൊണ്ട് സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ മറ്റേ വികർരണത്തിന്റെ നീളം 15 സെ.മീ ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 2.9

ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ തറ പണിതിരിക്കുന്നത് 40 സെ.മീ കൂടാതെ 25 സെ.മീ. വികർണങ്ങളുള്ള 200 ടൈൽസ് കഷ്ണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാണ്. 1 ച.മീറ്ററിന് ₹ 45 എന്ന നിരക്കിൽ തറയിലെ ടൈൽസ് പോളിഷ് ചെയ്യുന്നതിന് മൊത്തം എത്ര ചെലവാകും ?

നിർദ്ധാരണം

സമഭുജസാമാന്തരിക രൂപത്തിലുള്ള ടൈലിന്റെ വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 40 സെ.മീ യും 25 സെ.മീ യും ആണ്

ഒരു ടൈലിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{1}{2} \times (d_1 \times d_2)$ ച. മാത്രകൾ.

$= \frac{1}{2} \times 40 \times 25$

= 500 ച.സെ.മീ

അതുപോലുള്ള 200 ടൈലുകളുടെ വിസ്തീർണ്ണം = 200×500

= 100000 ച.സെ.മീ

$= \frac{100000}{10000}$ (1 ച. മീ = 10000 ച.സെ.മീ)

= 10 ച.സെ.മീ

അതുകൊണ്ട് 200 ടൈലുകൾ പോളിഷ് ചെയ്യുന്നതിനാവശ്യമായ ചെലവ് = 10×45 = ₹ 450.

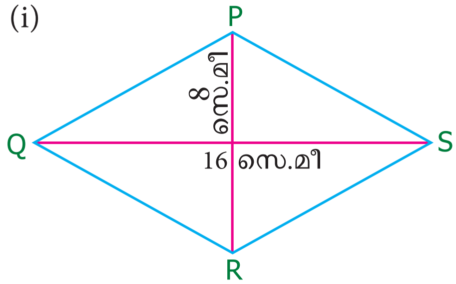
നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

റെയിൽവേ ടെർമിനോളജിയിൽ, "ഡയമണ്ട് ക്രോസിംഗ്" എന്നത് രണ്ട് റെയിൽവേ ലൈനുകളുടെ ക്രോസിംഗിൽ ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികം രൂപംകൊള്ളുന്നു. ഏറ്റവും പ്രശസ്തമായ ഡയമണ്ട് ക്രോസിംഗ് നാഗ്പൂരിലാണ്.

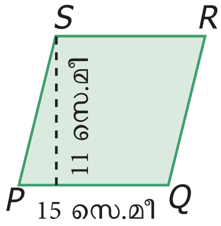
അഭ്യാസം 2.2

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക?

(i)



(ii)



2. 14 സെ.മീ ആധാരവും 9 സെ.മീ ഉയരവുമുള്ള ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക?

3. വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിക്കുക.

S.No.	വികർണം (d_1)	വികർണം (d2)	വിസ്തീർണം
(i)	19 സെ.മീ	16 സെ.മീ	
(ii)	26 മീ		468 ച. മീ.
(iii)		12 മി.മീ	180 ച. മി.മീ

4. ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം100 ച.സെ.മീ ഒരു വികർണത്തിന്റെ നീളം 8 സെ.മീ മറ്റേ വികർണത്തിന്റെ നീളം കാണുക?

5. സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ രൂപത്തിലുള്ള ഒരു മിഠായിയുടെ വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 4 സെ.മീ 5 സെ.മീ. ആകുന്നു. അലുമിനിയം ഫോയിൽ കൊണ്ട് മിഠായിയുടെ ഉപരിതലം പൊതിയണം. 100 ച. മീറ്ററിന് 7 രൂപ പ്രകാരം 400 മിട്ടായി പൊതിയുന്നതിനാവശ്യമായ ചെല്വ എന്ത്?

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

6. ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരുവശം 4 സെ.മീ ഉയരം 3 സെ.മീ ആകുന്നു. വിസ്തീർണം കാണുക?

   (i) 7 ച.സെ.മീ (ii) 24 ച.സെ.മീ (iii) 12 ച.സെ.മീ (iv) 10 ച.സെ.മീ

7. ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ രണ്ടു വികർണങ്ങളും 8 സെ.മീ വീതം ആകുന്നു. അതിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക?

   (i) 64 ച.സെ.മീ (ii) 32 ച.സെ.മീ (iii) 30 ച.സെ.മീ (iv) 16 ച.സെ.മീ

8. ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം128 ച.സെ.മീ ഒരു വികർണത്തിന്റെ നീളം 32 സെ.മീ. മറ്റേ വികർണത്തിന്റെ നീളം കാണുക?

   (i) 12 സെ.മീ (ii) 8 സെ.മീ (iii) 4 സെ.മീ (iv) 20 സെ.മീ

9. വിസ്തീർണ്ണം96 ച. മീറ്ററും വശം 24മീ ആയിട്ടുള്ള ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക?

   (i) 8 മീ (ii) 10 മീ (iii) 2 മീ (iv) 4 മീ

10. ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങക്കിടയിലുള്ള കോൺഎന്താകുന്നു ?

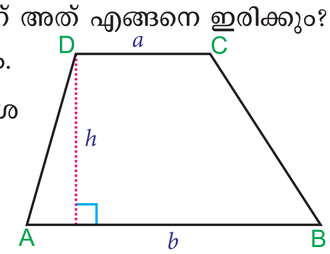
   (i) 120° (ii) 180° (iii) 90° (iv) 100°

2.4 ലംബകം

01G5F

നമുക്ക് സുപരിചിതമായതാണ് സാമാന്തരികവും സമഭുജ സാമാന്തരികവും. സാമാന്തരികത്തു നിന്ന് എന്നു മനസ്സിലായി ഒരു ജോഡി സമാന്തര വശങ്ങൾ സമം അല്ല യോ? നിങ്ങൾക്ക് വരയ്ക്കാൻ സാധിക്കുമോ? നോക്കുന്നതിന് അത് എങ്ങനെ ഇരിക്കും? ഈ രൂപം ചിത്രം 2.19 ൽ കാണുന്നതുപോലെ ആയിരിക്കും.

സാമാന്തരികത്തിൽ ഒരു ജോഡി സമാന്തരമല്ലാത്ത വശ ങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ അതിനെ ലംബകം എന്ന പേര് വിളിക്കുന്നത്.



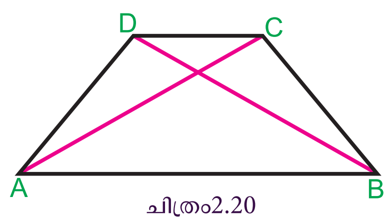
ചിത്രം2.19

സമാന്തര വശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലമാണ് ലംബകത്തിന്റെ ഉയരം.

ഇവിടെ AD, BC എന്നീ വശങ്ങൾ സമാന്തരമല്ലാത്തതും എന്നാൽ AB, DC എന്നീ വശങ്ങൾ സമാന്തരങ്ങളുമാണ്.

സമപാർശ്വലംബകം.

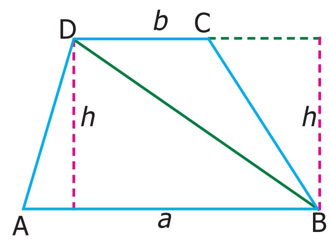
സമാന്തരങ്ങളല്ലാത്ത വശങ്ങൾ സമമായി (AD = BC) വരുന്ന ഘടന രൂപമാണ് സമപാർശ്വലംബകം.



ചിത്രം2.20

2.4.1 ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

ലംബകം ABCD -യിൽ സമാന്തരവശങ്ങളായ AB, DC യുടെ അളവുകൾ യഥാക്രമം 'a' മാത്രയും 'b' മാത്രയും ആകുന്നു. സമാന്തരവശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലം 'h' മാത്ര എന്നിരിക്കട്ടെ ലംബകത്തിന്റെ വികർണമായ 'BD' ലംബ കത്തെ ABD, BCD എന്നീ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളായി പിരിക്കുന്നു.



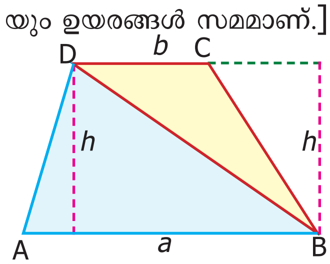
ചിത്രം2.21

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $\triangle$ ABD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം + $\triangle$ BCD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= \frac{1}{2} \times AB \times h + \frac{1}{2} \times DC \times h$ [കാരണം ത്രികോണങ്ങൾ ABD, BCD യും ഉയരങ്ങൾ സമമാണ്.]

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times \{h \times (AB + DC)\}$

അതുകൊണ്ട്, ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times h\,(a+b)$ ച. മാത്രകൾ.



ചിത്രം2.22

ഉദാഹരണം 2.10

ഉയരം 14 സെ.മീറ്ററും സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 18 സെ.മീ ആയിട്ടുള്ള ലംബകത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളത്, ഉയരം (h) = 14 സെ.മീ

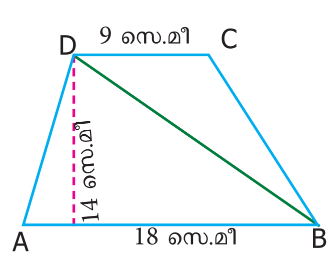
സമാന്തരവശങ്ങൾ (a) = 18 സെ.മീ കൂടാതെ (b) = 9 സെ.മീ

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times h\,(a+b)$

$= \frac{1}{2} \times 14\,(18+9)$

$= 7(27)$

$= 189$ ച.സെ.മീ



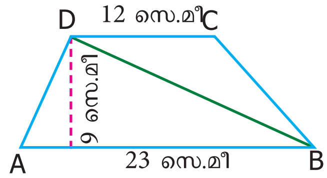
ചിത്രം2.23

അതുകൊണ്ട് ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 189 ച.സെ.മീ.ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 2.11

ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 23 സെ.മീ ഉം 12 സെ.മീ ഉം ആകുന്നു. സമാന്തരവശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലം 9 സെ.മീ ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്ത്?

നിർദ്ധാരണം



ചിത്രം 2.24

തന്നിട്ടുള്ളത്, ഉയരം (h) = 9 സെ.മീ

സമാന്തരവശങ്ങൾ (a) = 23 സെ.മീ കൂടാതെ (b) = 12 സെ.മീ

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണം $= \frac{1}{2} \times h\,(a+b)$

$= \frac{1}{2} \times 9\,(23+12)$

$= \frac{1}{2} \times 9\,(35)$

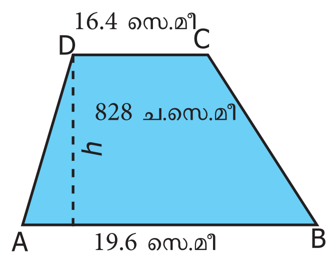
= 157.5 ച.സെ.മീ ആകുന്നു

ഉദാഹരണം 2.12

ഒരു ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 828 ച.സെ.മീ ആകുന്നു. സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 19.6 സെ.മീ 16.4 സെ.മീ ആകുന്നു. അവയ്ക്ക് ഇടയിലുള്ള അകലം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളത്, ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 828 സെ.മീ^{2}



ചിത്രം2.25

$\frac{1}{2} \times h\,(a+b) = 828$

$\frac{1}{2} \times h\,(19.6+16.4) = 828$

$\frac{1}{2} \times h\,(36) = 828$

$h\,(18) = 828$

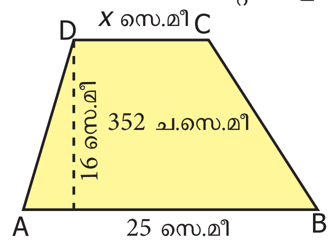
$h = \frac{828}{18}$

h = 46 സെ.മീ

അതുകൊണ്ട് സമാന്തരരേഖകൾക്കിടയിലുള്ള അകലം 46 സെ.മീ ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 2.13

152 ച.സെ.മീ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരരേഖകൾക്കിടയിലുള്ള ദൂരം 16 സെ.മീ ആകുന്നു. സമാന്തരവശങ്ങളിൽ ഒന്നിന് 25 സെ.മീ നീളം ആണെങ്കിൽ മറ്റേസമാന്തര വശത്തിന്റെ നീളം എന്ത്?



ചിത്രം2.26

നിർദ്ധാരണം

ആവശ്യമായ വശത്തിന്റെ നീളം 'x' എന്നെടുക്കുക.

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണം $= \frac{1}{2} \times h\,(a+b)$ ച. മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 16\,(25+x)$

$= 200+8x$

എന്നാൽ ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 352 ച.സെ.മീ (തന്നിട്ടുള്ളത്)

അതുകൊണ്ട്, $200 + 8x = 352$

$\Rightarrow 8x = 352 - 200$

$\Rightarrow 8x = 152$

$\Rightarrow x = \frac{152}{8}$

$\Rightarrow x = 19$

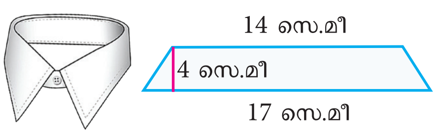
അതുകൊണ്ട്, മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളം 19 സെ.മീ ആകുന്നു.

ചിന്തിക്കുക

1. ലംബകത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണ്ടുപിടിക്കാമോ? ചർച്ച ചെയ്യുക.
2. ദ്വിസമഭുജ ലംബകം ഉപയോഗിക്കുന്ന ഏതെങ്കിലും രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളെ കുറിച്ച് ചർച്ച ചെയ്യുക.

ഉദാഹരണം 2.14

സമപാർശ്വലംബകാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ഷർട്ടിന്റെ കോളറിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 17 സെ.മീ ഉം 14 സെ.മീ ഉം അവക്കിടയിലുള്ള അകലം 4. സെ.മീ ആണ്. കോളർതയ്ക്കുന്നതിനാവശ്യമായ കാൻവാസിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്ത്?



ചിത്രം2.27

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളത്ഉയരം (h) = 4 സെ.മീ

സമാന്തരവശങ്ങൾ (a) = 17 സെ.മീ കൂടാതെ (b) = 14 സെ.മീ

ദ്വിസമഭുജ ലംബകത്തിന്റെ = $\frac{1}{2} \times h\,(a+b)$ ച.മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 4\,(17+14)$

$= \frac{1}{2} \times 4\,(31)$

= 62 ച.സെ.മീ

അതുകൊണ്ട് കാൻവാസിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 62 ച.സെ.മീ ആകുന്നു.

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

പല ആകൃതിയിൽ ജലസേചനത്തിനായുള്ള കനാലുകൾ നിർമ്മിക്കുമെങ്കിലും, സാധാരണയായി ഇത് ലംബകാകൃതിയിലാണുള്ളത് കൂട്ടുതൽ മഴയുള്ളപ്പോൾ കവിഞ്ഞൊഴുകാതിരിക്കാനും ഒഴുക്കിന്റെ വേഗതവർദ്ധിപ്പിക്കാനുമാണ് ഇങ്ങനെ ചെയ്യുന്നത്. മാത്രമല്ല ആളുകളോ മറ്റോവിണാൽ എളുപ്പം രക്ഷപ്പെടുത്താം.

അഭ്യാസം 2.3

1. വിട്ടു പോയിട്ടുള്ളവകണ്ടുപിടിക്കുക

S.No.	ഉയരം '*h*'	സമാന്തരവശം '*a*'	സമാന്തരവശം '*b*'	വിസ്തീർണ്ണം
(i)	10 മീ	12 *m*	20 മീ	
(ii)		13 സെ.മീ	28 സെ.മീ	492 ച.സെ.മീ
(iii)	19 മീ		16 മീ	323 ച. മീ
(iv)	16 സെ.മീ	15 സെ.മീ		360 ച.സെ.മീ

2. ഒരു ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങൾ 24 സെ.മീ, 20 സെ.മീ അവയ്ക്കിടയിലുള്ള അകലം15 സെ.മീ ആയാൽ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?

3. ഒരു ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 1586 ച.സെ.മീ ആകുന്നു. സമാന്തരവശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലം 26 സെ.മീ കൂടാതെ ഒരു സമാന്തരവശം 84 സെ.മീ ആണെങ്കിൽ മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളം എന്ത്?

4. ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 1080 ച.സെ.മീ സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 55.6 സെ.മീ, 34.4 സെ.മീ അവയ്ക്കിടയിലുള്ള ദൂരം കാണുക?

5. ഒരു ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 180 ച.സെ.മീ അതിന്റെ ഉയരം 9 സെ.മീ ആകുന്നു. ഒരു സമാന്തരവശത്തിന്റെ നീളം മറ്റേ സമാന്തരവശത്തേക്കാൾ 6 കൂടുതലാണ് . സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക?

6. ഒരു ജനലിന് സൂര്യപ്രകാശം മൂലമുണ്ടാകുന്ന നിഴൽ ഒരു സമപാർശ്വലംബകം പോലെയാണ് അതിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങൾ 81 സെ.മീ 64 സെ.മീ അവയ്ക്കിടയിലുള്ള അകലം 6 സെ.മീ ആകുന്നു. 1 മീറ്ററിന് 2 രൂപ പ്രകാരം ജനൽ ചായംപൂശുന്നതിന് ആവശ്യമായ ചെലവ് എന്ത്?

7. ലംബകാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ജനലിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 105 സെ.മീ, 50 സെ.മീ, അവയ്ക്ക് ഇടയിലുള്ള അകലം 60 സെ.മീ ആണ്. ഗ്ലാസ്സ് ഉപയോഗിച്ച് പൊതിയുന്നതിന് 10ച. മീറ്ററിന് 15 രൂപ പ്രകാരം ചെലവ് കാണുക?

EUNOI

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

8. സമാന്തരവശങ്ങൾ 8 സെ.മീ 10 സെ.മീ ഉയരം 5സെ.മീ ആയിട്ടുള്ള ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണം

(i) 45 ച.സെ.മീ (ii) 40 ച.സെ.മീ (iii) 18 ച.സെ.മീ (iv) 50 ച.സെ.മീ

9. ഒരു ലംബകത്തിൽ സമാന്തരവശങ്ങളുടെ തുക 10 സെ.മീ വിസ്തീർണം 140 ച.സെ.മീ ആയാൽ അതിന്റെ ഉയരം എന്താകുന്നു?

(i) 7സെ.മീ (ii) 40 സെ.മീ (iii) 14 സെ.മീ (iv) 28 സെ.മീ

10. സമാന്തരമല്ലാത്ത വശങ്ങൾ തുല്ല്യമാകുന്ന ലംബകം അറിയപ്പെടുന്നത്

(i) സമചതുരം (ii) ദീർഘചതുരം

(iii) സമപാർശ്വലംബകം (iv) സാമാന്തരികം

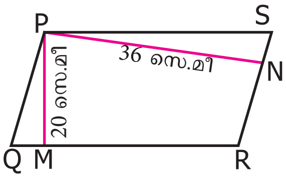
അഭ്യാസം 2.4

പലവക ആവർത്തന ചോദ്യങ്ങൾ

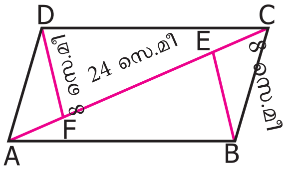
1. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം 6 സെ.മീ ഉയരം ആധാരത്തിനേക്കാൾ 7 സെ.മീ കുറവാണ്. സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക?
2. ഒരു കാർഷിക നിലം ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ രൂപത്തിലാണ്. അതിന്റെ വിസ്തീർണം 68.75 ചതുരശ്ര യൂണിറ്റാണ്. സമാന്തരവശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ദൂരം 6.25 മീറ്റർ ആണ്. എങ്കിൽ ആധാരത്തിന്റെ നീളം കാണുക?
3. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെയും സാമാന്തരികത്തിന്റെയും വിസ്തീർണങ്ങൾ സമമാണ്. സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന് 48 മീ നീളവും ഉയരം 18 മീറ്ററും ആയാൽ സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം കാണുക ?
4. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം ആധാരത്തിന്റെ നാലിൽ ഒരു ഭാഗം ആണ്. സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 66 ച.സെ.മീ അതിന്റെ ആധാരവും ഉയരവും കാണുക?
5. ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന് 576 ച.സെ.മീ വിസ്തീർണവും അതിന്റെ ഒരു വികർണത്തിന് മറ്റേ വികർണത്തിന്റെ പകുതി നീളവുമാണുള്ളത്. എങ്കിൽ വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾകാണുക?
6. സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ രൂപത്തിലുള്ള ഒരു മൈതാനത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങളുടെ അളവുകൾ 42 മീറ്ററും 36 മീറ്ററും ആണ്. സമാന്തരവശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലം 30 മീറ്റർ ആകുന്നു. 1 ച.മീറ്ററിന് 135 രൂപ പ്രകാരം ആ മൈതാനം നിരപ്പാക്കുന്നതിന് ആവശ്യമായ ചെലവ് എന്ത്?

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

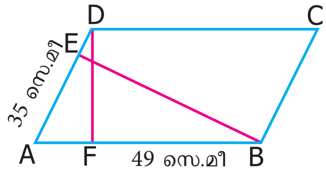
7. സാമാന്തരികം PQRS ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ QR,RS എന്നീ വശങ്ങൾക്ക് അഭിമുഖമായി വരുന്ന ഉയരങ്ങളാണ് PM,PN യഥാക്രമം. സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 900 ച.സെ.മീ PM,PN ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ യഥാക്രമം 20 സെ.മീ 36 സെ.മീ ആകുന്നു. QR ,SR എന്നീ വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക?



8. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരവും ഉയരവും 7: 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും ഉയരം 45 സെ.മീ ഉം ആണ്. സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക?
9. AC = 24 സെ.മീ കൂടാതെ BE = DF = 8 സെ.മീ.എന്നീ അളവുകളുള്ള സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?



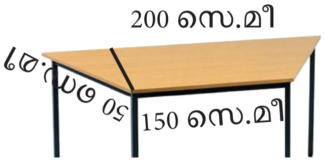
10. ABCD എന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 1470 ച.സെ.മീ, AB = 49 സെ.മീ കൂടാതെ AD = 35 സെ.മീ എങ്കിൽ DF കൂടാതെ BE എന്നീ ഉയരങ്ങൾ കാണുക?



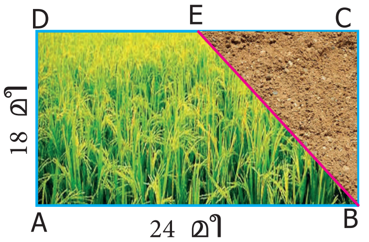
11. ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വികർണത്തിന്റെ നീളം എന്നത് മറ്റേ വികർണത്തിന്റെ മൂന്നിരട്ടിയാണ്. വികർണങ്ങളുടെ തുക 24 സെ.മീ ആകുന്നു. സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?
12. ഒരാൾ സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു സ്വിമ്മിങ് പൂൾ നിർമ്മിച്ചു . ഒരു വികർണത്തിന്റെ നീളം എന്നത് 13 മീറ്ററും മറ്റേ വികർണത്തിന് ആദ്യത്തേതിന്റെ ഇരു മടങ്ങുമാണ്. ആ സ്വിമ്മിങ് പൂളിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. മാത്രമല്ല 1 ച.സെ.മീ സിമൻറ് ഇടുന്നതിന് 15 രൂപ പ്രകാരം എത്ര രൂപ ചെലവാകും എന്ന് കാണുക?

13. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ആധാരം അതിന്റെ ഉയരത്തിന്റെ നാല് മടങ്ങും വിസ്തീർണ്ണം 576 ച.സെ.മീ ആകുന്നു. സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക?

14. ലംബകാകൃതിയിലുള്ള ഒരു മേശയുടെ മുകൾ വശത്തെ അളവുകൾ ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. 10 ച. മീറ്ററിന് 6 രൂപ പ്രകാരം മേശയുടെ മുകൾവശം ഗ്ലാസ് കൊണ്ട് പൊതിയുന്നതിനാവശ്യമായ തുക കാണുക?



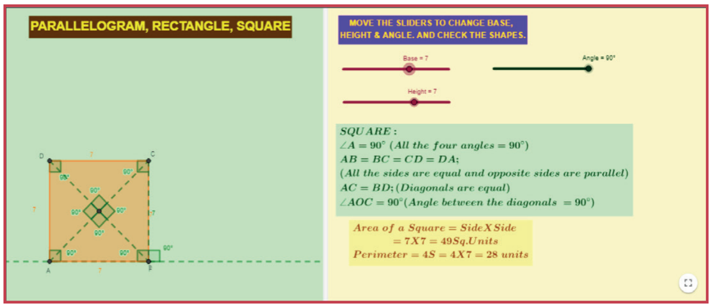
15. ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള അളവുകളുള്ള അറിവുവിന്റെ ഭൂമിയാണ് ABCD.ഇതിൽ ABED എന്ന സ്ഥലത്ത് കൃഷിയിറക്കുകയാണെങ്കിൽ (ഇവിടെ E എന്നത് DC യുടെ മധ്യ ബിന്ദു) കൃഷിയിറക്കിയ സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്ത്?



സംഗ്രഹം

- സാമാന്തരികം എന്നത് നാല് വശങ്ങളോട് കൂടിയതും അടഞ്ഞതും എതിർ വശങ്ങൾ സമാന്തരവും സമവുമായ രൂപമാണ്.
- സാമാന്തരികത്തിന്റെവിസ്തീർണ്ണം = $b \times h$ ച. മാത്രകൾ, ഇവിടെ b = ആധാരം; h = ഉയരം.
- ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലു വശങ്ങൾ സമം എങ്കിൽ അത് സമഭുജസാമാന്തരികം.
- സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ച. മാത്രകൾ, ഇവിടെ d_1, d_2 എന്നിവ വികർണങ്ങൾ
- ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു ജോഡി വശങ്ങൾ സമാന്തരമല്ലാത്തത് ലംബകം.
- ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{1}{2} \times h\,(a+b)$ ച. മാത്രകൾ.
- ഒരു ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരമല്ലാത്ത വശങ്ങൾ സമം ആയിട്ടുള്ളത് ദ്വിസമഭുജ സാമാന്തരികം എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

ഇൻറർനെറ്റ് പ്രവർത്തി



പ്രതീക്ഷിച്ച ഫലം ഈ ചിത്രം കാണിക്കുന്നു.

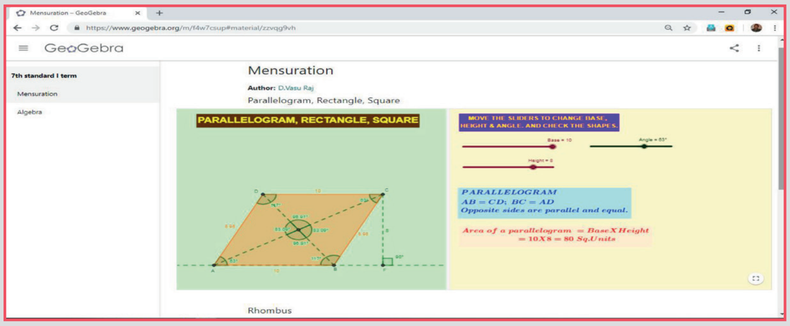
ഘട്ടം 1 :

ബ്രൗസർ തുറന്നിട്ടു താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലിങ്ക് പകർത്തി പേസ്റ്റ് ചെയ്യുക. താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള QR Code. നെ ടൈപ്പ് ചെയ്യുക.അല്ലെങ്കിൽ QR Code. നെ സ്കാൻ ചെയ്യുക. GeoGebra work sheet named "7th std Mensuration" will open. വർക്ക് ഷീറ്റിന്റെ വലതുവശത്തായി ഇരിക്കുന്ന മൂന്ന് സ്ലൈഡുകൾ നീളം വീതി കൂടാതെ മൂല കോൺ എന്നിവയെ കാണിക്കുന്നു.

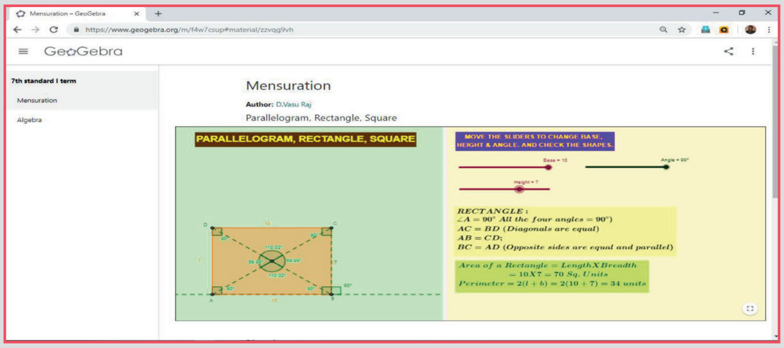
ഘട്ടം2 :

ഈ സ്ലൈഡ് ചലിപ്പിക്കുന്നതിലൂടെ സാമാന്തരികം അല്ലെങ്കിൽ ദീർഘചതുരം, സമചതുരം എന്നിവയെ കാണുന്നതിനു നിരീക്ഷിക്കുന്നതിനും സാധിക്കും.

ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2



Browse in the link

Mensuration: https://ggbm.at/zzvqg9vh
or Scan the QR Code.

29 + 3x + 5y

അദ്ധ്യായം

3

ബീജഗണിതം

8ab + 4ab + 2ab

പഠനലക്ഷ്യങ്ങൾ

- ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിലുള്ള ചരങ്ങൾ കൂടാതെ സ്ഥിരപദങ്ങളെയും തിരിച്ചറിയൽ
- ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ പദങ്ങളുടെ ഗുണാങ്കങ്ങളെ കണ്ടെത്തൽ
- സദൃശ അസദൃശ പദങ്ങളെ തിരിച്ചറിയൽ
- പൂർണ്ണ സംഖ്യ ഗുണാങ്കങ്ങളുള്ള ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും
- ഇരു ചരങ്ങളുള്ള ലഘുവായ വ്യംജകങ്ങളെ രൂപീകരിക്കൽ
- ലഘു രേഖീയ സമവാക്യങ്ങളെ കണ്ടെത്തലും പ്രശ്നങ്ങള പരിഹരിക്കലും

OTVC0

ഓർമ്മപ്പെടുത്തൽ

ആറാം ക്ലാസിൽ നമ്മൾ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളെയും സംഖ്യാരൂപങ്ങളെയും സ്ഥിരപദങ്ങൾ കൂടാതെ ചരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സ്ഥിരപ്പെടുത്താൻ പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞു ഒരു ചരം വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങളെ അതായത്ഃ, x,y,z... . ഉപയോഗിച്ച് പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു കൂടാതെ സ്ഥിര പദങ്ങൾക്ക് വ്യത്യസ്ത സംഖ്യ മൂല്യങ്ങളായ 31, – 7, $\frac{3}{10}$ etc ആകുന്നു.

ഉദാഹരണമായി

(i) ഒരു ചതുരം (□) രൂപീകരിക്കുന്നതിന് നാല് ഐസ്ക്രീം കോലുകൾ ആവശ്യമാണ് രണ്ടു ചതുരം രൂപീകരിക്കാൻ 8 കോലുകളും മൂന്ന് ചതുരം രൂപീകരിക്കാൻ 12 കോലുകളും ആവശ്യമാണ്.

ഇത് തുടർന്നാൽ രൂപീകരിക്കുന്ന ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം k(ഏതെങ്കിലും നിസർഗ്ഗസംഖ്യ) ആവശ്യമുള്ള കോലുകളുടെ എണ്ണം $4 \times k = 4k$, ഇവിടെ k എന്നത് ഒരു ചരവും 4 ഒരു സ്ഥിര പദവും ആണ്.

ഇതിനെ പട്ടിക രൂപത്തിൽ ഇങ്ങനെ പ്രതിനിധീകരിക്കാം:

□-ടെ എണ്ണം	1	2	3	…	k	…
ഉപയോഗിച്ച്/ ആവശ്യമായ ഐസ്ക്രീം കോലുകളുടെ എണ്ണം	4×1	4×2	4×3	…	$4 \times k$	…
	4	8	12	…	4k	…

(ii) താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന രൂപങ്ങളെ നിരീക്ഷിക്കുക

$$7 \times 9 = 9 \times 7,$$
$$23 \times 56 = 56 \times 23,$$
$$999 \times 888 = 888 \times 999$$

പൊതുവായി ഇതിനെ $a \times b = b \times a$, ഇവിടെ a, b യും ചരങ്ങളാണ്.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പദങ്ങളിലെ ചരങ്ങളെയും സ്ഥിരപദങ്ങളെയും കണ്ടെത്തുക:

$a, 11 - 3x, xy, -89, -m, -n, 5, 5ab, -5, 3y, 8pqr, 18, -9t, -1, -8$

2. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടികയെ പൂരിപ്പിക്കുക:

ക്രമം	വാച്യ പ്രസ്താവന	ബീജഗണിത പ്രസ്താവനകൾ
1.	x നേക്കാൾ 12 കൂടുതൽ	
2.		m – 7
3.		2p + 1
4.	y കൂടാതെ z ന്റെ തുകയുടെ ഇരട്ടി	
5.		2k – 3
6.	x ന്റെയും y ന്റെയും ഗുണന ഫലത്തിൽ നിന്ന് 5 കുറവ്	

കുറിപ്പ്: ബിജിയ പ്രസ്താവനകൾ ബീജഗണിത വ്യാജകം എന്നു അറിയപ്പെടുന്നു

3.1 മുഖവുര

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സാഹചര്യങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക മുരുകന്റെ അമ്മ 1kg പഞ്ചസാര വാങ്ങാനായി അവന്റെ കയ്യിൽ ₹100 കൊടുത്തു. കടക്കാരൻ അവന് ₹58 തിരികെ നൽകിയെങ്കിൽ പഞ്ചസാരയുടെ വില എത്ര?

മറ്റൊരു സാഹചര്യം നോക്കാം ജയശ്രീ അവളുടെ ജന്മദിനത്തിൽ തന്റെ കൂട്ടുകാർക്ക് മിഠായി നൽകാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു അവളുടെ പിഗ്ഗി ബാങ്കിൽ ₹190 ഉണ്ട് അതുകൊണ്ട് അവൾക്ക് 95 മിഠായികൾ വാങ്ങാൻ സാധിക്കുമെങ്കിൽ ഒരു മിഠായിയുടെ വില എത്ര?

ചിത്രം. 3.1

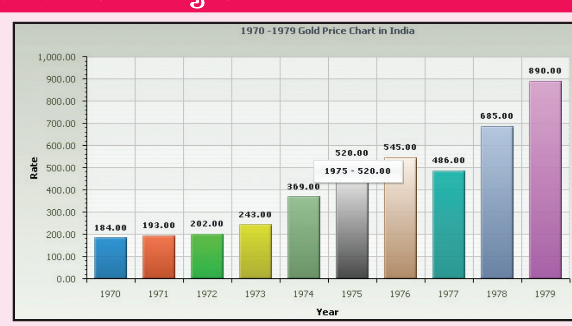
നിങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം ലഭിച്ചോ? എങ്ങനെ ലഭിച്ചു?

100 – 58 = ?, 190 ÷ 95 = ? ഇങ്ങനെയുള്ള സമീകരണങ്ങൾ രൂപീകരിച്ചു കാണും അല്ലേ ഇവരണ്ടിലും അറിയാത്ത മൂല്യത്തിനു പകരം “?” ഉപയോഗിച്ചു. ”?” ഉപയോഗിക്കുന്നതിനുപകരം x, y, a, b ... ഇങ്ങനെയുള്ള അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്

ഇതുപോലെ അറിയാത്ത മൂല്യങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്ന വിധം പ്രതിപാദിക്കുന്ന വളരെ രസകരമായ ഗണിതശാസ്ത്ര ശാഖയെ കുറിച്ച് നമുക്ക് കൂടുതലായി പഠിക്കാം

സജീവമായ ഗണിതം - ബീജഗണിതം നിത്യജീവിതത്തിൽ

സ്വർണ്ണ നാണയത്തിന് തൂക്കം



സ്വർണ്ണത്തിന്റെ വില

3.2 പദങ്ങൾ കൂടാതെ ഗുണാങ്കങ്ങൾ

സ്ഥിര പദങ്ങളെയും ഗണിത ക്രിയകളാക്കിയ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും ഉപയോഗിച്ച് ചേർത്തെഴുതിയാൽ അതൊരു **ബീജഗണിത വ്യംജകമകുന്നു**

ഉദാഹരണമായി 6x + 1 എന്ന് വ്യംജകം കിട്ടുന്നതിന് 6x കൂടാതെ 1 എന്നീ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളെ കൂട്ടണം ഇവിടെ 6x കൂടാതെ 1 എന്നത് **പദങ്ങൾ** ആകുന്നു ഇതിൽ 6x എന്നത് ഒരു ചരവും കൂടാതെ ഒന്ന് എന്നത് ഒരു സ്ഥിര പദവും ആകുന്നു ഇതിൽ പദങ്ങളുടെ ഗുണനം സാധ്യമല്ല 6, x എന്നത് 6x എന്ന പദത്തിന്റെ രണ്ടു ഘടകങ്ങൾ എന്ന് പറയാം

അതുപോലെ 3ab + 5c, എന്ന വ്യംജകത്തിൽ 3ab, 5c എന്നത് രണ്ട് പദങ്ങളാകുന്നു 3, a കൂടാതെ b എന്നത് 3ab എന്ന പദത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളാകുന്നു ഇതേപോലെ 5 കൂടാതെ c എന്നത് 5c യുടെ ഘടകങ്ങളാകുന്നു

അടുത്തതായി ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിലുള്ള പദങ്ങളെ കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കാൻ ശ്രമിച്ചു നോക്കാം

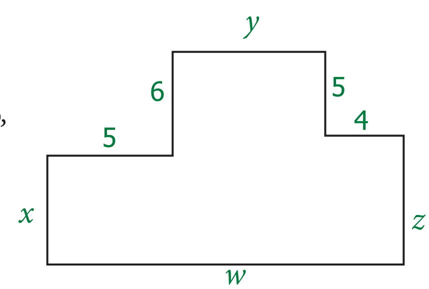
ചിത്രം 3.2 നിരീക്ഷിക്കുക

തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക?

ചുറ്റളവ്, *'P'* = x + 5 + 6 + y + 5 + 4 + z + w മാത്രകൾ,

= x + y + z + w + (5 + 6 + 5 + 4)

= x + y + z + w + 20,



ചിത്രം. 3.2

ഇവിടെ x, y, z, w എന്നത് ചരങ്ങളും കൂടാതെ 20 എന്നത് സ്ഥിര പദവും ആണ്.

മുകളിലുള്ള വ്യംജകത്തിന്റെ 5 പദങ്ങളും സങ്കലനമുപയോഗിച്ച് യോജിപ്പിക്കുന്നു

6x – 5y + 3 എന്നത് വേറൊരു ഉദാഹരണം പദങ്ങളെ കണ്ടുപിടിക്കാൻ 6x + (–5y)+3 എന്നെഴുതാം ഇവിടെ 6x, (–5y) കൂടാതെ 3 എന്നത് പദങ്ങളാകുന്നു ഒരു വ്യംജകത്തിൽ ഒന്നോ,രണ്ടോ,മൂന്നോ അല്ലെങ്കിൽ അതിലധികമോ പദങ്ങൾ ഉണ്ടാകാം.

ചിന്തിക്കുക

ഗുണനം കൂടാതെ ഹരണം ഉപയോഗിച്ച് പദങ്ങളെ യോജിപ്പിക്കാൻ സാധിക്കുമോ?

താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നായിരിക്കാം പദങ്ങൾ:

i) സ്ഥിരപദങ്ങൾ 8, –11, 7, –1,...

ii) ഒരു ചരം x,a,p,y,...

iii) രണ്ടോ അതിലധികമോ ചരങ്ങളുടെ ഗുണഫലങ്ങൾ xy, pq, abc, ...

iv) സ്ഥിരപദം കൂടാതെ ചരം/ ചരങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 5x, –7pq, 3abc,...

കുറിപ്പ്

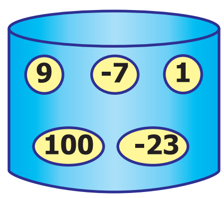
ഒരു ബീജഗണിതത്തിൽ ഒരു പദമോ, രണ്ട് പദങ്ങളോ അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടിലധികം പദങ്ങളോ ഉണ്ടായിരിക്കാം. ഒരു പദം മാത്രമുള്ള ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെ **ഏകപദവ്യംജകമെന്നും**. രണ്ട് പദങ്ങളുള്ള വ്യംജകത്തെ **ദ്വിപദവ്യംജകമെന്നും**. മൂന്ന് പദങ്ങളുള്ള വ്യംജകത്തെ **ത്രിപദവ്യംജകമെന്നും** പറയുന്നു ഒന്നോ അതിലധികമോ പദങ്ങളുള്ള വ്യംജകത്തെ **ബഹുപദവ്യംജകമെന്നും** പറയുന്നു ഉദാഹരണമായി 2x എന്നത് **ഏകപദവ്യംജകവും** 2x + 3y എന്നത് **ദ്വിപദവ്യംജകവും** 2x + 3y + 4z എന്നത് **ത്രിപദവ്യംജകവും** ആകുന്നു മുകളിലുള്ള എല്ലാ വ്യംജകങ്ങളും ബഹുപദവ്യംജകങ്ങൾ ആകുന്നു

പ്രവർത്തി

ചരങ്ങളെയും സ്ഥിരപദങ്ങളെയും പറ്റി കൂടുതൽ മനസ്സിലാക്കാനായി താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തി ചെയ്യാം

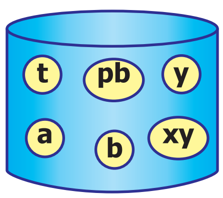
രണ്ട് കൂടയിലുള്ള കാർഡുകളെ പരിഗണിക്കുക സ്ഥിരപദങ്ങളും മറ്റൊന്നിൽ ചരങ്ങളും ആകുന്നു ആദ്യത്തെ കൂടയിൽ നിന്ന് ഒരു സ്ഥിരപദവും രണ്ടാമത്തെ കൂടയിൽ നിന്ന് ചരത്തെയും എടുത്ത് ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഒരുപദം ലഭിക്കുന്നു ഇതിൽ നിന്നുള്ള ചരങ്ങളും സ്ഥിര പദങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് എല്ലാ പദങ്ങളും എഴുതുക

സ്ഥിരപദങ്ങൾ



(കൂട – 1)

ചരങ്ങൾ



(കൂട – 2)

– 7a	100t				

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പദങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വ്യംജകങ്ങളെ രൂപീകരിച്ച് പൂർത്തീകരിക്കുക ഒന്ന് നിങ്ങൾക്കായി ചെയ്തിരിക്കുന്നു

പദങ്ങൾ	ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങൾ			
7x, 2y, - 5z	7x + 2y	2y - 5z	7x - 5z	7x + 2y - 5z
3p, 4q, 5r				
9m, n, - 8k				
a, - 6b, 3c				
12xy, 9x, -y				

ഉദാഹരണം 3.1 തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ചരങ്ങൾ പദങ്ങൾ കൂടാതെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങളെ തിരിച്ചറിയുക:
(i) $12 - x$ (ii) 7 + 2y (iii) 29+3x+5y (iv) 3x–5+7z

നിർദ്ധാരണം

ക്രമം	വ്യംജകങ്ങൾ	ചരങ്ങൾ	പദങ്ങൾ	പദങ്ങളുടെ എണ്ണം
(i)	12 - x	x	12, - x	2
(ii)	7 + 2y	y	7, 2y	2
(iii)	29 + 3x + 5y	x, y	29, 3x, 5y	3
(iv)	3x - 5 + 7z	x, z	3x, - 5, 7z	3

3.2.1 ഒരു പദത്തിന്റെ ഗുണാങ്കം

ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ പദമെന്നത് ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ആകുന്നു ഇവിടെ ഒരു ഘടകം അല്ലെങ്കിൽ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം എന്നത് ശേഷമുള്ള ഘടകങ്ങളുടെ **ഗുണാങ്കം** ആകുന്നു.

ഉദാഹരണമായി 5xy എന്ന പദത്തിൽ 5 എന്നത് ബാക്കിയുള്ള ഘടകമായ xy ന്റെ ഗുണാങ്കമാകുന്നു അതുപോലെ x എന്നത് 5Y ന്റെ ഗുണാങ്കവും, 5x എന്നത് Y ന്റെ ഗുണാങ്കവും ആകുന്നു സ്ഥിര പദം 5 എന്നത് **സംഖ്യ ഗുണാങ്കം** എന്നും മറ്റുള്ളവയെ ലളിതമായി ഗുണാങ്കാമെന്നും പറയുന്നു

ഒരു ഗുണാങ്കം എന്നത് ഒരു സംഖ്യ ഗുണാങ്കമോ അല്ലെങ്കിൽ ഒരു ബീജഗണിത ഘടകം അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടിന്റെയും ഗുണനമോ ആയിരിക്കും.

ഒരു പദത്തിന്റെ സംഖ്യ ഗുണാങ്കത്തെ കുറിച്ച് സംസാരിക്കുമ്പോൾ "ഗുണാങ്കം" എന്നാൽ മനസ്സിലാക്കേണ്ടത് സംഖ്യ ഗുണാങ്കം ആണ് ഒരു പദത്തിൽ സംഖ്യ ഗുണാങ്കം പ്രത്യക്ഷം അല്ലെങ്കിൽ അവിടെ ഗുണാങ്കം 1 എന്ന് കരുതണം

- 6ab എന്ന പദത്തിനെ പരിഗണിക്കുക ഇത് - 6, a കൂടാതെ b എന്നീ മൂന്ന് ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ആകുന്നു കൂടാതെ ഇത് രണ്ട് ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി അതായത് - 6a × b, - 6b × a കൂടാതെ - 6 × ab. എന്നിങ്ങനെ എഴുതാം

"a" യുടെ ഗുണാങ്കം - 6b ആകുന്നു

"b" യുടെ ഗുണാങ്കം - 6a ആകുന്നു

"ab" യുടെ ഗുണാങ്കം - 6 ആകുന്നു

അതായത് - 6 എന്നത് −6ab എന്ന പദത്തിന്റെ **സംഖ്യ ഗുണാങ്കം** ആകുന്നു

ഉദാഹരണം 3.2 താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പാദങ്ങളുടെ സംഖ്യാ ഗുണാങ്കങ്ങളെ കാണുക കൂടാതെ ഓരോ പദത്തിലുള്ള x ന്റെയും y ന്റെയും ഗുണാങ്കം കാണുക: 3x, - 5xy, - yz, 7xyz, y, 16yx.

