GOVERNMENT OF TAMIL NADU

# పదకొండవ తరగతి

# HIGHER SECONDARY FIRST YEAR

# భౌతికశాస్త్రము

# PHYSICS

## భాగము - I

## VOLUME - I

## TELUGU MEDIUM

Department of School Education

**Untouchability is Inhuman and a Crime**

11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Introduction.indd 1 11-07-2022 17:49:45

**Government of Tamil Nadu**

First Edition - 2021

Revised Edition - 2022

Reprint - 2023, 2024

(Published under New Syllabus)

**Content Creation**

State Council of Educational
Research and Training

© SCERT 2021

**Printing & Publishing**

Tamil Nadu Textbook and Educational
Services Corporation

www.textbooksonline.tn.nic.in



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Introduction.indd 2 11-07-2022 17:49:45

# విషయసూచిక

## భౌతికశాస్త్రము


| అధ్యాయము | పాఠ్యశీర్షిక | పుట సంఖ్య | నెల |
|---|---|---|---|
| 1 | భౌతిక ప్రపంచము యొక్క స్వభావము మరియు కొలతలు | 01 | జూన్ |
| 2 | గతిజ శాస్త్రం | 41 | జూన్-జూలై |
| 3 | చలన నియమములు | 105 | జూలై-ఆగస్టు |
| 4 | పని, శక్తి మరియు సామర్థ్యము | 167 | ఆగస్టు |
| 5 | కణముల వ్యవస్థ యొక్క చలనము మరియు ధృడ పదార్థములు | 208 | సెప్టెంబరు |
| | ఉపగ్రంథము 1 | 266 | |
| | ఉపగ్రంథము 2 | 290 | |
| | ఉపగ్రంథము 3 | 297 | |
| | ఉపగ్రంథము 4 | 298 | |
| | పదకోశము | 300 | |


5G7F8

అంతర్జాల పుస్తకము

6UAQJ

మూల్యాంకనము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Introduction.indd 3 11-07-2022 17:49:45

# HOW TO USE THE BOOK

**Scope of Physics**
- Awareness on higher learning -courses, institutions and required competitive exams
- Financial assistance possible to help students to climb academic ladder

**Learning Objectives:**
- Overview of the unit
- Gives clarity on the goals and intention of the topics



- Additional facts related to the topics covered to facilitate curiosity driven learning

**Example problems**
- To ensure understanding, problems/illustrations are given at every stage before advancing to next level


- Visual representation of concepts with illustrations
- Videos, animations, and tutorials


**ICT**
- To harness the digital skills to class room learning and experimenting

**Summary**
- Recap of salient points of the lesson

**Concept Map**
- Schematic outline of salient learning of the unit

**Evaluation**
- Evaluate students' understanding and get them acquainted with the application of physical concepts to numerical and conceptual questions

**Books for Reference**
- List of relevant books for further reading

**Solved examples**
- Numerical/conceptual questions are solved to enable students to tackle standard problems in mechanics in appendix 1

**Competitive Exam corner**
- Model Questions - To motivate students aspiring to take up competitive examinations such as NEET, JEE, Physics Olympiad, JIPMER etc

**Appendix**
- Additional information including the chronological development of physics is provided

**Glossary**
- Scientific terms frequently used with their Tamil equivalents

### Physics learning - Correct method

- The correct way to learn is to understand the concept, express the same in the language of mathematics which are equations.
- Each equation conveys the meaning of a phenomena or relationship between various parameters in the equations. Such relationship can be diagrammatically expressed as graphs.
- This interlink should be clear in mind while going through the entire text.

### Value addition of the book

- Mathematical topics such as vectors, differentiation and integration are essential to understand and express physical phenomena.
- Inclusion of these topics and usage of vector notation wherever necessary is the salient feature of this book.
- Becoming familiar with vector notations and basic mathematics for physics will solve a lot of difficulty currently faced by students pursuing higher education in engineering, technology and science disciplines.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Introduction.indd 4 11-07-2022 17:49:45

11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Introduction.indd 5

# Scope of Physics - Higher Education



## Exams

- JEE-Joint Entrance Examination
- Physics Olympiad Exam
- NEET- National Eligibility and Entrance Test
- NEST- National Entrance Screening Test
- AIEEE- All India Engineering Entrance Exam
- AIIMS- All India Institute of Medical Science (Entrance Examination)
- JIPMER- Jawaharlal institute of Postgraduate Medical Education and Research (Entrance Examination)
- KVPY- Kishore Vaigyanik Protsahan Yojana
- JAM- Joint Admission Test
- TIFR GS - Tata Institute of Fundamental Research Graduate School Admissions Examination
- JEST- Joint Entrance Screening Test
- NET- National Eligibility Test (CSIR and UGC)
- GATE-Graduate Aptitude Test in Engineering
- ICAR -AIEEA-Indian Council of Agricultural Research All India Entrance Examination



## After completing +2

- B.Sc (Physics)
- Integrated M.Sc (Physics) (Central Universities)
- Integrated M.Sc (in Central Research Institutes through NEST and KVPY with stipend)
- B.Sc./B.S./B.Stat./B.Math./M.S. in Mathematics, Chemistry and Biology. (KVPY)
- B.E/B.Tech/ B.Arch (JEE, AIEEE in IITs and NITs) MBBS/ B.D.S/B.Pharm (NEET, JIPMER, AIIMS )
- B.Sc. (Agriculture) (ICAR -AIEEA)
- Dual Degree Program BS & MS (JEE, JEST in IITs and IISERs)
- B.Sc (Hospitality administration)
- B.Sc (Optoelectronics)
- B.Sc (Optometry)
- B.Tech (Optics and Optoelectronics)





## After completing undergraduate course in Physics (B.Sc Physics)

- M.Sc. (Physics) (In Central and State Universities and Colleges)
- M.Sc. Physics (JAM in IISc ,IITs and NITs)
- M.Sc. (In State and Central Universities)
- Medical Physics
- Materials Science
- Energy
- Earth Sciences
- Space science
- Oceanography
- Remote sensing
- Electronics
- Photonics
- Optoelectronics
- Acoustics
- Applied electronics
- Astronomy and Astrophysics
- Nanoscience and Nanotechnology
- Biostatistics
- Bio informatics
- Vacuum sciences



11-07-2022 17:49:46

11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Introduction.indd 6

# Opportunities after B.Sc. Physics



## Jobs in Government Sector

- Indian Forest Services
- Scientist Job in ISRO, DRDO, CSIR labs
- Union Public Service Commission
- Staff selection commission
- Indian Defence services etc.
- Public sector Bank
- State PCS
- Grade III & Compiler Post
- Tax Assistant
- Statistical Investigator
- Combined Higher Secondary
- Combined Graduate Level Exam etc.



## Financial assistance to pursue higher education

### Scholarships for graduate and post graduate courses

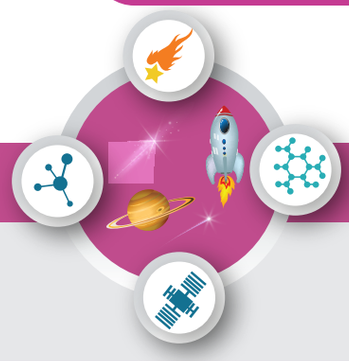
- International Olympiad: for getting stipend for Higher Education in Science and Mathematics
- DST – INSPIRE Scholarships (for UG and PG)
- DST – INSPIRE Fellowships (for Ph.D)
- UGC National Fellowship (for Ph.D)
- Indira Gandhi Fellowship for Single girl child (for UG and PG)
- Moulana Azad Fellowship for minorities (for Ph.D)
- In addition various fellowships for SC/ST/PWD, OBC etc are available.
- Visit website of University Grants Commission (UGC) and Department of Science and Technology (DST)



11-07-2022 17:49:46

11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Introduction.indd 7

# Institutes in india to pursue research in physics



**After completing Post Graduate course in Physics (M.Sc Physics)**

## Topics of Research

- Quantum Physics and Quantum Optics
- Astrophysics, Astronomy
- String theory, Quantum gravity
- Mathematical Physics, Statistical Mechanics
- Quantum Field Theory
- Particle Physics and Quantum Thermodynamics
- Quantum information theory
- Condensed Matter Physics, Materials Science
- Electro magnetic Theory
- Black Holes, Cosmology
- Crystal Growth, Crystallography
- Spectroscopy, Atomic, Molecular and Optical Physics
- Nano Science and Nanotechnology
- Energy and Environment Studies
- Biophysics, Medical Physics
- Cryptography, Spintronics
- Optics and Photonics
- Meteorology and Atmospheric Science

**Research Institutions in various areas of science**

| Name of the Institution | Website |
|---|---|
| Indian Institute of Science (IISc) Bangalore | www.iisc.ac.in |
| Raman Research Institute (RRI) Bangalore | www.rri.res.in |
| Institute of Mathematical Sciences (IMSc) Chennai | www.imsc.res.in |
| Indian Association for Cultivation of Science (IACS) Calcutta | www.iacs.res.in |
| Chennai Mathematical Institute (CMI) Chennai | www.cmi.ac.in |
| Tata Institute of Fundamental Research (TIFR) Mumbai | www.tifr.res.in |
| Bhaba Atomic Research centre (BARC) Mumbai | www.barc.gov.in |
| SN Bose centre Basic Natural science Calcutta | www.bose.res.in |
| Indian Institute of Space Science and Technology (IIST) Trivandrum | www.iist.ac.in |
| Physics Research Laboratory (PRL) Ahmedabad | www.prl.res.in |
| Indian Institute of Astrophysics (IIA) Bangalore | www.iiap.res.in |
| Institute of Physics (IOP) Bhubaneswar | www.iopb.res.in |
| Institute for Plasma Research (IPR) Gujarat | www.ipr.res.in |
| Inter university centre for Astronomy and Astrophysics (IUCAA) Pune | www.iucaa.in |
| Indira Gandhi centre for Atomic Research (IGCAR), Kalpakkam | www.igcar.gov.in |
| Hyderabad central university, Hyderabad | www.uohyd.ac.in |
| Delhi University, Delhi | www.du.ac.in |
| Mumbai University, Mumbai | www.mu.ac.in |
| SavithiribaiPhule Pune university, Pune | www.unipune.ac.in |
| National Institute of Science Education and Research (NISER), Bhubaneshwar | www.niser.ac.in |
| IISER Educational Institutions | www.iiseradmission.in |
| Indian Institute of Technology in various places (IIT's) | www.iitm.ac.in |
| National Institute of Technology (NITs) | www.nitt.edu |
| Jawaharlal Nehru University (JNU) | www.jnu.ac.in |
| Central Universities | www.ugc.ac.in |
| State Universities | https://www.ugc.ac.in |
| CSIR – Academy (National laboratories, Delhi, Hyderabad, Trivandrum, Chennai, Calcutta etc) | |



11-07-2022 17:49:47

11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Introduction.indd 8 11-07-2022 17:49:47

# అధ్యాయము 1

# భౌతిక ప్రపంచము యొక్క స్వభావము మరియు కొలతలు (NATURE OF PHYSICAL WORLD AND MEASUREMENT)

"విద్య అనేది వాస్తవాలను నేర్చుకోవడం కాదు, కాని మనస్సుకు ఆలోచింపజేయడానికి అభ్యసన ఇవ్వడం" – **ఆల్బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్**

## అభ్యసనా లక్ష్యములు

ఈ యూనిట్‌లో విద్యార్థి నేర్చుకొనే అంశాలు:

- భౌతిక శాస్త్రంలో ఆవిష్కరణల ద్వారా ఉత్పన్నమయ్యే ఉత్సాహం
- భౌతిక పరిమాణాల అవగాహన యొక్క ప్రాముఖ్యత
- కొలిచే వివిధ పద్ధతులు
- భౌతిక కొలతలలో ఏర్పడు దోషాలు మరియు వాటి సవరణ
- ముఖ్యమైన సంఖ్యల ప్రాముఖ్యత
- మితులను అనువర్తించి భౌతిక కొలత యొక్క సజాతీయ తత్వాన్ని శోధించుట.

KEZWC

## 1.1 విజ్ఞాన శాస్త్రము – పరిచయము (SCIENCE—INTRODUCTION)

'science' అను పదము 'తెలుసుకొనుట' అను అర్థానిచ్చే 'సైన్షియా' (scientia) అనబడే లాటిన్ మూల పదము నుండి పుట్టినది. తమిళ భాషలో science అనునది అరివియల్ (**அறிவியல்**) అంటే వాస్తవాన్ని తెలుసుకోవడం. మానవ మనస్తత్వము ఎల్లప్పుడూ ప్రకృతి సంఘటనలైన ఖగోళ వస్తువులు, ఋతువులలో చక్రీయ మార్పులు, ఇంద్ర ధనస్సు ఏర్పడుట మొదలైన వాటిని తెలుసుకొనుటకు అవగాహన చేసుకొనుటకు ఆసక్తిగా ఉంటుంది. ప్రకృతిని అర్థము చేసుకొనే ఇట్లాంటి ప్రయత్నమే నేటి ఆధునిక విజ్ఞానమునకు సాంకేతిక పురోగాభివృద్ధికి దారి చూపుతున్నది. ప్రకృతి సంఘటనలను అన్వేషించి, శోధించి, విశ్లేషించి గ్రహించిన నియమబద్ధమైన జ్ఞానమే విజ్ఞాన మగును. నిర్జీవ పదార్థములను గూర్చి చదివే విజ్ఞానమే భౌతిక విజ్ఞానం (భౌతిక శాస్త్రం మరియు రసాయన శాస్త్రం) అని జీవ పదార్థములను గూర్చి చదివే జ్ఞానమే జీవశాస్త్రము (వృక్షశాస్త్రం, జంతుశాస్త్రం మొదలైనవి) అని పేర్కొనబడుచున్నవి.

ప్రాకృతిక సంఘటనలను ఆసక్తితో విశ్లేషించి తెలుసుకోవడమే విజ్ఞానమునకు నాంది అగును. విజ్ఞానము అను పదము 19 వ శతాబ్దంలోనే ప్రయోగించబడింది. ప్రారంభ దశలో ప్రాకృతిక తత్వము (Natural philosophy) విజ్ఞానముగా పరిగణించబడినది. ప్రాచీన నాగరికత కాలములో ఖగోళశాస్త్రము, రసాయన శాస్త్రము, మానవ శరీర ధర్మ శాస్త్రము మరియు వ్యవసాయము మొదలగు వాటిని గూర్చి తెలుసుకొని గొప్పగా ఉపయోగించినారు. లిఖిత పూర్వక పద్ధతులు అభివృద్ధి చెందక మునుపు మాటల ద్వారానే విజ్ఞాన పరివర్తనము జరిగేది. ప్రాచీన కాలములో ఖగోళ శాస్త్రము మొదలుకొని వైద్యశాస్త్రము వరకు విజ్ఞాన పురోగతిలో ఈజిప్టులే మొదటి వరుసలో నిలబడ్డారు. సింధులోయ నాగరికత కాలములోనే (3300 – 1300 క్రీ.పూ) భారతీయులు విజ్ఞానము మరియు గణిత శాస్త్రములో ప్రావీణ్యతను గణించారు.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 1 11-07-2022 17:52:32

భారత రాజ్యాంగ చట్టము 51A (h) ప్రాథమిక విధులు విభాగము IV లో పేర్కొనబడిన ప్రకారము "విజ్ఞాన మనస్తత్వము, మానవీయత, సంస్కరణములు, శోధన తత్వము మొదలైన వాటిని అనుసరించి అభివృద్ధి పరచడము ప్రతి భారతీయుని కర్తవ్యమగును. ఇదే విజ్ఞానశాస్త్ర విద్య యొక్క లక్ష్యము".

### 1.1.1 వైజ్ఞానిక పద్ధతి (The Scientific Method)

వైజ్ఞానిక పద్ధతి అనునది సహజసిద్ధమైన దృగ్విషయాలను అర్థము చేసుకొనుటకు మరియు ప్రకృతి సహజపరమైన దృగ్విషయాలు సంభవించుటకు కారణంగా గల నియమాలను ఏర్పరచుటకు ఒక వ్యవస్థిత ప్రయత్నమగును. ఏదైనా వైజ్ఞానిక పద్ధతి ఈ క్రింది సాధారణ లక్షణాలను కలిగి ఉంటుంది.

(i) క్రమబద్ధమైన పరిశీలన
(ii) నియంత్రిత ప్రయోగం
(iii) గుణాత్మక మరియు పరిమాణాత్మక తార్కికం
(iv) గణిత నమూనాల రూపకల్పన
(v) ఫలితాలను ఊహించి సిద్ధాంతాలను ధృవపరచడం లేదా తిరస్కరించడం.

**ఉదాహరణ**

ఒక లోహపు కడ్డీని వేడి చేయునట్లు పరిగణించండి కడ్డీ యొక్క ఒక చివర వేడిచేసినపుడు, మరొక చివరలో వేడి అనుభూతి చెందుతుంది. ఈ పరిశీలనపై క్రింది ప్రశ్నలు అడగవచ్చును.

అ) వేడి చేసినప్పుడు కడ్డీ లోపల ఏమి జరుగుతుంది?
ఆ) వేడి మరొక చివరికి ఎలా చేరుకుంటుంది?
ఇ) అన్ని పదార్థాలకు ఈ ప్రభావం వర్తిస్తుందా?
ఈ) పదార్థం ద్వారా వేడి ప్రవహిస్తే, వేడిని చూడగలమా?

పై ప్రశ్నలకు సమాధానాలు కనుగొనే ప్రక్రియ వైజ్ఞానిక పరిశోధన.

ఉష్ణం యొక్క ప్రాథమిక దృగ్విషయం 8 వ యూనిట్‌లో చర్చించబడింది.

**మీకు తెలుసా**

క్రీ.పూ 350 లో అరిస్టాటిల్ భౌతిక శాస్త్రం (Physics) పేరును పరిచయం చేశారు.

## 1.2 భౌతిక శాస్త్రము - పరిచయము (PHYSICS - INTRODUCTION)

'Physics' (భౌతిక శాస్త్రము) అను పదము ప్రకృతి అను అర్థమునిచ్చే 'ఫ్యూసిస్' (Fusis) అనబడే గ్రీకు పదము నుండి గ్రహించబడినది. భౌతిక శాస్త్రము అనునది ప్రకృతి మరియు ప్రకృతి సంఘటనలు మొదలగు వాటిని గూర్చి వివరించు అంశమగును. కావున భౌతికశాస్త్రమే అన్ని విజ్ఞానశాస్త్ర విభాగములకు ప్రామాణికముగా పరిగణించబడుచున్నది.