നിർദ്ധാരണം

പദം	സംഖ്യ ഗുണാങ്കം	x ന്റെ ഗുണാങ്കം	y ന്റെ ഗുണാങ്കം
3x	3	3	സാധ്യമല്ല
- 5xy	- 5	- 5y	- 5x
- yz	- 1	സാധ്യമല്ല	- z
7xyz	7	7yz	7xz
y	1	സാധ്യമല്ല	1
16yx	16	16y	16x

3.3 സദൃശ പദങ്ങളും അസദൃശ പദങ്ങളും

നിങ്ങൾ മാർക്കറ്റിൽ പോയാൽ അവിടെ ഒരേ തരം പച്ചക്കറികളും പഴങ്ങളും വേവ്വേറെ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നത് കാണാം ഇതുപോലെ ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിലെ ഓരേ മാതിരിയുള്ള പദങ്ങളെ ഒന്നായി എഴുതാം

ചിത്രം. 3.3

ചിത്രം. 3.4

ഉദാഹരണമായി, 7x + 5x + 12x – 16 എന്ന് വ്യംജകത്തിലുള്ള നാല് പദങ്ങളിൽ ആദ്യ മൂന്ന് പദങ്ങൾക്ക് ഓരോ ചരം x മാത്രം കാണാം ആയതിനാൽ 7x, 5x കൂടാതെ 12x എന്നിവ സദൃശ പദങ്ങളാണ്

മാത്രമല്ല 12x കൂടാതെ −16 എന്നിവയ്ക്ക് വ്യത്യസ്ത ചരങ്ങളാണ് ഉള്ളത് 12x ന്റെ ചരം x കൂടാതെ −16 ഒരു സ്ഥിരപദമാണ് ഇതേ രീതിയിലുള്ള പദങ്ങളെ അസദൃശ പദങ്ങളെന്നും എന്നും പറയാം

മറ്റൊരു ഉദാഹരണത്തിൽ 14xy−7y−12yx+5y−10, എന്ന വ്യംജകത്തിൽ −7y കൂടാതെ 5y എന്നിവ സദൃശ പദങ്ങൾ ആകുന്നു കൂടാതെ 14xy ,−12yx എന്നിവയും സദൃശ്യ പദങ്ങളാണ് പക്ഷേ 14xy, 7y കൂടാതെ −10 എന്നിവക്ക് വ്യത്യസ്തങ്ങളായ ചരങ്ങളാണുള്ളത് ഇതിനെ അസദൃശ പദങ്ങൾ എന്നും പറയുന്നു

വാചകത്തിൽ ഓരോ ചരം/(ചരങ്ങൾ) ഉള്ള പദങ്ങൾ സദൃശ പദങ്ങൾ അല്ലാത്തവ അസദൃശ പദങ്ങൾ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പ്രവർത്തി മൂലം ആദർശ് സദൃശ പദങ്ങളെയും അസദൃശ പദങ്ങളെയും കണ്ടുപിടിക്കാൻ സാധിക്കും

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ സദൃശപദങ്ങളെ കണ്ടുപിടിച്ച് ഗ്രൂപ്പാക്കുക

7xy, 19x, 1, 5y, x, 3yx, 15, −13y, 6x, 12xy, −5, 16y, −9x, 15xy, 23, 45y, −8y, 23x, −y, 11.

കുറിപ്പ്

xy കൂടാതെ yx എന്നിവ സദൃശ്യ പദങ്ങളാണ് എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ഗുണനത്തിന്റെ ക്രമവിനിമേയ സവിശേഷത മൂലം $x \times y = y \times x$. കൂടാതെ പദങ്ങളിൽ സങ്കലനത്തിന്റെ ക്രമവിനിമേയ് സവിശേഷത മൂലം $x + y = y + x$.

സദൃശ്യ പദങ്ങളെ കണ്ടെത്തുമ്പോൾ ഓർമ്മിക്കേണ്ടവ

(i) എല്ലാ പദങ്ങളിലും സംഖ്യാഗുണാങ്കത്തെ ഒഴിവാക്കുക

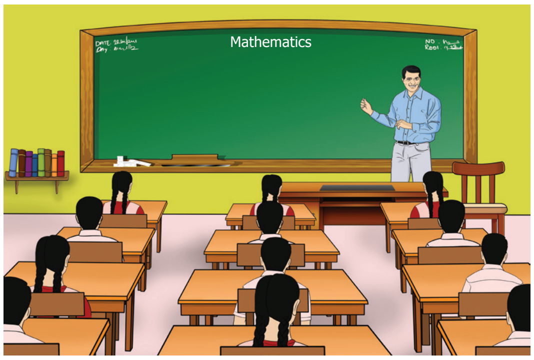
(ii) എല്ലാ പദങ്ങളിലുള്ള ബീജഗണിത ചരങ്ങളെ നിരീക്ഷിക്കുക അത് ഒരുപോലെയാണ് (ഇവിടെ ചരങ്ങളുടെ ഗുണന ക്രമം പരിഗണിക്കുന്നില്ല)

3.4 ബീജഗണിതത്തിന്റെ മൂല്യം

ചില സമയങ്ങളിൽ ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യങ്ങൾ നിർണ്ണയിക്കാൻ ചരങ്ങൾക്ക് കൃത്യമായ സ്ഥിര സംഖ്യകൾ കൊടുക്കേണ്ടിവരും യഥാർത്ഥജീവിതത്തിൽ ഈ സാഹചര്യം പലഇടങ്ങളിൽ ഉയർന്നുവരുന്നു

ഉദാഹരണത്തിന്, 7 -ാം ക്ലാസ് അധ്യാപിക ഒരു മത്സരത്തിനായി 10 വിദ്യാർത്ഥികളെ തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. എങ്കിൽ അവർക്ക് ആൺകുട്ടികളേയോ, പെൺകുട്ടികളേയോ തെരഞ്ഞെടുക്കാം.

ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം x എന്നും, പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം y എന്നും, പങ്കാളികളുടെ എണ്ണം $x + y$ എന്നും ബീജഗണിത വ്യംജകം ആയിരിക്കും.



ചിത്രം. 3.5

ഇവിടെ തെരഞ്ഞെടുത്ത വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം 10 ആണെങ്കിൽ അതിൽ രണ്ട് പെൺകുട്ടികൾ മാത്രമേ പങ്കെടുക്കുവാൻ താൽപര്യപ്പെടുന്നു എങ്കിൽ എത്ര ആൺകുട്ടികളെ തിരഞ്ഞെടുക്കാം? ഇവിടെ $y = 2$ എങ്കിൽ $x + 2 = 10$ ഇതിൽ $x = 8$ എന്ന മൂല്യം ഈ സമീകരണത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നു എങ്കിൽ ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം 8 ആകുന്നു

മൂല്യം: സ്വീകരിക്കുന്നതിനുള്ള ഘട്ടങ്ങൾ പിന്തുടരുക

ഘട്ടം – 1 പ്രശ്നം പഠിക്കുക ചരങ്ങളെ നിർണയിച്ച ബീജഗണിത വ്യംജകം എഴുതുക

ഘട്ടം – 2 തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ചരങ്ങളെ നീക്കിയാൽ സംഖ്യ വ്യംജകം ലഭിക്കും

ഘട്ടം – 3 **BIDMAS** രീതി ഉപയോഗിച്ച് സംഖ്യ വ്യംജകത്തെ ലഘൂകരിക്കാം

ഘട്ടം – 4 ലഭിച്ചിരിക്കുന്ന മൂല്യമാണ് ആ വ്യംജകത്തിന്റെ ശരിയായ മൂല്യം

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന വ്യംജകങ്ങളുടെ മൂല്യങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ശ്രമിക്കുക $p = 5$ കൂടാതെ $q = 6$ ആണെങ്കിൽ

i) $p + q$ ii) $q - p$ iii) $2p + 3q$ iv) $pq - p - q$ v) $5pq - 1$

ഉദാഹരണം 3.3

$x = 3, y = 2$ ആണെങ്കിൽ (i) $4x + 7y$ (ii) $3x + 2y - 5$ (iii) $x - y$ എന്നിവയുടെ വില കാണുക

നിർദ്ധാരണം

i) $4x + 7y = 4(3) + 7(2) = 12 + 14 = 26$

ii) $3x + 2y - 5 = 3(3) + 2(2) - 5 = 9 + 4 - 5 = 8$

iii) $x - y = 3 - 2 = 1$

7XCIM

ഉദാഹരണം 3.4

$m = 2, n = -1$ എങ്കിൽ (i) $3m + 2n$ (ii) $2m - n$ (iii) $mn - 1$, എന്നിവയുടെ വില കാണുക

നിർദ്ധാരണം

i) $3m + 2n = 3(2) + 2(-1) = 6 - 2 = 4$

ii) $2m - n = 2(2) - (-1) = 4 + 1 = 5$

iii) $mn - 1 = (2)(-1) - 1 = -2 - 1 = -3$

അഭ്യാസം 3.1

1. പൂരിപ്പിക്കുക

   (i) $16x - 7$ എന്ന വ്യംജകത്തിലെ ചരം _________.

   (ii) $2y - 6$ എന്ന വ്യംജകത്തിലെ സ്ഥിരപദം __________.

   (iii) $25m + 14n$, എന്ന വ്യംജകത്തിലെ പദങ്ങൾ_________ ആകുന്നു

   (iv) $3ab + 4c - 9$ എന്ന വ്യംജകത്തിലുള്ള പദങ്ങളുടെ എണ്ണം _________

   (v) $-xy$ ലെ സംഖ്യ ഗുണാങ്കം _________ ആകുന്നു

2. ശരിയോ തെറ്റോ പറയുക

   (i) $x + (-x) = 0$

(ii) 15abc എന്ന പദത്തിലെ ab യുടെ ഗുണാങ്കം 15 ആണ്

(iii) 2pq കൂടാതെ 7qp സദൃശ്യ പദങ്ങളാണ്

(iv) $y = -1$ എങ്കിൽ $2y - 1$ എന്ന വ്യംജകത്തിന്റെ മൂല്യം 3 ആകുന്നു

3. തന്നിരിക്കുന്ന പദങ്ങളിലെ സംഖ്യ ഗുണാങ്കം കാണുക: −3yx, 12k, y, 121bc, – x, 9pq, 2ab

4. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന വ്യംജകത്തിലെ ചരങ്ങൾ, സ്ഥിരപദങ്ങൾ കൂടാതെ പദങ്ങൾ എഴുതുക

(i) $18 + x - y$ (ii) $7p - 4q + 5$ (iii) $29x + 13y$ (iv) $b + 2$

5. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വയിൽ സദൃശ്യ പദങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക: 7x, 5y, −8x, 12y, 6z, z, −12x, −9y, 11z.

6. $x = 2$ കൂടാത്യെ $y = 3$, ആണെങ്കിൽ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യംജകങ്ങളുടെ മൂല്യം കാണുക?

(i) $2x - 3y$ (ii) $x + y$ (iii) $4y - x$ (iv) $x + 1 - y$

ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

7. x ന്റെയും y ന്റെയും തുകയുടെ മൂന്ന് മടങ്ങ് എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ ബീജഗണിത പ്രസ്താവന

(i) $3(x + y)$ (ii) $3 + x + y$ (iii) $3x + y$ (iv) $3 + xy$

8. −7mn ന്റെ സംഖ്യാ ഗുണാങ്കം

(i) 7 (ii) −7 (iii) p (iv) −p

9. സദൃശപദങ്ങളുടെ ജോഡികളെ തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

(i) 7p, 7x (ii) 7r, 7x (iii) −4x, 4 (iv) −4x, 7x

10. $a = 3, b = 2$ എങ്കിൽ $7a - 4b$ യുടെ മൂല്യം

(i) 21 (ii) 13 (iii) 8 (iv) 32

3.5 ബീജഗണിത വാചകങ്ങളുടെ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും

ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളെ പറ്റി നാം പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു ഇപ്പോൾ ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും മനസ്സിലാക്കാം.

സാഹചര്യം I: കണ്ണന്റെ കൈവശം ഉള്ള മുത്തിനേക്കാൾ അരവിന്ദന്റെ കയ്യിൽ 20 മുത്തുകൾ കൂടുതലുണ്ട് കണ്ണിന്റെയും അരവിന്ദന്റെയും കൈവശം ഉള്ളതിനേക്കാൾ മൂന്ന് മടങ്ങ് കൂടുതൽ മുത്തുകൾ കവിതയുടെ കൈവശമുണ്ട് എങ്കിൽ കവിതയുടെ കൈവശമുള്ള മുത്തുകൾ എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാം

മൂന്ന് ആൾക്കാർ 3 അജ്ഞാത അളവുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടുണ്ടങ്കിലും നമ്മൾ ഒരു ചരക്കത്തിനെ ഉപയോഗിക്കപ്പെടുത്തുന്നു കാരണം മൂന്ന് ആളുകളും ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു

കണ്ണന്റെ കൈവശമുള്ള മുത്തുകളെ x എന്നും അരവിന്ദന്റെ കൈവശം കണ്ണന്റെ കൈവശം ഉള്ളതിനേക്കാൾ 20 മുത്തുകൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ അത് $x + 20$. എന്നും ആകുന്നു

കണ്ണന്റെയും അരവിന്ദന്റെയും കൈവശം ഉള്ളതിനേക്കാൾ മൂന്നു മുത്തുകൾ കൂടുതൽ കവിതയുടെ കൈവശമുണ്ടെങ്കിൽ കവിതയുടെ കൈവശമുള്ള മുത്തുകൾ $x+x+20+3$ ആകുന്നു

സാഹചര്യത്തെ വ്യത്യസ്തപ്പെടുത്തിയാൽ അരവിന്ദന്റെ കൈവശം കണ്ണന്റെ കൈവശം ഉള്ളതിനേക്കാൾ 20 മുത്തുകൾ കൂടുതൽ എന്നതിനുപകരം അരവിന്ദന്റെ കൈവശം കണ്ണന്റെ കൈവശം ഉള്ളതിനേക്കാൾ 20 മുത്തുകൾ കുറവ്

കണ്ണന്റെയും അരവിന്ദന്റെ യും കൈവശം ഉള്ളതിനേക്കാൾ മൂന്നു മുത്തുകൾ കൂടുതൽ കവിതയുടെ കൈവശമുണ്ടെങ്കിൽ കവിതയുടെ കൈവശമുള്ള മുത്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

ഇപ്പോൾ അരവിന്ദന്റെ കൈവശം $x - 20$ മുത്തുകൾ കവിതയുടെ കൈവശമുള്ള മുത്തുകളുടെ എണ്ണം $x + x - 20 + 3$. ആകുന്നു

ഉദാഹരണമായി, 8ab, 4ab കൂടാതെ 2ab എന്നിവ കൂട്ടുമ്പോൾ ഇവിടെ ab എന്നത് ചരവും ഗുണാങ്കങ്ങളെ മാത്രം കൂട്ടിയാൽ $8ab+ 4ab+2ab= 8ab + 4ab + 2ab = (8 + 4 + 2)\ ab = 14\ ab = 14ab$

ഇതേ രീതിയിൽ ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളെ കൂട്ടാം $11y + 7$ കൂടാതെ $5y - 3$ എന്നീ വ്യംജകങ്ങളെ കൂട്ടാൻ ശ്രമിക്കാം. ഇവിടെ 11y, 5y എന്നിവ y ചരമായുള്ള സദൃശ പദങ്ങളാണ് 7,–3 എന്നിവ സ്ഥിര പദങ്ങളാണ് (സദൃശ പദങ്ങൾ)

$$\text{എങ്കിൽ, } (11y + 7) + (5y - 3) = [11y + 5y] + [7 + (- 3)]$$
$$= (11 + 5)\ y + (7 - 3)$$
$$= 16y + 4.$$

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

പദങ്ങളെ കൂട്ടുക: i) 3p, 14p ii) m, 12m, 21m iii) 11abc, 5abc
iv) 12y, −y v) 4x, 2x, – 7x

ഉദാഹരണം 3.5 വ്യംജകങ്ങളെ കൂട്ടുക (i) $pq - 1$ and $3pq + 2$ (ii) $8x + 3$ and $1 - 7x$

നിർദ്ധാരണം

$$\text{i) } (pq - 1) + (3pq + 2) = (pq + 3pq) + (- 1 + 2)$$
$$= (1 + 3)pq + 1$$
$$= 4pq + 1$$
$$\text{ii) } (8x + 3) + (1 - 7x) = 8x + 3 + 1 - 7x$$
$$= (8x - 7x) + (3 + 1)$$
$$= (8 - 7)\ x + 4$$
$$= x + 4.$$

പദങ്ങളുടെ വ്യവകലനം എന്നത് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വ്യവകലനം ചെയ്യുന്നതുപോലെ സങ്കലന വിപരീതം ഉപയോഗിച്ച് കൂട്ടി ചെയ്യാം. ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങൾ വ്യവകലനം മനസ്സിലാക്കുന്നതിന് ഏകപദ വ്യംജകത്തിന്റെ വ്യവകലനം കാണാം

ഉദാഹരണമായി, 12y ൽ നിന്ന് 6y നെ കുറക്കാൻ (– 6y) കൂടാതെ 12y നെ കൂട്ടണം

$$`12y + (- 6y) = 12y - 6y$$
$$= (12 - 6)y = 6y.$$

എങ്കിൽ 3mn ൽ നിന്നും −mn നെ കുറക്കാൻ −mn ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം mn ആകുന്നു ആയതിനാൽ mn നേയും 3mn നേയും കൂട്ടുക അപ്പോൾ, $3mn + mn = (3 + 1)mn = 4mn$.

ഇതുപോലെ, രണ്ട് ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളെ കുറക്കാം ഉദാഹരണമായി $25a + 11$ ൽ നിന്നും $13a - 2$ നെ കുറയ്ക്കാൻ, $25a + 11$ ന്റെ കൂടെ $13a - 2$ ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം കൊണ്ട് കൂട്ടണം

$13a - 2$ ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം $(-(13a-2) = -13a + 2\ )$

ആയതുകൊണ്ട്, $25a + 11 - (13a - 2) = (25a + 11) + (-13a + 2)$

$= (25a - 13a) + (11 + 2)$

$= 12a + 13$

കുറിപ്പ്

1. $4y$ നെ കുറക്കുന്നത് $-4y$ നെ കൂട്ടണം അതുപോലെ $-11x$ നെ കുറക്കാൻ $11x$ നെ കൂട്ടണം

2. 3 ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം -3 എന്നറിയാം ഇതുപോലെ x ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം $- x$ ആകുന്നു അതായത് $x, - x$ എന്നിവയ്ക്ക് ഓരോ സംഖ്യാമൂല്യമാണുള്ളത് പക്ഷേ വിപരീത അടയാളമാണ് $x + (-x) = 0$. പക്ഷേ, $x - (-x) = x + x = 2x$.

ഉദാഹരണം 3.6 കുറയ്ക്കുക: i) $11pq$ –ൽ നിന്ന് $7pq$ ii) a –ൽ നിന്ന് $-a$ iii) $21x + 9$ –ൽ നിന്ന് $5x + 7$

നിർദ്ധാരണം

i) $11pq - 7pq$, $7pq$ -ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം $-7pq$

$11pq + (-7pq) = 11pq - 7pq = (11 - 7)pq = 4pq$

ii) $a - (-a)$, $-a$ -ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം a.

എങ്കിൽ, $a + a = 2a$

iii) $21x + 9 - (5x + 7)$, $5x + 7$ -ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം $- (5x + 7)$.

$(21x + 9) + [- (5x + 7)] = (21x + 9) - (5x + 7)$

$= 21x + 9 - 5x - 7$

$= (21 - 5)x + (9 - 7)$

$= 16x + 2.$

ചിന്തിക്കുക

$3x + (y - x) = 3x + y - x$. എങ്കിൽ,, $3x - (y - x) \neq 3x - y - x$. എന്തുകൊണ്ട്?

ഉദാഹരണം 3.7 ലഘൂകരിക്കുക: $100x + 99y - 98z + 10x + 10y + 10z - x - y + z$

നിർദ്ധാരണം തന്നിട്ടുള്ള ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിൽ x, y, z എന്നിവ ചരങ്ങളാണ്

സദൃശ പദങ്ങളെ ഗ്രൂപ്പാക്കാം

$100x + 99y - 98z + 10x + 10y + 10z - x - y + z$

$= (100x + 10x - x) + (99y + 10y - y) + (-98z + 10z + z)$

$= (100 + 10 - 1)x + (99 + 10 - 1)y + (-98 + 10 + 1)z$

$= (110 - 1)x + (109 - 1)y + (-98 + 11)z$

$= 109x + 108y + (-87)z$

$= 109x + 108y - 87z.$

കുറിപ്പ്

ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളെ കൂട്ടാനും കുറയ്ക്കാനും സദൃശ പദങ്ങളെ ഒന്നിന്നു പിന്നിൽ അടുത്തത് സമാന്തരമായി ബ്രാക്കറ്റു ഉപയോഗിച്ച് എഴുതണം അല്ലെങ്കിൽ ഒന്നിനു താഴെ ഒന്നിനെ എഴുതണം.

ഉദാഹരണം 3.8 i) കൂട്ടുക: 3x − 4y + z കൂടാതെ 2x − z + 3y ii) കുറയ്ക്കുക 4x + 3y ൽ നിന്ന് 2x − 5y

നിർദ്ധാരണം

i) $(3x - 4y + z) + (2x - z + 3y)$

$= (3x + 2x) + (-4y + 3y) + (z - z)$

$= (3 + 2)x + (-4 + 3)y + (1 - 1)z$

$= 5x - 1y + 0z$

$= 5x - y.$

മറ്റൊരു രീതി :

	$3x$	$-4y$	$+z$
(+)	$2x$	$+3y$	$-z$
	$5x$	$-y$	$+0$

ii) $(4x + 3y) - (2x - 5y)$

$= (4x + 3y) + (-2x + 5y)$

$= (4x - 2x) + (3y + 5y)$

$= (4 - 2)x + (3 + 5)y$

$= 2x + 8y.$

മറ്റൊരു രീതി :

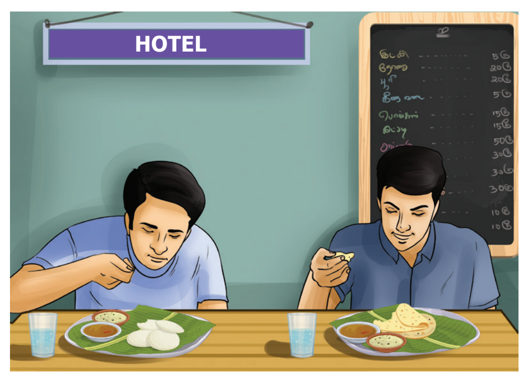
	$4x$	$+3y$
(−)	$+2x$	$-5y$
	(−)	(+)
	$+2x$	$+8y$

ചിന്തിക്കുക

ഒരു സംഖ്യയുടെ മൂന്ന് മടങ്ങിൽ നിന്ന് അതേ സംഖ്യയുടെ രണ്ട് മടങ്ങിനെ കുറച്ചാൽ എന്ത് ലഭിക്കും?

ഉദാഹരണം 3.9

മണിയും അവന്റെ കൂട്ടുകാരൻ മുഹമ്മദും ഒരു ഹോട്ടലിൽ രാത്രി ഭക്ഷണം കഴിക്കാൻ പോയി മണി 2 ഇഡലിയും 2 ദോശയും മുഹമ്മദ് 4 ഇഡലിയും 1 ദോശയും കഴിച്ചു. ഒരു ഇഡലിയുടെ വില x എന്നും, ഒരു ദോശയുടെ വില y എന്നും എടുത്താൽ അടയ്ക്കേണ്ട വില x, y ൽ കാണുക



ചിത്രം. 3.6

നിർദ്ധാരണം

തന്നിട്ടുള്ളത്, ഒരു ഇഡലിയുടെ വില 'x' കൂടാതെ ഒരു ദോശയുടെ വില 'y'

മണിക്ക് അടയ്ക്കേണ്ട തുക: $(2 \times x) + (2 \times y) = (2x + 2y)$

മുഹമ്മദ് അടക്കേണ്ട തുക: $(4 \times x) + (1 \times y) = 4x + y$

ആകെ തുക $= (2x + 2y) + (4x + y)$

$= (2 + 4)x + (2 + 1)y = 6x + 3y.$

മറ്റൊരു രീതി :

ആകെ, അവർ 2+ 4 = 6 ഇഡലികൾ. i.e. $6 \times x = 6x$

കൂടാതെ 2 + 1 = 3 ദോശകൾ. i.e. $3 \times y = 3y$

∴ആകെ അടയ്ക്കേണ്ട തുക $= 6x + 3y.$

ഉദാഹരണം 3.10

ആദ്യദിവസം റാണി ₹200 സമ്പാദിക്കുന്നു അതിൽ നിന്ന് കുറച്ചു തുക വൈകുന്നേരം ചെലവഴിക്കുന്നു രണ്ടാം ദിവസം ₹300 സമ്പാദിക്കുന്നു അതിൽനിന്ന് ആദ്യദിവസം ചെലവഴിച്ചതിന്റെ രണ്ടിരട്ടി ചെലവാക്കുന്നു മൂന്നാം ദിവസം ₹400 സമ്പാദിക്കുന്നു അതിൽനിന്ന് ആദ്യദിവസം ചെലവഴിച്ചതിന്റെ നാല് മടങ്ങ് ചെലവഴിക്കുന്നു മൂന്നാമത്തെ ദിവസത്തിന്റെ അവസാനമുള്ള തുകയെ ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിൽ എഴുതുക

നിർദ്ധാരണം

ആദ്യദിവസം സമ്പാദിച്ച തുക ₹200

ആദ്യദിവസം ചെലവഴിച്ച തുക ₹x എന്നിരിക്കട്ടെ എങ്കിൽ ആദ്യദിവസവസാനമുള്ള തുക (200 – x) ആകുന്നു.

രണ്ടാംദിവസം സമ്പാദിച്ച തുക ₹300 എങ്കിൽ രണ്ടാം ദിവസം ചെലവഴിച്ച തുക ₹2x ആകുന്നു രണ്ടാം ദിവസാവസാനം കൈവശമുള്ള തുക 300 – 2x ആകുന്നു.

ഇതുപോലെ മൂന്നാം ദിവസം അവസാനം കൈവശമുള്ള തുക 400 – 4x ആകുന്നു.

$\therefore$ മൂന്നാം ദിവസം അവസാനം കൈവശമുള്ള ആകെ തുക (200 – x) + (300 – 2x) + (400 – 4x)ആകുന്നു

$\therefore$ 200 + 300 + 400 + (– 1 – 2 – 4)x

= 900 + (–7)x

ആയതുകൊണ്ട് ആവശ്യമുള്ള ബീജഗണിത വ്യംജകം 900 – 7x ആണ്.

പ്രവർത്തി

ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് ചെയ്യാവുന്ന മാജിക് സംഖ്യ ആണ് ഇവിടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്

നിങ്ങൾക്ക് ഇഷ്ടപ്പെട്ട ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യ തെരഞ്ഞെടുക്കുക	അത് 2 ആണെങ്കിൽ	അത് 3 ആണെങ്കിൽ	അത് 4 ആണെങ്കിൽ	പൊതു പദം 'x'
സംഖ്യയോട് 2 നെ കൂട്ടുക	2 + 2 = 4	3 + 2 = 5	4 + 2 = 6	x + 2
തുകയെ 5 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക	4 × 5 = 20	5 × 5 = 25	6 × 5 = 30	5 (x + 2) = 5x + 10
ഗുണനഫലത്തോട് 10 കൂട്ടുക	20 + 10=30	25 + 10 = 35	30+10= 40	5x + 10 + 10 = 5x +20=5(x+4)
തുകയെ 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക	30/5 = 6	35/5 = 7	40/5 = 8	$\frac{5(x+4)}{5}$ = x + 4
യഥാർത്ഥ സംഖ്യയെ കുറയ്ക്കുക	6 - 2 = 4	7 - 3 = 4	8 - 4 = 4	x + 4 - x = 4
അന്തിമഫലം	4	4	4	4

എല്ലാവരും വിചാരിക്കുന്ന സംഖ്യ വ്യത്യസ്തമായിരുന്നാലും കിട്ടുന്ന ഫലം 4 തന്നെയായിരിക്കും നിങ്ങളുടെ സുഹൃത്തുക്കളുമായി ഈ നമ്പർ ഗെയിം കളിക്കുക അവരെ അതിശയിപ്പിക്കുക അവസാനത്തെ നിറയെ ബീജഗണിത വ്യംജകംമായി എഴുതുക. ഇത് നിരീക്ഷിച്ചിട്ട് സ്വന്തമായി നമ്പർ ഗെയിമുകൾ ചെയ്തു നോക്കുക.

അഭ്യാസം 3.2

1. പൂരിപ്പിക്കുക

(i) $-7b$ കൂടാതെ $2b$ യുടെ തുക ___________

(ii) $-3m$ ൽ നിന്ന് $5m$ നെ കുറച്ചാൽ ___________

(iii) $-37xyz$ ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം ___________

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്നെഴുതുക

(i) $8x + 3y$ കൂടാതെ $7x + 2y$ നെ കൂട്ടാൻ സാധിക്കില്ല

(ii) x എന്നത് ഒരു നിസർഗ്ഗ സംഖ്യയാണെങ്കിൽ $x + 1$ എന്നത് അതിന്റെ പരവർത്തിയാണ്

(iii) $a - b + c$ കൂടാതെ $-a + b - c$ ന്റെ തുക പൂജ്യമാണ്

3. കൂട്ടുക: (i) $8x, 3x$ (ii) $7mn, 5mn$ (iii) $-9y, 11y, 2y$

4. കുറയ്ക്കുക:

(i) $12k$ ൽ നിന്ന് $4k$ (ii) $25q$ ൽ നിന്ന് $15q$ (iii) $17xy$ ൽ നിന്ന് $7xyz$

5. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വ്യംജകങ്ങളുടെ തുക കാണുക

(i) $7p + 6q, 5p - q, q + 16p$

(ii) $a + 5b + 7c, 2a + 10b + 9c$

(iii) $mn + t, 2mn - 2t, -3t + 3mn$

(iv) $u + v, u - v, 2u + 5v, 2u - 5v.$

(v) $5xyz - 3xy, 3zxy - 5yx$

6. കുറയ്ക്കുക

(i) $27x + 5y - 43$ -ൽ നിന്ന് $13x + 12y - 5$

(ii) $p - 2q + 7$-ൽ നിന്ന് $3p + 5$

(iii) $3m - 7n$ -ൽ നിന്ന് $m + n.$

(iv) $z - 5y$-ൽ നിന്ന് $2y + z.$

7. ലഘൂകരിക്കുക

(i) $(x + y - z) + (3x - 5y + 7z) - (14x + 7y - 6z)$

(ii) $p + p + 2 + p + 3 - p - 4 - p - 5 + p + 10$

(iii) $n + (m + 1) + (n + 2) + (m + 3) + (n + 4) + (m + 5)$

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക

8. $3mn, -5mn, 8mn$ കൂടാതെ $-4mn$ ന്റെ തുക

(i) mn (ii) $-mn$ (iii) $2mn$ (iv) $3mn$

9. $-a$ൽ നിന്ന് a കുറച്ചാൽ ________ കിട്ടും

(i) 0 (ii) $2a$ (iii) $-2a$ (iv) $-a$

10. ഒരു വ്യംജകത്തിൽ നമുക്ക് __________ മാത്രമേ കൂട്ടാനും കുറയ്ക്കാനും സാധിക്കുകയുള്ളൂ

(i) സദൃശ പദങ്ങൾ (ii) അദൃശ പദങ്ങൾ (iii) എല്ലാ പദങ്ങളും (iv) ഇവയൊന്നുമല്ല

3.6 ലഘുരേഖീയ സമവാക്യങ്ങൾ

ഇനി നമുക്ക് ലഘുരേഖീയ സമവാക്യങ്ങളുടെ രൂപീകരണവും അവ നിർധാരണം ചെയ്യുന്ന വിധവും പഠിക്കാം

3.6.1. രേഖീയ സമവാക്യങ്ങളുടെ രൂപീകരണം

7x + 3 എന്ന ബീജഗണിത വാക്യം പരിഗണിക്കുക ഇവിടെ ചരം x ആകുന്നു

x = 2 എങ്കിൽ വ്യംജകത്തിന്റെ വില $(7 \times 2) + 3 = 14 + 3 = 17$ ആയി മാറുന്നു.

ഇതിനെ, x = 2, 7x + 3 = 17 എന്നെഴുതാം 7x+3 = 17 ഒരു സമീകരണം ആകുന്നു

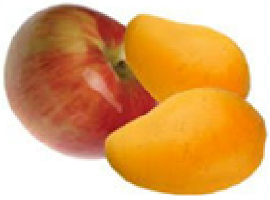
കൂടാതെ x ന് 2 അല്ലാത്ത വേറൊരു മൂല്യം 7x+3=17 എന്ന വ്യവസ്ഥയെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നില്ല അതുകൊണ്ട് x=2 നെ 7x+3=17 എന്ന വാചകത്തിന്റെ **നിർദ്ദാരണം** എന്ന് പറയുന്നു.

ഒരു സമീകരണം ഒന്നില്ലെങ്കിൽ ഒരു സംഖ്യയോ അല്ലെങ്കിൽ മറ്റൊരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തോടെ ആണ് എപ്പോഴും സമികരിക്കുന്നത് '=' ചിഹ്നത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തിന്റെ മൂല്യം വലതുവശത്തെ മൂല്യത്തോട് തുല്യം എന്നാണ് സമചിഹ്നം സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. മുകളിൽ പറഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിൽ ഇടതുവശം ഉള്ള 7x+3 എന്ന വ്യംജാകം വലതുവശത്തെ 17 എന്ന സ്ഥിര സംഖ്യയോട് തുല്യമാണ്.

പൊതുവായി പറഞ്ഞാൽ ഒരു **സമീകരണത്തിന്റെ** RHS(വലതുവശം) ഒരു സംഖ്യയാണ്. ഇത് എപ്പോഴും ശരിയാകണംമെന്നില്ല ഉദാഹരണമായി 7x+3=3x-1ൽ 7x+3 സമത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തും 3x-1 വലതുവശത്തും ആകുന്നു അതായത് RHS ചരമുള്ള വ്യംജകം ആകാം.

അടുത്തതായി നമുക്ക് മറ്റൊരു സാഹചര്യം നോക്കാം. അതായത് ചരങ്ങളുടെ യഥാർത്ഥ വില അറിയാതെ ഒരു വ്യംജകത്തിന്റെ വില അറിയാൻ കഴിയും.

10 കസേരകളും 4 മേശകളും കൂടി വില ₹4000 ഇവിടെ ഒരു കസേരയുടെയോ ഒരു മേശയുടെയോ വില തന്നിട്ടില്ല. ഒരു കസേരയുടെ വില ₹x എന്നും ഒരു മേശയുടെ വില ₹y എന്നും എടുക്കുക. അപ്പോൾ 10 കസേര കളുടെയും 4 മേശകളുടെയും വില 10x+4y അതുകൊണ്ട് 10x+4y= 4000. ഇത് x, y എന്നീ ചരങ്ങളിൽ ഉള്ള ഒരു സമവാക്യം ആണ്. ഇതിന്റെ മൂല്യം 4000 നമുക്ക് കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കാം.



ചിത്രം. 3.7

1. "1 ആപ്പിളിനും 2 മാങ്ങകൾക്കും കൂടി വില ₹120"

   ഒരു ആപ്പിളിന്റെ വില a യും ഒരു മാങ്ങയുടെ വില m ഉം എങ്കിൽ ആവശ്യപ്പെട്ട സമീകരണം a + 2m = 120.

2. "ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 50 സെ. മി"

   ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും യഥാക്രമം l, b എങ്കിൽ 2 (l + b) = 50.

3. "താമരക്ക് അവളുടെ സഹോദരി സെൽവിയെക്കാൾ 4 വയസ്സ് കൂടുതലാണ്. അവരുടെ വയസ്സുകളുടെ തുക 24"

   താമരയുടെയും സൽവിയുടെയും വയസ്സുകൾ ചരങ്ങളാണ്. അവരുടെ വയസുകൾ വ്യത്യാസം ആണെങ്കിൽ ഇത് ഒരു വയസ്സ് ചാരമായി കണക്കാക്കുന്നു. കാരണം താമരയുടെ വയസ്സ് സെൽവിയുടെ വയസ്സും ആയി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

   സെൽവിയുടെ വയസ്സ് 10 എങ്കിൽ താമരയുടെ വയസ്സ് 10 + 4 = 14. അതുപോലെ സെൽവിയുടെ വയസ്സ് x എങ്കിൽ താമരയുടെ വയസ്സ്x + 4

അങ്ങനെ നമുക്ക് ആ സമീകരണം x + (x + 4) = 24. എന്ന് എടുക്കാം. അതായത് 2x + 4 = 24.

അതുകൊണ്ട് ഒരു സമവാക്യം എന്നത് ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെ ഒരു സ്ഥിരപദത്തിനോടൊ മറ്റൊരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തോടൊ സമീകരിക്കുന്നതാണ്.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

തന്നിട്ടുള്ള പ്രസ്താവനകളെ ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളാക്കുക

1. ഒരു സംഖ്യയുടെ മൂന്നിൽ ഒന്നിന്റെയും 6 ന്റെയും തുക 10.
2. x ന്റെ 5 മടങ്ങിന്റെയും 3 ന്റെയും തുക 28
3. y യിൽ നിന്ന് 8 കുറച്ചാൽ 11
4. a വശമുള്ള സമചതുര ത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 16 സെ.മി
5. വെങ്കട്ടിന്റെ അമ്മയുടെ വയസ്സ് അവന്റെ വയസ്സ്ന്റെ 3 മടങ്ങി നേക്കാൾ 7 കൂടുതൽ അവന്റെ അമ്മയുടെ വയസ്സ് 43

3.6.2 ഒരു സമീകരണ ത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം

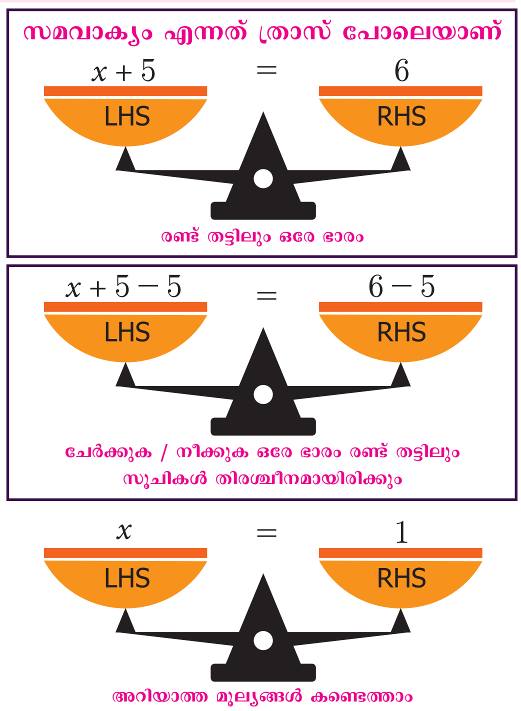
ഒരു സമീരണം എന്നത് ഒരു ത്രാസിനോട് ഉപമിക്കാം താസിന്റെ രണ്ട് തട്ടിലും ഓരേ ഭാരം വച്ചാൽ അതിന്റെ സൂചി തിരശ്ചീനം ആയിരിക്കും

രണ്ട് തട്ടിലും ഒരേപോലെ ഭാരം കൂടിയാൽ സൂചി തിരശ്ചീന മായിരിക്കും അതുപോലെ രണ്ടുതട്ടിലും ഒരുപോലെ ഭാരം കുറച്ചാലും സൂചി തിരശ്ചീനം ആയിരിക്കും

ഇതേ തത്ത്വമാണ് സമവാക്യത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണത്തിനും നാം ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

1. ഒരു സമീകരണത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലും ഒരേ സംഖ്യ കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്താൽ മൂല്യം മാറുന്നില്ല ഉദാഹരണമായി $x+5=12$ ഇരുവശങ്ങളിലും 5 കുറച്ച്ാൽ $x + 5 - 5 = 12 - 5$.

$x+0=7 \therefore x = 7$ [0 സങ്കലന അനന്യത ആയതുകൊണ്ട്]



ചിത്രം. 3.8

ചിന്തിക്കുക

എന്തുകൊണ്ട് നമ്മൾ 5 കുറച്ചു? എന്തുകൊണ്ട് രണ്ടു വശങ്ങളിലും 5 കൂട്ടിയില്ല (ചർച്ചചെയ്യുക)

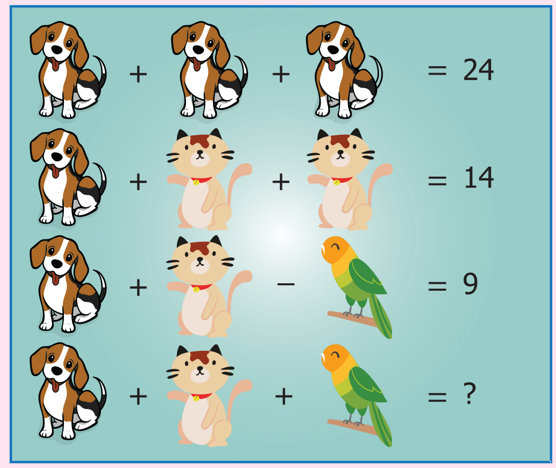
2. അതുപോലെ ഒരു സമവാക്യത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളെയും ഒരേ സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയോ ഹരിക്കുകയോ ചെയ്താൽ സമവാക്യം മാറുന്നില്ല ഉദാഹരണത്തിന് നിർധാരണം ചെയ്യുക 5y = 20 രണ്ടു വശങ്ങളിലും 5 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ

$$\frac{1}{5}\times 5y = \frac{1}{5}\times 20 \therefore\ y = \frac{20}{5},\ \therefore y = 4$$

3. ഒരു സമവാക്യത്തിലെ ഇടതു വശത്തെയും വലതുവശത്തെയും വ്യംജകങ്ങളെ പരസ്പരം മാറ്റിയാലും സമവാക്യം ഒരേ പോലെയാണ്. സമവാക്യം $7x + 3 = 17$ എന്നത് $17 = 7x + 3$ എന്നതിന് സമമാണ് അതെപോലെ $7x + 3 = 3x - 1$എന്ന സമവാക്യം $3x - 1 = 7x + 3$ എന്നതിന് സമമാണ്.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

നായ്ക്കൾ, പൂച്ചകൾ, പറവകൾ എന്നിവയെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ അവ കണ്ടെത്തുക. സമവാക്യങ്ങളിൽ ലഭിച്ചിട്ടുള്ള മൂല്യങ്ങൾ ഓരോന്നായി മാറ്റി പകരം ഉത്തരങ്ങൾ പരിശോധിക്കുക.



ഉദാഹരണം 3.11 അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് നിസർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ തുക 75 എങ്കിൽ സംഖ്യകൾ കാണുക

നിർദ്ധാരണം അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് നിസർഗ്ഗസംഖ്യകളാണ് തന്നിരിക്കുന്നത് സംഖ്യകൾ x കൂടാതെ x+1 എന്നിരിക്കട്ടെ

തന്നിട്ടുള്ളത്,

$$x + (x + 1) = 75$$

$$2x + 1 = 75$$

$$2x + 1 - 1 = 75 - 1$$ [ഇരുവശത്തും 1 കുറക്കണം]

$$2x + 0 = 74$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{74}{2}$$ [ഇരുവശത്തും 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കണം]

$x = 37$ കൂടാതെ $x + 1 = 38$

∴ സംഖ്യകൾ 37 കൂടാതെ 38 ആകുന്നു

ഉദാഹരണം 3.12

ഒരു വ്യക്തിയുടെ കൈവശം ₹1,₹5, ₹10 വീതമുള്ള 960 രൂപയുണ്ട് ഓരോ വിഭാഗത്തിലും ഉള്ള നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം തുല്ല്യമാണ് എങ്കിൽ ആകെ നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

നിർദ്ധാരണം ഓരോ വിഭാഗത്തിലുള്ള നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം x എന്നിരിക്കട്ടെ

എങ്കിൽ, $x + 5x + 10x = 960$

$$(1 + 5 + 10)x = 960$$

$$16x = 960$$

ഇരുവശങ്ങളിലും 16 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക,

$$\frac{16x}{16} = \frac{960}{16}$$

$$\therefore x = 60$$

ആയതിനാൽ, ഓരോ വിഭാഗത്തിലുമുള്ള നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം 60 ആകുന്നു

ഉദാഹരണം 3.13

ഒരു പരീക്ഷയിൽ ഒരു വിദ്യാർത്ഥി ശരി ഉത്തരം എഴുതിയാൽ 4 മാർക്കും തെറ്റായ ഉത്തരം എഴുതിയാൽ 1 മാർക്കും നഷ്ടമാകുന്നു വിദ്യാർത്ഥി 60 ചോദ്യങ്ങൾക്ക് മറുപടി നൽകുകയും 130 മാർക്ക് ലഭിക്കുകയും ചെയ്താൽ ആ വിദ്യാർത്ഥി കൃത്യമായി ഉത്തരം നൽകിയ ചോദ്യങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര?

നിർദ്ധാരണം ശരിയായ ഉത്തരങ്ങളുടെ എണ്ണം x എന്നിരിക്കട്ടെ

തെറ്റായ ഉത്തരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 60 – x

എങ്കിൽ, $4x - 1(60 - x) = 130$

$4x - 60 + x = 130$

$4x + x - 60 + 60 = 130 + 60$ [ഇരുവശങ്ങളിലും 60 കൂട്ടുക]

$5x + 0 = 190$

$5x = 190$

ഇരുവശവും 5 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ

$$\frac{5x}{5} = \frac{190}{5}$$

$$x = 38$$

∴ ശരിയായ ഉത്തരങ്ങളുടെ എണ്ണം 38 ആകുന്ന

ഉദാഹരണം 3.14

ഒരു സ്കൂൾ ബസ്സിലുള്ള ആകെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം 60 ആകുന്നു അതിൽ നിന്നും കുറച്ച് വിദ്യാർത്ഥികൾ ആദ്യത്തെ ബസ്സ്റ്റോപ്പിൽ ഇറങ്ങുന്നു രണ്ടാമത്തെ ബസ്സ്റ്റോപ്പിൽ വിദ്യാർഥികളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടിയിലേറെ കുറഞ്ഞു മൂന്നാമത്തെ ബസ്സ്റ്റോപ്പിൽ 6 വിദ്യാർത്ഥികൾ ഇറങ്ങി ബസ്സിൽ ബാക്കിയുള്ള വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം 3 മാത്രമാണ് ആദ്യ ബസ്റ്റോപ്പിൽ ഇറങ്ങിയ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം എത്ര?