భౌతికశాస్త్ర అధ్యయనంలో ఏకీకరణము (Unification) మరియు హ్రాస్వీకరణ వాదం (Reductionism) అనబడే రెండు అనుసరణ మార్గములు ఉన్నవి. ఏకీకరణము అనునది విభిన్న ప్రకృతి దృగ్విషయాలను కొన్ని తత్వములు మరియు నియమాలను అనుసరించి వివరించు ప్రయత్నమగును. ఉదాహరణకు భూమి వైపు స్వేచ్ఛగా పడే వస్తువుల కదలికను, సూర్యుని చుట్టూ గ్రహాల కదలికను, భూమి చుట్టూ చంద్రుని కదలికను న్యూటన్ యొక్క విశ్వ గురుత్వాకర్షణ నియమం (6 వ యూనిట్) లో వివరించబడినది. తద్వారా ప్రకృతి యొక్క ప్రాథమిక బలాలను ఏకీకరణం చేస్తుంది.

ఒక స్థూల వ్యవస్థను (Macroscopic) వాటిలో ద్విగుణీకృతమైన సూక్ష్మ రేణువుల (Microscopic) ద్వారా వివరించు ప్రయత్నమే 'హ్రాస్వీకరణ వాదము' అగును. ఉదాహరణకు, ఒక పెద్ద వ్యవస్థ యొక్క లక్షణములైన ఉష్ణోగ్రత, జడోష్ణత (entropy) మొదలైనవాటిని వివరించుటకు ఉష్ణగతిక శాస్త్రం (Thermodynamics) (యూనిట్ -8) ఏర్పరచబడింది. గతిశాస్త్రము (Kinetic theory) (యూనిట్ -9) మరియు సాంఖ్యక యాంత్రిక శాస్త్రము (Statistical mechanics) మొదలైనవి పై చెప్పబడిన పెద్ద వ్యవస్థల లక్షణములను వాటి సూక్ష్మ రేణువులైన అణువుల ద్వారా వివరింపబడుచున్నది.

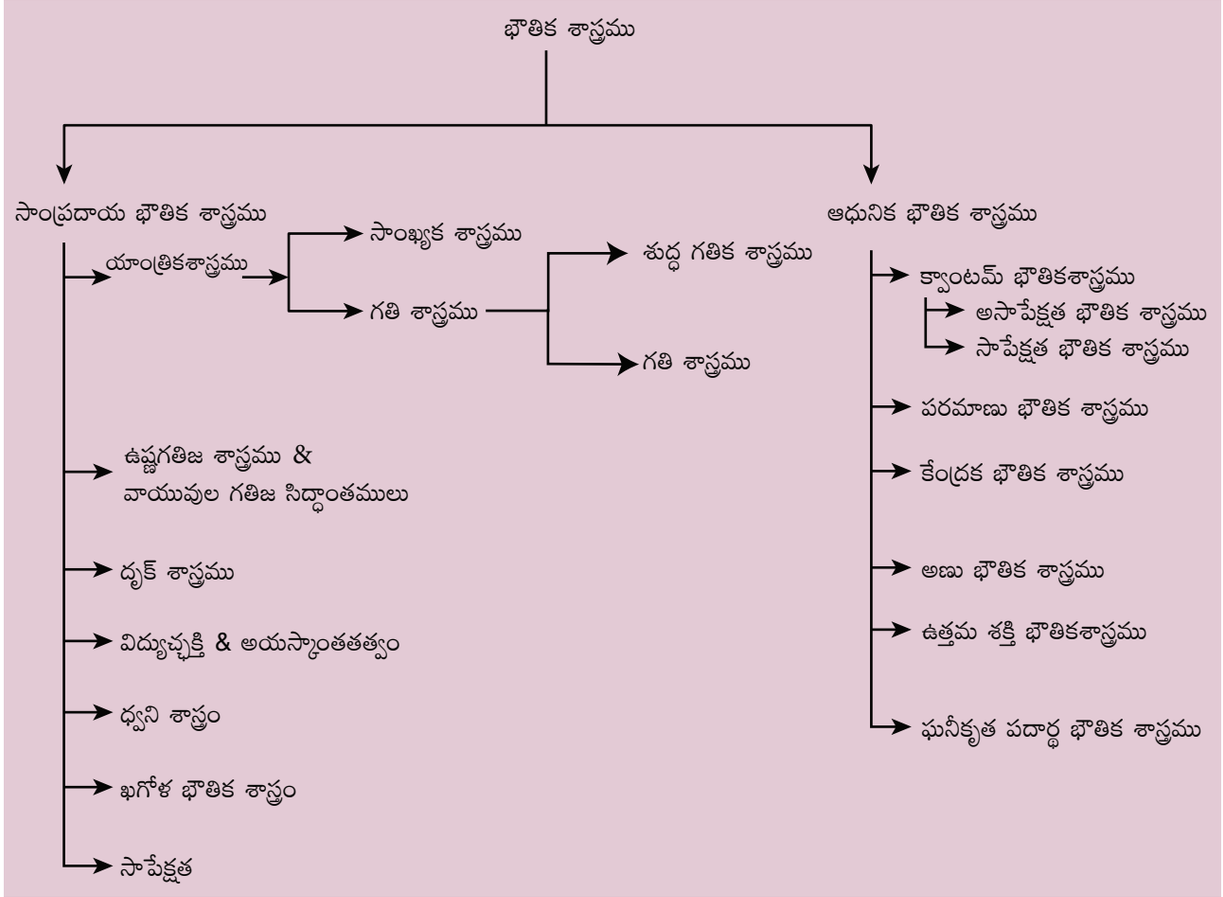


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 2 11-07-2022 17:52:32

## 1.2.1 భౌతికశాస్త్ర విభాగములు
## Branches of Physics

ప్రకృతి నియమాలు తెలుసుకోవడంలో మనకు సహాయపడే ప్రాథమిక జ్ఞానమే భౌతికశాస్త్రము. ఈ శాస్త్రము యొక్క వ్యవహారిక భాషయే గణితము అగును. ప్రాచీన కాలములో మానవులు ప్రకృతితో అన్వయించి జీవించారు. వారి జీవన విధానము ప్రకృతితో మిళితమైనది. ఖగోళ వస్తువులు మరియు నక్షత్ర సమూహాల గమనముల ఆధారముగా ఋతువులను గణించారు. మొలకెత్తుట మరియు పంటను కోయుట వంటి వాటిని ఆకాశమును గమనించుట ద్వారా ఊహించగలిగారు. కావున మొట్టమొదటగా అభివృద్ధి చెందిన శాస్త్ర విభాగములో ఖగోళశాస్త్రము మరియు గణిత శాస్త్రము చెప్పబడుచున్నవి. భౌతిక శాస్త్రము యొక్క పలు శాఖల కాలానుగుణ అభివృద్ధిని అన్వయము A1.1. లో జతపరచబడియున్నది. పటము 1.1 లో భౌతికశాస్త్రము యొక్క పలు శాఖలు మరియు వాటి మధ్య గల సంబంధాలను పట్టికలో క్రోడీకరించి చూపబడియున్నది.

మహోన్నత విద్య మొదటి సంవత్సరము భౌతిక శాస్త్ర పాఠ్య పుస్తకములో విభాగము-1 (vol-1) మరియు 2 లో భౌతిక శాస్త్ర ప్రాథమిక శాఖల ముఖ్య భావనలు వివరించబడ్డాయి. ముఖ్యముగా యాంత్రిక శాస్త్రము (Mechanics) 1 నుండి 6 యూనిట్‌లుగా ఇవ్వబడియున్నది. యూనిట్ 1 లో భౌతికశాస్త్ర అభివృద్ధి దాని ప్రాథమిక భావనలైన కొలతలు, ప్రమాణాలు మొదలగు వాటిని గురించి వివరించబడినది. భౌతికశాస్త్ర సిద్ధాంతములు, వాటికి కారణమైన నియమాలను వివరించుటకు అవసరమైన ప్రాథమిక గణిత భావనలు యూనిట్ 2 లో ఇవ్వబడ్డాయి. వస్తువుల మీద ప్రయోగించబడు బలము యొక్క ప్రభావమును న్యూటన్ గమన నియమానుసారముగా యూనిట్ 3 లో వివరించబడినది. యాంత్రిక ప్రపంచములో పరిశోధనలకు అవసరమగు ముఖ్య ప్రామాణికములైన 'పని' మరియు 'శక్తి' మొ॥ వాటిని గూర్చిన భావనలు




**పటము 1.1** భౌతిక శాస్త్ర విభాగములు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 3 11-07-2022 17:52:32

**పట్టిక 1.1** భౌతిక శాస్త్ర శాఖలు

| | | |
|---|---|---|
| **సాంప్రదాయ భౌతిక శాస్త్రము** | | 20 వ శతాబ్దపు మునుపు గుర్తించబడి మరియు అభివృద్ధి చేయబడిన ప్రాథమిక భౌతిక శాస్త్రము |
| | **శాఖ** | **ప్రధాన ముఖ్యాంశాలు** |
| 1. | సాంప్రదాయ యాంత్రిక శాస్త్రము | విరామ మరియు చలన స్థితిలో వున్న వస్తువుల మీద ప్రయోగించబడిన బలమును గూర్చిన అధ్యయనం |
| 2. | ఉష్ణ గతిక శాస్త్రము | ఉష్ణము మరియు వివిధ శక్తుల మధ్యగల సంబంధం గూర్చిన అధ్యయనం |
| 3. | దృక్ శాస్త్రము | కాంతిని గూర్చిన అధ్యయనం |
| 4. | విద్యుత్ మరియు అయస్కాంతత్వం | విద్యుత్, అయస్కాంతత్వము మరియు వాటి మధ్య గల సంబంధమును గూర్చిన అధ్యయనము |
| 5. | ధ్వని శాస్త్రము | ధ్వని తరంగాల ఉత్పత్తి మరియు వాటి ప్రసరణ గూర్చిన అధ్యయనము |
| 6. | ఖగోళ భౌతిక శాస్త్రము | ఖగోళ వస్తువులను గూర్చిన అధ్యయనము |
| 7. | సాపేక్షణీయత | సైద్ధాంతక భౌతిక శాస్త్రము (Theoretical physics) యొక్క ఒక శాఖ విభిన్న రీతిలో చలించు పదార్థములకు సంబంధించి అంతరిక్షము, కాలము మరియు శక్తి వీటి మధ్య సమన్వయమును గూర్చిన అధ్యయనము. |
| **ఆధునిక భౌతిక శాస్త్రము** | | **20 వ శతాబ్దపు ఆరంభములో అభివృద్ధి పరచబడిన భౌతికశాస్త్ర అంశములు.** |
| 1. | *క్వాంటమ్ యాంత్రిక శాస్త్రము | పరమాణువు మరియు ఉప పరమాణువు స్థాయిలలో ఏర్పడు దృగ్విషయం యొక్క వివక్త స్వభావం (Discrete nature) ను గూర్చిన అధ్యయనం. |
| 2. | పరమాణు భౌతిక శాస్త్రము | పరమాణువు ధర్మములు మరియు దాని నిర్మాణమును గూర్చిన అధ్యయనము. |
| 3. | కేంద్రక భౌతిక శాస్త్రము | పరమాణు కేంద్రకాల నిర్మాణం, లక్షణాలు మరియు వాటి చర్యలను గూర్చిన అధ్యయనము. |
| 4. | ఘణీకృత పదార్థ భౌతిక శాస్త్రము | ఘణీకృత పదార్థముల (ఘన, ద్రవ స్థితుల సందిగ్ధ స్థితిలో గల పదార్థము, సాంద్రీకృత వాయువులు) స్వభావములను వివరించునది. ఇది నానో విజ్ఞాన శాస్త్రము (Nano science) దృక్ శాస్త్రము – మొ॥ వాటి వలే అధికముగా అభివృద్ధి పరచబడిన భౌతిక శాస్త్రము పలు ఉపశాఖలతో కూడినది. ఇది దృగ్విజ్ఞానము (Photonics) యొక్క ప్రామాణిక భావనలను కలిగియున్నది. దీని ఉద్దేశము మంచి లక్షణాలు గల కొత్త పదార్థములను ఏర్పరచడమగును. |
| 5. | ఉత్తమ శక్తి భౌతిక శాస్త్రము | కణముల స్వభావములను గూర్చిన అధ్యయనం. |

*క్వాంటమ్ యాంత్రిక శాస్త్రం అనునది విస్తృత విధానమగును. క్వాంటమ్ యాంత్రిక శాస్త్రములో శాస్త్రీయ ఫలితాలను పొందవచ్చును. దీని విస్తృత వివరణ ఈ పుస్తకము యొక్క పరిధికి మించినది.

యూనిట్ 4 లో ఇవ్వబడ్డాయి. యూనిట్ 3 మరియు 4 లో పదార్థములను బిందు పదార్థములుగా (point objects) వ్యవహరించడానికి బదులుగా యూనిట్ 5 లో దృఢ వస్తువుల (Rigid bodies) యాంత్రికతను గూర్చిన భావనలను వివరించబడడం జరిగింది. యూనిట్ 6 లో గురుత్వాకర్షణ బలము మరియు దాని ప్రభావములను గూర్చి వివరించబడినది. భౌతిక శాస్త్రములో పురాతన శాఖలలో ఒకటైన పదార్థము యొక్క వివిధ స్వభావములను యూనిట్ 7 లో వివరించబడినది. ఉష్ణ ప్రభావము మరియు ఫలితాలను పరిశోధించుటను గూర్చి యూనిట్ 8 మరియు 9 లో వివరించబడినది. డోలనములు మరియు తరంగ చలనముల ముఖ్య లక్షణములను గూర్చి యూనిట్ 10 మరియు 11 లో వివరించబడినది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 4 11-07-2022 17:52:32

## 1.2.2 భౌతిక శాస్త్ర అభ్యసనానందము మరియు అవకాశములు (Scope and Excitement of Physics)

భౌతిక శాస్త్ర ఆవిష్కరణలు రెండు రకములుగా చెప్పవచ్చును. అవి యాదృచ్ఛికముగా కనుగొనబడినవి మరియు అంతర దృష్టితో గణించిన వాటిని ప్రయోగశాలలో శోధించి విశ్లేషించి కనుగొనబడినవి అగును. ఉదాహరణకు అయస్కాంతత్వము యొక్క నిగూఢ స్వభావములు సిద్ధాంత పరంగా (Theoretically) తర్వాత విశ్లేషించబడ్డాయి. ఈ విశ్లేషణ అయస్కాంత పదార్థము యొక్కప్రాథమిక గుణములను వెలుపరిచినది. దీని ఫలితముగా కృత్రిమ అయస్కాంతములు ప్రయోగశాలలో తయారు చేయబడ్డాయి. భౌతిక శాస్త్ర సిద్ధాంతములను అన్వయించి ఊహించబడు (Prediction) పద్ధతి సాంకేతిక మరియు వైద్యరంగ అభివృద్ధిలో ముఖ్యపాత్ర వహించినది. ఉదాహరణకు 1905 లో 'ఆల్బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్' చే భావన రీతిలో కనుగొనబడిన $E = mc^2$ మిక్కిలి ప్రసిద్ధి చెందిన సమీకరణమగును. తర్వాత 1932 లో కాక్‌క్రాఫ్ట్ మరియు వాల్టన్ అనువారిచే ప్రయోగాత్మకముగా ఈ సమీకరణము నిరూపించబడినది. సిద్ధాంతపరమైన ఈ ఆలోచన భావనలు (Theoretical predictions) గణన పద్ధతులు (computation procedures) ముఖ్యమైన అన్వయములకు అవసరమగు సరియైన మూల పదార్థములను ఎన్నుకొనుటకు ఉపయోగపడుచున్నవి. మందుల తయారీ కంపెనీలు క్రొత్త మందులను తయారు చేయుటకు ఈ పద్ధతియే ఉపయోగపడుచున్నది.

మానవ దేహమునకు హాని కలిగించని పదార్థములతో అవయవ మార్పిడి తయారు చేయుటకు క్వాంటమ్ భౌతిక శాస్త్రము (Quantum Physics) ఉపయోగపడుచున్నది ఈ విధముగా సిద్ధాంతాత్మకంగా (Theoretical) మరియు ప్రయోగాత్మకంగా (Experimental) ఒక దానితో ఒకటి మిళితమైయున్నవి. మిక్కిలి గరిష్ఠ విలువ కలిగిన పలు భౌతిక కొలతలను (పొడవు, ద్రవ్యరాశి, కాలము, శక్తి మొ॥) సమ్మిళతమై యున్నందున భౌతికశాస్త్ర ఎల్లలు బహు ముఖంగా విస్తరించియున్నవి. ఎలక్ట్రాన్ మరియు ప్రోటానులను పొందియున్న మిక్కిలి కనిష్ఠ విలువ కలిగిన కొలతలు మొదలుకొని ఖగోళ దృగ్విషయాలు మాదిరిగా గల మిక్కిలి గరిష్ఠ కొలతలు వరకు భౌతిక శాస్త్రము విపులీకరించుచున్నది.

- కాలము యొక్క వ్యాప్తి: ఖగోళ కొలతల మొదలుకొని సూక్ష్మ కొలతల వరకు $10^{18}$s to $10^{-22}$s.
- ద్రవ్యరాశుల వ్యాప్తి: బ్రహ్మాండమైన ఖగోళ వస్తువులు మొదలుకొని సూక్ష్మ ఎలక్ట్రాను వరకు $10^{55}$ kg (పరిశీలించ గలిగిన విశ్వము యొక్క ద్రవ్యరాశి) నుండి $10^{-31}$ kg (ఎలక్ట్రాన్ ద్రవ్యరాశి $9.11\times10^{-31}$ kg) వరకు

భౌతిక శాస్త్ర అభ్యసన అనునది ఒక విద్యా సంబంధితమైనది మాత్రమే గాక పలు మార్గాలలో అబ్బురపరిచే విధంగా అమరియున్నది.

- కొన్ని ప్రాథమిక భావనలు మరియు నియమాలు (concepts and laws) విభిన్న భౌతిక దృగ్విషయాలను (physical phenomena) వివరించే విధంగా వున్నవి.
- భౌతిక శాస్త్ర నియమాలు ఆధారంగా పలు ప్రయోజన సాధనములు నిర్మించబడుచున్నవి.