നിർദ്ധാരണം

ആദ്യ സ്റ്റോപ്പിൽ ഇറങ്ങിയ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം നമ്മുക്കറിയില്ല എന്നതിനാൽ അതിനെ x എന്ന് എടുക്കാം രണ്ടാമത്തെ ബസ്സ്റ്റോപ്പിൽ ഇറങ്ങിയ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം 2x

ചിത്രം. 3.9

$x + 2x + 6 + 3 = 60$

$(1 + 2)x + 9 = 60$

$3x + 9 = 60$

$3x + 9 - 9 = 60 - 9$ [ഇരുവശങ്ങളിലും 9 കൊണ്ട് കുറയ്ക്കുക]

$3x = 51$

$\frac{3x}{3} = \frac{51}{3}$ [ഇരുവശങ്ങളിലും 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക]

$\therefore x = 17.$

എങ്കിൽ, ആദ്യ ബസ്റ്റോപ്പിൽ ഇറങ്ങിയ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം 17 ആകുന്നു

ഉദാഹരണം 3.15

ഒരു ക്രിക്കറ്റ് ടീം തോറ്റതിനെകാൾ രണ്ട് മത്സരങ്ങൾ കൂടുതൽ വിജയിച്ചു അവർ വിജയിച്ചാൽ 5 പോയിന്റും തോറ്റാൽ −3 പോയിന്റും ലഭിക്കും അവരുടെ ആകെ സ്കോർ 50 എങ്കിൽ അവർ പങ്കെടുത്ത മത്സരങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര?

ചിത്രം. 3.10

നിർദ്ധാരണം

തോറ്റ മത്സരങ്ങളുടെ എണ്ണം = x എന്നിരിക്കട്ടെ.

ജയിച്ച മത്സരങ്ങളുടെ എണ്ണം = x + 2.

തന്നിട്ടുള്ളത്, $5(x + 2) + (-3)x = 50$

$5x + 10 - 3x = 50$

$2x + 10 = 50$

$2x + 10 - 10 = 50 - 10$ (ഇരുവശങ്ങളിലും 10 കുറച്ചാൽ)

$2x = 40$

ഇരുവശങ്ങളിലും 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ, $x = 20$.

പങ്കെടുത്ത മത്സ്രങ്ങളുടെ എണ്ണം

$x + x + 2 = 2x + 2$

$= (2 \times 20) + 2$

$= 40 + 2$

$= 42.$

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

കന്ദനും കാവ്യയും സുഹൃത്തുക്കളാണ് അവരുടെ കൈയിൽ കുറച്ച് പേനകൾ ഉണ്ട്

കന്ദൻ : എനിക്ക് ഒരു പേന തന്നാൽ നമുക്ക് തുല്ല്യ എണ്ണം പേനകൾ ഉണ്ടാകും?

കാവ്യ : പക്ഷേ നീ എനിക്ക് ഒരു പേന തന്നാൽ എന്റെ കയ്യിൽ നിന്റെ കയ്യിലുള്ള പേനയെക്കാൾ ഇരട്ടിയാകും?

ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ബീജഗണിത വ്യംജകം നിർമ്മിക്കുക നിങ്ങൾ ഊഹിച്ച് പേനകളുടെ യഥാർത്ഥ എണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കാൻ കഴിയുമോ?

അഭ്യാസം 3.3

1. പൂരിപ്പിക്കുക
   (i) ഒരു വ്യംജകത്തെ മറ്റൊരു വ്യംജകത്തോട് താരതമ്യപ്പെടുത്തുന്നത്__________
   (ii) a=5 എങ്കിൽ 2a+5 ന്റെ വില __________
   (iii) ചരം x ന്റെ രണ്ടിരട്ടിയും നാല് മടങ്ങിന്റെയും തുക __________

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് എഴുതുക
   (i) എല്ലാ ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളും സമീകരണങ്ങൾ ആണ്
   (ii) 7x + 1 എന്ന വ്യംജകത്തിൽ x ന്റെ വില അറിയാതെ ചുരുക്കുവാൻ സാധിക്കുകയില്ല.
   (iii) 2 സദൃശ പദങ്ങളെ കൂട്ടുന്നതിന് അതിന്റെ ഗുണാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടണം

3. നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക

(i) $x + 5 = 8$ (ii) $p - 3 = 7$ (iii) $2x = 30$ (iv) $\frac{m}{6} = 5$ (v) $7x + 10 = 80$

4. $3x + 6y$ നോട് എത്ര കൂട്ടിയാൽ $5x + 8y$ കിട്ടും?

5. ഒരു പൂർണ്ണ സംഖ്യയുടെ മൂന്ന് മടങ്ങിനോട് 9 കൂട്ടിയാൽ 45 കിട്ടും സംഖ്യ എത്ര?

6. അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക 200 എങ്കിൽ സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം?

7. ഒരു നഗരത്തിൽ ടാക്സി ചാർജ് 5 കി. മീ ന് ₹ 100 കൂടാതെ അധികമുള്ള ഓരോ കി.മീ ന് ₹16 യാത്രയുടെ അവസാനം ₹740 കൊടുത്താൽ എത്ര ദൂരം സഞ്ചരിച്ചു?

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക

8. 3, 6, 9, 12 ___________ എന്ന സംഖ്യ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവായ രൂപം

(i) n (ii) 2n (iii) 3n (iv) 4n

9. $x + 5 = x + 9$ എന്നതിന്റെ നിർദ്ധാരണം

(i) 2 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 4

10. $y + 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകണമെങ്കിൽ y യുടെ മൂല്യം

(i) 0 (ii) – 1 (iii) 1 (iv) – 2

അഭ്യാസം 3.4

വിവിധ തരം പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

1. $3ab+8$ ൽ നിന്ന് $-3ab-8$ നെ കുറക്കുക കൂടാതെ $-3ab-8$ ൽ നിന്ന് $3ab+8$ നെ കുറയ്ക്കുക
2. $x + 3y$, $2x + y$, $x - y$. എന്നീ വശങ്ങളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്
3. ഒരു സംഖ്യയുടെ മൂന്ന് മടങ്ങിനോട് 5 കൂട്ടിയാൽ 44 കിട്ടും സംഖ്യ എത്ര?
4. $5ab - 3b + 2c$ നേക്കാൾ എത്ര കുറവാണ് $2ab + 4b - c$.
5. ഒരു സംഖ്യയുടെ 6 മടങ്ങിനെ 40 ൽ നിന്ന് കുറച്ചാൽ -8 കിട്ടും സംഖ്യ ഏത്?

0326T

വെല്ലുവിളി ഉളവാകുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

6. $5x + 7y - 12$ ന്റെയും $x - 5y + 2$ ന്റെയും തുകയിൽ നിന്ന് $2x - 7y - 1$ ന്റെയും $6x + 3y + 9$ ന്റെയും തുക കുറയ്ക്കുക

7. $5a - 3b + 2c$ നോട് എത്ര കൂട്ടിയാൽ $a - 4b - 2c$ കിട്ടും?

8. $2m + 8n + 10$ ൽ നിന്ന് എത്ര കുറച്ചാൽ $-3m + 7n + 16$ കിട്ടും?

9. കൊടുത്തിട്ടുള്ള പ്രസ്താവനയ്ക്ക് ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകം എഴുതുക
ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണത്തിന്റെയും ചുറ്റളവിന്റെയും വ്യത്യാസം 20

10. കൂട്ടുക : $2a + b + 3c$ കൂടാതെ $a + \frac{1}{3}b + \frac{2}{5}c$

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

ബീജഗണിതത്തിന്റെ ഉത്ഭവത്തിന് സഹായിച്ചത് പദപ്രശ്നങ്ങളാണ് പന്ത്രണ്ടാം നൂറ്റാണ്ടിൽ മഹാരാഷ്ട്ര്യിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ഭാസ്കരാചാര്യ (ഭാസ്ക്കരാ II) രചിച്ച " ലീലാവതി" ആണ് ഇന്ത്യയിലെ ആദ്യത്തെ പസിൽ പുസ്തകം.

" ഒരു മുത്തു മാലയിലെ മുത്തുകൾ താഴെ വീണു മുത്തുകളിൽ മൂന്നിൽ ഒരു ഭാഗം നിലത്തിൽ വീഴുന്നു. അതിൽ അഞ്ചിൽ ഒരു ഭാഗം കട്ടിലിനടിയിൽ പോയി രണ്ട് വ്യക്തികൾ മുത്തുകളെ ശേഖരിക്കുന്നു. ഒരു വ്യക്തി ആറിൽ ഒരു ഭാഗവും ഒരു വ്യക്തി പത്തിൽ ഒരു ഭാഗവും ശേഖരിക്കുന്നു മുതുമലയിൽ 6 മുത്തുകൾ മാത്രമാണ് ശേഖരിക്കുന്നത്. എങ്കിൽ മുത്തുമാലയിലുള്ള ആകെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

ആകെയുള്ള മുത്തുകളുടെ എണ്ണം x എന്നിരിക്കട്ടെ

തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ നിന്ന് ഒരു സമീകരണം രൂപപ്പെടുത്താം

$$x-\left(\frac{x}{3}+\frac{x}{5}+\frac{x}{6}+\frac{x}{10}\right) = 6$$

$$x-x\left(\frac{10}{30}+\frac{6}{30}+\frac{5}{30}+\frac{3}{30}\right) = 6$$

5, 6, 3, 10 ന്റെ ല സാ ഗു 30

$$x\left(1-\frac{24}{30}\right) = 6$$

$$x\left(\frac{30-24}{30}\right) = 6$$

$$x\left(\frac{6}{30}\right) = 6$$

$$x\left(\frac{1}{5}\right) = 6$$

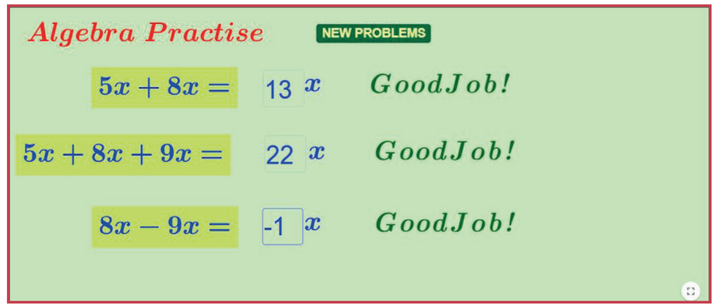
$x = 6 \times 5 = 30$ മുത്തുകൾ

സംഗ്രഹം

- ഓരോ സ്ഥിര സംഖ്യ മൂല്യമുള്ള ചിഹ്ത്തിനെ സ്ഥിരം എന്നു വിളിക്കുന്നു. കൂടാതെ വിവിധ സംഖ്യ മൂല്യങ്ങൾ ഉള്ളതിനെ ചാരങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു.
- ചരങ്ങളെയും സ്ഥിരപദങ്ങളെയും ഗണിത ക്രിയകളാക്കിയ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും ഉപയോഗിച്ച് യോജിപ്പിക്കുന്നതാണ് ബീജഗണിത വ്യംജകം.
- ഏതെങ്കിലും ഗണിത സൂത്രവാക്യങ്ങളെയും നിയമം അല്ലെങ്കിൽ ഘടനകളെയും ബീജഗണിത വ്യംജകം പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.
- ബീജഗണിത വ്യംജകം "+" അല്ലെങ്കിൽ "−" ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന പദങ്ങൾ ആകുന്നു.
- ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിലെ ഓരോ പദവും ഒരു ഘടകം അല്ലെങ്കിൽ ഘടകങ്ങളുടെ ഗ്രൂപ്പും ശേഷമുള്ള ഘടകത്തിന്റെ ഗുണാങ്കം ആകുന്നു ഒരു പദത്തിൽ ചരത്തോട് കൂടിയുള്ള സംഖ്യ ഗുണാങ്കമാകുന്നു.
- ഒരേ ബീജഗണിത ഘടകങ്ങളെ കൊണ്ട പദങ്ങൾ സദൃശ്യ പദങ്ങളും വ്യത്യസ്ത ബീജഗണിത ഘടകങ്ങളുള്ള പദങ്ങൾ അസദൃശ പദങ്ങളും ആകുന്നു.
- സദൃശ്യ പദങ്ങളുടെ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും മാത്രമേ സാധ്യമാകൂ അസദൃശ പദങ്ങളുടെ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും സാധ്യമല്ല
- ഓരോ സമീകരണം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നതിന് സമവാക്യത്തിന് ഇരുവശങ്ങളിലും അതേ സംഖ്യ കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ഗുണിക്കുകയോ അല്ലെങ്കിൽ ഹരിക്കുകയോ ചെയ്യാം.

ഇൻറർനെറ്റ് പ്രവർത്തി

കമ്പ്യൂട്ടറിൽ അവസാനം ലഭിക്കുന്ന ചിത്രം



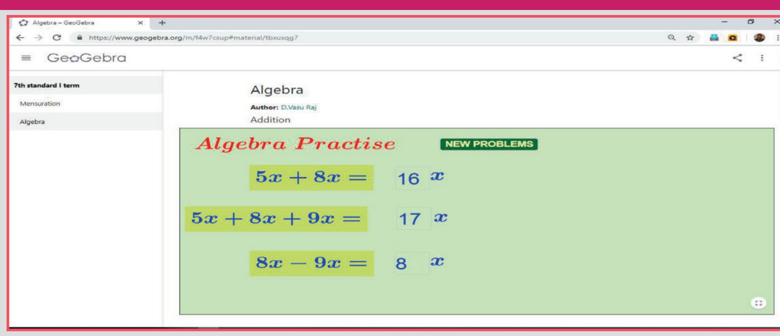
ഘട്ടം 1 :

ബൗസർ തുറക്കുക URL ടൈപ്പ് ചെയ്യുക (അല്ലെങ്കിൽ) QR Code സ്കാൻ ചെയ്യുക “7th std Algebra” തുറക്കും പുതിയ ചോദ്യങ്ങൾ ലഭിക്കാൻ “NEW PROBLEMS” തൊടുക

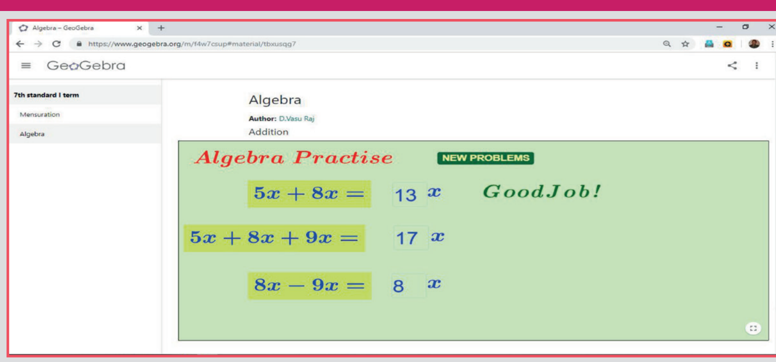
ഘട്ടം 2 :

ഇൻപുട്ട് ബോക്സിൽ ശരിയായ സംഖ്യ നൽകി എന്റർ ചെയ്യുക ഉത്തരം ശരിയാണെങ്കിൽ “Great Job”എന്ന് തെളിയും. കൂടുതൽ പ്രശ്നങ്ങൾ പരിശീലിക്കുക

ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2



Browse in the link

Algebra: https://ggbm.at/tbxusqg7
or Scan the QR Code.

അദ്ധ്യായം

4

നേർ കൂടാതെ വിപരീത അനുപാതം

$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$

5DFXR

പഠനലക്ഷ്യങ്ങൾ

- വിഹിതം കൂടാതെ അനുപാതം തുടങ്ങിയവയുടെ ആശയം ഓർമ്മപ്പെടുത്തൽ
- നേർ കൂടാതെ വിപരീത അനുപാതം എന്നിവയുടെ ആശയം മനസ്സിലാക്കൽ.
- നേർ കൂടാതെ വിപരീത അനുപാതങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം മനസ്സിലാക്കാനുള്ള പ്രാവിണ്യം നേടൽ.
- പ്രായോഗിക അഭ്യാസങ്ങളിൽ നേർ കൂടാതെ വിപരീത അനുപാതങ്ങളുടെ ഉപയോഗത്തിലൂടെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യൽ.

തിരിഞ്ഞുനോട്ടം.

വിഹിതവും അനുപാതവും

ആറാം തരത്തിൽ നാം വിഹിതത്തെകുറിച്ചും അനുപാതത്തെകുറിച്ചും പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇപ്പോൾ നമുക്ക് അത് ഓർത്തു നോക്കാം.

ഒരേതരത്തിലുള്ള രണ്ടു അളവുകളുടെ താരതമ്യമാണ് വിഹിതം. 'a' എന്ന അളവിനെ 'b' എന്ന അളവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ വിഹിതത്തെ a:b എന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതാം.

a : b കൂടാതെ c : dഎന്നീ വിഹിതങ്ങൾ സമമാണെങ്കിൽ അവ രണ്ടും അനുപാതത്തിലാണെന്ന് നമുക്ക് പറയാം. ഇതിനെ ഇപ്രകാരം ചൂണ്ടിക്കാണിക്കാം. a : b : : c : d അവയിൽ മദ്ധ്യ സ്ഥാനികളുടെ ഗുണനഫലം അഗ്രസ്ഥാനികളുടെ ഗുണനഫലത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.അതായത് bc = ad.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. വൃത്തങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിനും ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിനും തമ്മിലുള്ള വിഹിതം കണ്ടുപിടിക്കുക.

2. വിഹിതം കണ്ടുപിടിക്കുക. (i) 555 ഗ്രാമിനും 5കിലോഗ്രാമിനും (ii) 21 കീ. മീറ്ററിനും 175 മീറ്ററിനും
3. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അനുപാതത്തിന് × ന്റെ മൂല്യം നിർണയിക്കുക.

   (i) 110 : × : : 8 : 88 (ii) × : 26 : : 5 : 65

4.1 മുഖവുര

ഏതെങ്കിലും ഒരു അളവിൽ മാറ്റം വരുത്തുമ്പോൾ മറ്റൊരു അളവിൽ മാറ്റം ഉണ്ടാകുന്ന പല സന്ദർഭങ്ങളും നിത്യജീവിതത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്നത് നാം കാണാറുണ്ട്. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളെ നല്ല രീതിയിൽ കൈകാര്യം ചെയ്യുവാൻ വ്യതിയാനം എന്ന ആശയത്തെ കുറിച്ച് പഠിക്കുന്നത് സഹായകരമായിരിക്കും. ഇപ്പോൾ നിത്യജീവിതത്തിലെ കുറെ സന്ദർഭങ്ങളെ കണക്കിലെടുക്കാം.

സ്കൂൾ വൃത്തിയാക്കുന്ന ഒരു പ്രവർത്തിയെ കണക്കിലെടുക്കാം.

(i) കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കൂടുമ്പോൾ വൃത്തിയാക്കാൻ എടുക്കുന്ന സമയം കുറയുന്നു.

(ii) കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കൂടുമ്പോൾ പ്രവർത്തിയുടെ അളവും കൂടുന്നു.

ആദ്യത്തെ സാഹചര്യത്തിൽ കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തെ പ്രവർത്തി സമയവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ രണ്ടാമത്തേതിൽ കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തെ പ്രവൃത്തിയുടെ അളവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുന്നു.താരതമ്യത്തിന് ഉപയോഗിക്കുന്ന അളവുകളാണ് വ്യതിയാനത്തിന്റെ തരത്തിനെ നിർണയിക്കുന്നത്.

സാഹചര്യം 1 മണിമാല കുടുംബത്തിലെ 4 അംഗങ്ങൾക്ക് വേണ്ടി പച്ചക്കറി സൂപ്പ് തയ്യാറാകുന്നു. അതിന് അവൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത് 2 കപ്പ് പച്ചക്കറികൾ, 600 മില്ലി വെള്ളം, 1 ടീസ്പൂൺ ഉപ്പ്, $\frac{1}{2}$ ടീസ് പൂൺ കുരുമുളകുപൊടി, എന്നിവയാണ്. പെട്ടെന്ന് അവളുടെ അമ്മാവനും അമ്മായിയും എത്തിച്ചേരുന്നു. ഇപ്പോൾ 6 പേർക്ക് ഉണ്ടാക്കുവാൻ അളവുകളിൽ ഉണ്ടാക്കേണ്ട മാറ്റം എന്താണ്.

സാഹചര്യം 2 ഒരു പട്ടാളക്യാമ്പിൽ 200 പട്ടാളക്കാരുണ്ട്. അവർക്ക് 40 ദിവസത്തേക്ക് ആവശ്യമായ പലചരക്ക് ഉണ്ട്. അവരോടൊപ്പം 50 പട്ടാളക്കാർകൂടെ ചേരുകയാണെങ്കിൽ ഈ പലചരക്ക് എത്ര ദിവസം ഉപയോഗിക്കാനാകും.

മുകളിൽ പറഞ്ഞ സാഹചര്യങ്ങളിൽ ഒരു അളവിൽ ഉണ്ടാകുന്ന മാറ്റം മറ്റേ അളവിലും അനുപാതികമായ മാറ്റം ഉണ്ടാക്കുന്നതായി കാണാം.അതായത് സാഹചര്യം 1 ൽ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടുമ്പോൾ സാധനങ്ങളുടെ അളവും കൂടുന്നു. രണ്ടാമത്തെ സാഹചര്യത്തിൽ ക്യാമ്പിലെ പട്ടാളക്കാരുടെ എണ്ണം കൂടുമ്പോൾ ഉപ യോഗിക്കപ്പെടേണ്ട പലചരക്കിന്റെ അളവും കൂടേണ്ടതായി വരും.പക്ഷേ ഉണ്ടായിരുന്ന പലചരക്കിന്റെ അളവിന് മാറ്റമില്ലാത്തതുകൊണ്ട് അത് ഉപയോഗിക്കേണ്ട ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം കുറയുന്നതായി കാണാം.

ഇത്തരം സാഹചര്യങ്ങളിൽ ഒരു അളവിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം മറ്റേ അളവിൽ രണ്ട് തരത്തിലുള്ള മാറ്റങ്ങൾ കൊണ്ടു വരാം. അതായത്

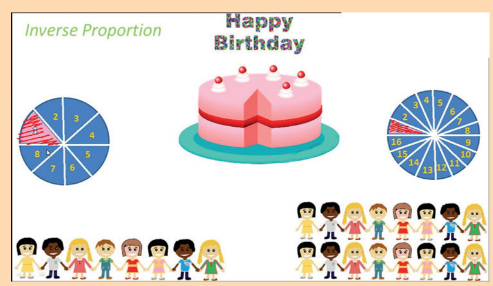
(i) രണ്ടു അളവുകളും കൂടുകയോ കുറയുകയോ ചെയ്യുന്നു.

(ii) ഒരു അളവ് കൂടുമ്പോൾ മറ്റേത് കുറയുകയോ അല്ലെങ്കിൽ വിപരീതമായോ സംഭവിക്കാം.

ഇത്തരം അളവുകൾ സ്ഥിര വിഹിതത്തിലാണ് മാറുന്നതെങ്കിൽ അവ അനുപാതത്തിലാണെന്ന് പറയാം. രണ്ട് വ്യത്യസ്ത വ്യതിയാനങ്ങൾ രണ്ടുതരം അനുപാതങ്ങളെ സൃഷ്ടിക്കും. അവയെക്കുറിച്ച് നമുക്ക് ചർച്ച ചെയ്യാം.

നിത്യജീവിതത്തിലെ ഗണിതം - നേർ അനുപാതവും വിപരീത അനുപാതവും

നേർ അനുപാതം



വിപരീത അനുപാതം

4.2 നേർ അനുപാതം

ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു കുപ്പായത്തിന്റെ വില 500 രൂപയാണെങ്കിൽ 3 കുപ്പായത്തിന്റെ വില 1500 രൂപയായിരിക്കും. കുപ്പായങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടുമ്പോൾ അതിന്റെ വിലയും കൂടുന്നു. ഇത്തരത്തിൽ മുന്നോട്ട് പോയാൽ എത്ര കുപ്പായങ്ങളുടെ വിലയും കണ്ടെത്താം.

മുകളിൽ പറഞ്ഞ സാഹചര്യത്തെ പരിശോധിക്കുകയാണെങ്കിൽ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണവും വിലയും ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന് മനസ്സിലാക്കാൻ സാധിക്കും.കുപ്പായങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടുമ്പോൾ വിലയും കൂടുന്നതിനാൽ അവയുടെ വിഹിതം സ്ഥിര സംഖ്യയായിരിക്കും.

കുപ്പായങ്ങളുടെ എണ്ണം x എന്നും വില y എന്നും ഇരിക്കട്ടെ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക പരിശോധിക്കാം.

കുപ്പായങ്ങളുടെ എണ്ണം (x)	1	2	3	6	7	...
കുപ്പായങ്ങളുടെ വില ₹ (y)	500	1000	1500	3000	3500	...

പട്ടികയിൽ നിന്നും x കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y കൂടുന്നതിനാൽ എല്ലാ സാഹചര്യത്തിലും $\frac{x}{y}$ എന്ന വിഹിതം ഒരു സ്ഥിര സംഖ്യയായിരിക്കും (k എന്നിരിക്കട്ടെ). ഇപ്പോൾ പട്ടികയിൽ നിന്നും ഓരോ സെ.മീ സാഹചര്യത്തിലുമുള്ള വിഹിതത്തിനെ നിർണയിക്കാം.

$\frac{x}{y}=\frac{1}{500}=\frac{2}{1000}=\frac{3}{1500}=\frac{6}{3000}=\frac{7}{3500}...,$ എല്ലാ വിഹിതങ്ങളും തുല്യമാണ്. അതുകൊണ്ട് അതിനെ 1/500 എന്ന ലളിത രൂപത്തിലാക്കാം $\frac{1}{500}$.

പൊതുവായി, $\frac{x}{y}=\frac{1}{500}=k$ (k ഒരു സ്ഥിര സംഖ്യ)

x ഉം y ഉം നേർ അനുപാതത്തിലാകുമ്പോൾ $\frac{x}{y}=k$ അല്ലെങ്കിൽ x = ky ലഭിക്കുന്നു (kഒരു സ്ഥിരാങ്കം)

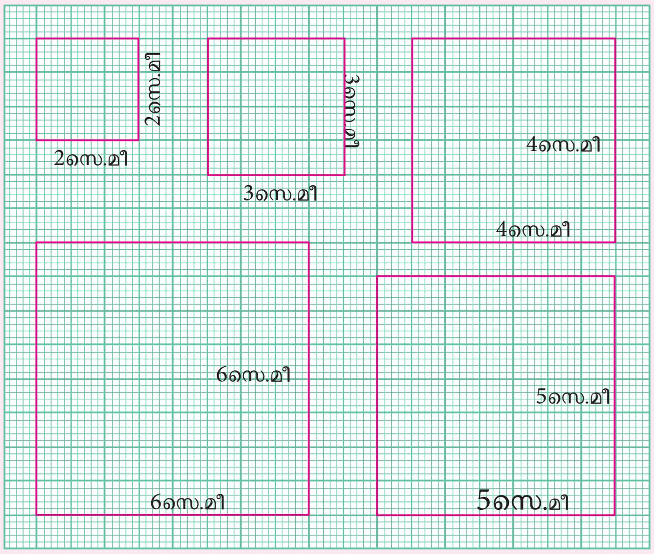
മുകളിൽ പറഞ്ഞ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് വിഹിതങ്ങളെ ഇപ്പോൾ പരിശോധിക്കാം., $\frac{2}{1000}=\frac{6}{3000}$, ഇവകളിൽ $2(x_1)$ ഉം $6\ (x_2)$ ഉം കുപ്പായങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിനേയും $1000\ (y_1)$ ഉം $3000\ (y_2)$ ഉം കുപ്പായങ്ങളുടെ വിലയേയും (y) കുറിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് x ഉം y ഉം നേർ അനുപാതത്തിലാണെന്ന്കാണാം. അതിനാൽ $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$ എന്ന് എഴുതാൻ കഴിയും. ഇവകളിൽ y_1, y_2 എന്നിവ y ന്റെയും x_1, x_2എന്നിവ xന്റെയും മൂല്യങ്ങളാണ്.

ചിന്തിക്കുക

കുട്ടികൾക്ക് വിതരണം ചെയ്യുന്ന മിഠായികളുടെ എണ്ണത്തെ ചിന്തിക്കൂ. ഈ പ്രസ്താവന നേർ അനുപാതത്തിലാണോ.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

ഗ്രാഫ് ഷീറ്റിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള വ്യത്യസ്ത വശങ്ങളുള്ള 5 ചതുരങ്ങളെ പരിശോധിക്കൂ.



താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള പട്ടികയിൽ വശങ്ങളുടെ അളവിനെ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. അവയുടെ ചുറ്റളവിനെ കണ്ടുപിടിച്ച് ഓരോന്നിനുമുള്ള വശം - ചുറ്റളവ് വിഹിതത്തെ കണക്കാക്കി പട്ടിക പൂർത്തീകരിക്കുക.

സമചതുരത്തിന്റെ വശം (x) സെ.മീ-ൽ	2	3	4	5	6
സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് (y) സെ.മീ-ൽ					
$\frac{x}{y}$					

ലഭിച്ച വിവരത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ചതുരത്തിന്റെ വശവും ചുറ്റളവും അനുപാതത്തിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

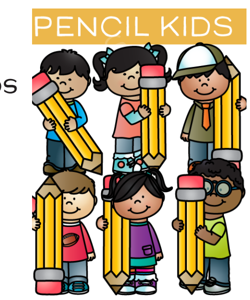
ചിന്തിക്കുക

ഒരു നിശ്ചിത തുകയെ ഒരു നിശ്ചിത പലിശനിരക്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുകയാണെങ്കിൽ സാധാരണ പലിശ ഓരോ വർഷവും നേർ അനുപാതത്തിൽ മാറുന്നത് കാണാം.ഇതുപോലെയുള്ള മറ്റ് ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്താമോ?

ഉദാഹരണം 4.1

24 പെൻസിലുകൾ 6 കുട്ടികൾക്ക് തുല്ല്യമായി വീതിക്കുന്നു എങ്കിൽ 18 കുട്ടികൾക്ക് എത്ര പെൻസിലുകൾ ആവശ്യമാണ്.

നിർദ്ധാരണം



18 കുട്ടികൾക്ക് ആവശ്യമായ പെൻസിലുകളുടെ എണ്ണം × എന്നിരിക്കട്ടെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കൂടുമ്പോൾ പെൻസിലുകളുടെ എണ്ണവും കൂടുന്നു.

നേർ അനുപാതത്തിൽ.

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$$

കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	6	18
പെൻസിലുകളുടെ എണ്ണം	24	×

$$\frac{6}{24} = \frac{18}{x}$$

$$\frac{6 \times x}{24} = 18$$

$$\times = \frac{18 \times 24}{6} = 72$$

അതുകൊണ്ട് 18 കുട്ടികൾക്ക് ആവശ്യമായ പെൻസിലുകളുടെ എണ്ണം 72

ഉദാഹരണം 4.2

15 ചാർട്ട് പേപ്പറുകളുടെ ആകെ ഭാരം 50 ഗ്രാം ആണെങ്കിൽ $2\frac{1}{2}$ കിലോഗ്രാം ഭാരമുള്ള ഒരു കെട്ടിൽ ഇതുപോലെയുള്ള എത്ര ചാർട്ട് പേപ്പറുകൾ ഉണ്ടാകും.

നിർദ്ധാരണം

ആവശ്യമായ ചാർട്ട് പേപ്പറുകളുടെ എണ്ണം × എന്നിരിക്കട്ടെ.

ഭാരം കൂടുമ്പോൾ ചാർട്ട് പേപ്പറുകളുടെ എണ്ണവും കൂടുന്നു. അതുകൊണ്ട് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ നേർ അനുപാതത്തിലാണ്.

ചാർട്ട് പേപ്പറുകളുടെ എണ്ണം	15	×
ഭാരം ഗ്രാമിൽ	50	2500

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$$

$$\frac{15}{50} = \frac{x}{2500}$$

15 × 2500 =× × 50

× × 50 =15 × 2500

$$\times = \frac{15 \times 2500}{50} = 750$$

ആയതുകൊണ്ട് $2\frac{1}{2}$ കിലോഗ്രാം ഭാരമുള്ള ഒരു കെട്ടിൽ 750 ചാർട്ട് പേപ്പറുകൾ ഉണ്ടാവും.

ഏകീകൃത രീതി.

ഏകീകൃത രീതി എന്ന ആശയം കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ചതാണ്.

ആദ്യം ഒരു യൂണിറ്റിന്റെ മൂല്യം കണ്ടെത്തണം. ആ മൂല്യം ഉപയോഗിച്ചുകൊണ്ട് ഉണ്ട് ആവശ്യമായ യൂണിറ്റുകളുടെ മൂല്യം കണ്ടെത്തണം. ഏകീകൃത രീതി ഉപയോഗിച്ച് ധാരാളം പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം കണ്ടെത്താം.

ഉദാഹരണം 4.3

അൻപ് 24 രൂപയ്ക്ക് 2 നോട്ടുബുക്കുകൾ വാങ്ങി. അതുപോലെയുള്ള 9 നോട്ടുബുക്കുകൾ വാങ്ങാൻ എത്ര രൂപ ആവശ്യമായി വരും?

നിർദ്ധാരണം ഏകീകൃത രീതിയിൽ ഈ പ്രശ്നത്തിന് നിർദ്ധാരണം കാണാം.

2 നോട്ട് ബുക്കുകളുടെ വില = ₹ 24

1 നോട്ട് ബുക്കിന്റെ വില = $\frac{24}{2}$ = ₹ 12

ആയതുകൊണ്ട് 9 നോട്ട് ബുക്കുകളുടെ വില = 9 × ₹ 12

= ₹ 108

9 നോട്ടുബുക്കുകൾക്ക് അൻപ് 108 നൽകണം.

ഉദാഹരണം 4.4

ഒരു കാർ 2 മണിക്കൂർ 30 മിനിറ്റുകൾ കൊണ്ട് 90 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കുന്നു. 210 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ എത്ര സമയം ആവശ്യമാണ്?

നിർദ്ധാരണം 90 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ എടുക്കുന്ന സമയം = = 2 മണിക്കൂർ 30 മിനിറ്റ്

= 150 മിനിറ്റുകൾ

1 മണിക്കൂർ = 60 മിനിറ്റുകൾ
2 മണിക്കൂർ = 120 മിനിറ്റുകൾ

1 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ എടുക്കുന്ന സമയം = $\frac{150}{90}$ മിനിറ്റുകൾ.

210 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ എടുക്കുന്ന സമയ = $\frac{150}{90} \times 210$ മിനിറ്റുകൾ

= 350 മിനിറ്റുകൾ

= 5 മണിക്കൂർ 50 മിനിറ്റുകൾ

210 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ ആവശ്യമായ സമയം 5 മണിക്കൂർ 50 മിനിറ്റുകൾ. 5 മണിക്കൂർ 50 മിനിറ്റുകൾ

അഭ്യാസം 4.1

1. പൂരിപ്പിക്കുക

(i) 8 ആപ്പിളുകളുടെ വില 56 രൂപ ആണെങ്കിൽ 12 ആപ്പിളുകളുടെ വില __________

(ii) ഒരു പഴപ്പെട്ടിയുടെ ഭാരം $3\frac{1}{2}$ കിലോഗ്രാം ആണെങ്കിൽ അതുപോലെയുള്ള 6 പഴപ്പെട്ടികളുടെ ഭാരം __________ ആണ്

(iii) ഒരു കാർ 3 ലിറ്റർ പെട്രോളിൽ 60 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കുന്നു. ആ കാറിന് 200 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കണമെങ്കിൽ __________ ലിറ്റർ പെട്രോൾ ആവശ്യമായിവരും.

(iv) 7 മീറ്റർ തുണിയുടെ വില 294 രൂപ എങ്കിൽ 5 മീറ്റർ തുണിയുടെ വില __________ ആണ്

(v) ശീതളപാനീയം തയ്യാറാക്കുന്ന ഫാക്ടറിയിലെ ഒരു മെഷീൻ 5 മണിക്കൂറിൽ 600 ബോട്ടിലുകൾ നിറയ്ക്കുന്നു.എങ്കിൽ ആ മെഷീൻ 3 മണിക്കൂറിൽ നിറയ്ക്കുന്ന ബോട്ടിലുകളുടെ എണ്ണം __________ ആണ്

2. ശരിയോ തെറ്റോ

(i) ഒരു ബസ്സ് സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരവും സമയവും നേർ അനുപാതത്തിലാണ്

(ii) ഒരു കുടുംബത്തിന്റെ ചെലവും കുടുംബത്തിലെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണവും നേർ അനുപാതത്തിലാണ്.

(iii) ഒരു ഹോസ്പിറ്റലിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണവും ആഹാരത്തിന്റെ അളവും നേർ അനുപാതത്തിലാണ്.

(iv) മല്ലിക 20 മിനിറ്റുകളിൽ 1 കിലോമീറ്റർ നടക്കുന്നു. എങ്കിൽ ഒരു മണിക്കൂറിൽ 3 കിലോമീറ്റർ നടക്കും.

(v)12 ആളുകൾ 8 ദിവസം കൊണ്ട് ഒരു കുളം കുഴിക്കുന്നുവെങ്കിൽ 18 ആളുകൾ 6 ദിവസം കൊണ്ട് അതേ കുളം കുഴിക്കുന്നു. 12 ആളുകൾ 8 ദിവസം കൊണ്ട് ഒരു കുളം കുഴിക്കുന്നുവെങ്കിൽ 18 ആളുകൾ 6 ദിവസം കൊണ്ട് അതേ കുളം കുഴിക്കുന്നു.

3. ഒരു ഡസൻ വാഴ പഴങ്ങളുടെ വില 20രൂപ . 48 വാഴപ്പഴങ്ങളുടെ വില എന്താണ്?

4. ഒരു മാജിക് ഷോയിലെ പ്രവേശന ഫീസായി 21 കുട്ടികളുള്ള ഒരു ഗ്രൂപ്പ് 840 നൽകുന്നു. എങ്കിൽ 1683 ന് രൂപയ്ക്ക്ആ മാജിക് ഷോയിൽ എത്ര കുട്ടികൾക്ക് പ്രവേശിക്കാൻ സാധിക്കും?

5. ഒരു ഹോട്ടലിലെ മൂന്നാം നിലയിൽ ഒരു പിറന്നാളാഘോഷം സംഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. 120 ആളുകൾ 8 തവണയായി ലിഫ്റ്റിലൂടെഹാളിലേക്ക് എത്തിച്ചേർന്നു.അതിൽ 12 തവണയായി എത്ര ആളുകൾ ആ ഹാളിലേക്ക് എത്തിച്ചേരും?

6. 9. 8 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു ഒരു തൂണിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളം 6 മീറ്റർ അതേസമയം മറ്റൊരു തൂണിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളം 30 മീറ്റർ ആണെങ്കിൽ തൂണിന്റെ ഉയരം എന്താണ്?

7. ഒരു പോസ്റ്റ്മാൻ 6 മണിക്കൂറിൽ 738 കത്തുകൾ തരംതിരിക്കുന്നു. എങ്കിൽ 9 മണിക്കൂറിൽ എത്ര കത്തുകൾ തരംതിരിക്കാൻ സാധിക്കും?

8. അര മീറ്റർ തുണിയുടെ വില 15 രൂപ ആണെങ്കിൽ 8 മീറ്റർ തുണിയുടെ വില എന്താണ്?

9. 72 ബുക്കുകളുടെ ഭാരം 9 കിലോഗ്രാം. അതേപോലെയുള്ള 40 ബുക്കുകളുടെ ഭാരം എന്താണ് (ഏകീകൃത രീതി ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക).

10. താമര 3 മാസത്തേക്ക് 7500 രൂപ വാടകയായി നൽകുന്നു. അതേ നിരക്കിൽ ഒരു വർഷത്തേക്ക് അവൾ എത്ര രൂപ വാടകയായി നൽകണം? (ഏകീകൃത രീതി ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക).

11. 30 ആളുകൾ 15 ദിവസം കൊണ്ട് ഒരു പാടം കൊയ്യുന്നുവെങ്കിൽ അതേ പാടം 20 ആളുകൾ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് കൊയ്യും? (ഏകീകൃത രീതി ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക).

12. വള്ളി 180 രൂപയ്ക്ക് 10 പേനകൾ വാങ്ങുകയും കമല 96 രൂപയ്ക്ക് 8 പേനകൾ വാങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ ആരാണ് കുറഞ്ഞവിലയ്ക്ക് പേന വാങ്ങിയത്? (ഏകീകൃത രീതി ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക).

13. 100 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ ഒരു മോട്ടോർ ബൈക്കിന് 2 ലിറ്റർ പെട്രോൾ ആവശ്യമാണ്. എങ്കിൽ 250 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ എത്ര ലിറ്റർ പെട്രോൾ ആവശ്യമായിവരും?

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

14. 14.3 ബുക്കുകളുടെ വില 90 ആണെങ്കിൽ 12 ബുക്കുകളുടെ വില കണ്ടെത്തുക.

(i) ₹ 300 (ii) ₹ 320 (iii) ₹ 360 (iv) ₹ 400

15. മണി 75 രൂപയ്ക്ക് 5 കിലോഗ്രാം ഉരുളക്കിഴങ്ങ് വാങ്ങുന്നുവെങ്കിൽ 105 രൂപയ്ക്ക് അവന് _______ കിലോഗ്രാം ഉരുളക്കിഴങ്ങ് വാങ്ങാൻ സാധിക്കും

(i) 6 (ii) 7 (iii) 8 (iv) 5

16. ഒരു കമ്പ/നി 5 ദിവസം കൊണ്ട് 35 സൈക്കിൾ നിർമ്മിക്കുന്നു.എങ്കിൽ 21 ദിവസം കൊണ്ട് _______ സൈക്കിൾ നിർമ്മിക്കാൻ സാധിക്കും

(i) 150 (ii) 70 (iii) 100 (iv) 147

17. 2 യാത്രകളിലായി ഒരു വിമാനം 250 യാത്രക്കാരെ ഉൾക്കൊണ്ടു എങ്കിൽ ആ വിമാനം _______ യാത്രകളിലായി 1400 യാത്രക്കാരെ ഉൾക്കൊള്ളുന്നു.

(i) 8 (ii) 10 (iii) 9 (iv) 12

18. .50 ആളുകൾക്ക് മധുരപലഹാരം തയ്യാറാക്കാൻ 3 കിലോഗ്രാം പഞ്ചസാര ആവശ്യമാണ്. എങ്കിൽ 150 ആളുകൾക്ക് മധുരപലഹാരം തയ്യാറാക്കാൻ ___________കിലോഗ്രാം പഞ്ചസാര ആവശ്യമാണ്.

(i) 9 (ii) 10 (iii) 15 (iv) 6

4.3 വിപരീത അനുപാതം

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സാഹചര്യത്തെ കണക്കിലെടുക്കാം

സാഹചര്യം താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് ഒരു സ്കൂളിലെ വാട്ടർടാങ്കിന്റെ നിർമ്മാണവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടുള്ള ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണവും പൂർത്തിയാക്കുവാനുള്ള ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണവും ആണ്.

ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം (x)	2	4	5	10
ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം (y)	40	20	16	8

ALYF1

ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണവും ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണവും പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതായി കാണാം. ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ നിർമാണത്തിനാവശ്യമായ ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം കുറയുന്നതായി കാണാം. ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണത്തെ x എന്നും ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ y എന്നും കണക്കാക്കിയാൽ ഇവയുടെ ഗുണനഫലം എപ്പോഴും സ്ഥിരമായിരിക്കുന്നത് കാണാം. അതായത് $\times \times y = 2 \times 40 = 4 \times 20 = 5 \times 16 = 10 \times 8$

ഓരോ സാഹചര്യത്തിലും $y = 80 = k$ (k ഒരു സ്ഥിര സംഖ്യ). ഇതിനെ $y = k$ എന്നെഴുതാം.

y_1, y_2 എന്നീ y ന്റെ മൂല്യങ്ങൾക്ക് x_1, x_2 എന്നിവ x ന്റെ ആനുപാതിക മൂല്യങ്ങളാണ്.അങ്ങനെയെങ്കിൽ $x_1 y_1 = x_2 y_2 = k \quad \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$. ഇവിടെ x ഉം y ഉം വിപരീത അനുപാതത്തിലാണെന്ന് കാണാം.

ചിന്തിക്കുക

ജീവിതത്തിലെ വിപരീത അനുപാതത്തിലുള്ള രണ്ട് അളവുകൾ ഉദാഹരണമായി വരുന്നത് ചിന്തിക്കൂ.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കി അത് ഏതു തരം അനുപാതംമാണെന്ന് കണ്ടെത്തുക?

മിഠായികളുടെ എണ്ണം	1	___	3	4	5	___	___ അനുപാതം
വില (₹)	5	10	___	20	___	___	

ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം	1	2	4	5	___	___	___	___ അനുപാതം
സമയം	20	___	5	___	2	1	___	

2. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങളെ വായിച്ച് രണ്ടായി തരം തിരിക്കൂ.

ക്രമസംഖ്യ	അളവുകൾ	നേർ അനുപാതം	വിപരീത അനുപാതം
1.	വാങ്ങുന്ന നോട്ട് ബുക്കുകളുടെ വിലയും അതിന്റെ എണ്ണവും		
2.	നിശ്ചിത അളവ് ഭക്ഷണവും വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.		
3.	ഒരേ വലിപ്പമുള്ള പെട്ടികളുടെ എണ്ണവും അവയുടെ ഭാരവും.		
4.	യൂണിഫോമുകളുടെ എണ്ണവും കുട്ടികളുടെ എണ്ണവും.		
5.	വാഹനത്തിന്റെ വേഗതയും സമയവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.		

പ്രവൃത്തി

വിസ്തീർണ്ണം 36 സെ.മീവരുന്ന തരത്തിലുള്ള സാധ്യമായ എല്ലാ ദീർഘചതുരങ്ങളെയും പട്ടിക പൂരിപ്പിച്ച് രൂപപ്പെടുത്തുക.

നീളം	36	18		9
വീതി	1		3	

പരിശോധിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം നൽകുക.

(i) നീളം കുറയുമ്പോൾ, വീതി __________

(ii) വീതി കൂടുമ്പോൾ, നീളം __________

(iii) നീളം 8 സെൻറീമീറ്റർ ആകുമ്പോൾ വീതി എത്രയായിരിക്കും?ചർച്ച ചെയ്യുക. വിസ്തീർണ്ണം 24 , 48 ച. മാത്രകളാക്കി ഈ പ്രവൃത്തിയെ വിപുലീകരിക്കുക.