  ఉదాహరణకు i) రోబోటిక్స్ (robotics) ఉపయోగము ii) చంద్రుడు మరియు కొన్ని దగ్గర గ్రహములకు ప్రయాణములను భూమి నుండే నియంత్రించుట iii) శరీర ఆరోగ్య శాస్త్రము (health sciences) లో ఉపయోగపడే సాంకేతిక పురోగతులు మొదలగునవి.
- ప్రకృతి యొక్క నిజమైన రహస్యములను వెలికితీసే కొత్త పరిశోధన పద్ధతులను ప్రయోగించుట మరియు ఇప్పటికే అందుబాటులో వున్న విజ్ఞాన సిద్ధాంతముల యదార్థతను సరిచూచుట.
- గ్రహణము ఎట్లు ఏర్పడుచున్నది? అగ్ని కణములకు దగ్గరగా గల ఒకరు వేడిని పొందేది ఎందుకు? గాలి ఎందుకు వీస్తుంది? ఇట్లాంటి ప్రకృతి దృగ్విషయాల వెనుక గల విజ్ఞాన తత్వమును చక్కగా పరిశోధించి అవగాహన పొందుట.

సాంకేతిక పరంగా పురోగాభివృద్ధి చెందుచున్న నేటి ప్రపంచములో అన్ని రకాల ఇంజనీరింగ్ మరియు సాంకేతిక పాఠ్య విభాగములకు భౌతిక శాస్త్రమే ఆధార భూతముగా వున్నది.






11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 5 11-07-2022 17:52:32

## 1.3 సాంకేతిక మరియు సమాజముతో భౌతిక శాస్త్రము యొక్క సంబంధము (PHYSICS IN RELATION TO TECHNOLOGY AND SOCIETY)

భౌతిక సూత్రాలను ఆచరణాత్మక ప్రయోజనాల కోసం ఉపయోగించడమే సాంకేతికత అగును. వివిధ రంగాలలో ఉపయోగకరమైన ఉత్పత్తులను కనిపెట్టడానికి మరియు ఉత్పత్తి చేయడానికి లేదా సమస్యలను పరిష్కరించడం మొదలగు వాటిలో జ్ఞానాన్ని ప్రయోగించడమే సాంకేతికత (Technology) అగును. కావున మన సమాజంపై ప్రత్యక్షముగానో లేదా పరోక్షముగానో భౌతిక శాస్త్రము మరియు సాంకేతిక శాస్త్రము ఏకీభవించి ప్రభావము చూపుచున్నవి. ఉదాహరణకు,

i. విద్యుత్ మరియు అయస్కాంతత్వము యొక్క ఆధార నియమాల ద్వారా ఆవిష్కరించబడిన తీగరహిత సమాచార వ్యవస్థ (wireless communication) ప్రపంచాన్ని కుదించి సుదూర ప్రాంతాలకు సహితం ఎనలేని సంబంధాలను ఏర్పరచుచున్నది.

ii. ఉప గ్రహాన్ని అంతరిక్షం (space) లోకి ప్రవేశ పెట్టడం సమాచార వ్యవస్థలో గొప్ప విప్లవాత్మక మార్పుకు దారితీసింది.

iii. సూక్ష్మ ఎలక్ట్రానిక్ శాస్త్రము (Microelectronics) లేజర్ (LASER) గణన యంత్రము (Computer) అతి వాహకము (Super Conductor) మరియు కేంద్రక శక్తి మొదలగునవి మానవ ఆలోచనా శక్తిని మరియు జీవన శైలిని సమగ్రంగా మార్చివేసాయి.

భౌతిక శాస్త్రము ప్రాథమిక శాస్త్రము కావడం వలన, ఇతర అన్ని శాస్త్రాల అభివృద్ధిలో కీలక పాత్ర పోషించుచున్నది. ఉదాహరణకు,

1. **రసాయన శాస్త్రముతో భౌతిక శాస్త్ర సంబంధము:** భౌతిక శాస్త్రములో పరమాణు నిర్మాణము, రేడియోధార్మికత, X కిరణముల వివర్తనము మొదలగు వాటిని మనము అధ్యయనం చేస్తాము. వీటిని అన్వయించి రసాయన శాస్త్రజ్ఞులు మూలకముల ఆవర్తన పట్టికలో మూలకములను వాటి పరమాణు సంఖ్య ఆధారముగా పొందుపరిచారు. ఇది పరమాణుల యొక్క సంయోజకత ధర్మములను, రసాయనిక బంధములను గూర్చి తెలుసుకొనుటకు మరియు సంక్లిష్ట రసాయనిక నిర్మాణములను అర్థము చేసుకొనుటకు సహాయపడుచున్నది. ఇందులో భౌతిక రసాయనిక శాస్త్రము (Physical chemistry) మరియు క్వాంటమ్ రసాయనిక శాస్త్రము (Quantum chemistry) వంటి రసాయనిక శాస్త్ర విభాగములు ముఖ్యపాత్రను పోషిస్తున్నాయి.

2. **జీవ శాస్త్రముతో భౌతిక శాస్త్ర సంబంధము:** భౌతిక శాస్త్ర సూత్రాల ఆధారముగా ఏర్పరచబడిన సూక్ష్మదర్శిని (Microscope) లేకుండా జీవశాస్త్రపరిశోధనలు జరుపుటకు సాధ్యపడదు. ఎలక్ట్రాన్ సూక్ష్మదర్శిని ఆవిష్కరణతో ఒక కణము యొక్క అంతర్నిర్మాణమును గూడా చూచుటకు వీలగుచున్నది. X కిరణము మరియు న్యూట్రాన్ యొక్క వివర్తన మెలకువలు కేంద్రక ఆమ్లముల నిర్మాణములను అర్థము చేసుకొనుటకు, తద్వారా ఆధార భూతమైన జీవన ఆచరణ పద్ధతులను నియంత్రించడానికి ఉపయోగపడుచున్నవి. X కిరణములు శరీరాన్ని విశ్లేషించడానికి (Diagnosis) తోడ్పడును. రేడియో ఐసోటోపులను క్యాన్సర్ వ్యాధి వంటి పలు వ్యాధులను నయం చేయడానికి రేడియోథెరపీలో ఉపయోగిస్తారు. ప్రస్తుతం జీవశాస్త్ర పరిశోధన పద్ధతులు భౌతికశాస్త్ర కోణంలో బోధింపబడుచున్నది.

3. **గణిత శాస్త్రముతో భౌతిక శాస్త్ర సంబంధము:** భౌతిక శాస్త్రము అనునది కొలవ గలిగిన ఒక విజ్ఞాన శాస్త్రమగును. భౌతిక శాస్త్ర అభివృద్ధికి గణితశాస్త్రము ఒక ముఖ్య సాధనముగా పరిగణింపబడుట వలన భౌతిక శాస్త్రము గణితముతో చాలా దగ్గర సంబంధమును కలిగియున్నది.

4. **ఖగోళ శాస్త్రముతో భౌతిక శాస్త్ర సంబంధము:** గ్రహముల చలనము మరియు ఖగోళ వస్తువులను గూర్చి తెలుసుకొనుటకు ఖగోళ శాస్త్ర దూరదర్శిని ఉపయోగపడుచున్నది. ఖగోళ శాస్త్రవేత్తలు విశ్వము యొక్క సుదూరములను వీక్షించుటకు రేడియో దూరదర్శినిని ఉపయోగించుచున్నారు. భౌతికశాస్త్ర సూత్రాలను ఉపయోగించి విశ్వమును గూర్చి అధ్యయనము చేయుటకు వీలగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 6 11-07-2022 17:52:32

5. **భూగర్భ శాస్త్రముతో భౌతిక శాస్త్ర సంబంధము:** విభిన్న శిలల స్ఫటిక నిర్మాణములను గూర్చి తెలుసుకొనుటకు కాంతి వివర్తన ధర్మము యొక్క మెలకువలు తోడ్పడును. రాళ్ళు, శిథిలాలు మరియు భూమి యొక్క వయస్సును గణించుటకు రేడియోధార్మికత ఉపయోగపడును.

6. **సముద్ర గర్భ శాస్త్రముతో భౌతికశాస్త్ర సంబంధము:** సముద్రములలో ఏర్పడు భౌతిక మరియు రసాయనిక మార్పులను అధ్యయనము చేయుటకు సముద్ర గర్భ శాస్త్రవేత్తలు ఆసక్తి చూపుతారు. వారు ఉష్ణోగ్రత, లవణత్వము, ప్రవాహ వేగము, వాయువుల ప్రవాహము, రసాయనిక అంశములు మొదలగు ప్రమాణములను కొలుస్తున్నారు.

7. **మనస్తత్వ శాస్త్రముతో భౌతికశాస్త్ర సంబంధము:** మనోసంబంధిత పరిచర్యలు అన్నియు శరీర ధర్మ చర్యల మూలంగానే ఉత్పన్నమగుచున్నవి. నాడీ మండల ప్రసారకములు, భౌతిక ధర్మములైన విసరణ మరియు అణుచలనము ఆధారంగానే జరుపబడుచున్నవి. మన మెదడు యొక్క పనితీరు భౌతిక శాస్త్ర కణము తరంగము అను ద్వంద్వ వాదముతో ముడిపడియున్నది.

ప్రకృతి మనకు యదార్థ విజ్ఞానముతో భౌతిక శాస్త్రమును గొప్ప సాధనముగా బోధిస్తున్నది. విజ్ఞాన శాస్త్రము మరియు సాంకేతిక శాస్త్రములను మనము సమతుల్యరీతిలో ఉపయోగించుకోవాలి. లేకుంటే అవి మనకు విజ్ఞానాన్ని అందించిన ఈ ప్రకృతిని వినాశపరిచే సాధనాలుగా మారిపోతాయి. గ్లోబల్ వార్మింగ్ మరియు సాంకేతిక శాస్త్రము యొక్క ఇతర ప్రతికూల ప్రభావములను మనము ఎప్పటికప్పుడు నియంత్రించు కోవాలి. సాంకేతిక పరిజ్ఞాన సహాయంతో అవసరమైన మరియు సరియైన రక్షణతో కూడిన విజ్ఞానమే ఈ శతాబ్ధమునకు అవసరమగుచున్నది.