ഉദാഹരണം 4.5

60 തൊഴിലാളികൾ 7 ദിവസം കൊണ്ട് ഒരു കെട്ട് പരുത്തി നൂൽക്കുന്നു.എങ്കിൽ 42 തൊഴിലാളികൾ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് അതെ കെട്ട് പരുത്തി നൂൽക്കും.

നിർദ്ധാരണം

ആവശ്യമായ ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം × എന്നിരിക്കട്ടെ തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം കുറയുമ്പോൾ ആവശ്യമായ ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടുന്നു. അതുകൊണ്ട് തഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾ വിപരീത അനുപാതത്തിലാണ്.

തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം	60	42
ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം	7	×

വിപരീത അനുപാതത്തിൽ $\times_1 y_1 = \times_2 y_2$

$$60 \times 7 = 42 \times \times$$
$$42 \times \times = 60 \times 7$$
$$\times = \frac{60 \times 7}{42}$$
$$\times = 10$$

42 തൊഴിലാളികൾ 10 ദിവസം കൊണ്ട് അതെ കെട്ട് പരുത്തി നൂൽക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 4.6

ഒരു പെട്ടി തക്കാളിയുടെ വില 200 രൂപ. കച്ചവടക്കാരന്റെ പക്കൽ 13 തക്കാളി പെട്ടികൾ വാങ്ങാനുള്ള കാശ് ഉണ്ട്. ഒരു പെട്ടി തക്കാളിയുടെ വില 260 രൂപ ആയി കൂടുന്നുവെങ്കിൽ അതെ തുകയ്ക്ക് എത്ര പെട്ടികൾ വാങ്ങാൻ സാധിക്കും?

നിർദ്ധാരണം

ഒരു പെട്ടി തക്കാളിയുടെ വില = ₹ 200

ഒരു പെട്ടി തക്കാളിയുടെ കൂടിയ വില = ₹ 260

കച്ചവടക്കാരൻ വാങ്ങിയ പെട്ടികളുടെ എണ്ണം × എന്നിരിക്കട്ടെ പെട്ടികളുടെ വില കൂടുമ്പോൾ പെട്ടികളുടെ എണ്ണം കുറയുന്നു. ഇത് വിപരീത അനുപാതത്തിലാണ്. $\times_1 y_1 = \times_2 y_2$

$$13 \times 200 = \times \times 260$$

പെട്ടികളുടെ എണ്ണം	13	×
ഒരു പെട്ടിയുടെ വില ₹	200	260

$$\times \times 260 = 13 \times 200$$
$$\times = \frac{13 \times 200}{260}$$
$$\times = 10$$

അതുകൊണ്ട് , അതെ തുകയ്ക്ക് 10 തക്കാളി പെട്ടികൾ വാങ്ങാൻ അയാൾക്ക് സാധിക്കും.

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

പദ്ധതിയുടെ സമയബന്ധിത ക്രമീകരണത്തിന് നേർ മറ്റും വിപരീത അനുപാതം വളരെ ഉപയോഗപ്രദമാണ്. പദ്ധതി എന്നത് കൊണ്ട് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത് സമയബന്ധിതമായ കെട്ടിട നിർമ്മാണമോ, പാലങ്ങളുടെ പണിയോ അതുപോലെയുള്ള പലതരം ദൗത്യങ്ങളുമാണ്.

അഭ്യാസം 4.2

1. പൂരിപ്പിക്കുക

(i) 16 ടാപ്പുകൾ 18 മിനിറ്റിൽ ഒരു പെട്രോൾ ടാങ്കിനെ നിറയ്ക്കുന്നു.അതെ ടാങ്കിനെ 9 ടാപ്പുകൾ _________ മിനിട്ടിൽ നിറയ്ക്കും.

(ii) 40 തൊഴിലാളികൾ 8 ദിവസം കൊണ്ട് ഒരു ജോലി പൂർത്തിയാക്കുന്നുവെങ്കിൽ അതെ ജോലി _________തൊഴിലാളികൾ 4 ദിവസം കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കുന്നു.

2. ഒരു ജലസംഭരണി 1 മണിക്കൂർ 30 മിനിറ്റ് കൊണ്ട് നിറയ്ക്കാൻ 6 പമ്പുകൾ ആവശ്യമാണെങ്കിൽ ഒരു പമ്പ് ഓഫ് ചെയ്താൽ അതെ ജലസംഭരണി നിറയ്ക്കാൻ എത്ര സമയമെടുക്കും?

3. ഒരു കൃഷിക്കാരന്റെ പക്കൽ 144 താറാവുകൾക്ക് 28 ദിവസത്തേക്ക് ആവശ്യമായ ഭക്ഷണം ഉണ്ട്. അയാൾ 32 താറാവുകളെ വിൽക്കുകയാണെങ്കിൽ കൈവശമുള്ള ഭക്ഷണം എത്ര ദിവസത്തേക്ക് പര്യാപ്തമാകും?

4. ഒരു കുഴി കുഴിക്കുന്നതിന് 10 മെഷീനുകൾക്ക് 60 ദിവസം വേണ്ടി വരുമെങ്കിൽഎല്ലാ മെഷീനുകളും ഒരേ വേഗത്തിൽ പ്രവർത്തിക്കുകയാണെങ്കിൽ 30 മെഷീനുകൾക്ക് അതെ കുഴി കുഴിക്കാൻ എത്ര ദിവസം വേണ്ടിവരും?

5. ഒരു ഹോസ്റ്റലിൽ 40 കുട്ടികൾക്ക് 30 ദിവസത്തേക്ക് ആവശ്യമായ ഭക്ഷണമുണ്ട്.കുട്ടികളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടിക്കുകയാണെങ്കിൽ കൈവശമുള്ള ഭക്ഷണം എത്ര ദിവസത്തേക്ക്പര്യാപ്തമാകും?

6. മീനയുടെ കൈവശം 500 ഗ്രാം വീതം ഭാരമുള്ള 8 പാർസൽ അയയ്ക്കാനുള്ള പണമുണ്ട്.അതെ തുകയ്ക്ക് 40 പാർസൽ അയയ്ക്കണമെങ്കിൽ ഓരോപാർസലിന്റെയും ഭാരം എന്താണ്?

7. 120 മിനിറ്റുകൾ കൊണ്ട് ഒരു തോട്ടം 6 തോട്ടക്കാർ കള പറിക്കുന്നുവെങ്കിൽ അതെ ജോലി 30 മിനിറ്റുകൾ കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കാൻ എത്ര ജോലിക്കാർ ആവശ്യമാണ്?

8. നീലവേണി ദിവസവും സൈക്കിളിലാണ് സ്കൂളിൽ പോകുന്നത്. അവളുടെ ശരാശരി വേഗത 12 കിലോമീറ്റർ/ മണിക്കൂർ ആണ്. സ്കൂളിൽ എത്തിച്ചേരാൻ 20 മിനിറ്റുകൾ എടുക്കുന്നു. 15 മിനിറ്റുകൾ കൊണ്ട് സ്കൂളിൽ എത്തിച്ചേരുന്നുവെങ്കിൽ കൂടിയ വേഗത എത്ര?

9. ഒരു കളിപ്പാട്ട നിർമ്മാണ കമ്പനിക്ക് 54 ദിവസത്തേക്ക് കളിപ്പാട്ടം നിർമ്മിക്കാൻ 36 മെഷീനുകൾ ആവശ്യമാണ്. 81 ദിവസം കൊണ്ട് കളിപ്പാട്ടങ്ങൾ നിർമ്മിക്കാനാവശ്യമായ മെഷീനുകളുടെ എണ്ണം കണ്ടെത്തുക?

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

10. ഒരു പാടം 12 പശുക്കൾക്ക് 10 ദിവസങ്ങൾ പുല്ലുമേയുന്നതിന് സാധിക്കുന്നുവെങ്കിൽ 20 പശുക്കൾക്ക് __________ ദിവസങ്ങൾ പുല്ലുമേയുന്നതിന് സാധിക്കും.

(i) 15 (ii) 18 (iii) 6 (iv) 8

11. ഒരു ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ നാല് ടൈപ്പിസ്റ്റുകളെ 12 ദിവസത്തേക്ക് നിയമിക്കുന്നു. 2 ടൈപ്പിസ്റ്റുകൾ കൂടെ ചേർന്നാൽ ___________ ദിവസം കൊണ്ട് അതേ ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ സാധിക്കും.

(i) 7 (ii) 8 (iii) 9 (iv) 10

അഭ്യാസം 4.3

വിവിധതരം പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

1. 7 കിലോഗ്രാം ഉള്ളിയുടെ വില 84രൂപ ആണെങ്കിൽ

   (i) 180 രൂപയ്ക്ക് എത്ര കിലോഗ്രാം ഉള്ളി വാങ്ങാൻ സാധിക്കും.

   (ii) 3 കിലോഗ്രാം ഉള്ളിയുടെ വില എന്നിവ കണ്ടെത്തുക.

2. C = kd, ആണെങ്കിൽ (i) C കൂടാതെ d എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുക.

   (ii) C = 30, d = 6 ആണെങ്കിൽ **k** യുടെ മൂല്യം കാണുക.

   (ii) d = 10 ആകുമ്പോൾ **C** യുടെ മൂല്യം കാണുക.

3. തമിഴ് സെൽവൻ ബാങ്കിലെ തന്റെ സേവിങ്സ് അക്കൗണ്ടിൽ ഓരോ മൂന്നുമാസം കൂടുമ്പോഴും 5000 രൂപ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. സമ്പാദ്യം 150000 രൂപ ആകുന്നതിന് എത്ര വർഷം വേണ്ടിവരും

4. ഒരു പ്രിന്റർ 300 പേജുകളുള്ള ഒരു ബുക്ക് മിനിട്ടിന് 30 പേജുകൾ എന്ന നിരക്കിൽ അച്ചടിക്കുന്നു. എങ്കിൽ മിനിട്ടിന് 25 പേജുകൾ എന്ന നിരക്കിൽ അതെ ബുക്ക് അച്ചടിക്കാൻ എത്ര സമയം വേണ്ടിവരും?

5. 6 കുപ്പി ശീതളപാനീയത്തിന്റെ വില ₹210 എങ്കിൽ 4 കുപ്പി ശീതളപാനീയത്തിന്റെ വില എന്താണ്?

6. y യുടെ രണ്ടിരട്ടിയായി × വപരീതാനുപതത്തിൽ മാറുന്നു. y = 6 ആകുമ്പോൾ ×= 4 എങ്കിൽ y = 8. ആകുമ്പോൾ × ന്റെ മൂല്യം കാണുക

7. 594 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ ഒരു ലോറിക്ക് 108 ലിറ്റർ പെട്രോൾ ആവശ്യമാണ്. എങ്കിൽ 1600 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കുവാൻ എത്ര ലിറ്റർ പെട്രോൾ ആവശ്യമാണ്?

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

8. ഒരു ഡസൻ സോപ്പുകളുടെ വില ₹396 ആണെങ്കിൽ അതുപോലെയുള്ള 35 സോപ്പുകളുടെ വില എന്താണ്?

9. ഒരു സ്കൂളിൽ ഒരു ദിവസം 45 മിനിറ്റുകൾ ദൈർഘ്യമുള്ള 7 പീരീഡുകൾ ഉണ്ട് അതേസമയ പരിധിയെ 9 പിരീഡുകളായി ക്രമീകരിക്കുമ്പോൾ ഓരോ പിരീഡും എത്ര സമയം ഉണ്ടാവും?

10. 105 നോട്ട് ബുക്കുകളുടെ വില ₹2415 ആണെങ്കിൽ ₹1863 ന് എത്ര നോട്ടുബുക്കുകൾ വാങ്ങാൻ സാധിക്കും?

11. ഒരു പാടം മുഴുവൻ ഉഴുന്നതിനായി 10 കർഷകർക്ക് 21 ദിവസം വേണ്ടിവരും. എങ്കിൽ 14 കർഷകർ ചേർന്ന് എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് ആ പാടം ഉഴും.

12. ഒരു വെള്ളപ്പൊക്ക ദുരിതാശ്വാസ കേന്ദ്രത്തിൽ ഉള്ള ഭക്ഷണം 80 ആളുകൾക്ക് 60 ദിവസത്തേക്ക് മതിയാകും. 10 ദിവസത്തിനുശേഷം 20 ആളുകൾ കൂടെ ആ കേന്ദ്രത്തിൽ എത്തിച്ചേരുന്നു. എങ്കിൽ എത്ര ദിവസത്തേക്കുള്ള ഭക്ഷണം കുറവായിരിക്കും?

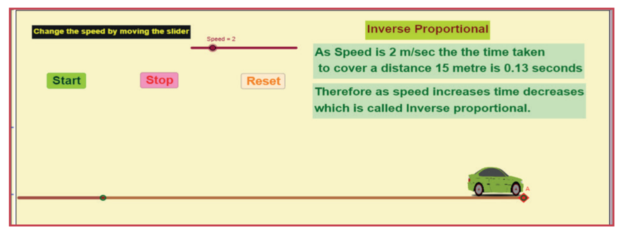
13. 6 വ്യക്തികൾ 12 ദിവസത്തിൽ ഒരു ജോലി പൂർത്തിയാക്കുന്നു. രണ്ട് ദിവസങ്ങൾക്കുശേഷം 6 പേർ കൂടെ അവരോടൊപ്പം ഒത്തുചേരുന്നു. ബാക്കി പ്രവൃത്തി ചെയ്തുതീർക്കാൻ എത്ര ദിവസം കൂടെ വേണ്ടിവരും?

സംഗ്രഹം

- ഒരു അളവിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം മറ്റൊരു അളവിൽ അനുപാതികമായ മാറ്റം ഉണ്ടാക്കുന്നതിനെയാണ് വിഹിതം എന്ന് പറയുന്നത്.
- രണ്ട് അളവുകൾ x ഉം y ഉം ഒരുമിച്ച് കൂടുകയോ കുറയുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ $\frac{x}{y}$ എന്നത് സ്ഥിരാങ്കമായി നിൽക്കുന്നതിനെയാണ് നേർ അനുപാതം എന്ന് പറയുന്നത്.
- രണ്ട് അളവുകൾ x, y എന്നിവയിൽ x കൂടുമ്പോൾ y കുറയുകയും അല്ലെങ്കിൽ വിപരീതമായി സംഭവിക്കുകയും ചെയ്യുമ്പോൾ ഗുണനഫലം xy എന്നത് സ്ഥിരാങ്കമായി വരുകയും ചെയ്യുന്നതാണ് വിപരീതാനുപാതം.

ഇൻറർനെറ്റ് പ്രവർത്തി

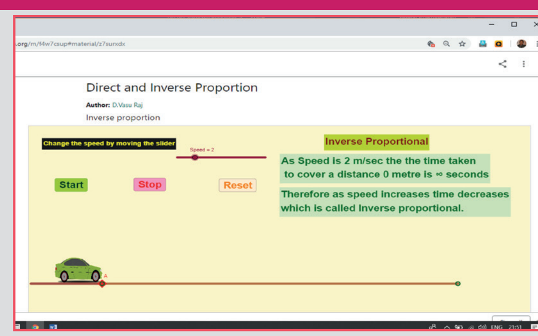
പ്രതീക്ഷിക്കുന്ന ഫലം ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



ഘട്ടം 1

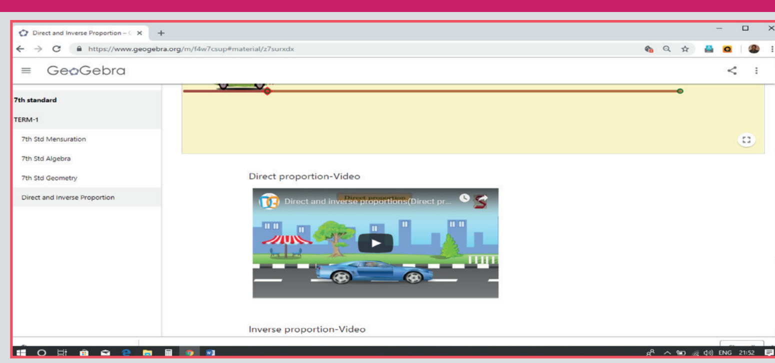
ഘട്ടം 1 – ബ്രൗസർ തുറന്നിട്ടു താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലിങ്ക് പകർത്തി പേസ്റ്റ് ചെയ്യുക. താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള QR Code. ടൈപ്പ് ചെയ്യുക.അല്ലെങ്കിൽ "Direct and Inverse Proportion" എന്ന പേരിലുള്ള GeoGebra വർക്ക് ഷീറ്റ് തെളിയും. "Inverse proportion", ന് ഒരു പ്രവൃത്തിയും രണ്ടു വീഡിയോയും തെളിയും.

I"Inverse proportion", എന്ന പ്രവൃത്തിയിൽ slider Move ചെയ്ത് കാറിന്റെ വേഗത കൂട്ടുക. Start button ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് കാറിന്റെ വേഗത കൂട്ടുക. കൂടുമ്പോൾ സഞ്ചരിക്കാൻ ആവശ്യമായ സമയം കണക്കാക്കുക.



ഘട്ടം 2

രണ്ടാമത്തെയും മൂന്നാമത്തെയും പേജിൽ രണ്ടു വീഡിയോകൾ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്.ആ വീഡിയോകൾ പരിശോധിച്ച് പാഠ്യവിഷയം മനസ്സിലാക്കുക.



Browse in the link

Direct and Inverse proportion https://ggbm.at/z7sur×d×
or Scan the QR Code.

അദ്ധ്യായം

5

ജ്യാമിതി

NX9KM

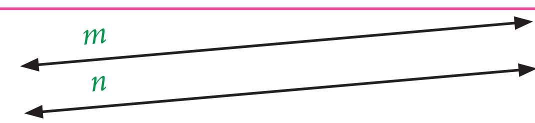
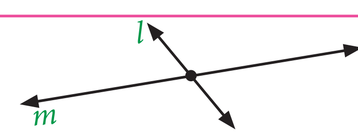
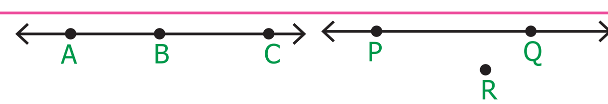
പഠന ലക്ഷ്യങ്ങൾ

- സമീപ കോണുകൾ, രേഖീയ ജോഡി ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ എന്നിവയെ കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കൽ.
- ഛേതകത്തെ കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കൽ.
- ഒരു ജോഡി രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന കോണുകളെ തിരിച്ചറിയൽ.
- തന്നിരിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ ലംബ ദ്വിഭാജകം നിർമ്മിക്കൽ.
- തന്നിരിക്കുന്ന ഒരു കോണിന്റെ കോണ ദ്വിഭാജകം നിർമ്മിക്കൽ.
- കോൺ മാപിനി ഉപയോഗിക്കാതെ 90 ഡിഗ്രി, 60 ഡിഗ്രി, 30 ഡിഗ്രി, 120 ഡിഗ്രി എന്നീ കോണുകൾ നിർമ്മിക്കൽ.

ഓർമ്മപ്പെടുത്തൽ

രേഖകൾ (Lines)

ആറാം ക്ലാസിൽ നമ്മൾ പഠിച്ചിട്ടുള്ള രേഖകളെയും ബിന്ദുക്കളെയും കുറിക്കുന്ന ആശയങ്ങൾ ഓർമ്മിക്കാം.

ഒരു **രേഖ** അവസാന ബിന്ദു ഇല്ലാതെ ഇരുവശങ്ങളിലേക്കും നീണ്ടുപോകുന്നു. രേഖ 'AB'യെ $\overleftrightarrow{AB}$ എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.ചില സന്ദർഭങ്ങളിൽ l, m, n എന്നിങ്ങനെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.	
ഒരു **രേഖാഖണ്ഡത്തിന്** രണ്ട് അവസാന ബിന്ദുക്കൾ ഉണ്ട്. 'AB' എന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തെ $\overline{AB}$ എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.	
ഒരു **രശ്മി** 'A' എന്ന ബിന്ദുവിൽ ആരംഭിച്ച് ഒരു പ്രത്യേക ദിശയിലൂടെ അവസാനിക്കാതെ 'B' എന്ന ബിന്ദുവിൽ കടന്നുപോകുന്നു. രശ്മി 'AB' യെ $\overrightarrow{AB}$ എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.	
m, n എന്നീ രണ്ട് രേഖകൾ സമാന്തരമായാൽ അവയെ $m \parallel n$ എന്ന് കുറിക്കുന്നു. **സമാന്തരരേഖകൾ** ഒരിക്കലും ഛേദിക്കില്ല.	
രണ്ട് രേഖകൾക്ക് പൊതുവായി ഒരു ബിന്ദു ഉണ്ടെങ്കിൽ അവയെ **പ്രതിഛേദരേഖകൾ** എന്നുപറയുന്നു. പൊതുവായ ബിന്ദുവിനെ പ്രതിഛേദ ബിന്ദു എന്ന് പറയുന്നു.	
മൂന്നോ അതിൽ കൂടുതലോ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു രേഖയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്താൽ അവയെ **സമ രേഖീയ ബിന്ദുക്കൾ** എന്ന് പറയുന്നു. അല്ലാത്തപക്ഷം അവയെ **അസമ രേഖീയ ബിന്ദുക്കൾ** എന്ന് പറയുന്നു.	 A, B, C എന്നിവ സമ രേഖീയ ബിന്ദുക്കൾ P, Q, R എന്നിവ അസമ രേഖീയ ബിന്ദുക്കൾ

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവനകൾ പൂർത്തിയാക്കുക.

(i) ഇരുവശങ്ങളിലേക്കും അവസാനിക്കാതെ കടന്നുപോകുന്ന നേർ പാതയാണ്________?.

(ii) രണ്ട് അഗ്രബിന്ദുക്കളുള്ള രേഖയാണ് _________.

(iii) ഒരു ബിന്ദുവിൽ ആരംഭിച്ച് മറ്റൊരു ദിശയിലൂടെ അവസാനിക്കാതെ കടന്നുപോകുന്ന നേർ പാതയാണ്__________.

(iv) സമ കോണിൽ ഛേദിക്കുന്ന രേഖകളാണ്_________.

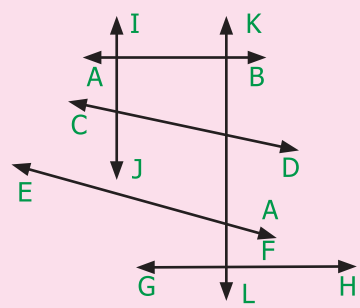
(v) ഒരു ബിന്ദുവിൽ പ്രതിഛേദിക്കുന്ന രേഖകളാണ്_____________.

(vi) ഒരു ബിന്ദുവിലും ഛേദിക്കാത്ത രേഖകളാണ്_____________.

2. ഒരു സ്‌കെയിൽ ഉപയോഗിച്ച് താഴെ പറയുന്ന രൂപം വരക്കുക.

(i) രേഖ CD (ii) രശ്മി AB (iii) രേഖാഖണ്ഡം MN

3. തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രം നോക്കി താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.



(i) AB ക്ക് സമാന്തരമായ രേഖ ഏതാണ്?

(ii) CD യെ ഛേദിക്കുന്ന ഒരു രേഖയുടെ പേര് പറയുക?

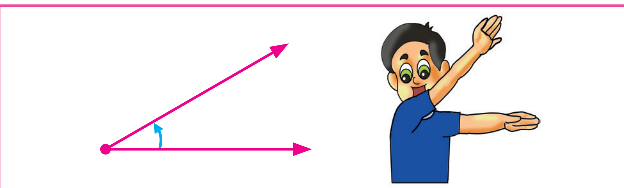
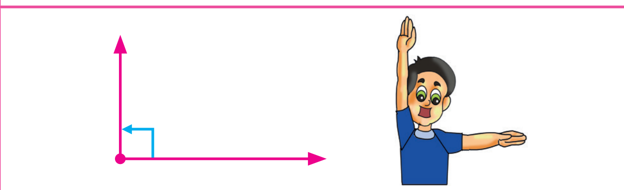
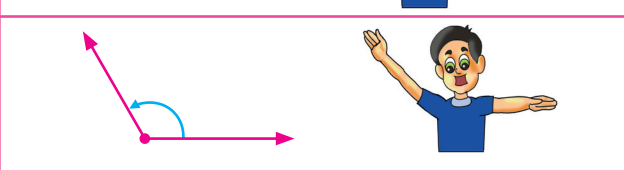
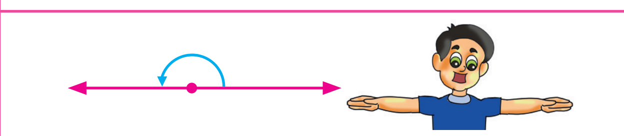
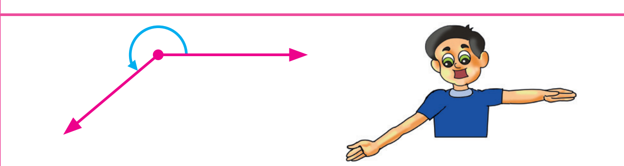
(iii) GH ന് ലംബമായ രേഖകളുടെ പേര് പറയുക?

(iv) IJ ക്ക് സമാന്തരമായി എത്ര രേഖകൾ ഉണ്ട്?

(v) EF എന്ന രേഖ ABയെ ഛേദിക്കുമോ? വിശദീകരിക്കുക.

കോണുകൾ (Angles)

ഒരു പൊതുവായ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും അകന്നുപോകുന്ന രണ്ട് രശ്മികൾ ഒരു **കോൺ** രൂപീകരിക്കുന്നു എന്നത് ഓർമ്മിക്കുക. കോൺ രൂപീകരിക്കുന്ന രശ്മികളെ ആ കോണിന്റെ **ഭുജങ്ങൾ** എന്നും പൊതുവായ ബിന്ദുവിനെ ആ കോണിന്റെ **ശീർഷം** എന്നും പറയുന്നു. **ന്യൂന കോൺ, സമ കോൺ, അധിക കോൺ, രേഖാ കോൺ, പ്രതിഫലന കോൺ** എന്നിങ്ങനെ പലതരം കോണുകൾ നമ്മൾ ആറാം ക്ലാസിൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രകാരം സംഗ്രഹിക്കാം:

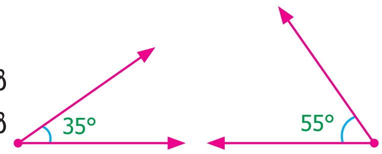
ന്യൂന കോൺ (Acute angle) 90° ഡിഗ്രി യേക്കാൾ കുറഞ്ഞ അളവുള്ള കോണിനെ ന്യൂന കോൺ എന്ന് പറയുന്നു.	
സമ കോൺ (Right angle) 90° ഡിഗ്രി അളവുള്ള കോണിനെ സമ കോൺ എന്ന് പറയുന്നു.	
അധിക കോൺ (Obtuse angle) 90° ഡിഗ്രി യെക്കാൾ കൂടുതലും 180° ഡിഗ്രി യെക്കാൾ കുറവും ആയാൽ ആ കോണിനെ അധിക കോൺ എന്ന് പറയുന്നു.	
രേഖാ കോൺ (Straight angle) 180° ഡിഗ്രി അളവ് ഉള്ള കോണിനെ രേഖാ കോൺ എന്നു പറയുന്നു.	
പ്രതിഫലന കോൺ (Reflex angle) കോണിന്റെ അളവ് 180° ഡിഗ്രി യേക്കാൾ കൂടുതലും 360° ഡിഗ്രി യെക്കാൾ കുറവും ആയാൽ ആ കോണിനെ പ്രതിഫലന കോൺ എന്ന് പറയുന്നു.	

കൂടാതെ പൂരക കോണുകൾ സംപൂരക കോണുകൾ എന്നിവയെക്കുറിച്ചും നമ്മൾ പഠിച്ചു

ഇവയെ ഓർമ്മിക്കാം.

പൂരക കോണുകൾ (Complementary angles)

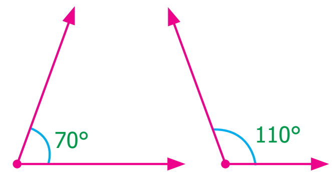
രണ്ട് കോണുകളുടെ തുക 90° ഡിഗ്രി ആയാൽ അവയെ പൂരക കോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു.



ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന കോണുകൾ രണ്ടും പൂരക കോണുകൾ ആണോ? അതെ. 35° ഡിഗ്രി, 55° ഡിഗ്രി എന്നീ ജോഡി കോണുകൾ പൂരകങ്ങളാണ്. 35° ഡിഗ്രി കോണിനെ 55° ഡിഗ്രിയുടെ പൂരക കോൺ എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇതുപോലെ തിരിച്ചും.

സംപൂരക കോണുകൾ (Supplementary angles)

രണ്ട് കോണുകളുടെ തുക 180° ഡിഗ്രി ആയാൽ അവയെ സംപൂരക കോണുകൾ എന്നറിയപ്പെടുന്നു.



ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന 70° ഡിഗ്രി, 110° ഡിഗ്രി എന്നീ കോണുകളുടെ തുക 180° ഡിഗ്രി ആണെന്ന് കാണാം. രണ്ട് കോണുകൾ സംപൂരകങ്ങൾ ആയാൽ അവയിൽ മറ്റേ കോണിന്റെ സംപൂരകമാണെന്ന് പറയുന്നു.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

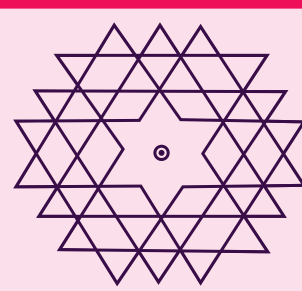
ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

1. ഒരു രേഖാ കോണിന്റെ അളവ്
   (a) 45° (b) 90° (c) 180° (d) 100°
2. 128° അളവുള്ള കോണിനെ______________ കോൺ എന്ന് പറയുന്നു
   (a) രേഖാ കോൺ (b) അധിക കോൺ (c) ന്യൂന കോൺ (d) സമ കോൺ
3. ഒരു A4 പേപ്പറിന്റെ മൂലയിലെ കോൺ
   (a) ന്യൂന കോൺ (b) സമ കോൺ (c) രേഖാ കോൺ (d) അധിക കോൺ
4. തന്നിട്ടുള്ള രേഖയെ ഒരു ലംബ രേഖ ദ്വിഭാജകം ചെയ്യുമ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്ന രണ്ട് കോണുകൾ
   (a) സമ കോണുകൾ (b) അധിക കോണുകൾ (c) ന്യൂന കോണുകൾ (d) പ്രതിഫലന കോണുകൾ
5. 0° അളവുള്ള കോണിനെ ________ എന്ന് പറയുന്നു.
   (a) സമ കോൺ (b) അധിക കോൺ (c) ന്യൂന കോൺ (d) പൂജ്യം കോൺ

5.1 ആമുഖം

പൂരക കോണുകളും സംപൂരക കോണുകളും നമുക്ക് സുപരിചിതമാണ്. കൂടുതൽ ജോഡി കോണുകളെ നമുക്ക് പരിചയപ്പെടാം.

ഗണിതം സജീവം – യഥാർത്ഥ ജീവിതത്തിൽ ജ്യാമിതി



വാസ്തു വിദ്യയിലും, കോലത്തിലും ഉള്ള കോണുകളുടെ സൗന്ദര്യം

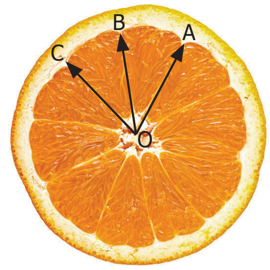
5.2 പ്രതിഛേദക രേഖകളിലെ കോൺ ജോഡികൾ

സമീപ കോണുകൾ, രേഖീയജോഡി കോണുകൾ, ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ എന്നിങ്ങനെയുള്ള കോണുകളെ കുറിച്ച് പഠിക്കാം.

5.2.1. സമീപ കോണുകൾ (Adjacent angles)

കോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള മുറിച്ച ഓറഞ്ചിന്റെ ചിത്രം അധ്യാപിക ക്ലാസ്സിൽ പ്രദർശിപ്പിക്കുന്നു.

അധ്യാപികയും വിദ്യാർത്ഥിയും തമ്മിലുള്ള സംഭാഷണം താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 5.1

അധ്യാപിക : ചിത്രത്തിൽ എത്ര കോണുകൾ രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്? അവയുടെ പേര് പറയാമോ?

കവിൻ : മൂന്ന് കോണുകൾ രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട. അവ $\angle AOC, \angle AOB$, കൂടാതെ $\angle BOC$.

അധ്യാപിക : പരസ്പരം അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് കോണുകൾ ഏതെല്ലാം?

ദുരികൈ : $\angle AOB$, $\angle BOC$ എന്നിവയാണ് പരസ്പരം അടുത്തടുത്ത കോണുകൾ.

അധ്യാപിക : ഇതിൽ എത്ര ശീർഷങ്ങൾ ഉണ്ട്?

മുകിൽ : പൊതുവായ ശിർഷം ഒന്നാമത്തേത് മാത്രമാണുള്ളത്.

അധ്യാപിക : എത്ര ഭുജങ്ങൾ ഉണ്ട്? പേര് പറയുക.

അമുതൻ : മൂന്നു ഭുജങ്ങൾ ഉണ്ട്. അവ $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ കൂടാതെ $\overrightarrow{OC}$

അധ്യാപിക : $\angle AOB$ $\angle BOC$ എന്നിവയ്ക്ക് പൊതുവായ ഭുജം ഉണ്ടോ?

ഓവിയ : ഉണ്ട്. $\angle AOB$, $\angle BOC$ ഇവയുടെ പൊതുവായ ഭുജം $\overrightarrow{OB}$ ആണ്.

അധ്യാപിക : $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$ എന്നീ ഭുജങ്ങളെ കുറിച്ച് എന്ത് പറയും?

കവിൻ : പൊതു ഭുജം $\overrightarrow{OB}$ യുടെ ഇരുവശങ്ങളിലും ആണ് അവ.

അധ്യാപിക : $\angle AOB$, $\angle BOC$ എന്നിവയുടെ ആന്തര ഭാഗങ്ങൾ കൂടി ചേരുന്നുണ്ടോ?

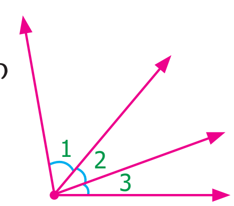
മുകിൽ : ഇല്ല. ആന്തര ഭാഗങ്ങൾ കൂടി ചേരുന്നില്ല.

അധ്യാപിക : അതിനാൽ $\angle AOB$, $\angle BOC$ എന്നീ കോണുകൾക്ക് ഒരു പൊതു ശീർഷം (O) യും ഒരു പൊതുഭുജം ($\overrightarrow{OB}$) യും ഉണ്ട്. കൂടാതെ മറ്റുരണ്ട് ഭുജങ്ങൾ $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$ എന്നിവ പൊതുഭുജത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലായും ആന്തര ഭാഗം കൂടി ചേരാതിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നുണ്ട്.

$\angle AOB$, $\angle BOC$ എന്നീ ജോഡി കോണുകളെ സമീപ കോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു.

അതിനാൽ രണ്ട് കോണുകൾക്ക് പൊതുവായ ഒരു ശീർഷവും പൊതുവായ ഒരു ഭുജവും ഉണ്ടായിരിക്കുകയും ആന്തര ഭാഗം കൂടിച്ചേരാതിരിക്കുകയും ചെയ്താൽ അവയെ സമീപ കോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു.

ചിത്രം 5.2 നിരീക്ഷിക്കുക. ഇതിൽ കോണുകൾ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ എന്നിങ്ങനെ പേര് കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.



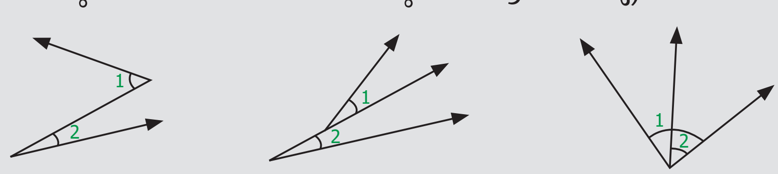
ചിത്രം 5.2

ഇതിൽ $\angle 1$, $\angle 2$ കൂടാതെ $\angle 2$, $\angle 3$ എന്ന് രണ്ട് ജോഡി സമീപ കോണുകളെ നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം $\angle 1$,$\angle 3$ എന്ന ജോഡികളെ കുറിച്ച് എന്ത് അനുമാനിക്കാം??

ഇവ സമീപ കോണുകൾ അല്ല. കാരണം ഈ കോണുകൾക്ക് പൊതുവായ ശീർഷം ഉണ്ട് എന്നാൽ $\angle 1$, $\angle 3$ ഇവയ്ക്കിടയിൽ പൊതുവായ ഭുജം $\angle 2$ ഇല്ല. $\angle 1$, $\angle 3$ ഇവയുടെ ആന്തര ഭാഗം കൂടി ചേരുന്നില്ല. അതിനാൽ ഈ കോണുകൾ സമീപ കോണുകൾക്കുള്ള മൂന്ന് നിബന്ധനകളിൽ ഒരെണ്ണം തൃപ്തിപ്പെടുത്തുന്നില്ല. അതിനാൽ അവ സമീപ കോണുകൾ ഇല്ല.

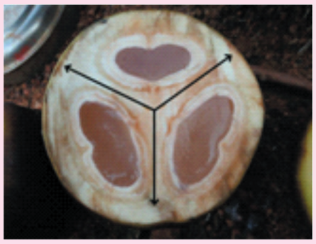
ചിന്തിക്കുക

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഓരോ ചിത്രങ്ങളിലും $\angle 1$, $\angle 2$ എന്നിങ്ങനെ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന കോണുകൾ നിരീക്ഷിക്കുക. അവ സമീപ കോണുകൾ ആണോ എന്ന് ചിന്തിക്കുക? ഉത്തരത്തെ ന്യായീകരിക്കുക.



ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. നിത്യജീവിതത്തിൽ സമീപ കോണുകളെ ചിത്രീകരിക്കുന്ന ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു.

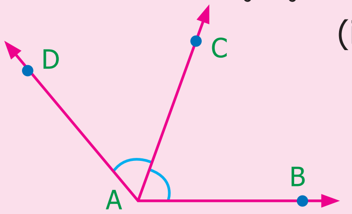


സമീപ കോണുകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഇതുപോലെയുള്ള മൂന്ന് ഉദാഹരണങ്ങൾ നിങ്ങൾക്ക് നൽകാൻ സാധിക്കുമോ?

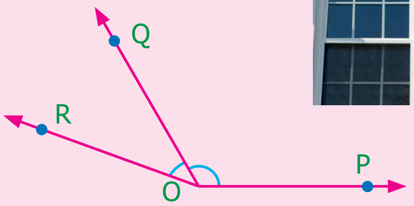
2. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ ആറ് കോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട് സമീപ കോണുകൾക്ക് നാല് ഉദാഹരണങ്ങളും അല്ലാത്തവയ്ക്ക് നാല് ഉദാഹരണങ്ങളും നൽകുക?

3. തന്നിരിക്കുന്ന സമീപ കോണുകളിലെ പൊതുവായ ഭുജം പൊതുവായ ശീർഷം എന്നിവ തിരിച്ചറിയുക? ഓരോ ചിത്രത്തിന്റെയും ആന്തര ഭാഗത്ത് രണ്ട് നിറങ്ങൾ വീതം കൊടുക്കുക.

(i)

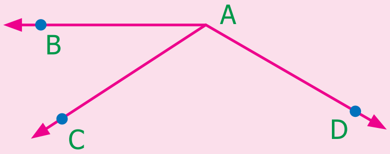


(ii)

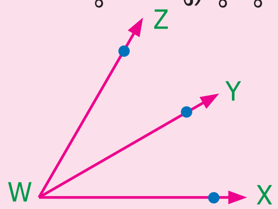


4. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഓരോ ചിത്രത്തിലെയും സമീപ കോണുകൾ എഴുതുക?

(i)

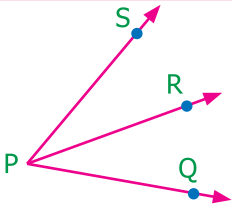


(ii)

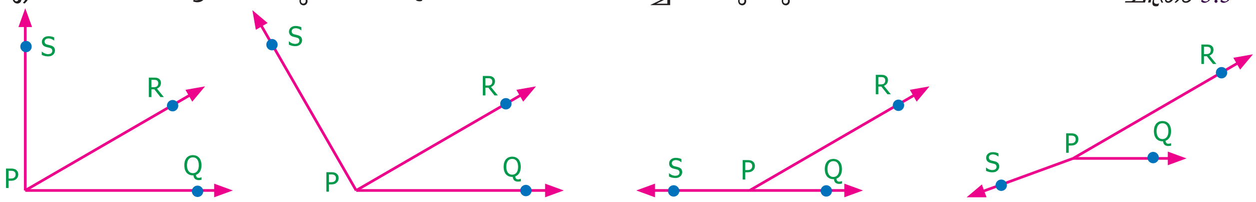


5.2.2 രേഖീയ ജോഡി (Linear pair)

ചിത്രം 5.3 നിരീക്ഷിക്കുക. $\angle QPR$, $\angle RPS$ എന്നിവ സമീപ കോണുകൾ ആണ്. $\angle QPR$, $\angle RPS$ എന്നിവ ചേർന്ന് $\angle QPS$ എന്ന ന്യൂന കോൺ രൂപീകരിക്കുന്നു എന്ന് വ്യക്തമാണ്. $\angle QPR$ ഉം $\angle RPS$ ഉം വർദ്ധിപ്പിക്കുമ്പോൾ $\angle QPS$ എന്നത് (i) സമ കോൺ, (ii) അധിക കോൺ, (iii) രേഖാ കോൺ, (iv) പ്രതിഫലന കോൺ. എന്നിങ്ങനെ ആയി മാറുന്നത് ചിത്രം 5.4 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 5.3



(i) (ii) (iii) (iv)

ചിത്രം 5.4

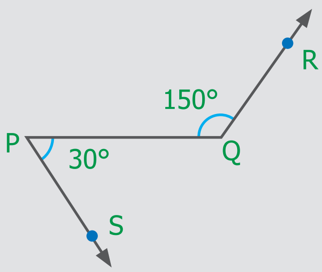
ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്ന കോൺ രേഖാ കോൺ ആയാൽ ആ കോണുകൾ സംപൂരക കോണുകൾ ആണെന്ന് പറയുന്നു. സംപൂരകമായിട്ടുള്ള സമീപ കോണുകൾ ഒരു നേർരേഖയിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന ഒരു ജോഡി കോണുകൾ ആണ്. (ചിത്രം 5.4 (iii)) ഈ ജോഡി കോണുകളെ **രേഖീയ ജോഡി കോണുകൾ** എന്ന് പറയുന്നു.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ നിരീക്ഷിച്ച് രേഖീയജോഡി യുടെ മറ്റൊരു കോണിനെ കണ്ടെത്തുക?

ചിന്തിക്കുക

ചിത്രം നിരീക്ഷിക്കുക ഇതിൽ $\angle PQR = 150°$, $\angle QPS = 30°$ എന്നിങ്ങനെ രണ്ട് കോണുകൾ ഉണ്ട്. ഈ സംപൂരക കോണുകൾ രേഖീയ ജോഡി കോണുകൾ ആണോ? ചർച്ച ചെയ്യുക.



ഉദാഹരണം 5.1 ചിത്രം. 5.5 ൽ, നിന്നും $\angle AOC$ കാണുക.

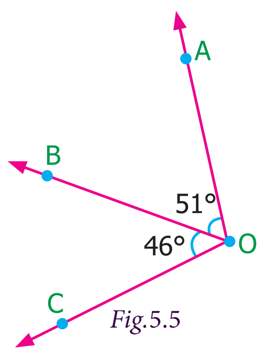


Fig.5.5

നിർദ്ധാരണം

$\in AOC = \in AOB + \in BOC$

$= 51° + 46°$

$= 97°$

ഉദാഹരണം 5.2 $\in POQ = 23°$, $\in POR = 62°$ എങ്കിൽ $\in QOR$ കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

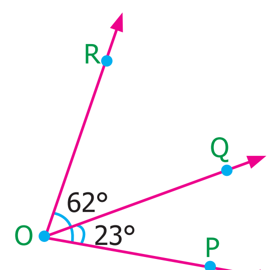
$\in POR = \in POQ + \in QOR$ എന്ന് നമുക്കറിയാം

$62° = 23° + \in QOR$

ഇരുവശവും 23° കുറയുന്നു

$62° - 23° = 23° + \in QOR - 23°$

$\in QOR = 39°$



ചിത്രം 5.6

ഉദാഹരണം 5.3 താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സമീപ കോണുകളിൽ ഏതെല്ലാമാണ് രേഖീയജോഡി രൂപീകരിക്കുന്നത്?

(i) 89°, 91° (ii) 105°, 65° (iii) 117°, 62° (iv) 40°, 140°

നിർദ്ധാരണം

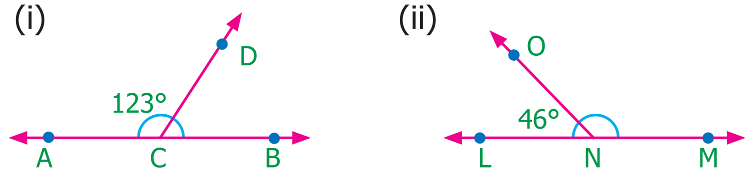
(i) $89° + 91° = 180°$, ആയതിനാൽ ഇവ രേഖീയ ജോഡികൾ ആകുന്നു.

(ii) $105° + 65° = 170° \neq 180°$, ആയതിനാൽ ഇവ രേഖീയ ജോഡി രൂപീകരിക്കുന്നില്ല.

(iii) $117° + 62° = 179° \neq 180°$, ആയതിനാൽ ഇവ രേഖീയ ജോഡി രൂപീകരിക്കുന്നില്ല.

(iv) $40° + 140° = 180°$, ആയതിനാൽ ഇവ രേഖീയ ജോഡികൾ ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 5.4 കാണാതായ കോൺ കണ്ടെത്തുക



ചിത്രം 5.7

നിർദ്ധാരണം

(i) കോണുകൾ രേഖീയജോഡി ആയതിനാൽ, $\angle ACD + \angle BCD = 180°$

$123° + \angle BCD = 180°$

ഇരുവശവും 123° കുറയുന്നു

$123° + \angle BCD - 123° = 180° - 123°$

$\angle BCD = 57°$

(ii) കോണുകൾ രേഖീയ ജോഡി ആയതിനാൽ, $\angle LNO + \angle MNO = 180°$

$46° + \angle MNO = 180°$

ഇരുവശവും 46° കുറയുന്നു

$46° + \angle MNO - 46° = 180° - 46°$

$\angle MNO = 134°$

ഉദാഹരണം 5.5 രണ്ട് കോണുകൾ 3:2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് അവ രേഖീയ ജോഡികൾ ആയാൽ മൂല്യം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം

കോണുകൾ $3x$, $2x$ എന്നിരിക്കട്ടെ

രേഖീയ ജോഡി ആയതിനാൽ അവയുടെ തുക 180° ആകുന്നു.