ఉన్నత విద్యలో భౌతిక శాస్త్రము యొక్క లక్ష్యాలు, అవకాశములు మరియు పరిశోధన ఉపకార వేతనముల మొదలగు వాటి వివరములను ఈ పాఠ్యపుస్తకము ఆరంభములోనే వివరించడం జరిగింది.

## 1.4 కొలతలు (MEASUREMENT )

> "మీరు దేనిని గూర్చి చెప్తున్నారో దానిని కొలిచి సంఖ్యాపరంగా వ్యక్తపరిచేందుకు వీలైనపుడు మాత్రమే దానిని గూర్చి మీకు కాస్తయినా తెలుసునని చెప్పవచ్చును. అలా వీలుకానప్పుడు మీ జ్ఞానము శూన్యం అవుతుంది" - **లార్డ్‌కెల్విన్.**

కొలతలు అనునది ఏ ఒక్క భౌతిక రాశినైన దాని ప్రామాణిక ప్రమాణముతో సరిపోల్చునది అగును. ప్రతి ఒక్క వైజ్ఞానిక ప్రయోగములకు, శోధనలకు ఆధారము కొలతలు అగును. కొలమానము అనునది మన నిత్య జీవితంలో ముఖ్యపాత్ర పోషిస్తున్నది. భౌతికశాస్త్రము అనునదది కొలిచి తెలుసుకోగల విజ్ఞానమగును. భౌతిక కొలతలను సూచించ గలిగే సంఖ్యలనే శాస్త్రవేత్తలు ఎల్లప్పుడూ ప్రయోగిస్తారు.

### 1.4.1 భౌతికరాశి - నిర్వచనము (Definition of Physical Quantity)

భౌతికనియమాల ద్వారా వివరించగలిగి, మరియు కొలవదగిన రాశులను భౌతికరాశులు అందురు. ఉదా: పొడవు, ద్రవ్యరాశి, కాలము, బలము, శక్తి మొదలగునవి.

### 1.4.2 భౌతిక రాశులు - రకములు (Types of Physical Quantities)

భౌతిక రాశులు రెండు రకములు అవి 1. ప్రాథమిక ప్రమాణములు 2. ఉత్పన్న ప్రమాణములు అగును. వేరే ఏ యితర భౌతిక రాశులతో సూచించుటకు వీలుకాని ప్రమాణములను 'ప్రాథమిక ప్రమాణములు' అంటారు. అవి పొడవు, ద్రవ్యరాశి, కాలము, విద్యుత్ ప్రవాహము, ఉష్ణోగ్రత, కాంతి తీవ్రత మరియు పదార్థ మొత్తం (amount of substance) అగును.

ప్రాథమిక ప్రమాణముల నుండి ఉత్పాదించ గల ప్రమాణములను 'ఉత్పన్న ప్రమాణములు' అంటారు. ఉదా: వైశాల్యము, ఘన పరిమాణము, దిశా వేగము, త్వరణము, బలము మొదలగునవి అగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 7 11-07-2022 17:52:32

## 1.4.3 ప్రమాణము – నిర్వచనము మరియు దాని రకములు (Definition of Unit and its Types)

కొలమానము అనునది ప్రాథమికముగా ఒక సరిపోల్చు పద్ధతి అగును. ఒక భౌతిక రాశిని కొలుచుటకు మనము దానిని ఒక ప్రామాణిక కొలతలో సరిపోల్చుతాము. ఉదాహరణకు, ఒక దారము యొక్క పొడవు 10 మీ అనునది 1 మీ పొడవు గల ప్రామాణిక కొలత యొక్క 10 రెట్లు పొడవు గలిగినది అని అర్థము. ఇక్కడ 1 మీ అనునదియే పొడవు యొక్క ప్రామాణిక కొలత అగును. ఇక్కడ 1 మీ అనునదియే పొడవు యొక్క ప్రామాణిక కొలత అగును. ఈ ప్రామాణిక కొలతయే 'ప్రమాణము' (unit) అని పేర్కొనబడుచున్నది.

ప్రపంచమంతటా అందరిచే అంగీకరించబడిన మరియు ప్రత్యేకించి ఎన్నుకోబడ్డ ఒక రాశి యొక్క ప్రామాణిక కొలతయే 'ప్రమాణము' అని నిర్వచించబడినది.

ప్రాథమిక రాశులను కొలువ గల ప్రమాణములను ప్రాథమిక ప్రమాణములు అని అందురు. ఈ ప్రాథమిక ప్రమాణముల యొక్క గుణకార మరియు భాగాహార ప్రక్రియలచే ఉత్పాదించ గల మిగిలిన భౌతిక రాశులను ఉత్పన్న ప్రమాణములు అనియు నిర్వచిస్తారు.

## 1.4.4 కొలమాన పద్ధతులు – వాటి రకములు (Different types of Measurement Systems)

అన్ని రకాల ప్రాథమిక మరియు ఉత్పన్న రాశులను కొలువ గల ప్రమాణముల సమాహారమే 'కొలమాన పద్ధతి' అగును. భౌతిక రాశులను కొలుచుటకు అనుసరించే ప్రమాణ పద్ధతులు కొన్నింటిని క్రింద యివ్వబడ్డాయి.

(అ) **(f.p.s.) ప్రమాణ పద్ధతి:** **(f.p.s.)** ప్రమాణ పద్ధతి ఒక బ్రిటిష్ పద్ధతి అగును. ఇందులో పొడవు, ద్రవ్యరాశి మరియు కాలములను కొలుచుటకు వరుసగా అడుగు ***(foot)*** పౌండు ***(pound)*** సెకండు ***(second)*** అను మూడు ప్రాథమిక ప్రమాణాలను ఉపయోగిస్తారు.

(ఆ) **(c.g.s) పద్ధతి:** ఇది ఒక గాస్ (Gaussian) పద్ధతి అగును. ఇందులో పొడవు, ద్రవ్యరాశి మరియు కాలములను కొలుచుటకు వరుసగా సెంటిమీటరు, గ్రాము మరియు సెకండు అను మూడు ప్రాథమిక ప్రమాణములను ఉపయోగిస్తారు.

(ఇ) **m.k.s పద్ధతి:** ఈ పద్ధతిలో పొడవు, ద్రవ్యరాశి మరియు కాలములను కొలుచుటకు వరుసగా మీటరు, కిలోగ్రాము మరియు సెకండు అను మూడు ప్రాథమిక ప్రమాణములను ఉపయోగిస్తారు.




cgs, mks మరియు SI ప్రమాణ పద్ధతులను మెట్రిక్ లేదా దశమ ప్రమాణ పద్ధతులుగా పరిగణిస్తారు. అయితే fps పద్ధతి ఒక మెట్రిక్ పద్ధతి కాదు.

## 1.4.5 SI ప్రమాణ పద్ధతి (SI unit System)

విజ్ఞాన శాస్త్రవేత్తలు మరియు ఇంజనీరింగ్ నిపుణులచే ప్రపంచమంతటా అనుసరించబడుచున్న ప్రమాణ పద్ధతిని మెట్రిక్ పద్ధతి అని పేర్కొంటారు. అయితే 1960 వ సంవత్సరము నుండి ఈ మెట్రిక్ పద్ధతిని అంతర్జాతీయ ప్రమాణ పద్ధతి లేదా (Système International) ప్రమాణ పద్ధతి (French name) గా అందరిచే ఆమోదింపబడినది. ప్రపంచ మొత్తంగా విజ్ఞానము, సాంకేతికత, పారిశ్రామక మరియు వాణిజ్య రంగాలలో ఉపయోగించుటకు వీలుగా 1971 లో నిర్వహించబడిన తూనికలు మరియు కొలతల సర్వ సమావేశంలో SI ప్రమాణ పద్ధతి యొక్క సంకేతములు, ప్రమాణములు మరియు సంక్షిప్తీకరణలను ఏర్పరచి అందరిచే ఆమోదించబడినది. SI ప్రమాణ పద్ధతి యొక్క ప్రత్యేకతలు:

i) ఈ పద్ధతిలో ఒక భౌతిక రాశికి ఒకే ఒక్క ప్రమాణమును మాత్రమే అనువర్తిస్తారు. అంటే ఈ పద్ధతి ఒక భౌతిక రాశిని కొలిచేందుకు సందర్భానుసారంగా సరియైన ప్రమాణాన్ని ఎంచుకొనే విభిన్న (Rational System) పద్ధతి అగును.

ii) ఈ పద్ధతిలో ప్రతి యొక్క ఉత్పన్న ప్రమాణాన్ని కొన్ని ప్రాథమిక ప్రమాణాల నుండి సులభముగా ఉత్పాదించ వీలగును. కావున ఇది ఒక పొందికైన (Coherent) పద్ధతి అగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 8 11-07-2022 17:52:32

iii) మెట్రిక్ పద్ధతిలో గుణిజాలు మరియు ఉపగుణిజాలు అనునవి 10 యొక్క ఘాతాలుగా తెలుపబడును.

పట్టిక 1.2 లో ఇవ్వబడిన విధంగా SI పద్ధతిలో ఏడు ప్రాథమిక ప్రమాణాలు (Fundamental Units) కలవు.