അതുകൊണ്ട്, $3x+2x = 180°$

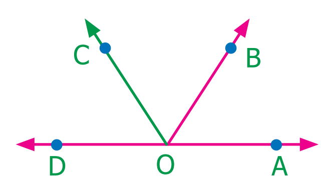
$5x = 180°$

$x = \frac{180°}{5}$

$x = 36°$

കോണുകൾ $3x = 3\times36 = 108°$

$2x = 2\times36 = 72°$



ചിത്രം 5.8

രേഖീയ ജോഡികളെ കുറിച്ച് കൂടുതൽ വിവരങ്ങൾ

രേഖീയ ജോഡികൾ ഇടയിലൂടെ ഒരു രശ്മി വരച്ചാൽ എന്തു സംഭവിക്കുമെന്ന് അമുദൻ അധ്യാപകനോട് ചോദിച്ചു. അധ്യാപകൻ അവനോട് വരക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു. ചിത്രം 5.8 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് പോലെ അവൻ വരച്ചു.

അധ്യാപകൻ അമുദനോട് $\angle AOB$, $\angle BOC$ എന്നിവയെക്കുറിച്ച് നിനക്ക് എന്ത് പറയാൻ സാധിക്കും? എന്ന് ചോദിച്ചു അവ സമീപ കോണുകൾ ആണെന്ന് അവൻ പറഞ്ഞു മാത്രമല്ല $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$ എന്നത് ശരിയാണ്.

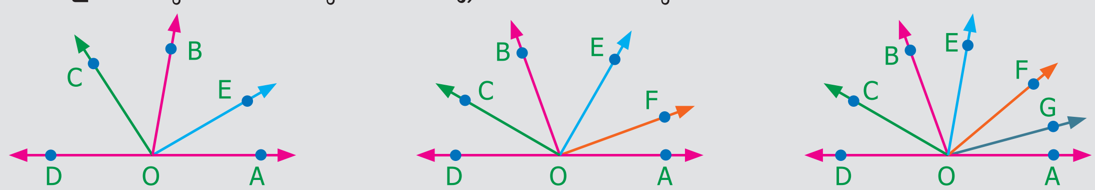
$\angle AOC$, $\angle COD$ എന്നീ ജോഡി കോണുകളെ കുറിച്ച് അധ്യാപകൻ ചോദിച്ചു അവ രേഖീയജോഡി ആണെന്ന് അവൻ മറുപടി പറഞ്ഞുഅതിനാൽ അവയുടെ തുക 180° ആകുന്നു അതായത് $\angle AOC + \angle COD = 180°$.

ഈ രണ്ടു ഫലങ്ങളും യോജിപ്പിച്ചാൽ $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 180°$ എന്ന് ലഭിക്കുന്നു.

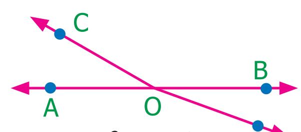
അതിനാൽ, ഒരു രേഖയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ രൂപീകരിക്കുന്ന എല്ലാ കോണുകളുടെയും തുക 180° ആണെന്ന് അനുമാനിക്കാം.

ചിന്തിക്കുക

താഴെ തന്നിരിക്കുന്നത് പോലെ ഒരു രേഖയിൽ 3 അല്ലെങ്കിൽ 4 അല്ലെങ്കിൽ 5 രശ്മികളെ ചേർത്താൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകൾക്ക് എന്ത് സംഭവിക്കും?



രേഖീയ ജോഡികൾ സംബന്ധിക്കുന്ന മറ്റൊരു ഫലം നമുക്ക് പഠിക്കാം.
തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രം 5.9 നോക്കുക.
AB ന്റെ നേർരേഖയാണ് *OC* എന്ന് രശ്മി *AB* യെ *O* ൽ സന്ധിക്കുന്നു.
ഇവിടെ $\angle AOC$ കൂടാതെ $\angle BOC$ എന്നിവ രേഖീയ ജോഡികളാണ്.
അതിനാൽ $\angle AOC + \angle BOC = 180°$ ആകുന്നു.



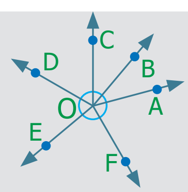
ചിത്രം 5.9

OD മറ്റൊരു രശ്മി *AB* യെ *O* ൽ സന്ധിക്കുന്നു.
$\angle AOD$ കൂടാതെ $\angle BOD$ എന്നിവ രേഖീയ ജോഡികൾ ആണ് അതിനാൽ.
അതിനാൽ $\angle AOD + \angle BOD = 180°$
ഇപ്പോൾ $\angle AOC$, $\angle BOC$, $\angle AOD$, $\angle BOD$ എന്നിവ *O* ൽ രൂപീകരിക്കുന്ന കോണുകൾ ആണ്.
$(\angle AOC + \angle BOC) + (\angle AOD + \angle BOD) = 180° + 180° = 360°$ എന്ന് നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം.
അതിനാൽ ഒരു ബിന്ദുവിലെ എല്ലാ കോണുകളുടെയും തുക 360° ആകുന്നു.

ചിന്തിക്കുക

താഴെ പറയുന്ന പ്രസ്താവന ന്യായീകരിക്കുക.

$\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOE + \angle EOF + \angle FOA = 360°$?



UDZAV

ഉദാഹരണം 5.6 ചിത്രം 5.10, നിന്നും $\angle ROS$ ന്റെ അളവ് കാണുക?

നിർദ്ധാരണം

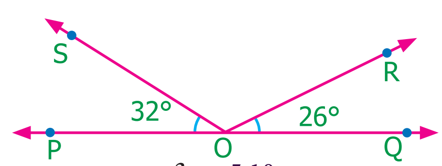
$\angle QOR + \angle ROS + \angle SOP = 180°$ എന്ന് നമുക്കറിയാം

$26° + \angle ROS + 32° = 180°$

$\angle ROS + 58° = 180°$

ഇരുവശവും 58° ഡിഗ്രി കുറച്ച്

$\angle ROS = 180° - 58° = 122°$ എന്ന് കിട്ടുന്നു



ചിത്രം 5.10

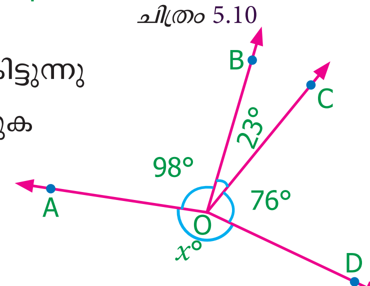
ഉദാഹരണം 5.7 ചിത്രം 5.11,ൽ നിന്നും x° ന്റെ മൂല്യം കാണുക

നിർദ്ധാരണം

$98° + 23° + 76° + x° = 360°$

$197° + x° = 360°$

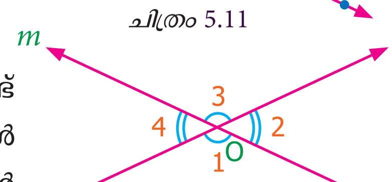
$x° = 360° - 197° = 163°$



ചിത്രം 5.11

5.2.3 ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ

പ്രതി ഛേദ രേഖകളെ കുറിച്ച് നമ്മൾ മുൻ ക്ലാസിൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട് ചിത്രം 5.12 നിരീക്ഷിക്കുക *l*, *m* എന്നിങ്ങനെ രണ്ടു രേഖകൾ *O* ൽ പ്രതിഛേദിക്കുന്നു. പ്രതിഛേദക ബിന്ദുവിൽ 4 കോണുകൾ രൂപീകരിക്കുന്നു. അവ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$ ആണ്.



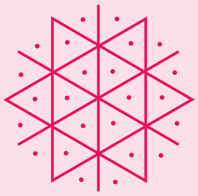
ചിത്രം 5.12

ഇവയിൽ $\angle 1$ ൽ പരിഗണിക്കുക $\angle 1$ ന്റെ സമീപത്തിലുള്ള കോണുകൾ ആണ്. $\angle 2$ കൂടാതെ $\angle 4$ എന്നിവ $\angle 3$ സമീപത്തിൽ അല്ലാത്ത കോണാണ്. ഇതുപോലെ മറ്റുള്ള കോണുകൾക്ക് രണ്ട് കോണുകൾ സമീപത്തിലും ഒരു കോൺ സമീപത്തിൽ അല്ലാതെയും കാണപ്പെടുന്നു. കോണും അതിന്റെ സമീപത്തിൽ അല്ലാത്ത കോണും O എന്ന പ്രതിഛേദബിന്ദുവിൽ (ശീർഷം) പരസ്പരം എതിരായി കാണപ്പെടുന്നു എന്ന് നിരീക്ഷിക്കാം. ശീർഷത്തേ അടിസ്ഥാനമാക്കി പരസ്പരം എതിരിൽ രൂപീകരിക്കുന്ന കോണുകളെ ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു

രണ്ട് രേഖകൾ പരസ്പരം ഛെദിക്കുമ്പോൾ സമീപത്തിൽ അല്ലാത്ത രണ്ട് ജോഡി കോണുകൾ രൂപീകരിക്കപ്പെടുന്ന ഇവയെ ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ നിത്യ ജീവിതത്തിൽ നിന്നും നാല് ഉദാഹരണങ്ങൾ തന്നിരിക്കുന്നു.

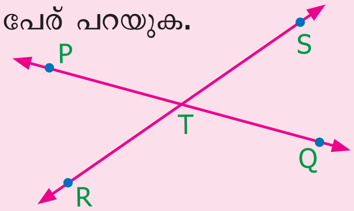


നിങ്ങളുടെ ചുറ്റുപാടിൽ നിന്നും നാല് ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

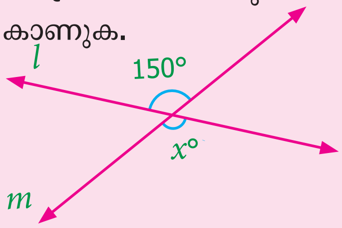
2. ചിത്രത്തിൽ $\overleftrightarrow{AB}$ കൂടാതെ $\overleftrightarrow{CD}$ എന്നീ രേഖകൾ O ൽ ഛേദിക്കുന്നു. ഓരോ ജോഡി കോണുകളെയും നിരീക്ഷിച്ച് പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക. ഒരെണ്ണം നിങ്ങൾക്കായി കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

കോണിന്റെ ജോഡി	$\angle AOC$	$\angle AOD$	$\angle BOC$	$\angle BOD$
$\angle AOC$	ഒരേ കോൺ	സമീപ കോൺ	സമീപ കോൺ	സമീപത്തിൽ അല്ലാത്ത കോൺ
$\angle AOD$				
$\angle BOC$				
$\angle BOD$				

3. രണ്ടു ജോഡി ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകളുടെ പേര് പറയുക.



4. തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $x°$ യുടെ മൂല്യം കാണുക.

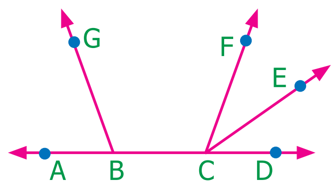


പ്രവർത്തി

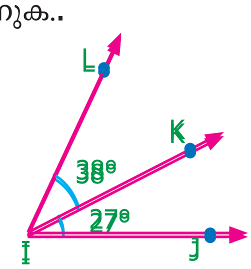
ഒരു പേപ്പറിൽ പരസ്പരം ഛേദിക്കുന്ന $\overleftrightarrow{AB}$ കൂടാതെ $\overleftrightarrow{CD}$ എന്നീ രേഖകൾ വരക്കുക. രണ്ട് രേഖകളും O ൽ ഛേദിക്കുന്നു. രണ്ടു ജോഡി ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകളും $\angle 1$, $\angle 2$ കൂടാതെ $\angle 3$, $\angle 4$ എന്നിങ്ങനെ കുറിക്കുക. $\angle 2$, $\angle 3$. ഇവയുടെ മാതൃക നിർമ്മിക്കുക. $\angle 2$ നെ $\angle 1$ ന്റെ മുകളിൽ വെക്കുക. അവ തുല്യം ആണോ? $\angle 3$ നെ $\angle 4$ ന്റെ മുകളിൽ വയ്ക്കുക. അവയും തുല്യമാണോ? അഞ്ച് വ്യത്യസ്ത ജോഡി പ്രതിഛേദകരേഖകളിൽ ഇത് ആവർത്തിക്കുക. നിരീക്ഷണങ്ങളെ രേഖപ്പെടുത്തി ചർച്ച ചെയ്യുക.

അഭ്യാസം 5.1

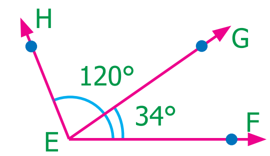
1. സമീപമായി വരുന്ന കോണുകളുടെ പേരെഴുതുക.



2. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $\angle JIL$ കാണുക..

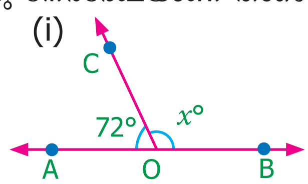


3. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $\angle GEH$ കാണുക...

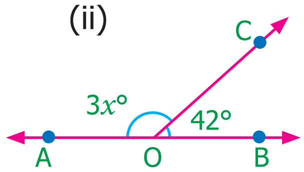


4. AB ഒരു നേർരേഖയാണ് താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഓരോ സാഹചര്യത്തിലും x° ന്റെ മൂല്യം കാണുക.

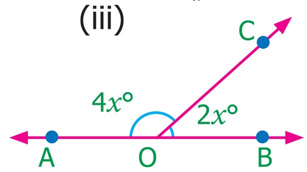
(i)



(ii)



(iii)



5. ഒരു രേഖീയ ജോഡിയിലെ ഒരു കോൺ സമ കോൺ ആണ്. മറ്റേ കോണിനെ കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് എന്ത് പറയാൻ സാധിക്കും.?

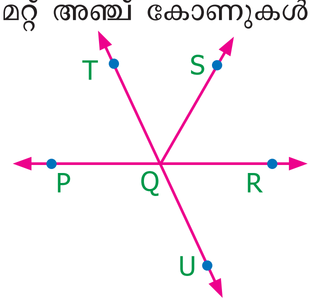
6. ഒരു ബിന്ദുവിലെ മൂന്ന് കോണുകളുടെ അംശബന്ധം 1 : 4 : 7 ആയാൽ ഓരോ കോണുകളും കണക്കാക്കുക.?

7. ഒരു ബിന്ദുവിൽ ആറ് കോണുകൾ ഉണ്ട്. ഒരു കോൺ 45° ഡിഗ്രിയും മറ്റ് അഞ്ച് കോണുകൾ തുല്യവുമാണ്. എങ്കിൽ ആ കോണുകളുടെ അളവുകൾ കാണുക?

8. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും

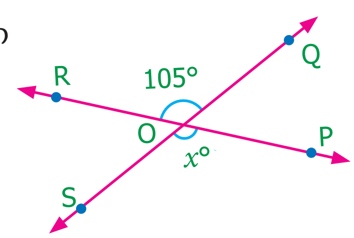
   (i) രണ്ടുജോഡി സമീപ കോണുകൾ.

   (ii) രണ്ട് ജോഡി ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ എന്നിവ തിരിച്ചറിയുക.

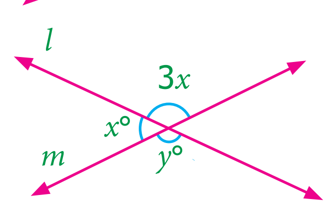


9. ഒരു ബിന്ദുവിനെ കോണുകൾ x°, $2x^\circ$, $3x^\circ$, $4x^\circ$, $5x^\circ$ എന്നിങ്ങനെയാണ് ഏറ്റവും വലിയ കോണളവ് കാണുക.

10. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും കാണാതായ കോൺ കാണുക..



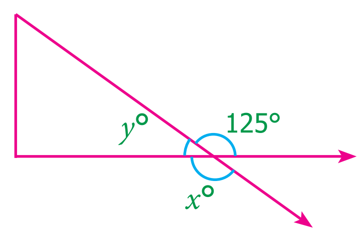
11. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും x°, y° എന്നീ കോണളവുകൾ കാണുക.



12. ചിത്രം ഉപയോഗിച്ച് താഴെ പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

    (i) x° യുടെ കോണളവ് എത്ര?

    (ii) y° യുടെ കോണളവ് എത്ര?



ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക

13. സമീപ കോണുകൾക്ക്

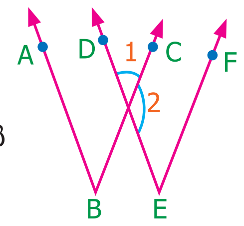
(i) പൊതുവായ ആന്തര ഭാഗം ഇല്ല, പൊതുവായ ഒരു ഭുജം ഇല്ല, പൊതുവായ ഒരു ശീർഷം ഇല്ല

(ii) പൊതുവായ ഒരു ശീർഷം, പൊതുവായ ഒരു ഭുജം, പൊതുവായ ആന്തര ഭാഗം

(iii) ഒരു പൊതു ഭുജം, ഒരു പൊതു ശീർഷം, പൊതുവായ ആന്തര ഭാഗം ഇല്ല

(iv) പൊതുവായ ഒരു ഭുജം, പൊതുവായ ശീർഷം ഇല്ല, പൊതുവായ ആന്തര ഭാഗം ഇല്ല

14. ചിത്രത്തിൽ ∠1, ∠2 എന്നിവ



(i) എതിർ കോണുകൾ (ii) സമീപ കോണുകൾ

(iii) രേഖീയ ജോഡി (iv) സംപൂരക കോണുകൾ

15. ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ

(i) അളവുകൾതുല്യമല്ല (ii) പൂരക കോണുകൾ

(iii) സംപൂരക കോണുകൾ (iv) അളവുകൾ തുല്യം

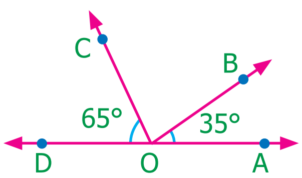
16. ഒരു ബിന്ദുവിലെ കോണുകളുടെ തുക

(i) 360° (ii) 180° (iii) 90° (iv) 0°

17. $\angle BOC$ യുടെ അളവ് തുല്യമായിരിക്കുന്നത്

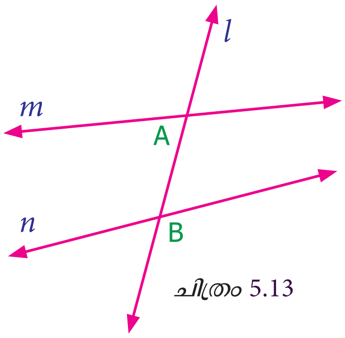
(i) 90° (ii) 180°

(iii) 80° (iv) 100°



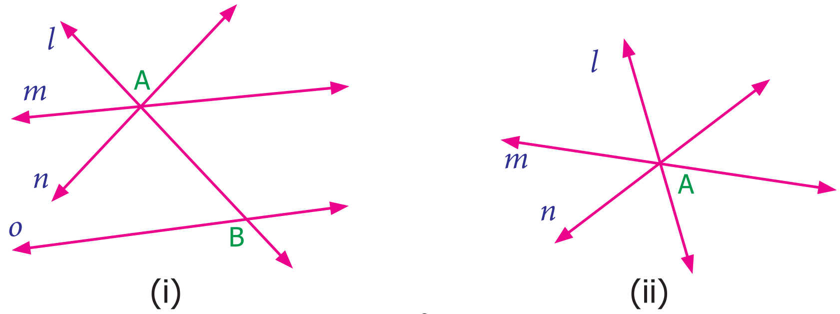
5.3. ഛേദകം

ചിത്രം 5.13 നിരീക്ഷിക്കുക m, n എന്നീ സമാന്തരം അല്ലാതെ രണ്ട് രേഖകളാണ്. l എന്ന രേഖ അവയെ യഥാക്രമം A, B എന്നിവയിൽ ഛേദിക്കുന്ന രേഖയെ (l) ഛേദകം എന്നു. പറയുന്നു. അതിനാൽ രണ്ട് രേഖകളെ വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കളിൽ ഛേദിക്കുന്ന രേഖയാണ് ഛേദകം. നമുക്ക് ഈ ആശയത്തെ എത്ര രേഖകളിലേക്കും വ്യാപിപ്പിക്കാം.



ചിത്രം 5.13

ചിത്രം 5.14 നിരീക്ഷിക്കുക (i) കൂടാതെ (ii) രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളിലും l എന്ന രേഖ മറ്റു രേഖകളുടെ ഛേദകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക..



ചിത്രം 5.14

ചിന്തിക്കുക

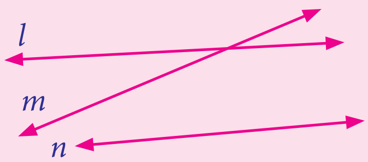
ഒരുകൂട്ടം രേഖകൾക്ക് ഒന്നിൽ കൂടുതൽ ഛേദകങ്ങൾ വരയ്ക്കാൻ സാധ്യമാണോ?

ചിത്രം (i) ൽ l എന്ന രേഖ m, n എന്നീ രേഖകളുടെ ഛേദകം അല്ല. എന്നാൽ m, o കൂടാതെ n, o എന്നീ ജോഡി രേഖകൾക്ക് ഛേദകം ആണ്.

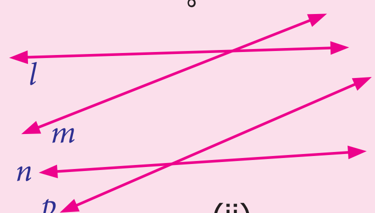
ചിത്രം (ii) ൽ l എന്ന രേഖ m, n എന്നീ രേഖകൾ വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കളിൽ ഛേദിക്കുന്നില്ല. അതിനാൽ ഛേദക രേഖയല്ല.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ അനേകം ഛേദക രേഖകൾ വരയ്ക്കുക.



(i)

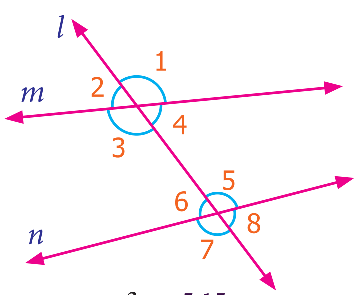


(ii)

2. മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ ഛേദക രേഖ ആകാൻ സാധ്യമല്ലാത്ത ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക.
3. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ടു രേഖകളുമായി എത്ര ഛേദക രേഖകൾ വരയ്ക്കാൻ സാധിക്കും?

5.3.1. ഛേദക രേഖയാൽ രൂപപ്പെടുന്ന കോണുകൾ

ഒരു ഛേദകം രണ്ടു രേഖകൾ ഛേദിക്കുമ്പോൾ പ്രതിഛേദകബിന്ദുവിൽ കോണുകൾ രൂപീകരിക്കപ്പെടുന്നു എന്ന് ചിത്രം 5.15 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 5.15

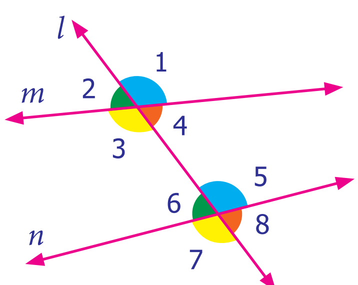
ഇവയിൽ ∠1, ∠2, ; ∠3, ∠4, ; ∠5, ∠6, ∠7, ∠8 എന്നീ രേഖീയ ജോഡികളാണ്. രേഖീയ ജോഡികളായ കൂടുതൽ കോണുകൾ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കുമോ?

ഇതുകൂടാതെ ∠1, ∠3 ; ∠2, ∠4 ; ∠5, ∠7, ∠6, ∠8 എന്നിവ ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകളാണ്.

ചിത്രം 5.15 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന കോണുകൾ വീണ്ടും നമുക്ക് താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രകാരം വ്യത്യസ്ത വിഭാഗങ്ങളായി തരം തിരിക്കാം.

സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ (Corresponding angles)

l എന്ന ഛേദകത്തിന്റെ വലതു വശത്തായി രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന ∠1 കൂടാതെ ∠5 എന്നീ കോണുകൾ നിരീക്ഷിക്കുക. ∠1, m എന്ന രേഖക്ക് മുകളിലും ∠5, n, രേഖക്ക് മുകളിലുമാണ്.



ചിത്രം 5.16

l എന്ന് ഛേദകത്തിന്റെ ഇടതു വശത്തായി രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന ∠2, ∠6 എന്നിവയും നിരീക്ഷിക്കുക. ഇവിടെ m ന് മുകളിലായി ∠2 ഉം n ന് മുകളിലായി ∠6 ഉം കാണപ്പെടുന്നു.

ഇതുപോലെ ഛേദകത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തായി രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള ∠3, ∠7 എന്നിവ പരിഗണിക്കുക. ഇവിടെ m ന് താഴെയായി ∠3 ഉം n ന് താഴെയായി ∠7 ഉം സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

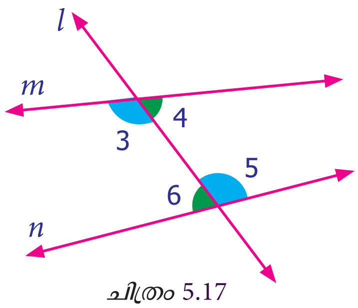
l എന്ന് ഛേദകത്തിന്റെ വലതു ഭാഗത്തായി രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള ∠4, ∠8 എന്നിവ നിരീക്ഷിക്കുക. ∠4, m ന് താഴെയും ∠8, n ന് താഴെയും സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

VZCNY

അതുകൊണ്ട് ഓരോ ജോഡി കോണുകൾക്കും വ്യത്യസ്ത ശീർഷങ്ങളാണ് അവ ഛേദക രേഖയുടെ (l) ഒരേ വശത്തെ (ഇടത് അല്ലെങ്കിൽ വലത്) ആണ് m, n എന്നീ രേഖകൾക്ക് മുകളിൽ അഥവാ താഴെയാണ് ഇത്തരത്തിലുള്ള ജോഡികളുടെ സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു.

ഏകാന്തര ഉൾക്കോണുകൾ (Alternate Interior angles)

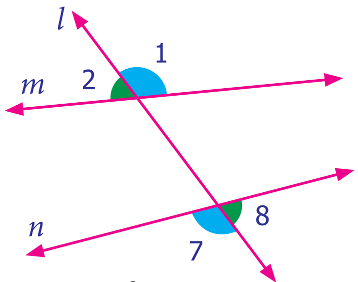
$\angle 3$, $\angle 5$ കൂടാതെ $\angle 4$, $\angle 6$ എന്നിങ്ങനെ പേര് കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോഡി കോണുകളും ഛേദകത്തിന്റെ (l) എതിർദിശയിൽ ആയി കാണപ്പെടുന്ന മാത്രമല്ല അവ m, n എന്നീ രേഖകൾക്ക് ഇടയിലും ആണ്. ഇവയെ ഏകാന്തര ഉൾക്കോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു.



ചിത്രം 5.17

ബാഹ്യ ഏകാന്തരകോണുകൾ (Alternate Exterior angles)

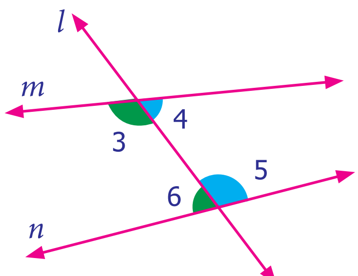
$\angle 1, \angle 7$ കൂടാതെ $\angle 2, \angle 8$ എന്നിങ്ങനെ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന കോണുകൾ ഛേദകത്തിന്റെ (l) എതിർ വശങ്ങളിലായി കാണപ്പെടുന്ന മാത്രമല്ല. അവ m, n എന്നീ രേഖകളുടെ ബാഹ്യ ഭാഗത്തായി സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. ഇവയെ ഏകാന്തര ബാഹ്യകോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു.



ചിത്രം 5.18

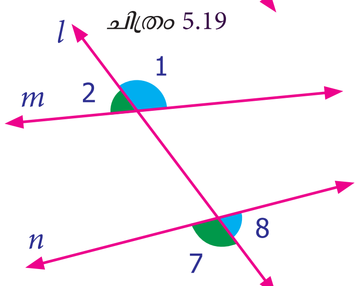
കൂടുതൽ ജോഡി കോണുകളെ നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം.

$\angle 3$, $\angle 6$ കൂടാതെ $\angle 4$, $\angle 5$ എന്നിങ്ങനെ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന കോണുകൾ ഛേദകത്തിന്റെ (l), ഒരേ വശത്തായി സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു മാത്രമല്ല അവ m, n എന്നീ രേഖകളുടെ ഇടയിലുമാണ് ഈ കോണുകൾ ഛേദകം (l) ന്റെ ഒരേ വശത്തായും m, n എന്നീ രേഖകളുടെ ആന്തര ഭാഗത്തായും സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു.



ചിത്രം 5.19

$\angle 1, \angle 8$ കൂടാതെ $\angle 2, \angle 7$ എന്നിങ്ങനെ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന കോണുകൾ ഛേദകം l ന്റെ ഒരേ വശത്തായി സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. മാത്രമല്ല m, n എന്നിവയുടെ ബാഹ്യ ഭാഗത്താണ്. ഈ കോണുകൾ ഛേദകം l ന്റെ ഒരേ വശത്തും m, n എന്നീ രേഖകൾക്ക് ബാഹ്യ ഭാഗത്തായി കാണപ്പെടുന്നു.



ചിത്രം.5.20

ഇത്തരം കോണുകള്‍ നമുക്ക് എങ്ങനെ വിളിക്കാം?

ഇവയെ സഹആന്തര കോൺ, സഹ ബാഹ്യ കോൺ എന്നിങ്ങനെ വിളിക്കാം.

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

ആർക്കിടെക്ചറിലുള്ള ഘടന രൂപകല്പന ചെയ്യുമ്പോൾ സമവാക്യവും സമത്വവും ഉറപ്പുവരുത്തുന്നതിന് സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. രൂപ കൽപന ചെയ്യുന്നതിന് ആയി ഏകാന്തര, ബാഹ്യ കോണുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. രണ്ട് തൂണുകൾ സമാന്തരമാണ് എന്നറിയാനും വളയാതെ ഇരിക്കാനും ഏകാന്തര ഉൾക്കോണുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

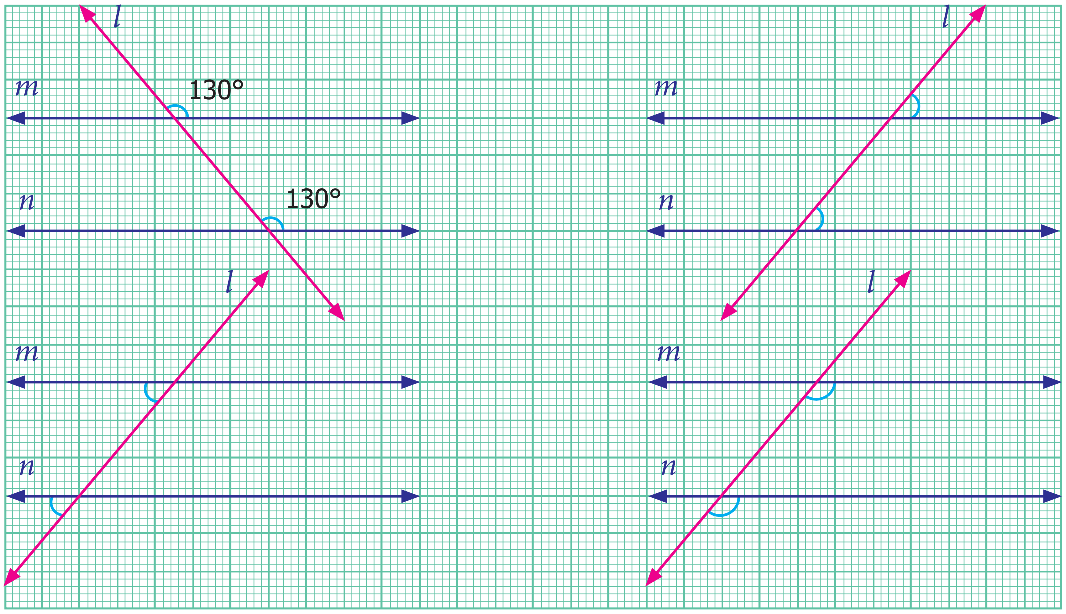
തൂണുകൾ മുഴുവനായും ഉള്ള രൂപകല്പനക്ക് മാറ്റം വരാതെ ഇരിക്കാനും ആയി, ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ആന്തര കോണുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ചുവരുകൾ വളവില്ലാത്ത ആണോ എന്നറിയാൻ ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ബാഹ്യ കോണുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

5.3.2 സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ രൂപീകരിക്കുന്ന കോണുകൾ

രണ്ട് രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാവുന്ന വിവിധതരം കോണുകൾ നമ്മൾ കണ്ടു രണ്ട് സമാന്തര രേഖകളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന ഛേദക രേഖയാൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളുടെ പ്രത്യേകതകളെ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തികളിലൂടെ നമുക്ക് നിരീക്ഷിക്കാം.

പ്രവർത്തി

ഓരോ ചിത്രത്തിലും രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ നിരീക്ഷിക്കുക ഒരു സമാന്തര രേഖകളുടെ ബാഹ്യഭാഗത്തും മറ്റേത് ആന്തര ഭാഗത്തും ആണ് മാത്രമല്ല ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തും ആണ്. ഒരു ജോഡി കോണുകൾ അളന്ന് അവ തുല്യമാണെന്ന് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ബാക്കിയുള്ള മൂന്നു ബാക്കിയുള്ള ജോഡി കോണുകളും എന്ന് പരിശോധിക്കുക.



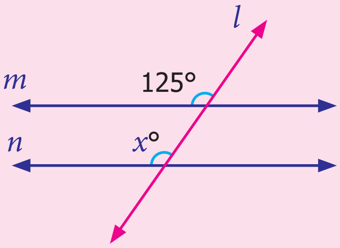
മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തിയിൽ നിന്നും രണ്ട് സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന **സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ** തുല്യമാണെന്ന് കാണാം.

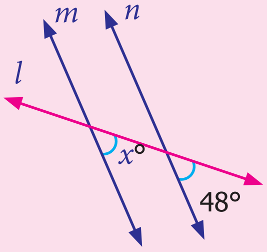
ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

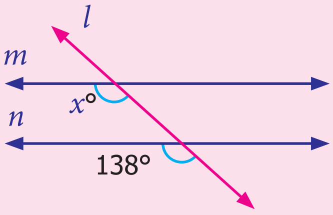
1. സമാന്തര രേഖകൾ ഛേദകം ഛേദിക്കുന്നതിന്റെ നാല് ഉദാഹരണങ്ങൾ തന്നിരിക്കുന്നു.

നിങ്ങളുടെ ചുറ്റുപാടിൽ നിന്നും ഇതിന് നാല് ഉദാഹരണങ്ങൾ നൽകുക.

2. x ന്റെ മൂല്യം കാണുക?

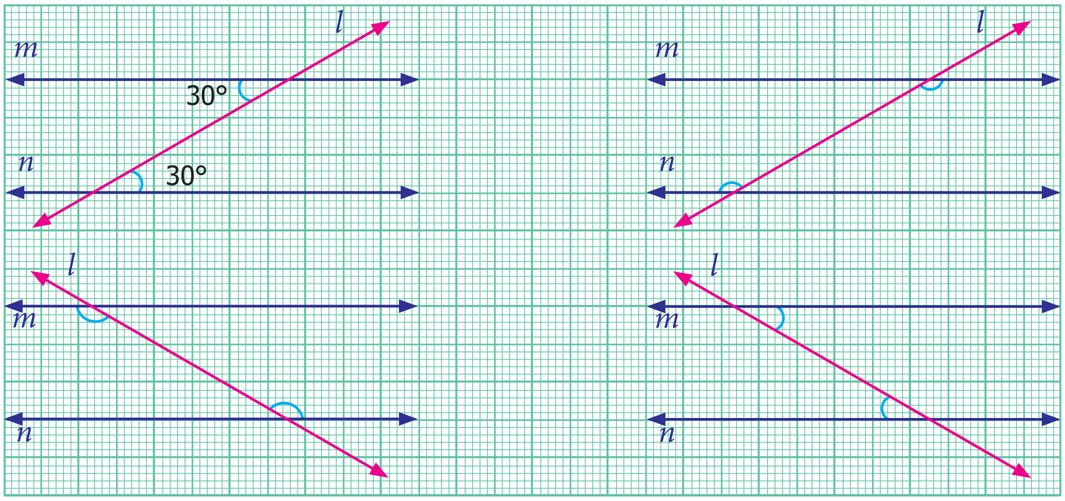






പ്രവർത്തി

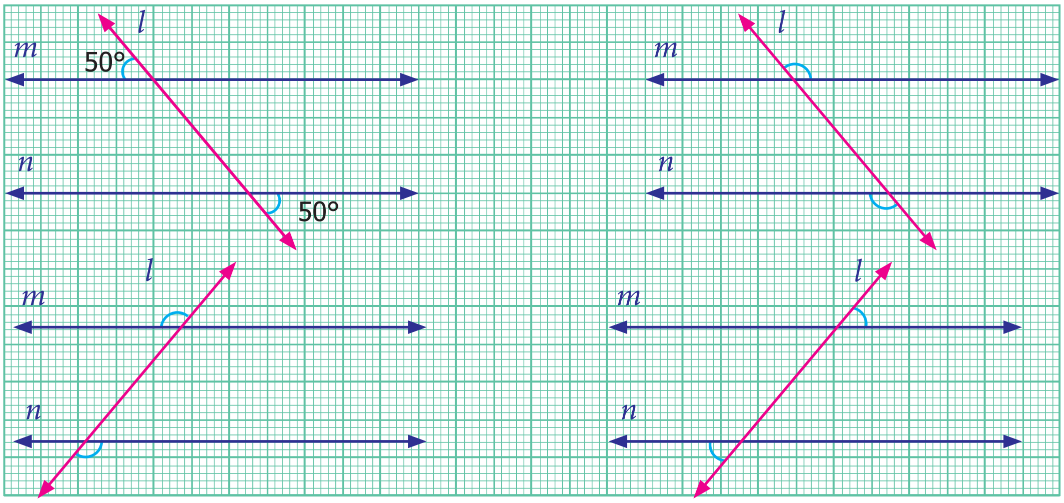
ഓരോ ചിത്രത്തിലും തന്നിരിക്കുന്ന ഏകാന്തര ഉൾക്കോണുകൾ നിരീക്ഷിക്കുക. ഇവ രണ്ടും സമാന്തരരേഖകൾക്ക് ഇടയിലും ഛേദകത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലുമായി സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ഒരു ജോഡി കോണുകൾ അളന്ന് തുല്യമാണെന്ന് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. മറ്റുള്ള മൂന്നു ജോഡി കോണുകളും അളന്ന് പരിശോധിക്കുക.



മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തിയിൽ നിന്നും രണ്ട് സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഏകാന്തര ഉൾക്കോണുകൾ തുല്യമാണെന്ന് കാണാം.

പ്രവർത്തി

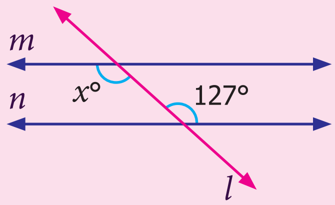
ഓരോ ചിത്രത്തിലും തന്നിരിക്കുന്ന ഏകാന്തര ബാഹ്യകോണുകൾ നിരീക്ഷിക്കുക. അവ രണ്ടും സമാന്തരരേഖകൾക്ക് ബാഹ്യഭാഗത്തായും ഛേദകത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലായി സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ഒരു ജോഡി കോണുകൾ അളന്ന് തുല്യമാണെന്ന് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ബാക്കിയുള്ള മൂന്നു ജോഡികളും പരിശോധിക്കുക.

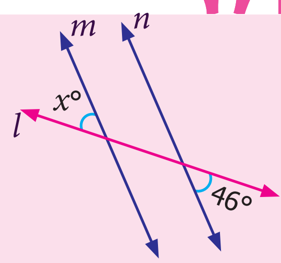


മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തിയിൽ നിന്നും രണ്ട് സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഏകാന്തര ബാഹ്യകോണുകൾ തുല്യമാണെന്ന് കാണാം.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

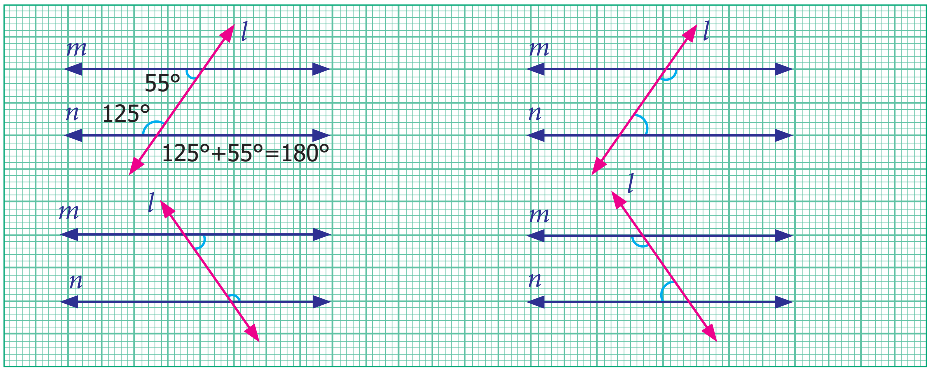
x° ന്റെ മൂല്യം കാണുക.





പ്രവർത്തി

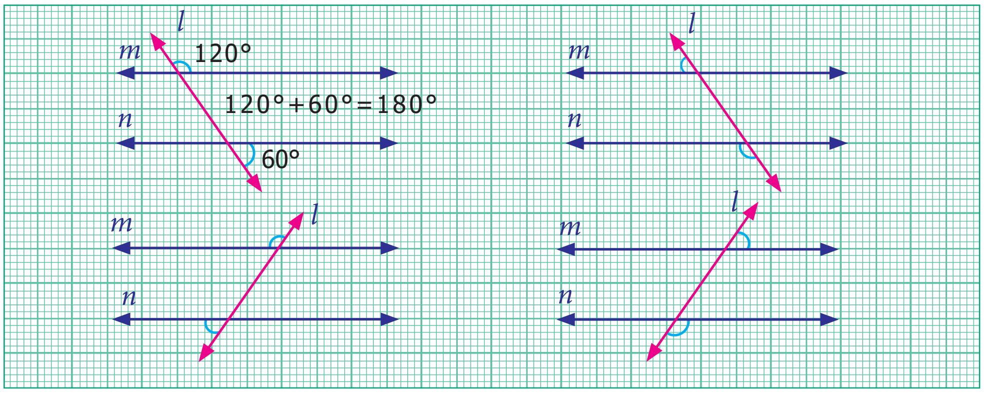
ഓരോ ചിത്രത്തിലും തന്നിരിക്കുന്ന സഹ ആന്തര കോണുകൾ നിരീക്ഷിക്കുക. രണ്ട് കോണുകളും സമാന്തരരേഖകൾക്കിടയിലും ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തും ആണ്. ഒരു ജോഡി കോണുകൾ അളന്ന് അവയുടെ തുക 180° ഡിഗ്രി ആണെന്ന് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ബാക്കിയുള്ള മൂന്ന് ജോഡി കോണുകളും പരിശോധിക്കുക.



മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തിയിൽ നിന്നും രണ്ട് സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഒരേ വശത്തുള്ള ആന്തര കോണുകൾ സംപൂരകം ആണെന്ന്, നിഗമനത്തിൽ എത്താം.

പ്രവർത്തി

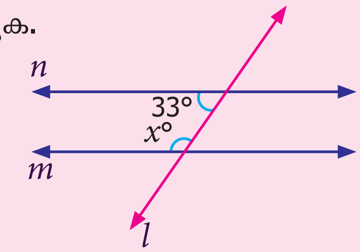
ഓരോ ചിത്രത്തിലും തന്നിരിക്കുന്ന സഹ ബാഹ്യകോണുകൾ നിരീക്ഷിക്കുക. ഇവ രണ്ടും സമാന്തരരേഖകളുടെ ബാഹ്യ ഭാഗത്തായും ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശങ്ങളിലും സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. ഒരേ ജോഡി കോണുകൾ അളന്ന് അവ സംപൂരകമാണെന്ന് കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ബാക്കിയുള്ള മൂന്ന് ജോഡി കോണുകളും അളന്ന് പരിശോധിക്കുക.

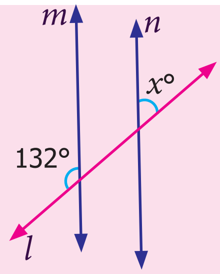


മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തിയിൽ നിന്നും രണ്ട് സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ഒരേ ജോഡി ബാഹ്യ കോണുകളും സംപൂരകമാണ് എന്ന നിഗമനത്തിലെത്താം.

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

x ന്റെ മൂല്യം കാണുക.





ഉദാഹരണം 5.8

(i) ∠1 ന്റെ സമസ്ഥാനീയ കോണിന്റെ പേര് പറയുക.

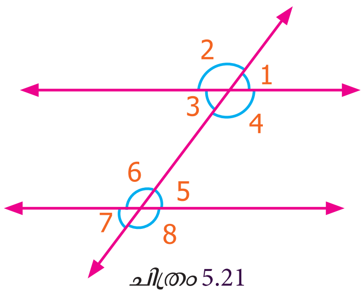
(ii) ∠3 ന്റെ ഏകാന്തര ഉൾക്കോണിന്റെ പേര് പറയുക.

(iii) ∠8 ന്റെ സമസ്ഥാനീയ് ബാഹ്യ കോണിന്റെ പേര് പറയുക.

(iv) ∠8 ന്റെ ഏകാന്തര ബാഹ്യ കോണിന്റെ പേര് പറയുക.

(v) ∠7 ന്റെ ഏകാന്തര ബാഹ്യ കോണിന്റെ പേര് പറയുക.

(vi) ∠6 ന്റെ ഏകാന്തര ഉൾക്കോണിന്റെ പേര് പറയുക.



ചിത്രം 5.21

നിർദ്ധാരണം

(i) ∠1 ന്റെ സമസ്ഥാനീയ കോൺ ∠5 ആകുന്നു.

(ii) ∠3 ന്റെ ഏകാന്തര ഉൾ കോൺ ∠5 ആകുന്നു.

(iii) ∠8 ന്റെ ഏകാന്തര ബാഹ്യകോൺ ∠2 ആകുന്നു.

(iv) ∠8 ന്റെ സമസ്ഥാനീയ കോൺ ∠4 ആകുന്നു.

(v) ∠7 ന്റെ ഏകാന്തര ബാഹ്യകോൺ ∠1 ആകുന്നു.

(vi) ∠6 ന്റെ ഏകാന്തര ഉൾ കോൺ ∠4 ആകുന്നു.

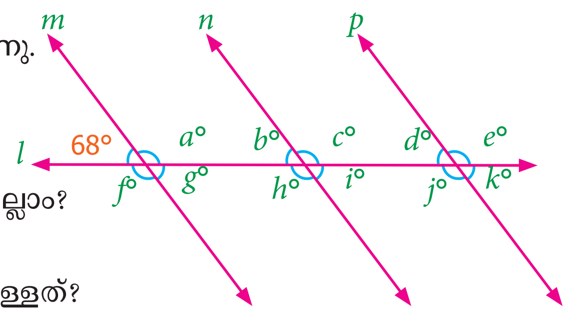
ഉദാഹരണം 5.9

(i) b° യുടെ സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ ഏതെല്ലാം?

(ii) b° യുടെ അളവ് എത്ര?

(iii) ഏതെല്ലാം കോണുക്കൾകാണ് 68° അളവ് ഉള്ളത്?

(iv) ഏതെല്ലാം കോണുക്കൾകാണ് 112° അളവ് ഉള്ളത്?



ചിത്രം 5.22

നിർദ്ധാരണം

(i) b° യുടെ സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ d° യും 68° യും ആകുന്നു.

(ii) b° യുടെ അളവ് 68° ആകുന്നു (b° യുടെ സമസ്ഥാനീയ കോൺ ആണ് 68°).

(iii) 68° ഉള്ള കോണുകൾ b°, d°, g°, i°, k° എന്നിവയാണ്.

(iv) 112° അളവുള്ള കോണുകൾ a°, c°, e°, f°, h°, j° എന്നിവയാണ്.

ഉദാഹരണം 5.10 ചിത്രത്തിൽ l സമാന്തമാണ് m ന് എങ്കിൽ x, y എന്നിവയുടെ മൂലര്യ കാണുക?

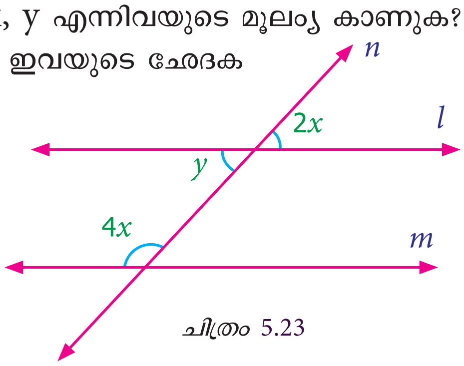
നിർദ്ധാരണം l സമാന്തരമാണ് m ന് കൂടാതെ n എന്നത് l, m ഇവയുടെ ഛേദക രേഖയാണ് എന്ന് തന്നിട്ടുണ്ട്.

y = 2x [ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ തുല്യമാണ്]

y + 4x = 180° (ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ആന്തര കോണുകളുടെ തുക)

2x + 4x = 180° (കാരണം y = 2x)

6x = 180°



ചിത്രം 5.23

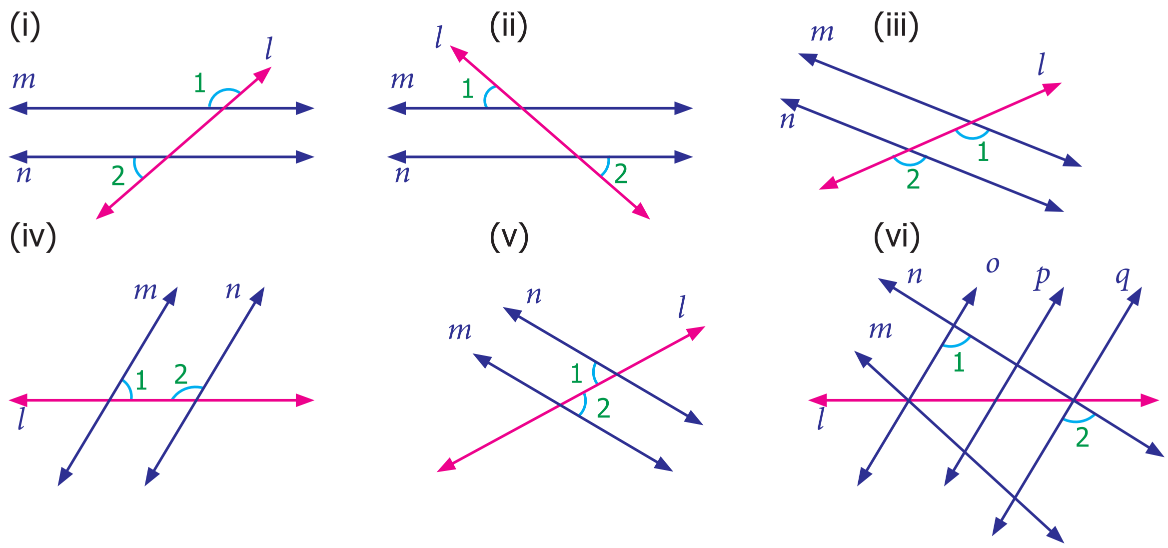
ഇരുവശവും 6 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു

$\frac{x}{6} = \frac{180^\circ}{6}$ കിട്ടുന്നത്, $x = 30^\circ$.

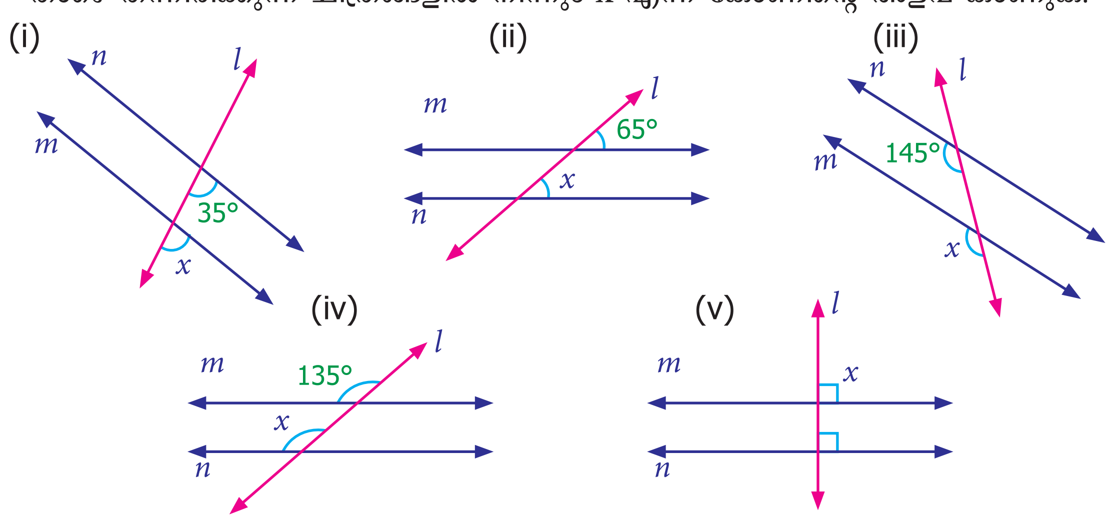
ഇപ്പോൾ, $y = 2(30^\circ) = 60^\circ$.

അഭ്യാസം 5.2

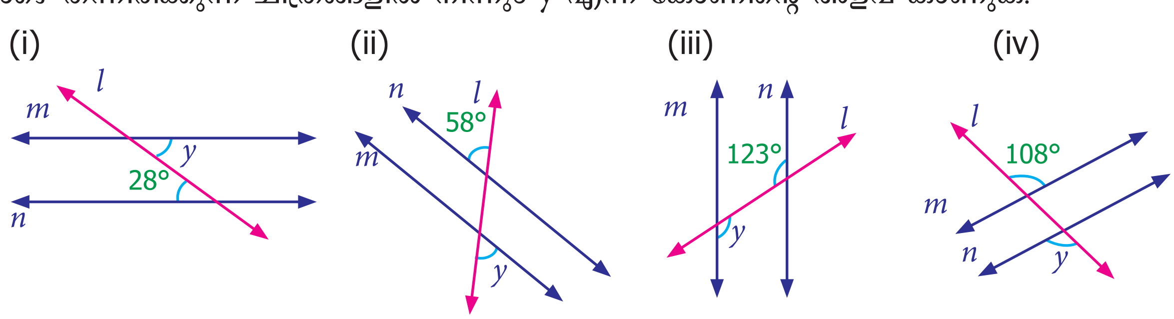
1. തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോഡി കോണിന്റെയും പേര് പറയുക.



2. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും x എന്ന കോണിന്റെ അളവ് കാണുക.

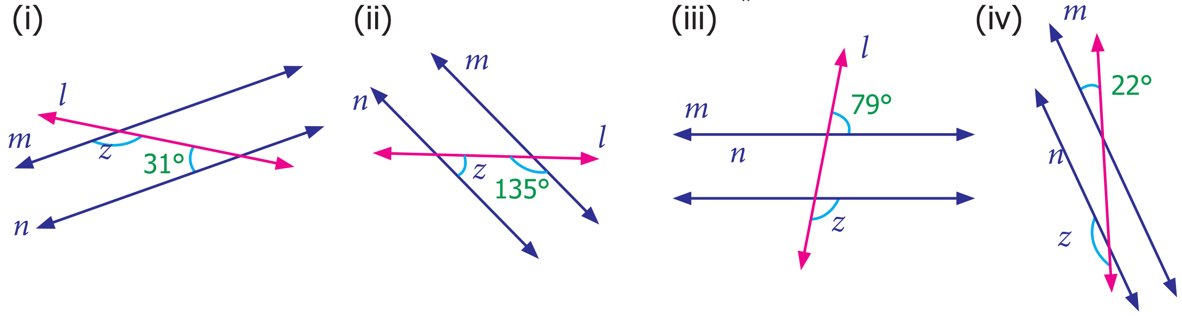


3. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും y എന്ന കോണിന്റെ അളവ് കാണുക.



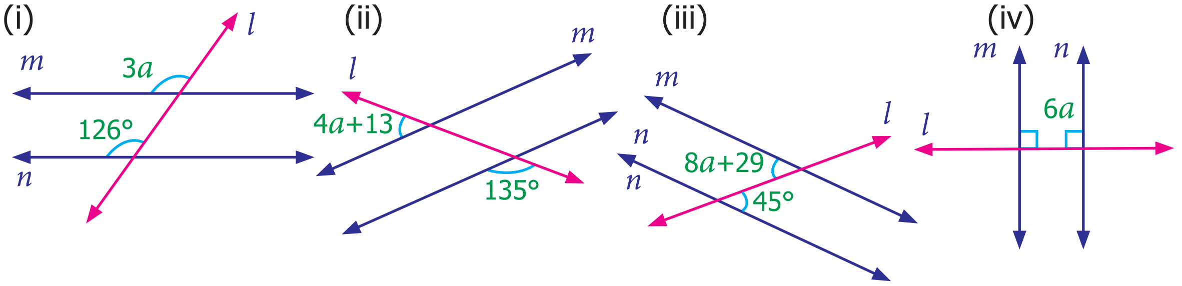
4. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും കോൺ z ന്റെ മൂല്യം കാണുക.

(i) (ii) (iii) (iv)



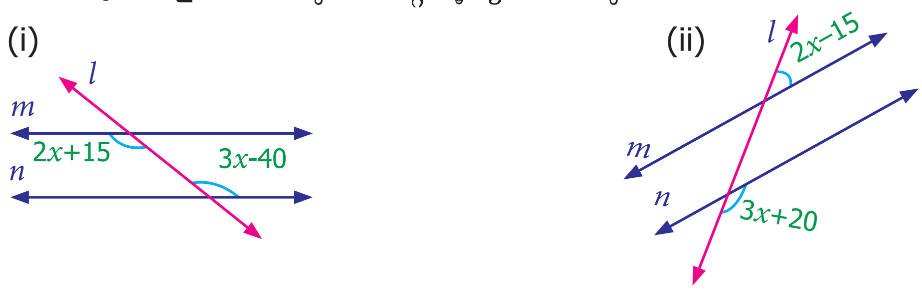
5. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും കോൺ a യുടെ മൂല്യം കാണുക.

(i) (ii) (iii) (iv)



6. രണ്ട് ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും x ന്റെ മൂല്യം കാണുക.

(i) (ii)



7. ചിത്രം (i) ലും (ii) ലും അമ്പ് കോണുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഇവ രണ്ടും ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക കാരണം തരുക.

(i) (ii)

8. സമാന്തര രേഖകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നതിന് യഥാർത്ഥ ജീവിതത്തിലെ രണ്ട് ഉദാഹരണങ്ങൾ തരുക?

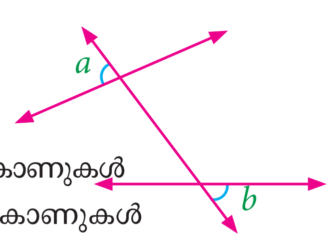
9. സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുന്നു. ഏറ്റവും കുറഞ്ഞത് എത്ര കോണുകളുടെ അളവുകൾ അറിഞ്ഞാൽ ബാക്കിയുള്ള കോണളവുകൾ കാണാൻ സാധിക്കും

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക

10. രണ്ടോ അതിൽ കൂടുതലോ രേഖകളെ വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കളിൽ ഛേദിക്കുന്ന രേഖയെ അറിയപ്പെടുന്നത്.

(i) സമാന്തര രേഖകൾ (ii) ഛേദകം

(iii) സമാന്തരമല്ലാത്ത രേഖകൾ (iv) പ്രതിഛേദ രേഖ



11. ചിത്രത്തിൽ a, b എന്നീ കോണുകൾ

(i) ഏകാന്തര ബാഹ്യകോണുകൾ. (ii) സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ

(iii) ഏകാന്തര ഉൾക്കോണുകൾ (iv) ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ

12. സമാന്തരരേഖകളെ ഛേദകം ഛേദിക്കുന്നു എങ്കിൽ താഴെ പറയുന്ന ഏത് പ്രസ്താവനയാണ് എപ്പോഴും ശരിയാകുന്നത്.

(i) സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ സംപൂരകം ആണ്.

(ii) ഏകാന്തര ഉൾ കോണുകൾ സംപൂരകം ആണ്.

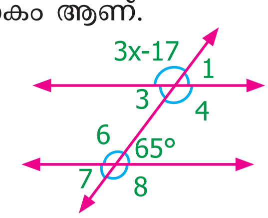
(iii) ഏകാന്തര ബാഹ്യ കോണുകൾ സംപൂരകം ആണ്.

(iv) ഛേദകത്തിന്റെ ഓരോ വശത്തുള്ള ആന്തര കോണുകൾ സംപൂരകം ആണ്.

13. ചിത്രത്തിൽ x ന്റെ മൂല്യം ഏതാണ്?

(i) 43° (ii) 44°

(iii) 132° (iv) 134°



5.4 നിർമ്മിതി (Construction)

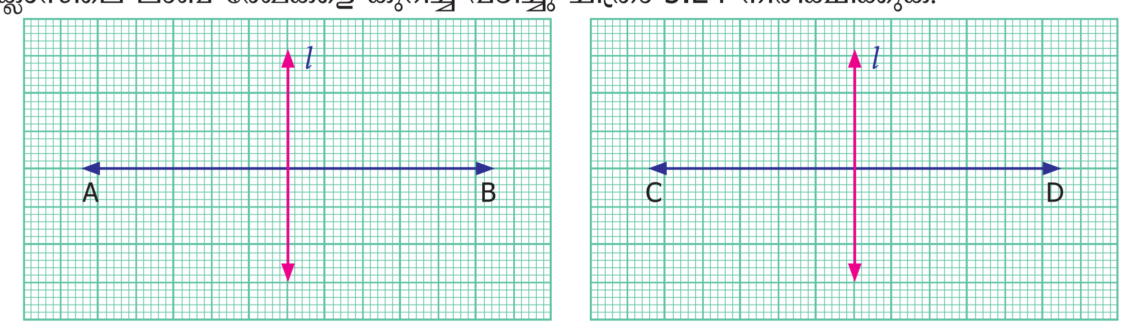
ജ്യാമിതിയിൽ നിർമ്മിതി എന്നത് കൊണ്ട് അർത്ഥമാക്കുന്നത് രേഖകൾ, കോണുകൾ, രൂപങ്ങൾ എന്നിവ കൃത്യമായി വരക്കുക എന്നാണ്. മുൻ ക്ലാസുകളിൽ രേഖാഖണ്ഡം തന്നിരിക്കുന്ന രേഖയ്ക്ക് സമാന്തരരേഖ, ലംബ രേഖ കൂടാതെ കോൺ മാപിനി ഉപയോഗിച്ച് കോൺ എന്നിവ വരയ്ക്കാൻ നമ്മൾ പഠിച്ചു.

ഇപ്പോൾ തന്നിരിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ ലംബദ്വിഭാജകം കോണിന്റെ ദ്വിഭാജകം കോൺമാപിനി ഉപയോഗിക്കാതെ 60°, 30°, 120°, 90°,45° എന്നീ കോണുകൾ എന്നിവ നിർമ്മിക്കുന്നത് എങ്ങനെ ആണെന്ന് പഠിക്കാം.

തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ തോതിൽ അല്ല

5.4.1 ഒരു രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ ലംബദ്വിഭാജകത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

മുൻ ക്ലാസിലെ ലംബ രേഖകളെ കുറിച്ച് പഠിച്ചു ചിത്രം 5.24 നിരീക്ഷിക്കുക.



ചിത്രം 5.24

ഇവ ലംബ രേഖകളാണ്. രണ്ട് സാഹചര്യങ്ങളിലും l എന്ന ലംബ രേഖ രണ്ട് രേഖാഖണ്ഡങ്ങളെയും രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. ഈ രേഖയെ രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ ലംബദ്വിഭാജകം എന്നറിയപ്പെടുന്നു. അതിനാൽ ഒരു രേഖാഖണ്ഡത്തെ തുല്യമായി വിഭജിക്കുന്ന ലംബ രേഖയാണ് അതിന്റെ ലംബദ്വിഭാജകം.

തന്നിരിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിൽ ലംബദ്വിഭാജകം നിർമ്മിക്കുന്നത് എങ്ങനെയാണെന്ന് ഇപ്പോൾ നമുക്ക് പഠിക്കാം.

ഉദാഹരണം 5.11 AB = 6 cm എന്ന് രേഖാഖണ്ഡത്തിന് ലംബദ്വിഭാജകം. നിർമ്മിക്കുക.

വഴി 1: ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക. അതിൽ AB = 6 cm വരത്തക്കവിധം A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ കുറിക്കുക.

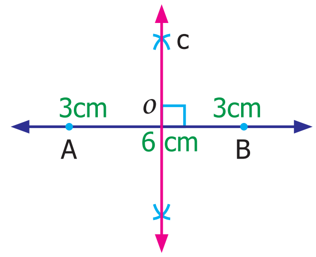
വഴി 2: AB ക്ക് മുകളിലും താഴെയും ആയി AB യുടെ നീളത്തിന്റെ പകുതിയിൽ കൂടുതൽ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ A കേന്ദ്രമായി ഒരേ അളവുള്ള രണ്ട് ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.

വഴി 3: അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ B കേന്ദ്രമായി രണ്ട് ചാപങ്ങൾ വഴി. 2 ൽ വരച്ച ചാപങ്ങളെ ഛേദിക്കുന്ന വിധം വരയ്ക്കുക. ഈ ചാപങ്ങൾ സംഗമിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ C, D എന്നിങ്ങനെ കുറിയ്ക്കുക.

വഴി 4: C യും D യും യോജിപ്പിക്കുക. CD, AB യെ പ്രതിഛേദിക്കുന്നു. ഈ പ്രതിഛേദ ബിന്ദുവാണ് O.

CD ആണ് AB യുടെ ആവശ്യപ്പെട്ട ലംബദ്വിഭാജകം.

$\angle AOC$ അളക്കുക. AO, OB ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ അളക്കുക. നിങ്ങൾ എന്ത് നിരീക്ഷിക്കാം?



ചിന്തിക്കുക

1. ചാപത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം AB യുടെ നീളത്തിന്റെ പകുതിയിൽ കുറവായാൽ എന്ത് സംഭവിക്കും?

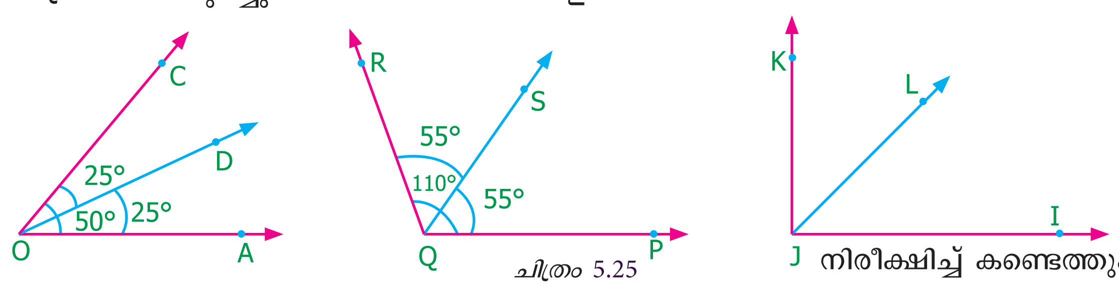
അഭ്യാസം 5.3

1. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ രേഖാഖണ്ഡം വരക്കുക സ്കെയിലും കോമ്പസും ഉപയോഗിച്ച് അതിന്റെ ലംബദ്വിഭാജകം നിർമ്മിക്കുക.
   (a) 8 സെ.മീ (b) 7സെ.മീ (c) 5.6 സെ.മീ (d) 10.4 സെ.മീ (e) 58 സെ.മീ

5.4.2 ഒരു കോണിന്റെ കോൺ ദ്വിഭാജകം നിർമ്മിക്കൽ

ഒരു രേഖ അഥവാ രേഖാഖണ്ഡം ഒരു കോണിനെ രണ്ട് തുല്യ കോണുകൾ ആയി വിഭജിച്ചാൽ ആ രേഖ അഥവാ രേഖാഖണ്ഡത്തെ തന്നിരിക്കുന്ന കോണിന്റെ കോൺ ദ്വിഭാജകം എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

ചിത്രത്തിൽ കുറച്ചു കോൺ ദ്വിഭാജകങ്ങളെ നിരീക്ഷിക്കാം.



ചിത്രം 5.25

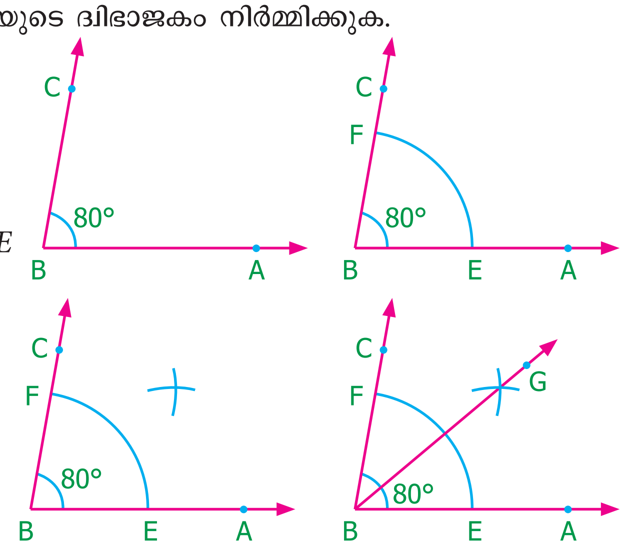
ഉദാഹരണം 5.12 80° കോണളവ് ഉള്ള $\angle ABC$ യുടെ ദ്വിഭാജകം നിർമ്മിക്കുക.

വഴി 1: കോൺമാപിനി ഉപയോഗിച്ച് 80° അളവുള്ള $\angle ABC$ നിർമ്മിക്കുക.

വഴി 2: സൗകര്യപ്രദമായ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ B കേന്ദ്രമായി ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക. ഇത് BA, BC ഇവയാൽ ഛേദിക്കുന്നു. BA ൽ E യിലും BC ൽ F ലും സംഗമിക്കുന്നു.

വഴി 3: അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ E കേന്ദ്രമായി $\angle ABC$ ആന്തര ഭാഗത്തായി ഒരു ചാപവും F കേന്ദ്രമായി മറ്റൊരു ചാപം ആദ്യ ചാപത്തെ ഛേദിക്കുമാറ് വരയ്ക്കുക.

വഴി 4: അവയുടെ സംഗമ ബിന്ദുവാണ് G. BX എന്ന് രശ്മി G യിലൂടെ വരക്കുക.



BG ആണ് $\angle ABC$ യുടെ ആവശ്യപ്പെട്ട ദ്വിഭാജകം.

അഭ്യാസം 5.4

1. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന കോണുകളുടെ കോൺ ദ്വിഭാജകങ്ങൾ സ്കെയിലും കോമ്പസും ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കുക.

   (a) 60° (b) 100° (c) 90° (d) 48° (e) 110°

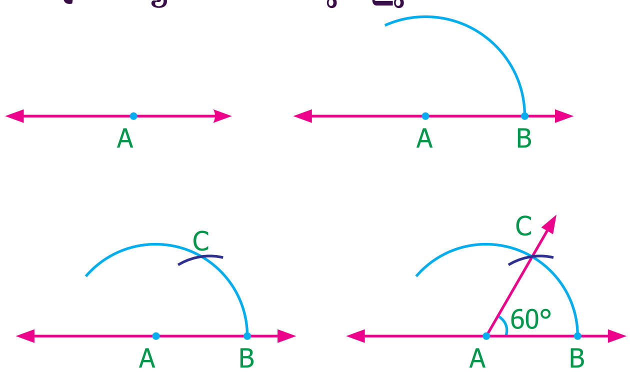
5.4.3 കോൺമാപിനി ഉപയോഗിക്കാതെ ചില പ്രത്യേക കോണുകളുടെ നിർമ്മിതി.

(i) 60° അളവുള്ള കോണിന്റെ നിർമ്മിതി.

വഴി 1: ഒരു രേഖ വരക്കുക. അതിൽ A എന്ന ബിന്ദു കുറിക്കുക.

വഴി 2: A കേന്ദ്രമായി സൗകര്യപ്രദമായ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരക്കുക ഈ ചാപം രേഖയെ B യിൽ സംഗമിക്കുന്നു.

വഴി 3: B കേന്ദ്രമായി അതെ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരച്ച് ആദ്യ ചാപത്തെ C ൽ ഛേദിക്കുന്നു.



വഴി 4: AC യോജിപ്പിക്കുക. $\angle BAC$ ആണ് 60° കോൺ അളവുള്ള ആവശ്യപ്പെട്ട കോൺ.

(ii) 120° അളവുള്ള കോണിന്റെ നിർമ്മിതി.

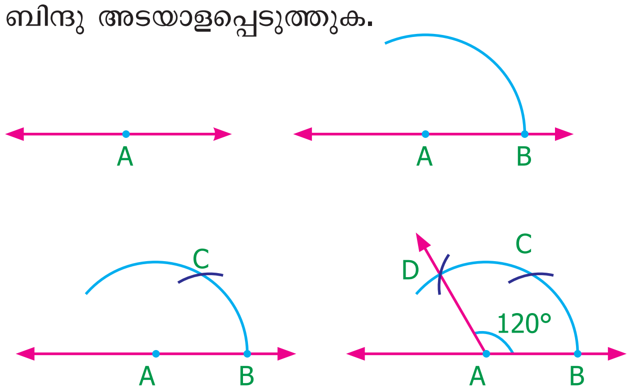
120°ൽ രണ്ട് 60° കോണുകൾ ഉണ്ടെന്ന് നമുക്കറിയാം. അതിനാൽ 120° കോണിനായി 60° കോണുകൾ നിർമ്മിക്കണം. താഴെ കാണുന്ന പ്രകാരം നിർമ്മിക്കാം.

വഴി 1: ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക. അതിൽ A എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

വഴി 2: A കേന്ദ്രമായി സൗകര്യപ്രദമായ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരക്കുക രേഖയെ B യിൽ ഛേദിക്കുന്നു.

വഴി 3: B കേന്ദ്രമായി അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരക്കുന്നു. ഇത് ആദ്യ ചാപത്തെ C ൽ ഛേദിക്കുന്നു.

വഴി 4: അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ C കേന്ദ്രമായി വരുന്ന ചാപം വഴി 2ൽ വരച്ച ചാപത്തെ D ൽ ഛേദിക്കുന്നു.



വഴി 5: AD യോജിപ്പിക്കുക. $\angle BAD$ ആണ് 120° കോൺ ഉള്ള ആവശ്യപ്പെട്ട ചാപം.

(iii) 30° അളവുള്ള കോണിന്റെ നിർമ്മിതി.

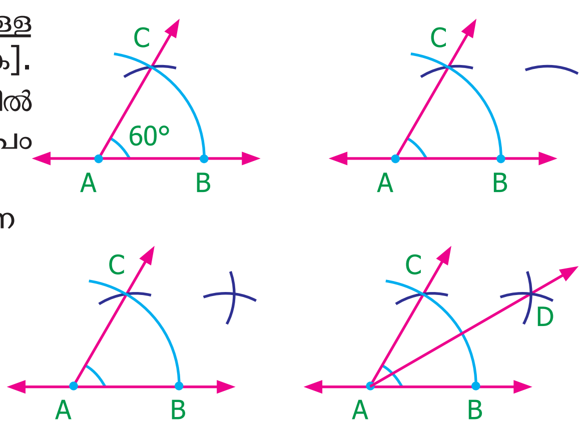
30° എന്നത് 60°യുടെ പകുതിയാണ്. 60° കോണിന്റെ ദ്വിഭാജകം നിർമ്മിച്ചാൽ നമുക്ക് 30° കോൺ ലഭിക്കും.

വഴി 1: 60° കോൺ നിർമ്മിക്കുക. [60° അളവുള്ള കോണിന്റെ നിർമ്മിതി (i)ൽ പരിശോധിക്കുക].

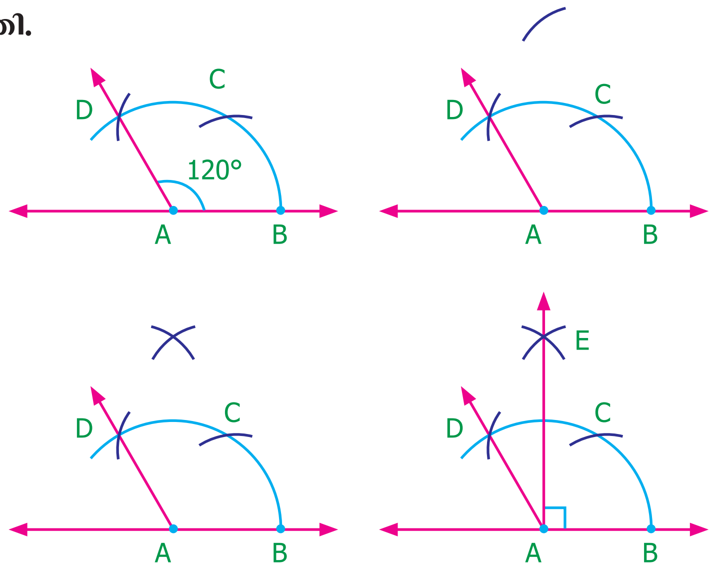
വഴി 2: B കേന്ദ്രമായി സൗകര്യപ്രദമായ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ $\angle BAC$ യുടെ ആന്തര ഭാഗത്ത് ഒരു ചാപം വരക്കുക.

വഴി 3: അതേ വ്യാസത്തിൽ C കേന്ദ്രമായി വരക്കുന്ന മറ്റൊരു ചാപം ആദ്യ ചാപത്തെ D ൽ ഛേദിക്കുന്നു.

വഴി 4: AD യോജിപ്പിക്കുക. $\angle BAD$ ആണ് 30° അള വുള്ള ആവശ്യപ്പെട്ട കോൺ. [$\angle DAC$ യെ കുറിച്ച് ചിന്തിക്കുക].



(iv) 90° അളവുള്ള കോണിന്റെ നിർമ്മിതി.



വഴി 1: 120° അളവുള്ള കോൺ നിർമ്മിക്കുക [(ii) ഇതിനായി 120° അളവുള്ള കോണിന്റെ നിർമ്മിതി പരിശോധിക്കുക].

വഴി 2: സൗകര്യപ്രദമായ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ *C* കേന്ദ്രമായി $\angle CAD$ ആന്തര ഭാഗത്തായി ഒരു ചാപം വരക്കുക.

വഴി 3: അതേ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ *D* കേന്ദ്രമായി മറ്റൊരു ചാപം വഴി 3 ൽ വരച്ച ചാപത്തെ ഛേദിക്കുമാറ് വരക്കുക. ഈ ബിന്ദുവാണ് *E*.

വഴി 4: AE യോജിപ്പിക്കുക. $\angle BAD = 90°$ ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട കോൺ.

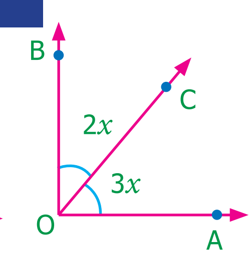
അഭ്യാസം 5.5

1. കോമ്പസും സ്കെയിലും ഉപയോഗിച്ച് താഴെ പറയുന്ന കോണുകൾ നിർമ്മിക്കുക.
   (i) 60° (ii) 120° (iii) 30° (iv) 90°
   (v) 45° (vi) 150° (vii) 135°

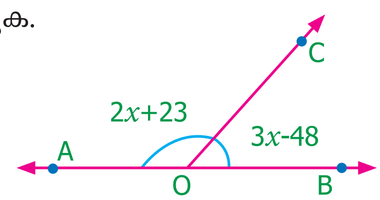
അഭ്യാസം 5.6

വിവിധ തരം പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

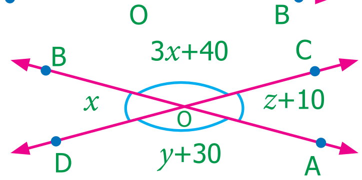
1. $\angle AOB$ ഒരു സമകോൺ ആയാൽ x കാണുക.



2. തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ x കാണുക.

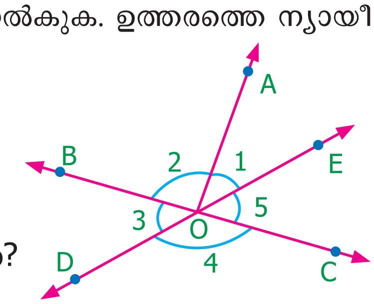


3. x, y, z എന്നിവയുടെ മൂല്യങ്ങൾ കാണുക.

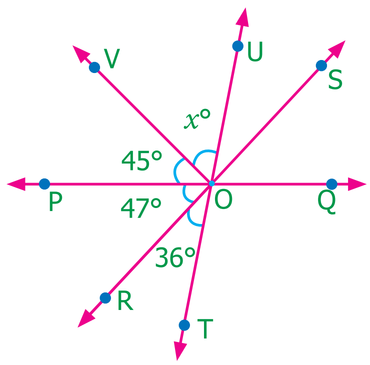


4. രണ്ടു കോണുകൾ 11:25 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്. അവ രേഖീയ ജോഡികളായാൽ കോണളവുകൾ കാണുക.

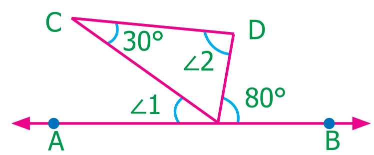
5. ചിത്രം ഉപയോഗിച്ച് താഴെ പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം നൽകുക. ഉത്തരത്തെ ന്യായീകരിക്കുക.
   (i) $\angle 1$ എന്നത് $\angle 2$ ന് സമീപ കോൺ ആകുമോ?
   (ii) $\angle AOB$ എന്നത് $\angle BOE$ ക്ക് സമീപ കോൺ ആണോ?
   (iii) $\angle BOC$ യും $\angle BOD$ യും ഒരു ജോഡി രേഖീയ കോണുകൾ ആകുമോ?
   (iv) $\angle COD$ യും $\angle BOD$ യും സംപൂരക കോണുകൾ ആകുമോ?
   (v) $\angle 3$ എന്നത് $\angle 1$ ന്റെ ശീർഷാഭിമുഖ കോൺ ആണോ?



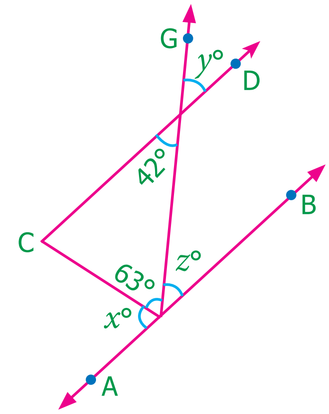
6. തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ *POQ*, *ROS*, *TOU* എന്നിവ നേർ രേഖകൾ ആണ്. x° കാണുക.



7. തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ *AB* എന്നത് *DC* ക്ക് സമാന്തരമാണ്. ∠1 ന്റെയും ∠2 ന്റെയും വില കാണുക. ഉത്തരം ന്യായീകരിക്കുക.

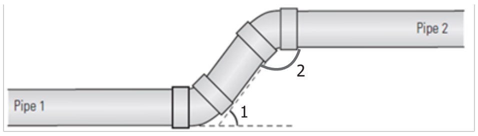


8. തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ *AB* എന്നത് *CD* യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ്. *x*, *y*, *z* എന്നിവ കാണുക..



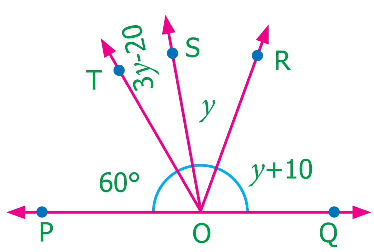
9. രണ്ടു സമാന്തര രേഖകളും ഒരു ഛേദകരേഖയും വരയ്ക്കുക. ഏകാന്തര കോണുകൾ *G*, *H* എന്നിവ അടയാളപ്പെടുത്തുക. അവ സംപൂരകം ആണെങ്കിൽ ഓരോ കോണിന്റെയും അളവ് കാണുക?

10. ഒരു പ്ലംബറിന് പൈപ്പ് 1 നെയും പൈപ്പ് 2 നെയും സമാന്തരമായി ഘടിപ്പിക്കണം. ∠1 എന്നത് 53° ആണെങ്കിൽ ∠2ന്റെ അളവ് എത്ര?

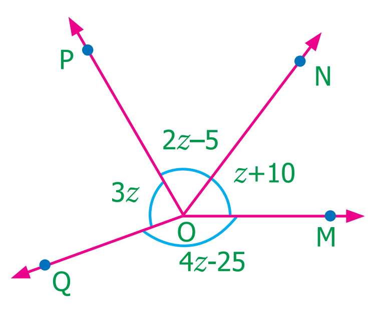


വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

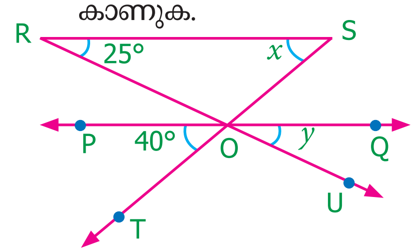
11. y ന്റെ അളവ് കാണുക.



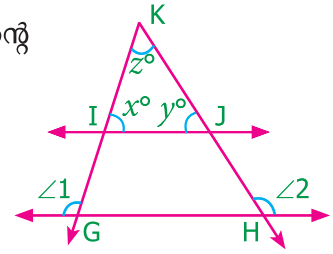
12. z ന്റെ അളവ് കാണുക.



13. *RS* എന്നത് *PQ* ന് സമാന്തരം ആണെങ്കിൽ x ന്റെയും y ന്റെയും അളവ് കാണുക.

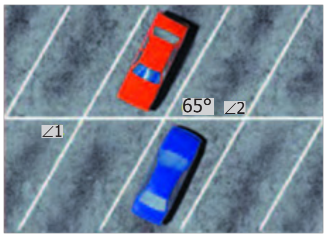


14. ഒരു ഛേദകം രണ്ട് സമാന്തര രേഖകളെ ഛേദിക്കുന്നു. ഛേദകത്തിന്റെ ഒരു വശം ഉള്ള ഓരോ ജോഡി ഉൾ കോണുകളും ഒരു കോൺ മറ്റേ കോണിന്റെ രണ്ട് ഇരട്ടി യേക്കാൾ 48° കൂടുമെങ്കിൽ കോണുകളുടെ അളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

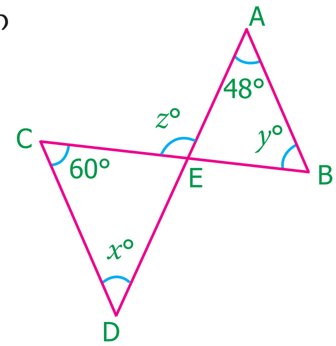


15. ചിത്രത്തിൽ GH ഉം IJ യും സമാന്തരമാണ്. ∠1=108° യും ∠2 = 123° യും ആണെങ്കിൽ *x*, *y*, *z* അളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

16. തന്നിരിക്കുന്ന പാർക്കിങ്ങിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന രേഖകൾ സമാന്തരമാണ്. ഇവിടെ ∠1 = (2x–3y)°, ∠2 = (*x* +39)° ആണെങ്കിൽ x, y യുടെ കണ്ടുപിടിക്കുക.



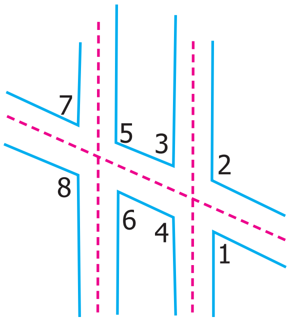
17. രണ്ടു സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുന്നു. A, B. എന്ന രണ്ടു സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ എടുക്കുക. $\angle A = 4x$, $\angle B = 3x + 7$ ആയാൽ x ന്റെ വില കാണുക.



18. ചിത്രത്തിൽ AB യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ് CD. എങ്കിൽ x°, y°, z° എന്നിവയുടെ മൂല്യം കാണുക.

19. രണ്ടു സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുന്നു. ഒരു ജോഡി സമസ്ഥാനീയ കോണുകളിൽ ഒരു കോണിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങിനോട് 42° കുറക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്നതാണ്. എങ്കിൽ ആ സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ കാണുക.

20. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ $\angle 8 = 107^\circ$. $\angle 2$ ന്റെ യും $\angle 4$ ന്റെയും തുക എന്ത്?



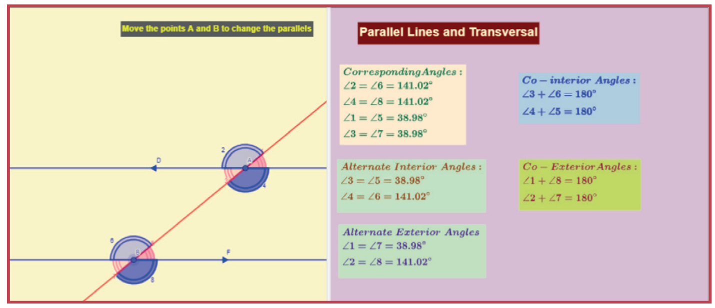
S83ZG

സംഗ്രഹം

- രണ്ടു കോണുകൾ പൊതുവായ ഭുജവും പൊതുവായ ശീർഷവും ഉണ്ടായിരിക്കുകയും അവ തമ്മിൽ ചേരാതിരിക്കുകയും ചെയ്താൽ അതിനെ സമീപ കോണുകൾ എന്നു പറയാം.
- സമീപ കോണുകൾ സംപൂരകം ആയാൽ അവയെ രേഖീയ കോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു.
- ഒരു നേർരേഖയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ രൂപീകരിക്കുന്ന കോണുകളുടെ തുക 180° ആണ്.
- ഒരു ബിന്ദുവിലേ കോണിന്റെ തുക 360° ആണ്.
- രണ്ടു രേഖകൾ പരസ്പരം ഛേദിക്കുമ്പോൾ രൂപീകരിക്കുന്ന സമീപം അല്ലാത്ത രണ്ടു ജോഡി കോണുകളെ ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ എന്ന് പറയുന്നു.
- രണ്ടോ അതിലധികമോ രേഖകളെ വ്യത്യസ്ത ബിന്ദുക്കളിൽ ഛേദിക്കുന്ന രേഖയാണ് ഛേദക രേഖ.
- രണ്ട് സമാന്തര രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന,
    - ◊ സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ തുല്യമാണ്.
    - ◊ ഏകാന്തര ഉൾ കോണുകൾ തുല്യമാണ്.
    - ◊ ഏകാന്തര ബാഹ്യ കോണുകൾ തുല്യമാണ്.
    - ◊ ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്ത് രൂപപ്പെടുന്ന ആന്തര കോണുകൾ സംപൂരകം ആണ്.
    - ◊ ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്ത് രൂപപ്പെടുന്ന ബാഹ്യ കോണുകൾ സംപൂരകമാണ്.

ഇൻറർനെറ്റ് പ്രവർത്തി

പ്രതീക്ഷിക്കുന്ന ഫലം ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു

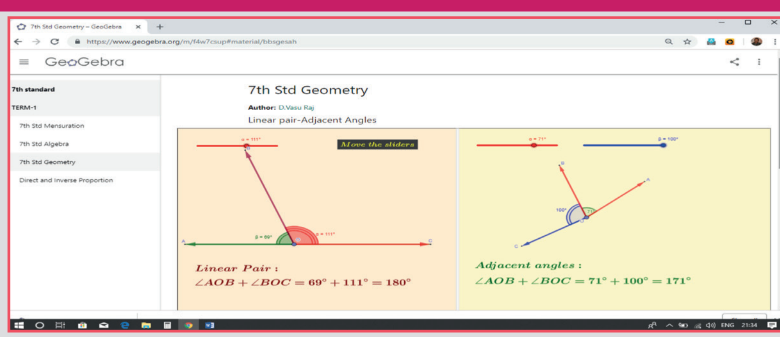


ഘട്ടം 1 : ബ്രൗസർ തുറന്ന് URL ടൈപ്പ് ചെയ്യുക. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലിങ്ക് തുറക്കുക അല്ലെങ്കിൽ QR കോഡ് സ്കാൻ ചെയ്യുക. Geogebra വർക്ക് ബുക്ക് 7th Standard Geometry എന്ന് തെളിയും. അതിൽ രണ്ടു പ്രവർത്തികൾ ഉണ്ട്. 1) രേഖീയ ജോഡി സമീപ കോണുകൾ. 2) സമാന്തരരേഖകൾ കൂടാതെ ഛേദക രേഖ.