MTU03

**పట్టిక 1.2 SI** పద్ధతిలోని ప్రాథమిక రాశులు మరియు ప్రమాణాలు

| ప్రాథమిక భౌతిక రాశి | SI ప్రమాణాలు | | |
|---|---|---|---|
| | ప్రమాణము | సంకేతము | నిర్వచనం |
| పొడవు | మీటరు | m | ఒక సెకనులోని 1/299,792,458 వ వంతు కాల వ్యవధిలో శూన్యంలో కాంతి ప్రయాణించే పథం పొడవు ఒక మీటరు (1983). |
| ద్రవ్యరాశి | కిలోగ్రాము | kg | ఫ్రాన్స్ దేశంలోని పారిస్ సమీపంలో సెవ్‌రిస్ వద్ద ఉండే తూనికలు, కొలతల అంతర్జాతీయ బ్యూరో వద్ద ఉంచిన ప్లాటినమ్ – ఇరిడియమ్ లోహ మిశ్రమ స్థూపం (దీని వ్యాసము దీని ఎత్తునకు సమానం) అంతర్జాతీయ నమూనాకు గల ద్రవ్యరాశికి సమానమయ్యేదే ఒక కిలోగ్రాము (1901) |
| కాలము | సెకను | s | సీసియం (Cs)-133 133 పరమాణువులో భూస్థితిలోని రెండు అతి సూక్ష్మ స్థాయిల మధ్య జరిగే సంక్రమణానికి చెందిన వికిరణంలోని 9,192,631, 770 ఆవర్తనాలకు పట్టే కాల వ్యవధి ఒక సెకను (1967) |
| విద్యుత్ ప్రవాహం | ఆంపియర్ | A | ఉపేక్షించదగ్గ వృత్తాకార మధ్యచ్ఛేదం కలిగి అనంతమైన పొడవు గల రెండు తిన్నని సమాంతర విద్యుత్ వాహకాలను శూన్యంలో ఒక మీటరు దూరంలో ఉంచినపుడు వాటి ద్వారా ప్రవహించే స్థిరమైన విద్యుత్ ప్రవాహం ఈ వాహకాల మధ్య మీటరు పొడవుకు $2 \times 10^{-7}$ N/m సమానమైన బలాన్ని ఉత్పత్తి చేయగలిగితే ఆ విద్యుత్ ప్రవాహ పరిమాణం ఒక ఆంపియర్‌కు సమానం. (1948) |
| ఉష్ణోగ్రత | కెల్విన్ | K | నీటి త్రిక బిందువుకు (triple point) ఉండే ఉష్ణగతిక ఉష్ణోగ్రతలో $\left(\frac{1}{273.16}\right)$ వ వంతు ఒక కెల్విన్‌కు సమానం (1967) |
| పదార్థ పరిమాణం | మోల్ | mol | 0.012 కిలోగ్రాముల కార్బన్ -12 లో ఎన్ని పరమాణువులు ఉంటాయో అదే సంఖ్యలో ప్రాథమిక కణాలు కలిగి ఉండే వ్యవస్థ పదార్థ పరిమాణం ఒక మోల్ (1971) |
| ప్రకాశ తీవ్రత | కాండెలా | cd | $5.4 \times 10^{14}$ Hz పౌన:పున్యము కలిగిన ఏకవర్ణ వికిరణాన్ని ఉద్గారం చేస్తూ, ఏదైనా ఒక దిశలో $\frac{1}{683}$ వాట్ / స్టెరేడియన్ వికిరణశీల తీవ్రత కలిగి ఉండే ఒక జనకానికి ఆ దిశలో ఉండే ప్రకాశ తీవ్రత ఒక కాండెలా (1979) |

* నీటి యొక్క త్రికబిందువు అనునది సంతృప్త నీటి ఆవిరి, స్వచ్ఛమైన నీరు మరియు ద్రవీభవించు మంచుగడ్డ సమతాస్థితిలో నున్నప్పుడు గల ఉష్ణోగ్రత అగును. నీటి యొక్క త్రికబిందువు యొక్క విలువ 273.16K



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 9 11-07-2022 17:52:33

పట్టిక 1.3 కొన్ని ఉత్పన్నరాశులు మరియు వాటి ప్రమాణముల జాబితా

**పట్టిక 1.3 ఉత్పన్నరాశులు మరియు వాటి ప్రమాణాలు**

| భౌతిక రాశి | సమాసము | ప్రమాణము |
|---|---|---|
| సమతల కోణము | చాపము / వ్యాసార్ధము | rad |
| ఘన కోణము | ఉపరితల వైశాల్యము / వ్యాసార్ధము$^2$ | sr |
| వైశాల్యము | పొడవు × వెడల్పు | $m^2$ |
| ఘన పరిమాణము | వైశాల్యము × ఎత్తు | $m^3$ |
| దిశావేగము | స్థానభ్రంశము / కాలము | $m\ s^{-1}$ |
| త్వరణము | దిశావేగము / కాలము | $m\ s^{-2}$ |
| కోణీయ దిశావేగము | కోణీయ స్థానభ్రంశము / కాలము | $rad\ s^{-1}$ |
| కోణీయ త్వరణము | కోణీయ దిశావేగము / కాలము | $rad\ s^{-2}$ |
| సాంద్రత | ద్రవ్యరాశి / ఘన పరిమాణం | $kg\ m^{-3}$ |
| రేఖీయ ద్రవ్యవేగము | ద్రవ్యరాశి × దిశావేగము | $kg\ m\ s^{-1}$ |
| జడత్వ భ్రామకము | ద్రవ్యరాశి × దూరము$^2$ | $kg\ m^2$ |
| బలము | ద్రవ్యరాశి × త్వరణము | $kg\ m\ s^{-2}$ (లేదా) N |
| పీడనము | బలము / వైశాల్యము | $N\ m^{-2}$ (లేదా) Pa |
| శక్తి (పని) | బలము × దూరము | N m (లేదా) J |
| సామర్థ్యము | పని / కాలము | $J\ s^{-1}$ (లేదా) watt (W) |
| ప్రచోదనము | బలము × కాలము | N s |
| తల తన్యత | బలము / పొడవు | $N\ m^{-1}$ |
| బల భ్రామకము (టార్క్) | బలము × దూరము | N m |
| విద్యుత్ ఆవేశము | విద్యుత్ ప్రవాహము × కాలము | A s (లేదా) C |
| విద్యుత్ ప్రవాహ సాంద్రత | విద్యుత్ ప్రవాహము / వైశాల్యము | $A\ m^{-2}$ |
| అయస్కాంత ప్రేరణ | విద్యుత్ ప్రవాహము × పొడవు | $N\ A^{-1}\ m^{-1}$ (లేదా) tesla |
| బల స్థిరాంకం | బలము / స్థానభ్రంశము | $N\ m^{-1}$ |
| ప్లాంక్ స్థిరాంకం | ఫోటాన్ శక్తి / పౌన:పున్యము | J s |
| విశిష్టోష్ణము (S) | ఉష్ణశక్తి / (ద్రవ్యరాశి × ఉష్ణోగ్రత) | $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ |
| బోల్ట్జ్‌మెన్ స్థిరాంకం ($k$) | శక్తి / ఉష్ణోగ్రత | $J\ K^{-1}$ |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 10 11-07-2022 17:52:33

**గమనిక:**

$\pi$ రేడియన్ $= 180°$

$1$ రేడియన్ $= \frac{180°}{\pi} = \frac{180° \times 7}{22} = 57.27°$

$1° = 60'$ (నిమిషములు) మరియు

$1' = 60''$

**రేడియన్, డిగ్రీ మరియు నిమిషములు వీటి మధ్యగల సంబంధము:**

$$1° = \frac{\pi}{180}\ \text{rad} = 1.744 \times 10^{-2}\ \text{rad}$$

$$\therefore 1' = \frac{1°}{60} = \frac{1.744 \times 10^{-2}}{60} = 2.906 \times 10^{-4}\ rad$$
$$\approx 2.91 \times 10^{-4}\ rad$$

$$\therefore 1'' = \frac{1°}{3600} = \frac{1.744 \times 10^{-2}}{3600} = 4.844 \times 10^{-6}\ rad$$
$$\approx 4.84 \times 10^{-6}\ rad$$

**రేడియన్ (rad) :** *వృత్తము యొక్క వ్యాసార్ధమునకు సమాన పొడవు గల వృత్త చాపము వృత్త కేంద్రముతో ఏర్పరచు కోణము ఒక 'రేడియన్' అగును.*

**స్టెరేడియన్ (sr) :** *వ్యాసార్ధ వర్గమునకు సమాన వైశాల్యము గల ఒక గోళము యొక్క భాగము దాని కేంద్రముతో ఏర్పరచు ఘన కోణము ఒక 'స్టెరేడియన్' అగును.*

## 1.5 ప్రాథమిక రాశుల యొక్క కొలమానము (MEASUREMENT OF BASIC QUANTITIES)

### 1.5.1 పొడవును కొలుచుట (Measurement of length)

భౌతిక శాస్త్రములో పొడవు అనునది వ్యవహారికముగా దూరమును సూచించును. అంతరిక్షములో (Space) ఏవేని రెండు బిందువుల మధ్యగల దూరమును 'పొడవు' అని నిర్వచించవచ్చును. పొడవు యొక్క SI ప్రమాణము మీటరు అగును. వస్తువుల కొలతలు మనల్ని ఆశ్చర్యపరిచే రీతిలో విభేదించియుండును. ఉదాహరణకు, మిక్కిలి అధిక దూరములలో గల బ్రహ్మాండ ఆకారములైన నక్షత్రములు, నక్షత్ర మండలములు, గ్రహశకములు, సూర్యుడు, భూమి, చంద్రుడు మొదలగు వాటిలో ఈ అనంత విశ్వము (Macrocosm) ఏర్పడియున్నది. ఇది చాలాపెద్ద పదార్థముగా అధిక దూరములో గల పెద్ద ప్రపంచమును సూచించును. దీనికి బదులుగా అణువులు, పరమాణువులు, ప్రోటాన్లు, న్యూట్రాన్లు, ఎలక్ట్రాన్లు, బ్యాక్టీరియా మొదలగు పదార్థములు మరియు వాటి మధ్యగల దూరములు మిక్కిలి సూక్ష్మ ప్రపంచాన్ని (microcosm) ఏర్పరచును. ఇవి సూక్ష్మ వస్తువులు మరియు సూక్ష్మ దూరములతో కూడిన సూక్ష్మ ప్రపంచాన్ని సూచించును.