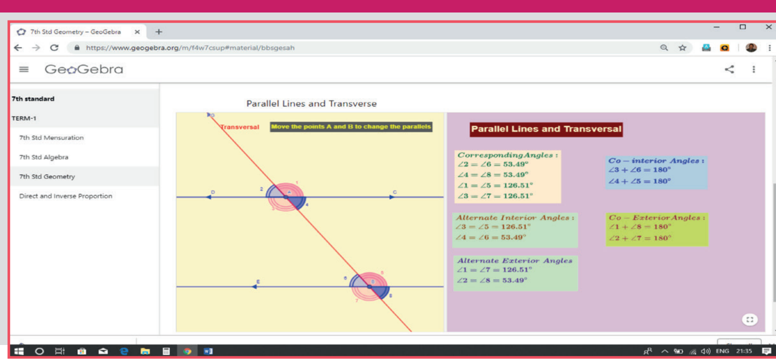
രണ്ടാമത്തെ പ്രവർത്തി ആയ സമാന്തരരേഖ കൂടാതെ ഛേദക രേഖ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ ചലിപ്പിച്ച് ഛേദക രേഖയിൽ രൂപീകരിക്കപ്പെടുന്ന വ്യത്യസ്ത കോണുകളെ നിരീക്ഷിക്കുക.

ഘട്ടം 2 : സ്ലൈഡറുകൾ ചലിപ്പിച്ച് സാമാന്തരികം അഥവാ ദീർഘചതുരം അഥവാ സമചതുരം ലഭിക്കുന്നു. തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ നിരീക്ഷിക്കുക.

ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2



Browse in the link

Geometry: https://ggbm.at/bbsgesah
or Scan the QR Code.

അദ്ധ്യായം

6

വിവര ക്രമീകരണം

പഠനലക്ഷ്യങ്ങൾ

- ടെട്രോമിനോസ് ഉപയോഗിച്ച് വലിയ രൂപങ്ങൾ സൃഷ്ടിക്കൽ
- റൂട്ട് മേപ് ഉപയോഗിച്ച് ദൃശ്യ വിവരം വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്

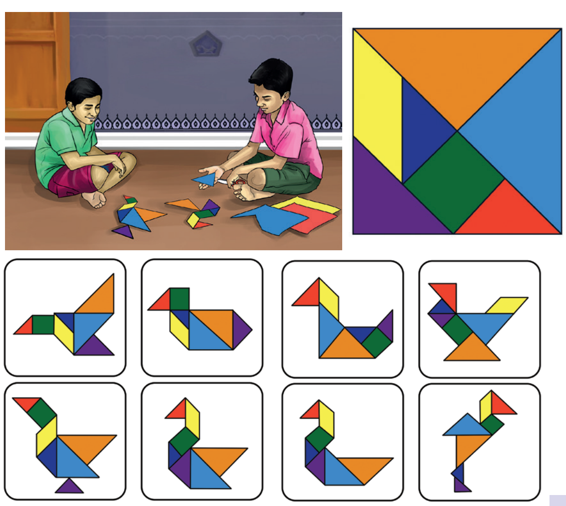
KTU26

ഓർമ്മപ്പെടുത്തൽ

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ ആറാം ക്ലാസിൽ പഠിച്ചതിനെ ഓർമ്മിപ്പിക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തി

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പക്ഷികളുടെ പ്രവർത്തി, രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുക ഡങ്ഗ്രാം കഷ്ണങ്ങൾ (ചിത്രം 6.1) ഉപയോഗിച്ച് പക്ഷിസാങ്കേത ചിത്രം (ചിത്രം 6.2) ൽ ഒട്ടുക ഒന്ന് നിങ്ങൾക്കായി ചെയ്തിരിക്കുന്നു



ചിത്രം 6.1

ചിത്രം 6.2

പ്രവർത്തി

Calendar Math Puzzle

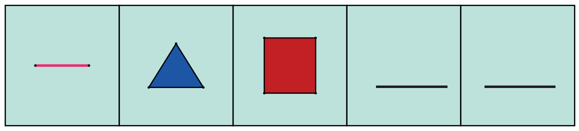
കലണ്ടറിൽ ഷേഡ് ചെയ്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളെ കുറിച്ച് ചർച്ചചെയ്യുക. കൂടുതൽ ചിത്രങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക

AUGUST						2019
SUN	MON	TUE	WED	THU	FRI	SAT
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

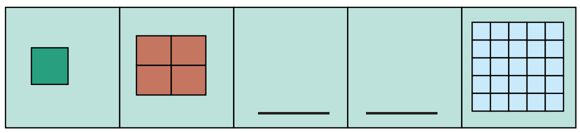
ചിത്രം 6.3

പ്രവർത്തി

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ശ്രേണിയെ പൂരിപ്പിക്കുക

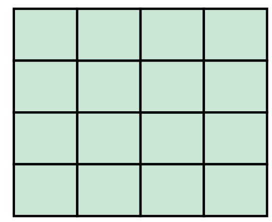
(i) 

ചിത്രം 6.4

(ii) 

ചിത്രം 6.5

2. ചിത്രം 6.6 ൽ നിന്ന് എത്ര സമചതുരങ്ങളെ കണ്ടെത്താൻ കഴിയും.

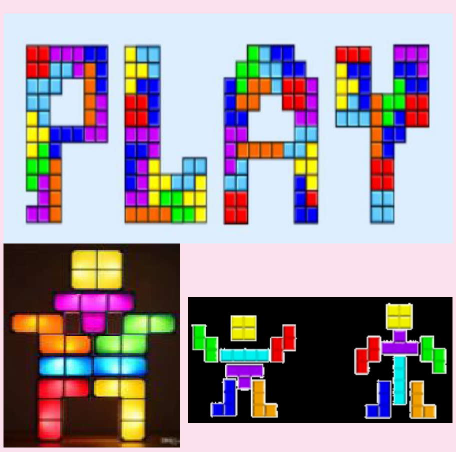


ചിത്രം 6.6

6.1 മുഖവുര

ആറാംക്ലാസിൽ നാം സുഡകു എന്ന സംഖ്യ പദപ്രശ്നത്തെ കുറിച്ച് പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞു ഇപ്പോൾ നാം **"ടെട്രോമിനോ"** പറ്റി പഠിക്കാം.

ഗണിതം സജീവം – വിവര വിജ്ഞാപനം നിത്യജീവിതത്തിൽ

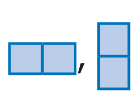


ടെട്രോമിനോസ് ഉപയോഗിച്ച് ആകൃതി നിർമ്മിക്കുക

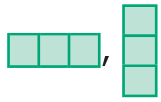
റോഡ്റൂട്ട്

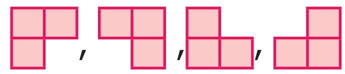
6.2 ടെട്രോമിനോ

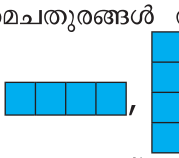
ടെട്രോമിനേ കുറിച്ച് അറിയാൻ **ഡോമിനോ കൂടാതെ ട്രനോമിനോ** കുറിച്ച് ഒരു ധാരണ ഉണ്ടായിരിക്കേണ്ടത് അത്യാവശ്യമാണ്

1സെ.മീ X 1സെ.മീ വശമുള്ള രണ്ട് സമചതുരങ്ങളുടെ വാക്കുകൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുക അതിനെ **ഡോമിനോ** എന്നാണ് വിളിക്കുന്നത് ഡോമിനോവെ തിരശ്ചീനമായോ, ലംബമായോ ക്രമീകരിച്ചാൽ നമുക്ക് താഴെയുള്ള രൂപങ്ങൾ ലഭിക്കും ().

ഇതുപോലെ മൂന്ന് സമചതുരങ്ങളുടെ വക്കുകൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതാണ്ടെട്രോമിനോ.

ടെട്രോമിനോ തിരശ്ചീനമായോ ലംബമായോ ക്രമീകരിച്ചാൽ നമുക്ക് താഴെയുള്ള രൂപങ്ങൾ ലഭിക്കും ().

മൂന്ന് സമചതുരങ്ങൾ യോജിപ്പിക്കുന്നതിന് ഈ രീതി മാത്രമേയുള്ളൂ? ഇല്ല താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പോലെ നാല്രീതിയിൽ പ്രതിനിധികരിക്കാം ().

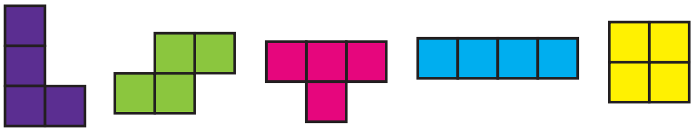
ഡോമിനോ കൂടാതെ ട്രനോമിനോയും കിട്ടുന്നതിന് 4 സമചതുരങ്ങൾ തിരശ്ചീനമായോ ലംബമായോ യോജിപ്പിക്കാൻ ശ്രമിച്ചാൽ താഴെയുള്ള രൂപങ്ങൾ ലഭിക്കും . ഇതു കൂടാതെ നാലു സമചതുരങ്ങൾ യോജിപ്പിക്കുന്നതിന് വേറെ ഏതെങ്കിലും രീതികൾ ഉണ്ടോ. ഉണ്ട് അതിനെ കുറിച്ച് പഠിക്കാം

സാഹചര്യം 1

ഒരു അധ്യാപകൻ വിദ്യാർത്ഥികളെ അഞ്ച് ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിച്ച് ഓരോ ഗ്രൂപ്പിനും 20 ചതുരശ്ര അടി (വശം 1സെ.മീ X 1സെ.മീ) ടോക്കണുകൾ നൽകുന്നു തുടർന്ന് ഓരോ സമചതുര ടോക്കണുകൾ ഉപയോഗിച്ച് വ്യത്യസ്ത ആകൃതികൾ ഉണ്ടാക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുക എല്ലാ ഗ്രൂപ്പുകളും സൃഷ്ടിച്ച ആകൃതികൾ താരതമ്യം ചെയ്യുക ബ്ലാക്ക് ബോർഡിൽ പൊതുവായ രൂപങ്ങൾ വരക്കുക.

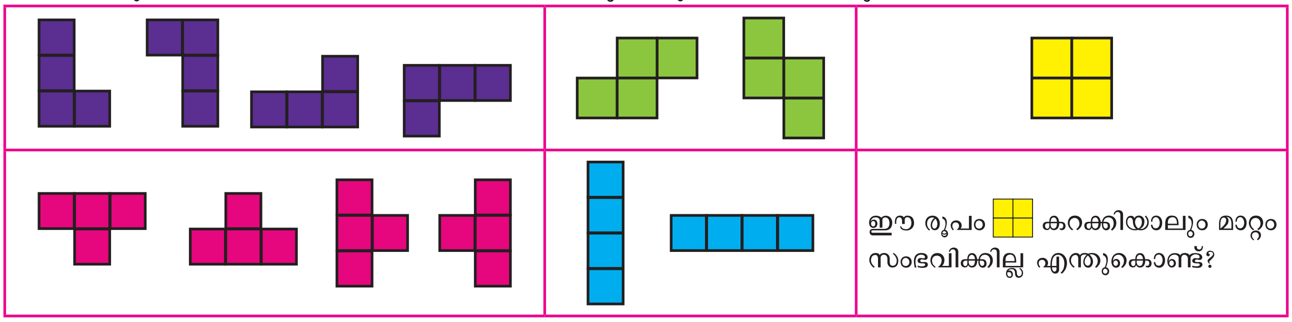
എത്ര രൂപങ്ങൾ ലഭിച്ചു?

അഞ്ചു രൂപങ്ങൾ മാത്രമാണോ?



ചിത്രം 6.7

ഈ രൂപങ്ങൾ കറക്കിയാൽ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന രൂപങ്ങൾ ലഭിക്കും:



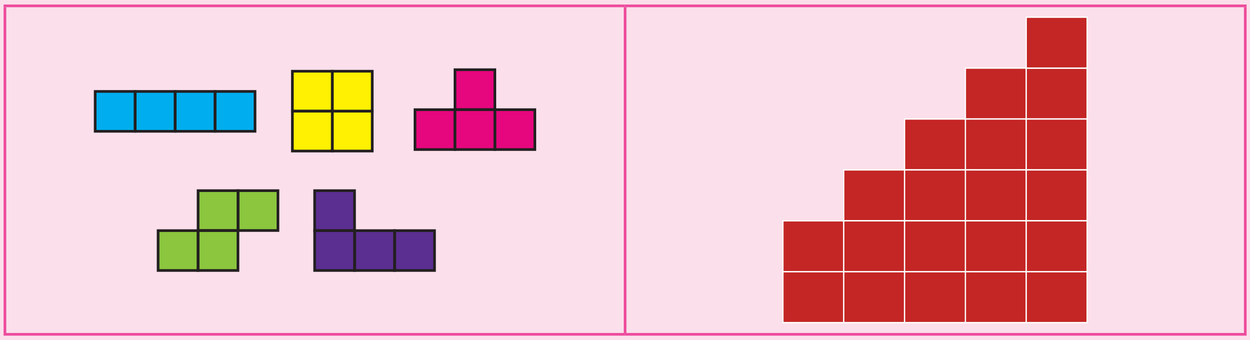
ചിത്രം 6.8

നാലു സമചതുരങ്ങളുടെ വാക്കുകളെ പരസ്പരം യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന രൂപങ്ങളാണ് "ടെട്രോമിനോസ്".

" Tri" എന്നാൽ അർത്ഥം മൂന്ന്. മൂന്ന് സമചതുരങ്ങളെ യോജിപ്പിക്കുന്നത് ട്രൈനോമിനോ.
"Tetra" എന്നാൽ അർത്ഥം നാല്. നാല് സമചതുരങ്ങളെ യോജിപ്പിക്കുന്നത് ടെട്രോമിനോ.

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

താഴെയുള്ള അഞ്ച് ടെട്രോമിനോസുകൾ ഒരു പ്രാവശ്യം മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് താഴെയുള്ള ആകൃതി നിർമ്മിക്കുക

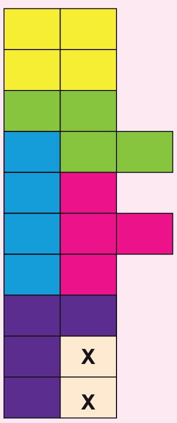


6.2.1 ടെട്രോമിനോസുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ദീർഘചതുര ടൈലുകൾ നിരത്തുക

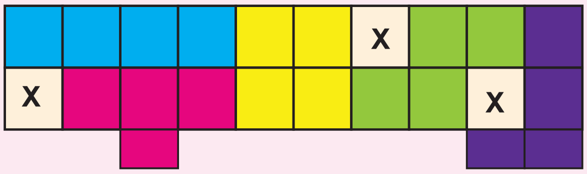
സാഹചര്യം 2

അഞ്ച് ടെട്രോമിനോസുകൾ ഒരു പ്രാവശ്യം ഉപയോഗിച്ച് ഓരേ വിസ്തീർണമുള്ള ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കാൻ സാധിക്കുമോ? ഇല്ല നമുക്ക് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘടനകളെ നിരീക്ഷിക്കാം (ചിത്രം 6.9 - 6.12) ഇവിടെ ടെട്രോമിനോസിന്റെ വാക്കുകളെ യോജിപ്പിച്ച് ദീർഘചതുരങ്ങളെ നിറക്കാൻ ശ്രമിക്കുകയും ചെയ്തു **X** എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തിയ ചതുരപ്പെട്ടിയിൽ ടെട്രോമിനോസുകൾ ഇല്ല അതിനാൽ ദീർഘചതുരം അപൂർണ്ണമാണ് കൂടാതെ ചില സമചതുരങ്ങൾ ചതുരാകൃതിയുടെ പരിധിക്കപ്പുറത്തേക്ക് ഉയർന്ന് വരും

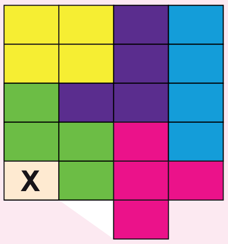
അഞ്ച് ടെട്രോമിനോസുകൾ ഉപയോഗിച്ചാൽ 20 സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം 20 സമചതുരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് 1 x 20, 20 x 1, 2 x 10, 10 x 2, 4 x 5, കൂടാതെ 5 x 4. എന്നീ അളവുള്ള ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കാൻ സാധിക്കും



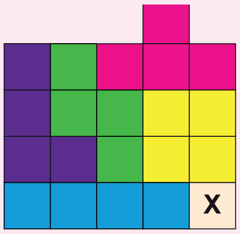
ചിത്രം 6.9



ചിത്രം 6.10

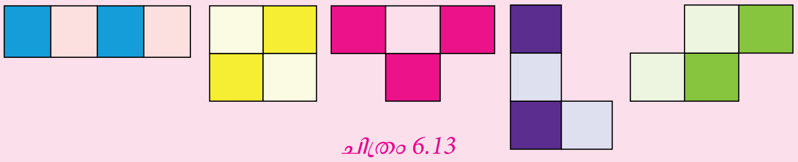


ചിത്രം 6.11

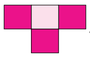


ചിത്രം 6.12

ഈ ടെട്രോമിനോസുകൾ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് കൊണ്ട് ദീർഘചതുര രൂപങ്ങൾ രൂപപ്പെടുത്താൻ നമുക്ക് സാധിക്കാത്തത് എന്തുകൊണ്ട്? കാരണം അറിയാൻ താഴെ തന്നിരിക്കുന്നത് പോലെ അഞ്ച് ടെട്രോമിനോസുകളെ എടുക്കുക

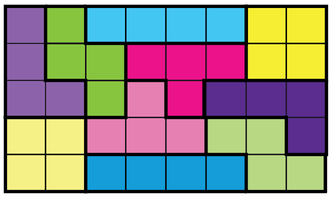


ചിത്രം 6.13

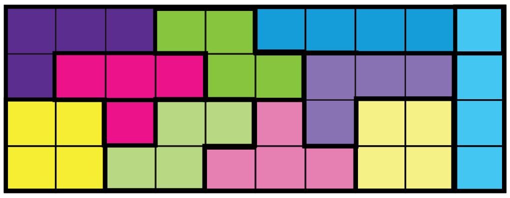
അഞ്ച് ടെട്രോമിനോസുകളിൽ നാല് എണ്ണം ഷേഡ് ഉള്ളതും ഷേഡ് ഇല്ലാത്തതുമായ സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം തുല്യമല്ല അതിനാൽ ടെട്രോമിനോസുകളെ , ഒരു തവണ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ദീർഘചതുരങ്ങളെ നിർമ്മിക്കാൻ സാധിക്കില്ല

എന്നിരുന്നാലും, അഞ്ച് ടെറോമോനസു കളെ രണ്ട് തവണ ഉപയോഗിച്ചാൽ 5 x 8, 4 x 10 എന്നീ വലിപ്പമുള്ള ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കാം ചിത്രം 6.14 കൂടാതെ 6.15 ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് പോലെ പൂർത്തിയാകുന്നതാണ്.

N5GY3



ചിത്രം 6.14



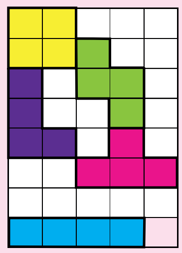
ചിത്രം 6.15

ഈ ആശയം യഥാർത്ഥ ജീവിത സാഹചര്യങ്ങളിൽ പലയിടത്തും പ്രയോജനപ്പെടുന്നു തറയിൽ ടൈൽസ്‌വിരിക്കുന്നത്, ബോക്സിൽ വസ്തുക്കൾ നിറയ്ക്കുന്നതിനും അങ്ങനെ പല സാഹചര്യങ്ങളിൽ ഉപയോഗപ്പെടുന്നു.

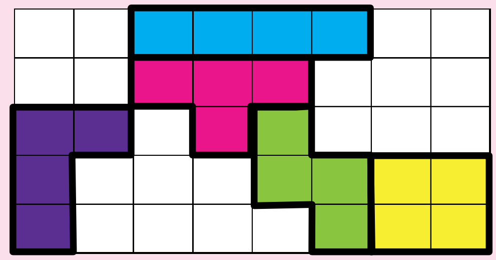
ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

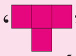
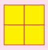
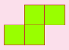
1. ടെട്രോമിനോസുകളെ ഒരു പ്രാവശ്യം മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് താഴെയുള്ള ദീർഘചതുരം പൂർത്തിയാക്കുക.

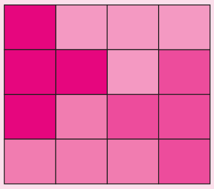
(i)



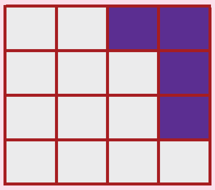
(ii)



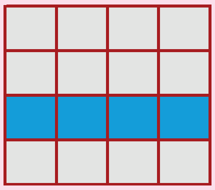
2. ചിത്രം 6.16 ൽ 4 x 4 സമചതുരത്തെ '' ആകൃതിയിലുള്ള ടെറോമോനസ് ഉപയോഗിച്ച് പൂർത്തിയാക്കിയിരിക്കുന്നു. ഇതേ രീതിയിൽ (, ,  , ) എന്നീ നാല് ടെട്രോമിനോസുകൾ ഉപയോഗിച്ച് താഴെയുള്ള(ചിത്രം 6.17മുതൽ ചിത്രം 6.20) കാണിച്ചിരിക്കുന്ന 4 x 4 സമചതുരങ്ങളെ പൂർത്തിയാക്കാൻ ശ്രമിക്കുക. ടെട്രോമിനോസുകൾ രൂപങ്ങളിൽ ഏത്ഉപ യോഗിച്ചാണ് 4 x 4 സമചതുരം പൂർത്തിയാക്കാൻ സാധിക്കാത്തത്



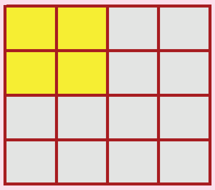
ചിത്രം 6.16



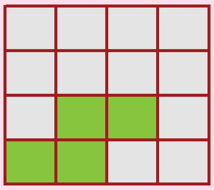
ചിത്രം 6.17



ചിത്രം 6.18



ചിത്രം 6.19



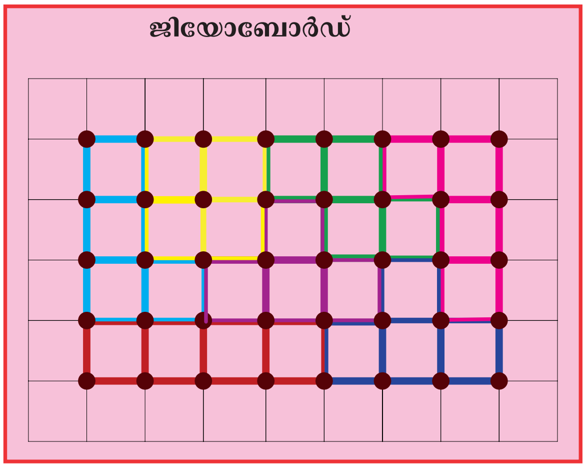
ചിത്രം 6.20

ഉദാഹരണം 6.1

താഴെയുള്ള ചിത്രം 6.21ൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന ഷോക്കേസിൽ കണ്ടെത്തിയ ടെട്രോമിനോസ് രൂപങ്ങൾ ഏതെല്ലാം? റബ്ബർ ബാൻഡുകൾ ഉപ യോഗിച്ച് ജിയോബോർഡിൽ അതേരൂപം രൂപ ീകരിക്കുക.

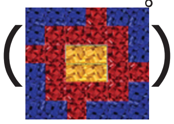
ചിത്രം 6.21

നിർദ്ധാരണം



ഉദാഹരണം 6.2

( ) എന്നീ ടെട്രോമിനോസ് രൂപത്തിലുള്ള ടൈലുകൾ ഉപയോഗിച്ച് തൻറെ വീടിൻറെ മുൻനിര മാറ്റാൻ രാഘവൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു

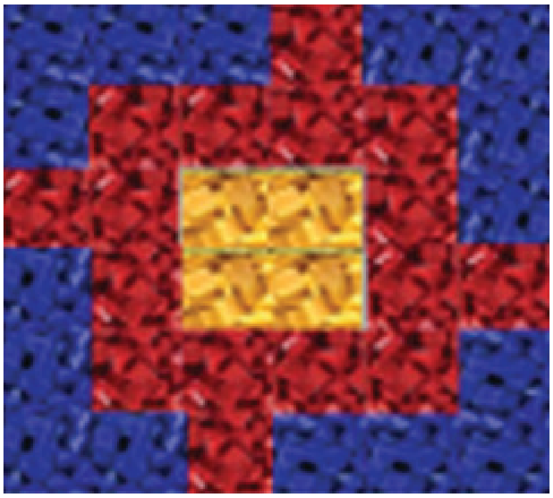
() ഈ ടൈലിൽ എത്ര ടെട്രോമിനോസുകൾ ഉണ്ട്?

2. ഒരു സമചതുര ടൈലിൻറെ വില ₹52 ആണ് രാഘവന് മുൻനിര മാറ്റുന്നതിനായി എന്ത് ചെലവാകും? (ചിത്രം 6.22 കാണുക)

ചിത്രം 6.22

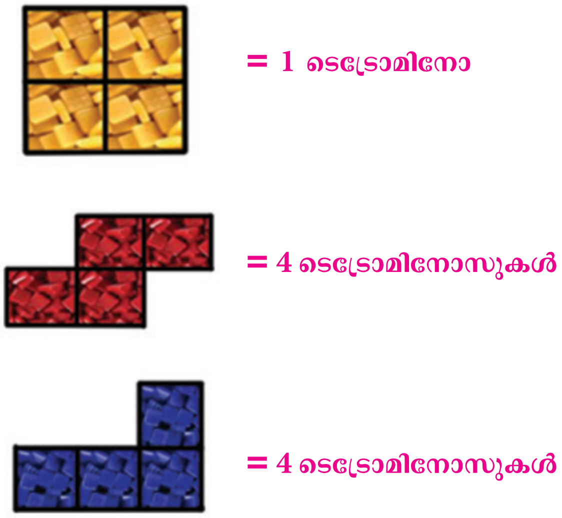
നിർദ്ധാരണം

1.



ചിത്രം 6.23

ഒരു ടൈലിൽ



∴ ഒരു ടൈലിൽ 4 ടെട്രോമിനോസുകൾ ഉണ്ട്

2. തന്നിട്ടുള്ളത്, ഒരു ടൈലിന്റെ വില ₹52

മുൻനിരയിൽ ആറ് ടൈലുകൾ ഉണ്ട്

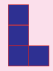
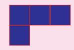
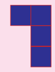
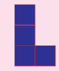
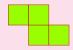
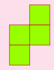
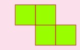
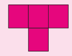
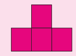
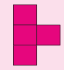
∴ ആകെ ചെലവ് $= 6 \times 52 =$ ₹ 312

അഭ്യാസം 6.1

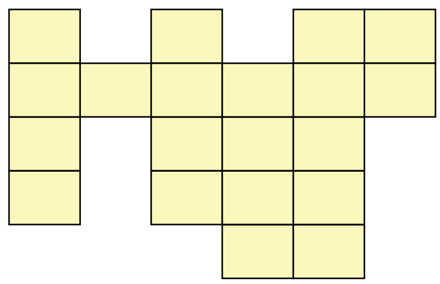
1. ഒരു ടെട്രോമിനോസ് രൂപം എന്നത് .... സമചതുരങ്ങൾ ചേർന്നതാണ്

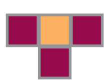
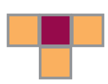
2. സമമിതിയിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന ഒരു ടെട്രോമിനോ വരയ്ക്കുക ....

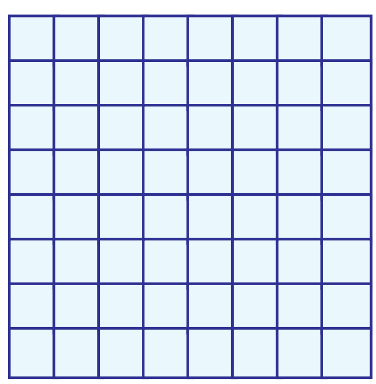
3. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

ക്രമം	ടെട്രോമിനോസ്	ടെട്രോമിനോസ് കുറക്കൽ			
		90°	180°	270°	360°
1					
2			—	—	
3		—			—

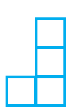
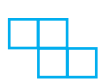
4. അഞ്ച് ടെട്രോമിനോസുകൾ ഒരു പ്രാവശ്യം മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രം ഷേഡ് ചെയ്യുക.

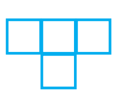
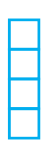


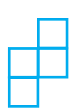
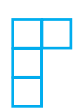
5. ( ),എന്നീ ടെട്രോമിനോസുകൾ ഉപയോഗിച്ച് അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ബോക്സുകൾ ഒരേ നിറത്തിൽ വരാത്തവിധം വരയ്ക്കുക.

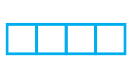
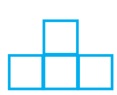


6. ഒരേ രൂപത്തിലുള്ള ടെട്രോമിനോസുകളെ യോജിപ്പിക്കുക

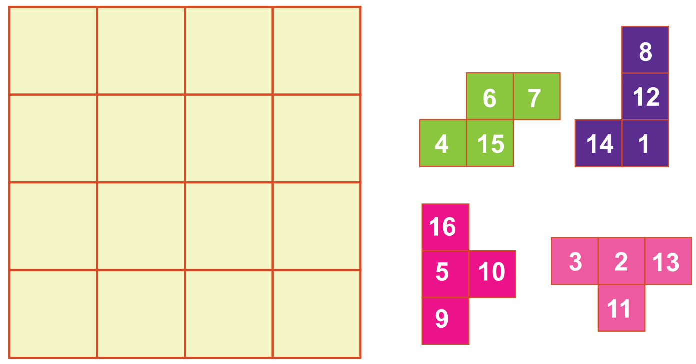
(i)  

(ii)  

(iii)  

(iv)  

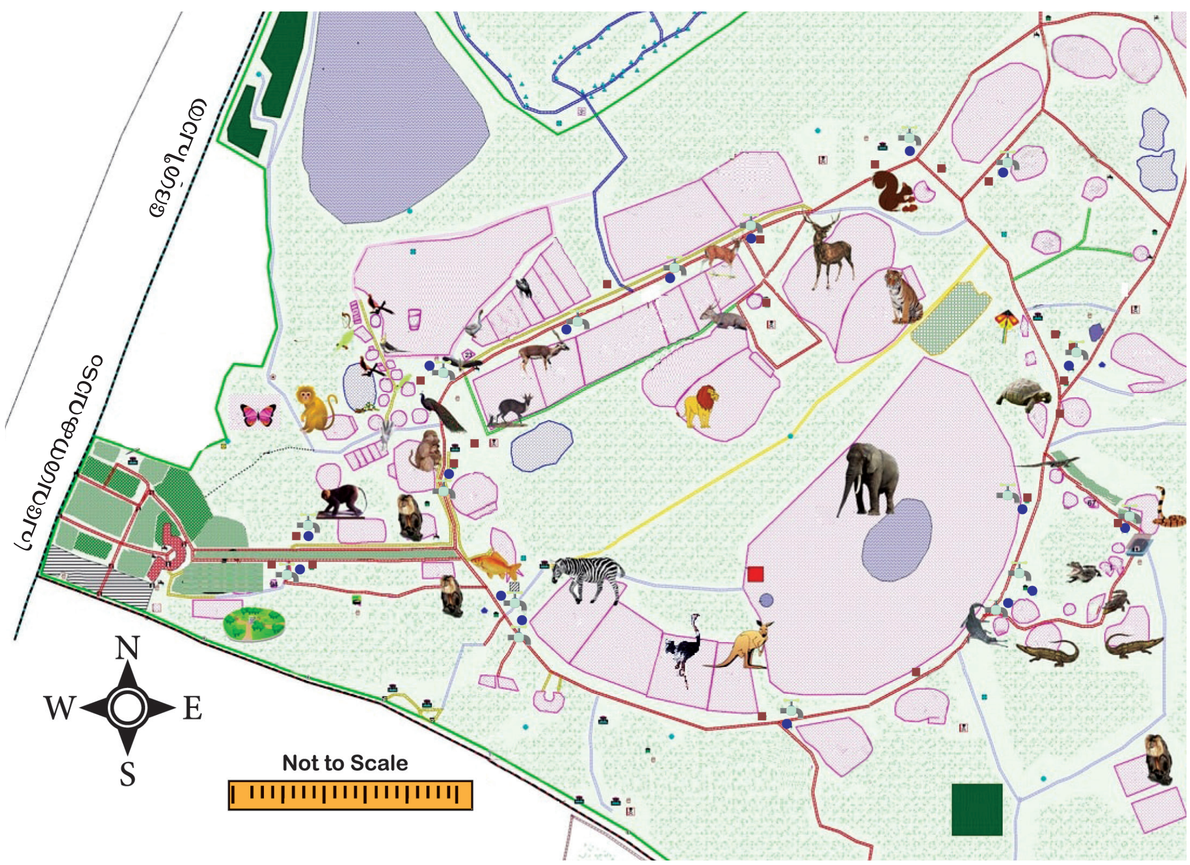
7. സംഖ്യകൾ കൊണ്ടുള്ള ടെട്രോമിനോസുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ചുവടെ തന്നിട്ടുള്ള 4 x 4 മാന്ത്രിക ചതുരം നിർമ്മിക്കുക



6.3 റൂട്ട് മാപ്പ്

സാഹചര്യം 1

വിവിധതരത്തിലുള്ള വിവരങ്ങൾ പ്രദർശിപ്പിക്കാൻ മേപ്പ് ഉപയോഗിക്കുന്നു മേപ്പുകൾ വായിക്കുന്നത് നമ്മൾ എവിടെ പോകാനാണ് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത് സന്ദർശക സ്ഥലത്തിനായുള്ള യാത്ര മാർഗങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കാൻ നമ്മളെ സഹായിക്കുന്നു മേപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് എളുപ്പവഴി കണ്ടുപിടിക്കാൻ നമുക്ക് പഠിക്കാം



ചിത്രം.6.24

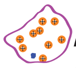
അരിഞ്ജർ അണ്ണാ പാർക്കിന്റെ മേപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക

1. പ്രവേശനകവാടത്തിൽ നിന്ന് ചിമ്പൻസിയെ സന്ദർശിക്കാൻ ഒരാൾ നേരെ പോയി .... തിരിയണം (ഇടത് / വലത്)

2. ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക, ആനയുടെ പടിഞ്ഞാറും കിഴക്കുവശത്തുമുള്ള മൃഗങ്ങൾ

(i) മാൻ ← ആന → മുതല (ii) പുലി ← ആന → മാൻ

3. ഒരാൾക്ക് വരകുതിരയെ കാണാൻ ജിറാഫിനെ കണ്ടതിനു ശേഷമേ സാധിക്കും ഇത് ശരിയാണോ?

4. തന്നിട്ടുള്ള മേപ്പിൽ , മൃഗശാലയിലുള്ള ആറ് മൃഗങ്ങളുടെ പേരെഴുതുക

   1. .... 2. .... 3. ....

   4. .... 5. .... 6. ....

5. മൃഗശാലയിൽ തെക്ക് ഭാഗത്ത് കാണുന്ന രണ്ട് മൃഗങ്ങളുടെ പേര് എഴുതുക

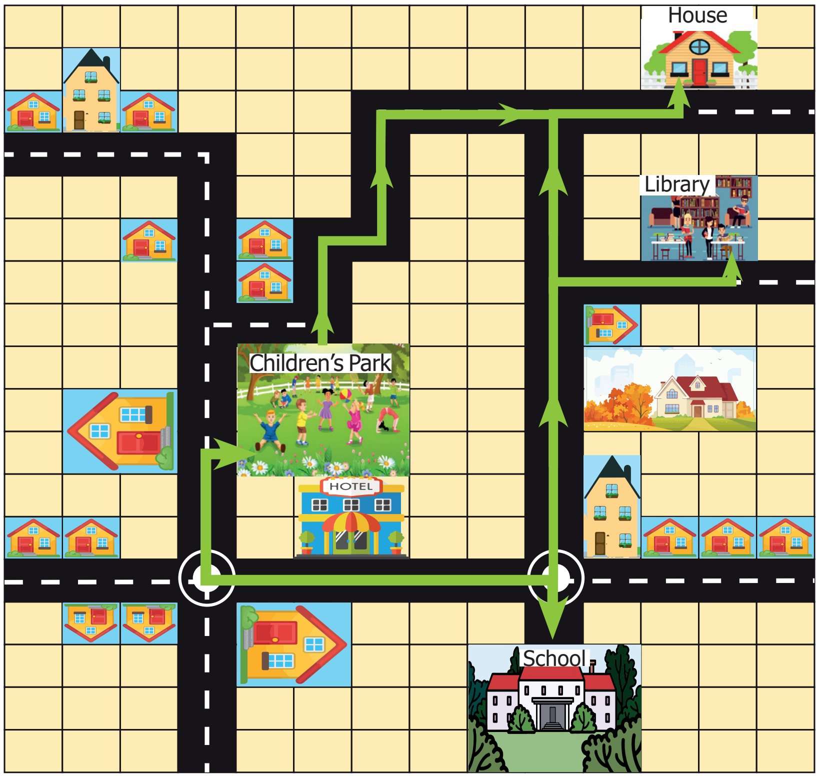
6. മൃഗശാലയുടെ പ്രവേശനകവാടം മേപ്പിൽ .... ഭാഗത്താണ്

7. കിഴക്ക് ഭാഗത്ത് കാണുന്ന മൂന്ന് മൃഗങ്ങളുടെ പേര് എഴുതുക

ഒരു പുതിയ സ്ഥലം സന്ദർശിക്കാൻ റൂട്ട് മേപ്പ് ഒരാളെ എങ്ങനെ സഹായിക്കുവെന്ന് മുകളിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു

സാഹചര്യം 2

ഈ സാഹചര്യം റോഡ് മേപ്പ് വായിക്കാൻ ഒരാളെ സഹായിക്കുന്നു ചിത്രം 6.25 ൽ വിവിധ സ്ഥലങ്ങളായ വിദ്യാലയം, പാർക്ക്, വീട്, ഹോട്ടൽ തുടങ്ങിയവയെ റോഡുകളുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 6.25 Scale : 1 മാത്ര ( ) = 100മീ

അളവുകോൽ ഉപയോഗിച്ച് ദൂരം കാണുക

1. വീട്ടിൽ നിന്ന് വായനശാലയിലേയ്ക്കുള്ള ദൂരം എത്ര?
2. വായനശാല വഴി ചന്ദ്രുവിന് വിദ്യാലയത്തിൽനിന്ന് വീട്ടിലേയ്ക്കുള്ള ദൂരം കാണുക?
3. കുട്ടികളുടെ പാർക്കിൽ നിന്ന് വിദ്യാലയത്തിലേക്കുള്ള ദൂരവും പാർക്കിൽനിന്ന് വീട്ടിലേക്കുള്ള ദൂരവും കാണുക കുറഞ്ഞ ദൂരം ഏതാണ്?

നിർധാരണം:

1. വായനശാലയിൽ നിന്ന് 10 മാത്രകൾ ദൂരത്തിലാണ് വീട്

   $\therefore$ 10 × 100 മീ = 1000 മീ (1മാത്ര = 100 മീ))

2. വിദ്യാലയത്തിൽനിന്ന് വായനശാലയിലേക്കുള്ള ദൂരം 11 മാത്രകൾ ആണ്

$\therefore$, 11×100 m = 1100 m (1 മാത്ര=100 മീ)

വായനശാലയിൽ നിന്ന് വീട്ടിലേയ്ക്കുള്ള ദൂരം 10 മാത്രകളാണ്

$\therefore$, 10×100 m = 1000 m (1 മാത്ര=100 മീ)

$\therefore$ ചന്ദ്രു സഞ്ചരിച്ച ആകെ ദൂരം = 1100+1000 = 2100 m

3. കുട്ടികളുടെ പാർക്കിൽ നിന്ന് വിദ്യാലയത്തിലേയ്ക്കുള്ള ദൂരം 11 മാത്രകളാണ്

$\therefore$ 11×100 = 1100 m (1 മാത്ര=100 മീ)

കുട്ടികളുടെ പാർക്കിൽനിന്ന് വീട്ടിലേക്കുള്ള ദൂരം 12 മാത്രകളാണ്

$\therefore$ 12×100 = 1200 m (1 മാത്ര =100 മീ)

$\therefore$ കുട്ടികളുടെ പാർക്കിൽ നിന്ന് വിദ്യാലയത്തിലേയ്ക്കുള്ള ദൂരമാണ് കുറവ്.

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

സന്ദർശകരുടെ സൗകര്യത്തിനായി അരിഞ്ജർ അണ്ണാ മൃഗശാല വണ്ടലൂരിൽ മൃഗങ്ങളുടെ സ്ഥാനം മനസ്സിലാക്കുന്നതിന് ഒരു വെബ് ലിങ്ക് സൃഷ്ടിച്ചിരിക്കുന്നു *(https://www.aazp.in/live-streaming/)*

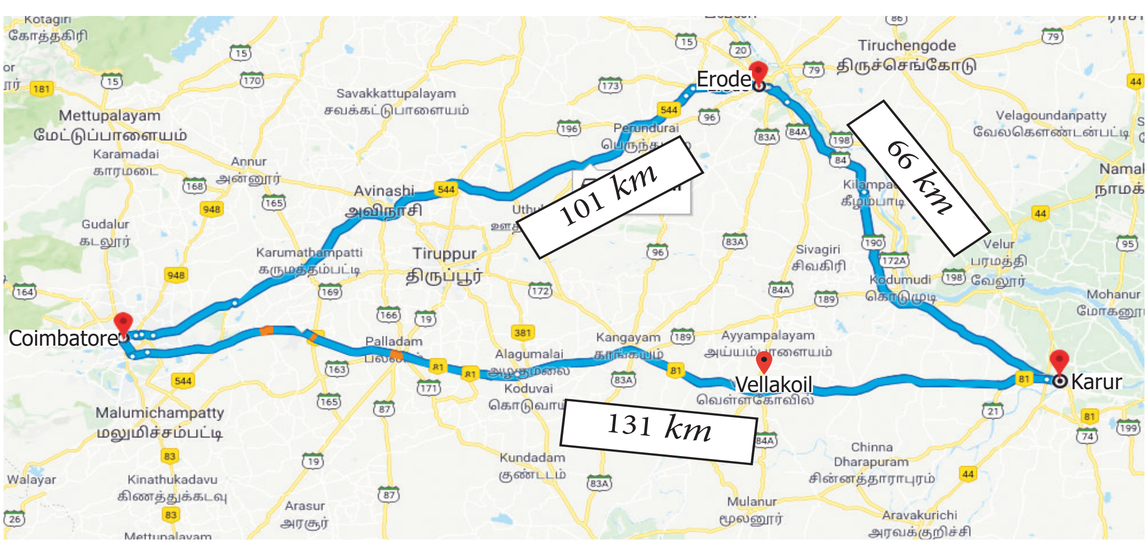
6.3.1 കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടെത്തൽ

ഒരു ബിന്ദു A- യിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു ബിന്ദു B- യിലേക്ക് വന്നുചേരാനായി യാത്രചെയ്യേണ്ടി വരുന്ന കുറഞ്ഞ ദൂരം അറിയേണ്ട ിവരുന്ന ധാരാളം സാഹചര്യങ്ങളുണ്ട്

നമ്മുടെ ഉദ്ദേശ്യത്തിനോ ആവശ്യത്തിനോ അനുയോജ്യമായ മാർഗ്ഗം തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ റൂട്ട് മേപ്പ് സഹായിക്കുന്നു നമുക്ക് ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വഴി തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നതിന്റെ ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കാം

ഉദാഹരണം 6.3

കോയമ്പത്തൂരിൽ നിന്ന് മദൻ ഔദ്യോഗിക സന്ദർശനത്തിനായി കരൂരിലേയ്ക്ക് പോകേണ്ടതുണ്ട് യാത്രയിൽ കരൂരിൽ പോകാൻ വെള്ളകോവിൽ വഴി പോകുന്നു കോയമ്പത്തൂരിലേക്ക് മടങ്ങുമ്പോൾ ഈ റോഡിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുന്നു ഇരുവശത്തേയ്ക്കും സഞ്ചരിച്ച വഴികൾ ചിത്രം 6.26 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടെത്തുക?



ചിത്രം 6.26

നിർധാരണം:

കോയമ്പത്തൂരിൽനിന്ന് കരൂർ വരാൻ വെള്ളകോവിൽ

വഴി മദൻ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = 131 കി മീ. = 131 കി മീ

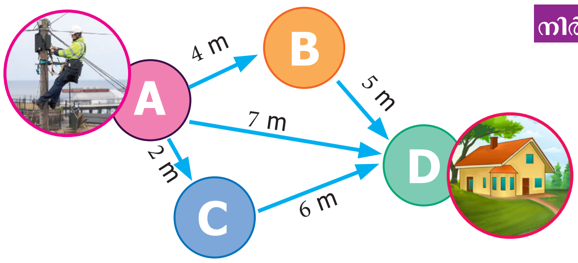
കരൂരിൽ നിന്ന് കോയമ്പത്തൂർ വരാൻ ഈ റോഡ്

വഴി മദൻ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം = 66 + 101 = 167 കി മീ

∴ വെള്ളകോവിൽ വഴിയാണ് കുറഞ്ഞ ദൂരം

ഉദാഹരണം 6.4

ഒരു ടെലിഫോൺ എക്സ്ചേഞ്ച് ജോലിക്കാരൻ അമുതയുടെ വീട്ടിൽ ടെലിഫോൺ കണക്ഷൻ നൽകാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു കേബിൾ കണക്ഷൻ എല്ലാ സാധ്യതകളും ചിത്രം 6, 27 ൽ കാണിക്കുന്നു. ഏറ്റവും കുറച്ച് കേബിൾ ചെലവാകുന്ന വഴി കണ്ടെത്തുക



ചിത്രം 6.27

നിർദ്ധാരണം

A മുതൽ D വരെ ദൂരം = 7 മീ

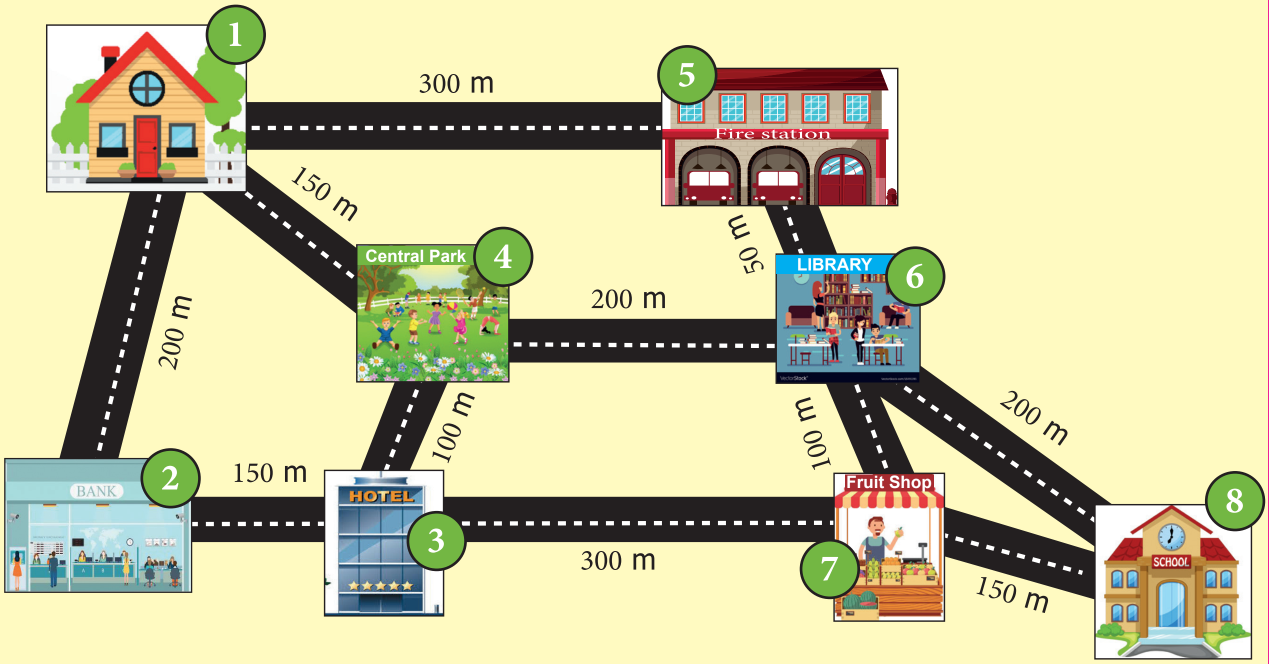
A മുതൽ D വരെ ദൂരം(വഴി B) = 4+5 = 9 മീ

A മുതൽ D വരെ ദൂരം(വഴി C) = 2+ 6 = 8 മീ

∴ A മുതൽ D യിലേക്ക് നേരിട്ട് വരുന്ന പാതയാണ് കുറഞ്ഞത് 7 മീ ദൈർഘ്യമുള്ള കേബിൾ ആവശ്യമാണ്

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

1. ചിത്രം നിരീക്ഷിച്ച് ഉത്തരമെഴുതുക

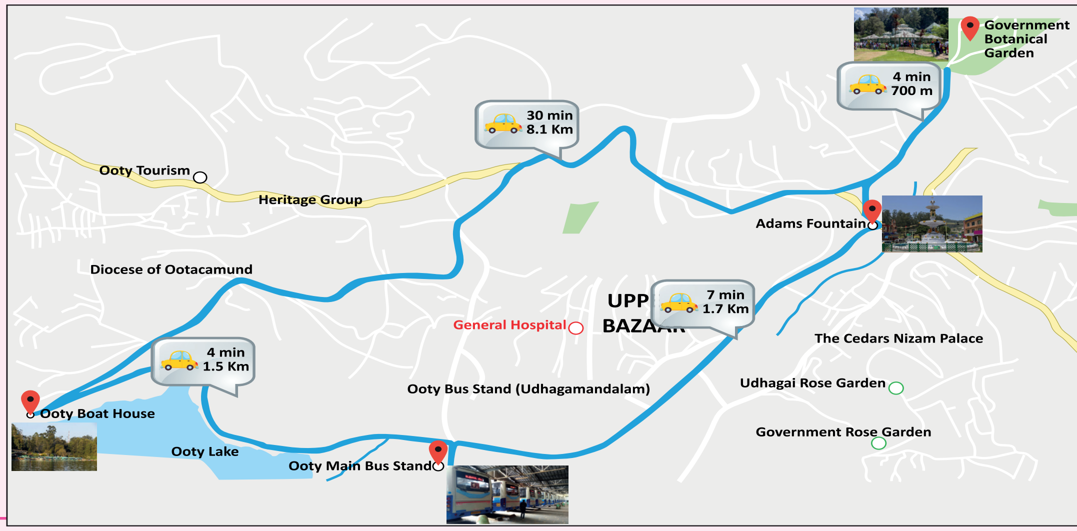


(i) ഫയർ സ്റ്റേഷൻ വഴി വീട്ടിൽ നിന്ന് വിദ്യാലയത്തിലേക്ക്പോകുന്ന എല്ലാ വഴികളും കണ്ടെത്തുക

(ii) സെൻട്രൽ പാർക്കിൽനിന്ന് വിദ്യാലയത്തിലേയ്ക്ക് പോകുന്ന എല്ലാ വഴികളും ദൂരവും കണക്കാക്കുക അതിൽ ചുരുങ്ങിയ വഴി ഏതാണ്

(iii) ബാങ്കും വിദ്യാലയവും തമ്മിലുള്ള കുറഞ്ഞ ദൂരം കണക്കാക്കുക

2. ഒരു വിദ്യാലയത്തിൽ നിന്ന് ഊട്ടിയിലേക്ക് ഉല്ലാസയാത്ര പോകാൻ തീരുമാനിച്ചു റൂട്ട് മേപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് അവർ ബോട്ട് ഹൗസ്, ആദാം ഫൗണ്ടേഷൻ, ബോട്ടാണിക്കൽ ഗാർഡൻ തുടങ്ങിയ സ്ഥലങ്ങൾ സന്ദർശിക്കുന്നു



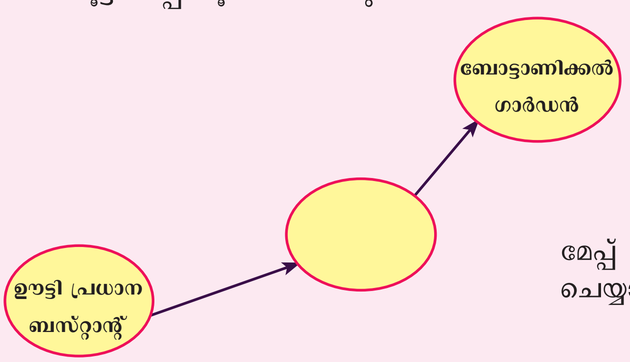
(i) ഊട്ടി ബോട്ട് ഹൗസിൽനിന്ന് ബോട്ടാണിക്കൽ വരെ എത്ര ദൂരം സഞ്ചരിക്കണം?

(ii) ഊട്ടി പ്രധാന ബസ് സ്റ്റാന്റിൽ നിന്ന് ബോട്ടാണിക്കൽ ഗാർഡനിലേക്കുള്ള കുറഞ്ഞ വഴി കാണുക?

(iii) ആദാം ഫൗണ്ടേഷനിൽ നിന്ന് ബോട്ടാണിക്കൽ ഗാർഡൻ ഏത് ദിശയിൽ ഉള്ളത്?

(iv) ഊട്ടി ബോട്ട് ഹൗസ് ഏത് ദിശയിലാണ് സ്ഥിതിചെയ്യുന്നത്?

(v) ഊട്ടി പ്രധാന ബസ് സ്റ്റാന്റിൽ നിന്ന് ബോട്ടാണിക്കൽ ഗാർഡനിലേക്ക് ഉള്ള താഴെ ത്തന്നിരിക്കുന്ന റൂട്ട് മേപ്പ് പൂർത്തിയാക്കുക?

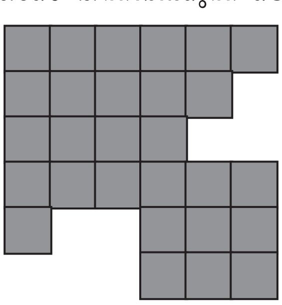


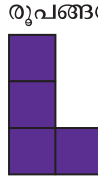
മേപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് ചില സ്ഥലങ്ങളിലേക്ക് യാത്ര ചെയ്യാൻ വിദ്യാർത്ഥികളെ പ്രോത്സാഹിപ്പിക്കു

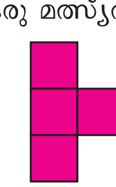
അഭ്യാസം 6.2

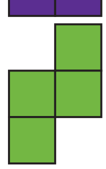
വിവിധതരം പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

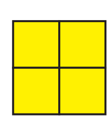
1. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ടെട്രോമിനോസ് രൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു മത്സ്യത്തിന് മാതൃക ഉണ്ടാക്കുക



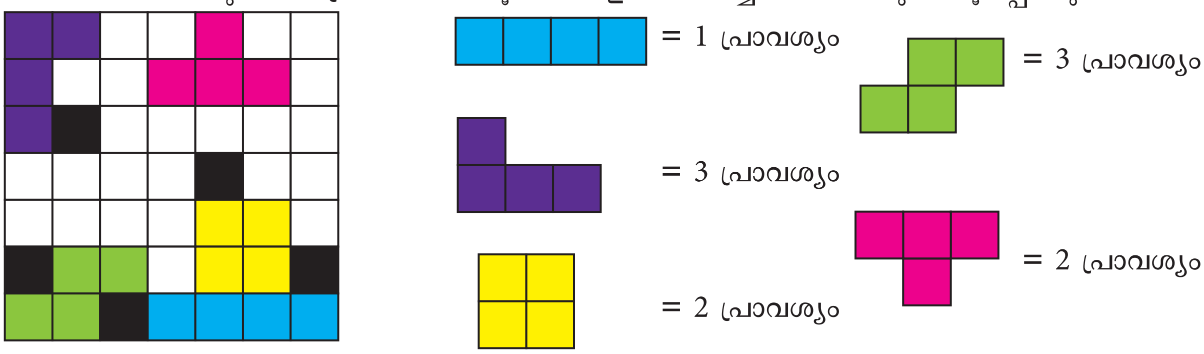
 = 3 പ്രാവശ്യം

 = 2 പ്രാവശ്യം

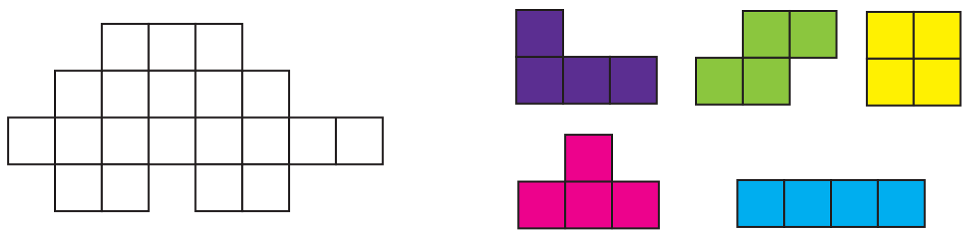
 = 1 പ്രാവശ്യം

 = 1 പ്രാവശ്യം

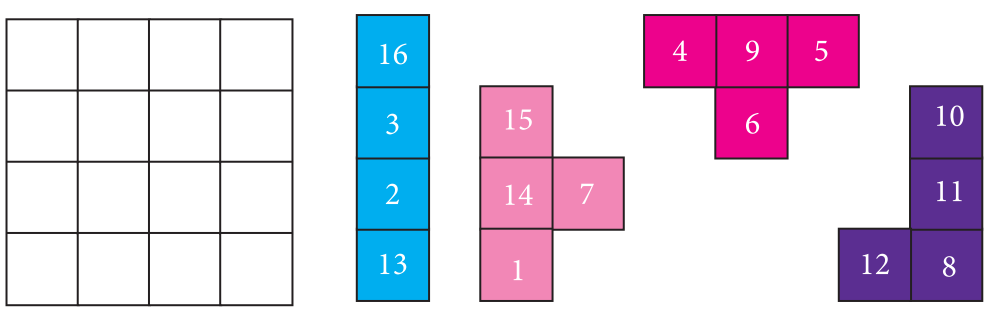
2. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ടെട്രോമിനോസ് രൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ദീർഘചതുരം പൂരിപ്പിക്കുക



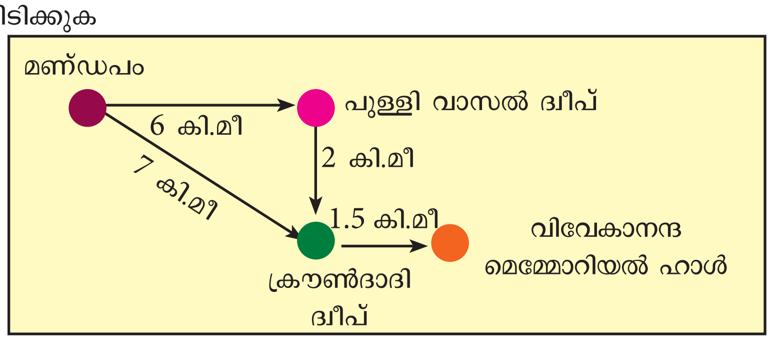
3. അഞ്ച് ടെട്രോമിനോസ്കൾ ഒരു പ്രാവശ്യം മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രം ഷേഡ് ചെയ്യുക



4. തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യ ടെട്രോമിനോസ്കൾ ഉപയോഗിച്ച് 4 x 4 മാന്ത്രിക ചതുരം പൂരിപ്പിക്കുക



5. വിവേകാനന്ദ മെമ്മോറിയൽ ഹാളിൽനിന്ന് മണ്ഡപത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം കുറഞ്ഞ വഴി മേപ്പിൽ നിന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക



വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

6. തന്നിരിക്കുന്ന അഞ്ച് ടെട്രോമിനോസ്കൾ രണ്ട് പ്രാവശ്യം മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് 4 x 10 ദീർഘചതുരം പൂർത്തീകരിക്കുക

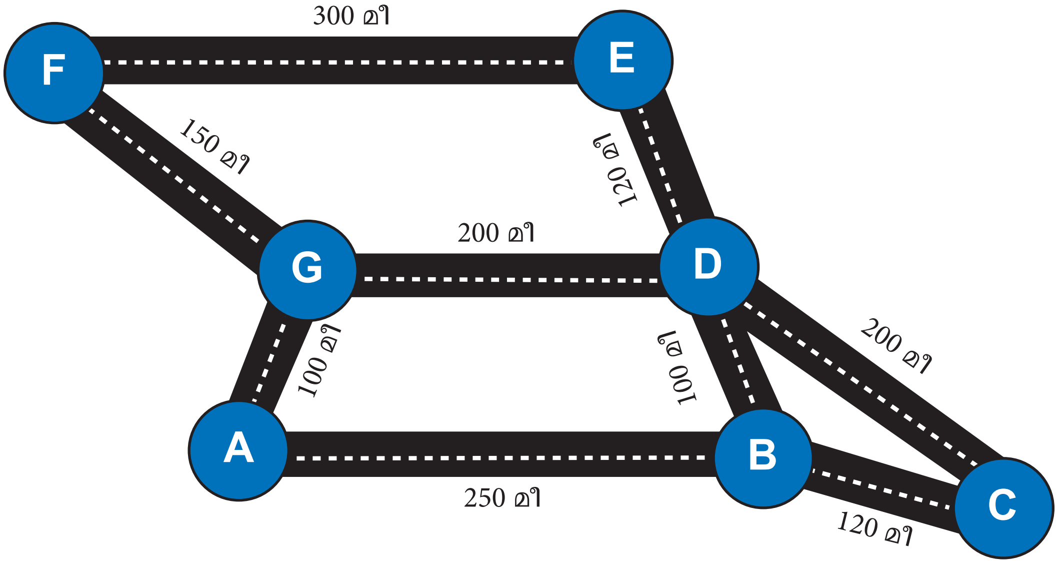
7. തന്നിരിക്കുന്ന അഞ്ച് ടെട്രോമിനോസ്കൾ രണ്ട് പ്രാവശ്യം ഉപയോഗിച്ച് 8 x 5 ദീർഘചതുരം പൂർത്തീകരിക്കുക

8. ചിത്രം നിരീക്ഷിച്ച് ഉത്തരമെഴുതുക

(i) A മുതൽ D വരെ സാധ്യമായ എല്ലാ വഴികളും കണ്ടെത്തുക?

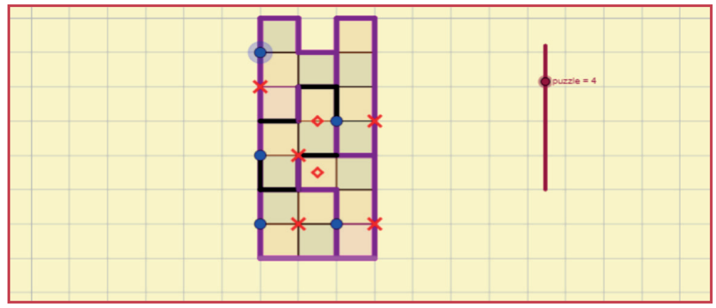
(ii) E, C എന്നിവ തമ്മിലുള്ള കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടെത്തുക?

(iii) B മുതൽ F വരെയുള്ള സാധ്യമായ എല്ലാ വഴികളുടെയും ദൂരം കണ്ടെത്തുക?



ഇൻറർനെറ്റ് പ്രവർത്തി

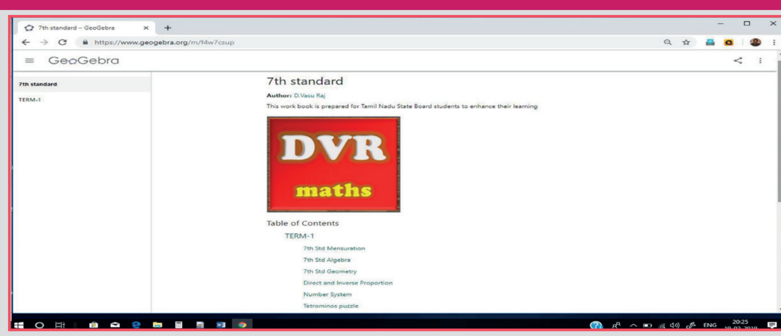
കമ്പ്യൂട്ടറിൽ അവസാനം ലഭിക്കുന്ന ചിത്രം



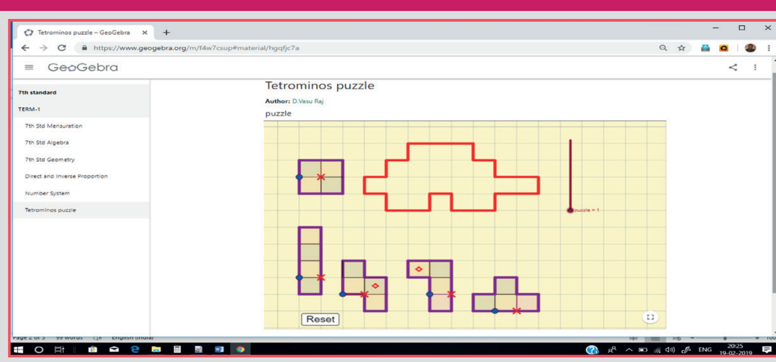
ഘട്ടം 1 : ബ്രൗസർ തുറക്കുക URL ടൈപ്പ് ചെയ്യുക (അല്ലെങ്കിൽ) QR Code സ്കാൻ ചെയ്യുക "7th std Information Processing" എന്ന പേരിലുള്ള ജിയോജിബ്ര തുറക്കും

ഘട്ടം 2 :ഓരോ അധ്യായത്തിനും നിരവധി വർക്ക് ഷീറ്റുകളുണ്ട്"Tetrominoes Puzzle" തെരഞ്ഞെടുക്കണം നീല പോയിന്റുകൾ വലിച്ചിട്ടുകൊണ്ട്, ആ ചുവന്ന ക്രോസ് കറക്കി ക്ഷണങ്ങളെ ചലിപ്പിക്കുന്നതിനായി ക്ഷണങ്ങൾ നീക്കുക. റെഡ് വജ്ര ക്ഷണങ്ങൾ ചലിപ്പിക്കുക തിരികെ യഥാർത്ഥ ആപ്ലെറ്റിലേക്ക് പോകുക

ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2



Browse in the link

Information Processing : https://ggbm.at/f4w7csup or Scan the QR Code.

ഉത്തരങ്ങൾ

സംഖ്യാ സമ്പ്രദായം

അഭ്യാസം 1.1

1. (i) 90 (ii) –95 (iii) –104 (iv) 22 (v) 140
   (vi) –100 (vii) 50 (viii) –171 (ix) –3 (x) 15, –42, –23
2. (i) തെറ്റ് (ii) തെറ്റ് (iii) ശരി
3. (i) –4 (ii) –8 (iii) –110 (iv) –52 (v) 7 (vi) –63 (vii) –288
4. +38
5. ടീം A = ടീം B (അതെ, ഏത് ക്രമത്തിലും കൂട്ടാം)
6. രണ്ടും സമമാണ് സങ്കലത്തിന്റെ സംയോജന നിയമം
7. 0+2, 1+1=2, –1+3, –2+4, –3+5 (ഏതെങ്കിലും ജോഡി)

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

8. (iv) 10 pm
9. (i) –9+(–5)+6
10. (ii) –3
11. (iii) 0
12. (i) 20

അഭ്യാസം 1.2

1. (i) –44 (ii) 30 (iii) –30
2. (i) തെറ്റ് (ii) ശരി (iii) തെറ്റ്
3. (i) 1 (ii) 17 (iii) 99 (iv) –300
4. 3
5. അഞ്ചാമത്തെ നില (തറനിരപ്പിൽ നിന്ന് ഉയരെ)
6. 100°F
7. –2
8. തെറ്റാണ്, –35 (ശരിയായ ഉത്തരം)

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

9. (iii) 13
10. (ii) 0

അഭ്യാസം 1.3

1. (i) 1 (ii) –2 (iii) –5 (iv) 5 (v) 0
2. (i) തെറ്റ് (ii) ശരി (iii) തെറ്റ്
3. (i) '+' (ii) '–'
4. (i) –770 (ii) 1080 (iii) 3024 (iv) 0 (v) 10,000
5. (i) സമമല്ല (ii) സമമല്ല
   (iii) സമമാണ്, ഗുണനത്തിന് സങ്കലനത്തിന്യമേലുള്ള വിതരണ നിയമം
6. 12 ഇഞ്ച് കുറവ്
7. $(-5\times10), (-10\times5), (2\times-25), (-2)\times25, \ , (-1)\times50, (-50)\times1$

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

8. (iv) (–6) × (+5)
9. (iii) വിതരണം
10. (iv) –11
11. (i) 108

അഭ്യാസം 1.4

1. (i) –1 (ii) –5 (iii) –36 (iv) 1
2. (i) തെറ്റ് (ii) തെറ്റ്

3. (i) –15 (ii) 5 (iii) –5 (iv) –1

4. 9 5. മണിക്കൂറിൽ 3°c കുറയുന്നു 6. 53 മിനിറ്റ്

7. ഒരു ദിവസം 160 കലോറി നഷ്ടപ്പെടുന്നു

8. 168 9. 5 10. –40

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. (iv) $12 \div 5$ 12. (iii) $16 \div (-4)$ 13. (ii) – 20 14. (iv) ഹരണം

അഭ്യാസം 1.5

1. 14°c 2. (i) –2 (ii) 0 (iii) –3 (iv) –4 (v) 1

3. (i) -2°k (ii) 318°k (iii) -127°k (iv) 0°k

4. (i) ₹1175 (ii) ₹675 (iii) ₹325 (iv) ₹414 (v) ₹114

5. (i) 7 ദിവസങ്ങൾ (ii) 15,750 അക്ഷരങ്ങൾ (iii) ₹8750

(iv) 5 ദിവസങ്ങൾ (v) ₹3,500 6. 12 7. ₹10 നഷ്ടം

8. 18 ഇഞ്ച് കുറയുന്നു 9. അതെ; 80 വർഷങ്ങൾ

അഭ്യാസം 1.6

1. 11 2. –40 3. –1,81,805 4. –445 5. –17,999

6. 31,500 7. –9 8. $(-3,-5)$, $(3,5)$

9. (i) തുല്യം (ii) തുല്യമല്ല (iii) തുല്യമല്ല (iv) തുല്യം

10. ₹ 6,800 11. x ന്റെ വില 2020 -ൽ കൂടും

12. ചേരുംപടി ചേർക്കുക 1. d, 2. a, 3. e, 4. c, 5. b

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

13. (i) തെറ്റ് (ii) തെറ്റ് (iii) ശരി (iv) ശരി (v) തെറ്റ്

14. –21 15. –5

16. $(-1)+1+(-2)+2+(-3)+3+(-4)+4+(-5)+5=0$

(ഉത്തരങ്ങൾ അതുല്യമാണ്) ഏത് ഒറ്റ അക്ക സംഖ്യയുടെയും സങ്കലന വിപരീതം എടുക്കാം

17. 2 18. (i) –4 (ii) –11 19. 3000 ലിറ്റർ വെള്ളം

20. 5 ചാട്ടങ്ങൾ 21. ₹ 24 22. സമുദ്ര നിരപ്പിനേക്കാൾ 850 അടി താഴെ

23. $x = 0$, $y = -4$, $z = -7$

അളവുകൾ

അഭ്യാസം 2.1

1. (i) വിസ്തീർണ്ണം= 33 ചതുര സെ.മി ചുറ്റളവ് = 30സെ.മി

(ii) വിസ്തീർണ്ണം= 70 ചതുര സെ.മീ ചുറ്റളവ്= 40സെ.മി

2. (i) 90 ച.സെ.മീ (ii) 7 മീ (iii) 13 മിമീ 3. 35 സെ.മീ 4. 54 ച.സെ.മീ 5. ₹ 4620/-

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

6. (iv) 22 സെ.മീ 7. (i) 70 ച.മീ 8. (iii) 13 സെ.മീ

9. (ii) അതുപോലെതന്നെ 10. (ii) 192 ച.സെ.മീ

അഭ്യാസം 2.2

1. (i) 64 ച.സെ.മീ (ii) 165 ച.സെ.മീ
2. 126 ച.സെ.മീ
3. (i) 152 ച.സെ.മീ (ii) 36 മീ (iii) 30 മിമീ
4. 25 സെ.മീ
5. ₹ 280

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

6. (iii) 12 ച.സെ.മീ 7. (ii) 32 ച.സെ.മീ 8. (ii) 8 സെ.മീ 9. (iv) 4മീ 10. (iii) 90°

അഭ്യാസം 2.3

1. (i) 160 ച.മീ (ii) 24 സെ.മീ (iii) 18 മീ (iv) 30 സെ.മീ
2. 330 ച.സെ.മീ
3. 38 സെ.മീ
4. 24 സെ.മീ
5. 23 സെ.മീ ഉം 17 സെ.മീ ഉം
6. ₹ 870
7. ₹ 697.50

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

8. (i) 45 ച.സെ.മീ 9. (iv) 28 സെ.മീ 10. (iii) സമപാർശ്വ ലംബകം

അഭ്യാസം 2.4

1. 144 ച.സെ.മീ
2. 11 hm
3. 128 മീ
4. $h=13$സെ.മീ $b=52$സെ.മീ
5. $d_1 = 48$ സെ.മീ $d_2=24$സെ.മീ
6. ₹ 1,57,950

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

7. 45സെ.മീ; 25സെ.മീ 8. 4725ച.സെ.മീ 9. 192ച.സെ.മീ 10. $DF=30$സെ.മീ $BE=42$സെ.മീ

11. 54 ച.സെ.മീ 12. 169 ച.സെ.മീ; ₹ 2535 13. 12 സെ.മീ

14. ₹ 5250 15. 324 ച.മീ

ബീജഗണിതം

അഭ്യാസം 3.1

1. (i) x (ii) –6 (iii) ആ ദൃശ്യം (iv) 3 (v) –1
2. (i) ശരി (ii) തെറ്റ് (iii) ശരി (iv) തെറ്റ്
3. –3,12, 1,121, –1,9,2.
4.

ക്രമം	വ്യാംജകം	ചരം	സ്ഥിരപദം	പദങ്ങൾ
(i)	$18+x-y$	x,y	18	18, x, $-y$
(ii)	$7p-4q+5$	p,q	5	$7p, -4q$, 5
(iii)	$29x+13y$	x,y	0	$29x, 13y$
(iv)	$b+2$	b	2	b, 2

5.

x – പദങ്ങൾ	y – പദങ്ങൾ	z – പദങ്ങൾ
$7x, -8x, -12x$	$5y, 12y, -9y$	$6z, z, 11z$

6. (i) –5 (ii) 5 (iii) 10 (iv) 0

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

7. (i) $3(x+y)$ 8. (ii) –7 9. (iv) $-4x, 7x$ 10. (ii) 13

അഭ്യാസം 3.2

1. (i) $-5b$ (ii) –8m (iii) $37xyz$
2. (i) തെറ്റ് (ii) തെറ്റ് (iii) ശരി

3. (i) $11x$ (ii) $12mn$ (iii) $4y$

4. (i) $8k$ (ii) $10q$ (iii) $10xyz$

5. (i) $28p+6q$ (ii) $3a+15b+16c$ (iii) $6mn-4t$ (iv) 6u (v) $8xyz-8xy$

6. (i) $14x-7y-38$ (ii) $-2p-2q+2$ (iii) $2m-8n$ (iv) $-7y+5z$

7. (i) $-10x-11y+12z$ (ii) $2p+6$ (iii) $3m+3n+15$

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

8. (iii) $2mn$ 9. (iii) $-2a$ 10. (i) സദൃശ പദങ്ങൾ

അഭ്യാസം 3.3

1. (i) സമീകരണം (ii) 15 (iii) $6x$

2. (i) തെറ്റ് (ii) ശരി (iii) ശരി

3. (i) $x=3$ (ii) $p=10$ (iii) $x = 15$ (iv) $m=30$ (v) $x=10$

4. $2x+2y$ 5. $x=12$ 6. 99 ഉം 101 7. $x=45km$

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

8. (iii) $3n$ 9. (i) 2 10. (ii) -1

അഭ്യാസം 3.4

1. $6ab+16;\ -6ab-16$ 2. $4x+3y$ 3. $x=13$ 4. $3ab-7b+3c$ 5. $x=8$

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

6. $12x+6y-18$ 7. $-4a-b-4c$ 8. $5m+n-6$ 9. $lb-2(l+b)=20$

10. $3a+\frac{4}{3}b+\frac{17}{5}c$

നേർ കൂടാതെ വിപരീത അനുപാതം

അഭ്യാസം 4.1

1. (i) ₹ 84 (ii) $21kg.$ (iii) 10 ലിറ്ററുകൾ (iv) ₹ 210 (v) 360

2. (i) ശരി (ii) ശരി (iii) തെറ്റ് (iv) ശരി (v) തെറ്റ്

3. ₹ 80 4. 42 5. 180 6. 40 മീ 7. 1107

8. ₹ 250 9. 5 $kg.$ 10. ₹ 30,000 11. 10 ദിവസങ്ങൾ

12. കമല 13. 5 ലിറ്ററുകൾ

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

14. (iii) ₹ 360 15. (ii) 7 16. (iv) 147 17. (ii) 10 18. (i) 9

അഭ്യാസം 4.2

1. (i) 32 (ii) 80 2. 1 മണിക്കൂർ 48 മിനിറ്റുകൾ

3. 36 ദിവസങ്ങൾ 4. 20 ദിവസങ്ങൾ 5. 15 ദിവസങ്ങൾ 6. 100 gm

7. 18 8. 4 km/hr 9. 24

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

10. (iii) 6 11. (ii) 8

അഭ്യാസം 4.3

1. (i) 15 kg. (ii) ₹ 36 2. (i) നേർ അനുപാതം (ii) k = 5 (iii) C = 50
3. 90 മാസങ്ങൾ 4. 12 മിനിറ്റുകൾ 5. ₹ 140 6. 3 7. 300 ലിറ്ററുകൾ

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

8. ₹ 1155 9. 35 മിനിറ്റുകൾ 10. 81 11. 6 ദിവസങ്ങൾ 12. 10 ദിവസങ്ങൾ 13. 5 ദിവസങ്ങൾ

ജാമിതി

അഭ്യാസം 5.1

1. സമീപ കോണുകളുടെ ജോഡികൾ ∠ABG കൂടാതെ ∠GBC, ∠BCF കൂടാതെ ∠FCE, ∠FCE കൂടാതെ ∠ECD, ∠ACF കൂടാതെ ∠FCD.
2. 65° 3. 86° 4. (i) 108° (ii) 46° (iii) 30°
5. മറ്റേ കോണും മട്ടകോണാണ്. 6. 30°, 120°, 210° 7. 63°
8. സമീപ കോണുകൾ ∠PQU കൂടാതെ ∠PQT, ∠PQT കൂടാതെ ∠TQS, ∠TQS കൂടാതെ ∠SQR, ∠SQR കൂടാതെ ∠RQU, ∠RQU കൂടാതെ ∠PQU, (സാധ്യമായ എല്ലാ ഉത്തരങ്ങളും)

   എതിർ കോണുകൾ: ∠PQU കൂടാതെ ∠TQR, ∠PQT കൂടാതെ ∠UQR
9. 120° 10. 105° 11. 45°, 135° 12. (i) 125° (ii) 55°

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

13. (iii) ഒരു പൊതു ഭുജം, ഒരു പൊതു ശീർഷം
14. (iii) രേഖീയ ജോഡി 15. (iv) അളവുകൾ തുല്യമാണ്
16. (i) 360° 17. (ii) 80°

അഭ്യാസം 5.2

1. (i) ഇവ ഛേദകത്തിൻറെ ഒരേ വശത്തുള്ള ബാഹ്യകോണുകളാണ്
   (ii) ഇവ ഏകാന്തര ബാഹ്യകോണുകളാണ്
   (iii) ഇവ സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ ആണ്
   (iv) ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ആന്തര കോണുകളാണ്
   (v) ഇവഏകാന്തര ഉൾ കോണുകളാണ്
   (vi) ഇവ സമസ്ഥാനീയ കോണുകളാണ്
2. (i) 35° (ii) 65° (iii) 145° (iv) 135° (v)90°
3. (i) 28° (ii) 58° (iii) 123° (iv) 108°
4. (i) 149° (ii) 45° (iii) 101° (iv) 158°
5. (i) 42° (ii) 8° (iii) 2° (iv) 15°
6. (i) 55° (ii) 35°
7. (i) അല്ല, ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ആന്തരകോണുകൾ സംപൂരകമാണ്
   (ii) അല്ല, കാരണം സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ തുല്യമാണ്
9. കുറഞ്ഞപക്ഷം കോണുകളുടെ എണ്ണം 1 ആണ് രേഖീയ കോണുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു കോണിനെ കൂടെ കണ്ടെത്താം .സമസ്ഥാനീയ കോണുകളുടെയും ഏകാന്തര കോണുകളുടെ (ആന്തരം, ബാഹ്യ) അടിസ്ഥാനത്തിൽ മറ്റെല്ലാം കോണുകളും കണ്ടെത്താം

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

10. (ii) ഛേദകരേഖ 11. (i) ഏകാന്തര ബാഹ്യ കോണുകൾ

12. (iv) ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്തുള്ള ഉൾകോണുകൾ സംപൂരകങ്ങളാണ്

13. (ii) 44°

അഭ്യാസം 5.6

1. 18° 2. 41° 3. 35°, 115°, 25° 4. 55°, 125°

5. (i) അതെ, അവയ്ക്ക് പൊതുഭുജം, പൊതുശീർഷവും കൂടാതെ അവയുടെ ആന്തരഭാഗം കൂട്ടിച്ചേരുന്നില്ല.
   (ii) ഇല്ല, അവയ്ക്ക് കൂട്ടിച്ചേരുന്ന ആന്തരഭാഗം ഉണ്ട്.
   (iii) ഇല്ല ∠BOC രേഖാകോണാണ് അവയുടെ തുക 180°യെക്കാൾ കൂടുന്നു.
   (iv) അതെ, ഇവ രേഖീയജോഡികളാണ്.
   (v) ഇല്ല, പ്രതിഛേദരേഖകളാൽ രൂപീകരിക്കപ്പെടുന്നില്ല.

6. 52° 7. 30°, 80° 8. 75° , 42° , 42°

9. 90° 10. 127°

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

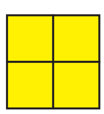
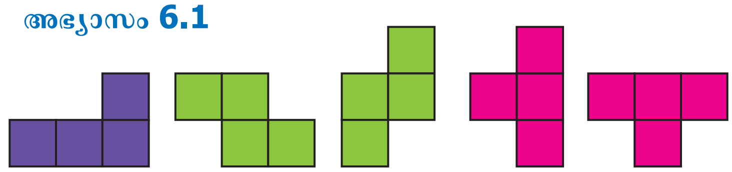
11. 26° 12. 38° 13. 40°,25° 14. 44°

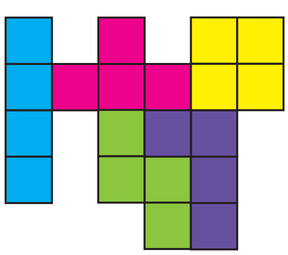
15. 72°,57°,51° 16. 76°,29° 17. 7° 18. 48°,60°,108°

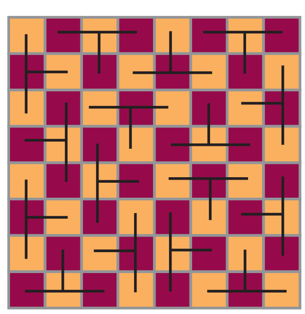
19. 21° 20. 214°

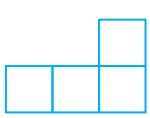
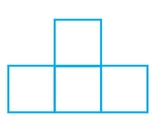
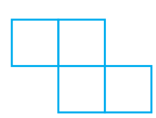
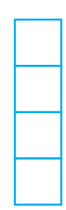
വിവര ക്രമീകരണം

അഭ്യാസം 6.1

1. 4 2.  3. 

4. 

5. 
(നിറയെ രീതികളുണ്ട്)

6. (i)  (ii)  (iii)  (iv) 

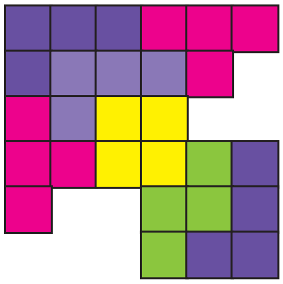
7.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

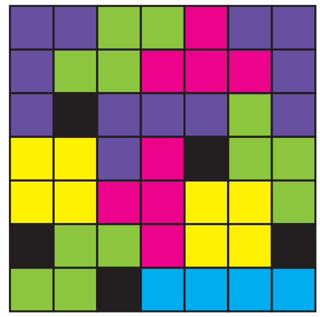
(നിറയെ രീതികളുണ്ട്)

അഭ്യാസം 6.2

1.

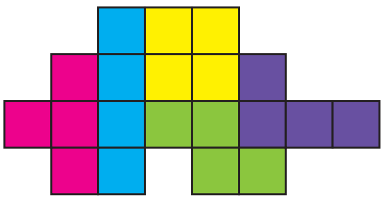


2.



(നിറയെ രീതികളുണ്ട്)

3.



4.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

(നിറയെ രീതികളുണ്ട്)

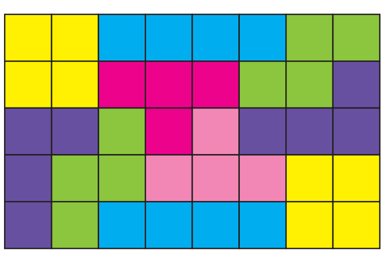
5. മണ്ഡപം → ക്രൗൺദാദി ദ്വീപ് → വിവേകാനന്ദ മെമ്മോറിയൽ ഹാൾ.

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

6.

(നിറയെ രീതികളുണ്ട്)

7.



(നിറയെ രീതികളുണ്ട്)

8 (i) റൂട്ട് 1 $A \to G \to D$

റൂട്ട് 2 $A \to B \to D$

റൂട്ട് 3 $A \to B \to C \to D$

റൂട്ട് 4 $A \to G \to F \to E \to D$

(ii) 320 m

(iii) റൂട്ട് 1 $B \to A \to G \to F$

250 100 150 = 600m

റൂട്ട് 2 $B \to D \to E \to F$

100 120 300 = 520m

റൂട്ട് 3 $B \to D \to G \to F$

100 200 150 = 450m

റൂട്ട് 4 $B \to C \to D \to E \to F$

120 200 120 300 = 740m

റൂട്ട് 3 ആണ് കുറഞ്ഞ ദൂരം.

ഗണിത സാങ്കേതിക പദങ്ങൾ (GLOSSARY)

Additive Identity	സങ്കലന അനന്യത
Additive Inverse	സങ്കലന വിപരീതം
Adjacent angle	സമീപ കോണുകൾ
Adjacent sides	സമീപ വശങ്ങൾ
Alternate exterior angle	ഏകാന്തര ബാഹ്യ കോണുകൾ
Alternate interior angle	ഏകാന്തര ഉൾക്കോണുകൾ
Alternate	ഏകാന്തരം
Angle bisector	കോണ ദ്വിഭാജകം
Associative property	സംയോജന നിയമം
Base	ആധാരം
Closure property	സംവൃത നിയമം
Co-efficient	ഗുണാങ്കം
Commutative property	ക്രമവിനിമേയ നിയമം
Compare	താരതമ്യം
Constant	സ്ഥിരപദം
Corresponding angles	സമസ്ഥാനിയ കോണുകൾ
Diagonal	വികർണ്ണം
Distributive property	വിതരണ നിയമം
Equation	സമവാക്യം
Formation	രൂപീകരണം
Generalize	പൊതുവായി
Height	ഉയരം
Horizontal	തിരശ്ചീനം
Integers	പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ
Interior of an angle	ഒരു കോണിന്റെ ആന്തരഭാഗം
Isosceles trapezium	സമപാർശ്വ ലംബകം
Like terms	സദൃശ പദങ്ങൾ
Linear equations	രേഖീയ സമവാക്യങ്ങൾ
Linear pair of angle	രേഖീയ ജോഡി കോണുകൾ
Multiplicative Identity	ഗുണന അനന്യത
Negative Integers	ഋണ പൂർണ്ണാങ്കം
Non-adjacent angle	സമീപത്തിലല്ലാത്ത കോണുകൾ
Numerical value	സംഖ്യ മൂല്യം
Numerical co-efficient	സംഖ്യാ ഗുണാങ്കം
Parallel sides	സമാന്തര വശങ്ങൾ
Parallelogram	സമാന്തരികം
Pattern	ഘടന
Perpendicular	ലംബം
Perpendicular bisector	ലംബ ദ്വിഭാജകം
Positive Integers	ധന പൂർണ്ണാങ്കം
Properties	ഗുണങ്ങൾ
Puzzle	പദപ്രശ്നം
Recall	ഓർമ്മപ്പെടുത്തൽ
Regulation	നിയന്ത്രണം
Rhombus	സമഭുജ സമാന്തരികം
Sequence	ശ്രേണി
Showcase	ഷോക്കേസ്
Substitution	പ്രതിസ്ഥാപിക്കൽ
Terms	പദങ്ങൾ
Tetromino	നാല് ചതുരങ്ങളെ യോജിപ്പിച്ച രൂപം
Tokens	ടോക്കൺ
Traffic	ട്രാഫിക്
Transversal	ഛേദക രേഖ
Trapezium	ലംബകം
Undefined	നിർവ്വചിച്ചിട്ടില്ല
Unlike terms	അസദൃശ പദങ്ങൾ
Variable	ചരം
Vertex	ശീർഷം
Vertically	ലംബമായ
Vertically opposite angles	ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ

Secondary Mathematics - Class 7
Term 1 Vol-2 (Malayalam)
Text Book Development Team

Reviewer

- **Dr. R. Ramanujam,**
  Professor,
  Institute of Mathematical Sciences, Taramani, Chennai.

Domain Expert

- **Dr. C. Annal Deva Priyadarshini,**
  Asst. Professor, Department of Mathematics,
  Madras Christian College, Chennai

Academic Coordinator

- **B.Tamilselvi,**
  Deputy Director,
  SCERT, Chennai .

Group in Charge

- **Dr. V. Ramaprabha,**
  Senior Lecturer,
  DIET, Tirur, Tiruvallur Dt.

Coordinator

- **D. Joshua Edison**
  Lecturer, DIET,
  Kaliyampoondi, Kanchipuram Dt.

Content Writers

- **G.P. Senthilkumar,**
  B.T.Asst,
  GHS, Eraivankadu,
  Vellore District.
- **M.J. Shanthi,**
  B.T.Asst, PUMS,
  Kannankurichi, Salem Dt.
- **M. Palaniyappan,**
  B.T.Asst,
  Sathappa GHSS, Nerkuppai,
  Sivagangai Dt.
- **A.K.T. Santhamoorthy**
  B.T.Asst,
  GHSS, Kolakkudi,
  Tiruvannamalai Dt.
- **P. Malarvizhi**
  B.T.Asst, Chennai High School,
  Pattalam, Chennai
- **M. Selvi**
  B.T.Asst, J.G.G.GHSS,
  Thiruvottiyur,
  Chennai.

Content Readers

- **Dr.P.Jeyaraman,**
  Asst Professor, L.N. Govt Arts College,
  Ponneri – 601 204
- **Dr. K. Kavitha**
  Asst Professor,
  Bharathi Women's college, Chennai

Content Reader's Coordinator

- **S. Vijayalakshmi,**
  B.T. Asst., GHSS,
  Koovathur, Kanchipuram Dt.

Qr Code Management Team

- **J.F. Paul Edwin Roy,** B.T. Asst,
  PUMS -Rakkipatty, Veerapandi, Salem.
- **S. Albert Valavan Babu,** B.T. Asst,
  GHS, Perumal Kovil, Paramakudi, Ramanathapuram
- **M. SARAVANAN,** B.T. Asst,
  GGHSS, Puthupalayam, Vazhapadi, Salem.

translators

- **S. Usha Kumari,**
  BT Asst, G.H.S.S Munchirai, K.K. Dist.
- **Smitha N.S**
  BT Asst, A.M.H.S.S Maruthancode, K.K. Dist.
- **R. Vallisudha**
  BT Asst, G.H.S.S Ezhudesapattu, K.K. Dist.
- **R.Raja Kumar**
  BT Asst, G.H.S.S Ezhudesapattu, K.K. Dist.
- **Jaya P.S**
  BT Asst, Malayala vidyalayam H.S, Chennai
- **Kumari S.S**
  BT Asst, Kerala vidyalayam H.S.S

Art and Design Team

Layout Artist

- **Asif Graphics,** Chennai
- **Manik** Chennai

In-House QC

- **Rajesh Thangappan**

Cover Design

- **Kathir Arumugam**

Co-Ordination

- **Ramesh Munisamy**

This book has been printed on 80 GSM
Elegant Maplitho paper

Printed by offset at :