$10^{-5}$ m నుండి $10^{2}$ m వరకు గల దూరములను మనము ప్రత్యక్ష పద్ధతిలో కొలువ వచ్చును. ఉదాహరణకు, 1 m స్కేలుతో $10^{-3}$ m నుండి 1 m వరకు గల దూరములను కొలువ వీలగును. వెర్నియర్ కాలిపర్స్ (vernier calipers) తో $10^{-4}$ m వరకు గల దూరములను స్క్రూగేజి (screw gauge) సహాయంతో $10^{-5}$ m వరకు గల దూరములను కొలువ వీలగును.

పరమాణువు కేంద్రకము మరియు ఖగోళ దూరములను పైన పేర్కొనిన ప్రత్యక్ష పద్ధతి ద్వారా కొలుచుటకు సాధ్యపడదు. కావున ఇట్లాంటి మిక్కిలి కనిష్ఠ మరియు గరిష్ఠ దూరములను కొలుచుటకు కొన్ని పరోక్ష పద్ధతులను ఉపయోగిస్తున్నారు. క్రింది పట్టిక 1.4 లో కొన్ని 10 యొక్క ఘాతాంక విలువలు (పురోగమన మరియు తిరోగమన) పొందు పరచబడియున్నవి.

**మీకు తెలుసా**

ఉప ప్రమాణములైన తల కోణము మరియు ఘన కోణము అనునవి ఉత్పన్న ప్రమాణములుగా 1995 లో GCWM చే మార్చబడ్డాయి.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 11 11-07-2022 17:52:33

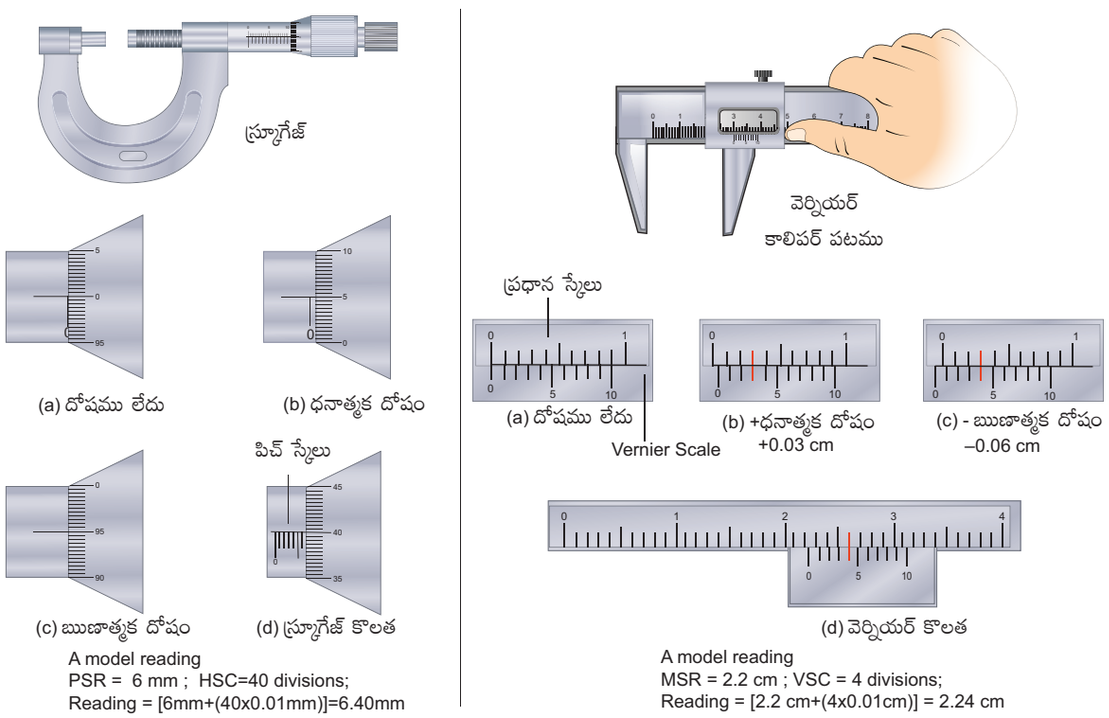
**పట్టిక 1.4 10 యొక్క ఘాతముల ఉపసర్గలు**

| 10 యొక్క ఘాతము (పురోగమన) | ఉపసర్గ | సంకేతము | 10 యొక్క ఘాతము (తిరోగమన) | ఉపసర్గ | సంకేతము |
|---|---|---|---|---|---|
| $10^{1}$ | డెకా (deca) | da | $10^{-1}$ | డెసీ (deci) | d |
| $10^{2}$ | హెక్టో (hecto) | h | $10^{-2}$ | సెంటీ (centi) | c |
| $10^{3}$ | కిలో (kilo) | k | $10^{-3}$ | మిల్లీ (milli) | m |
| $10^{6}$ | మెగా (mega) | M | $10^{-6}$ | మైక్రో (micro) | μ |
| $10^{9}$ | జిగా (giga) | G | $10^{-9}$ | నానో (nano) | n |
| $10^{12}$ | టెరా (tera) | T | $10^{-12}$ | పికో (pico) | p |
| $10^{15}$ | పీటా (peta) | P | $10^{-15}$ | ఫెమ్టో (femto) | f |
| $10^{18}$ | ఎక్సా (exa) | E | $10^{-18}$ | ఆట్టో (atto) | a |
| $10^{21}$ | జీటా (zetta) | Z | $10^{-21}$ | జెప్టో (zepto) | z |
| $10^{24}$ | యోటా (yotta) | Y | $10^{-24}$ | యోక్టో (yocto) | y |

**i) అతి చిన్న దూరాలను కొలుచుట (Measurement of small distances):**
**స్క్రూగేజ్ మరియు వెర్నియర్ కాలిపర్**

స్క్రూగేజ్: స్క్రూగేజ్ అనునది 50 మి.మీ వరకు వస్తువుల కొలతలు ఖచ్చితంగా కొలిచేందుకు ఉపయోగించే పరికరం. ఈ పరికరం అనునది స్క్రూ యొక్క వృద్ధీకరించబడిన సరళ కదలికలు అనునవి వృత్తాకార కదలికలు పై ఆధారపడి పనిచేయును. దీని కనీస కొలత 0.01 మి.మీ.

వెర్నియర్ కాలిపర్: వెర్నియర్ కాలిపర్ అనేది ఒక రంధ్రం యొక్క వ్యాసాన్ని లేదా రంధ్రం యొక్క లోతును కొలిచే ఒక బహుముఖ పరికరం. వెర్నియర్ కాలిపర్ యొక్క కనీసపు కొలత 0.1 మి.మీ




**పటము 1.2** స్క్రూగేజ్ మరియు వెర్నియర్ కాలిపర్ యొక్క దోషాలు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 12 11-07-2022 17:52:34

### ii) అతిపెద్ద దూరాలను కొలుచుట (Measurement of large distances)

చెట్టు యొక్క ఎత్తు, భూమి నుండి చంద్రునికి లేదా గ్రహాలకు మధ్య దూరం వంటి అతిపెద్ద దూరాలను కొలవడానికి కొన్ని ప్రత్యేక పద్ధతులను అవలంభిస్తాము. అవి, త్రిభుజీకరణ పద్ధతి (Triangulation method) దృష్టి విక్షేప పద్ధతి (parallax method) మరియు రాడార్ పద్ధతి (radar method) అగును.

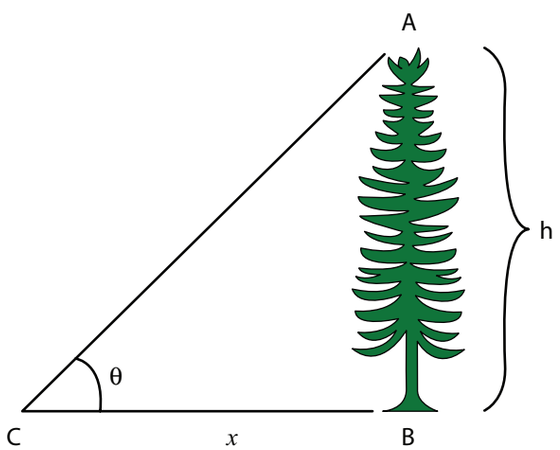
**వస్తువు యొక్క ఎత్తును త్రిభుజీకరణ పద్ధతి ద్వారా కొలవడం**

Let AB = h be the కనుగొనవలసిన చెట్టు లేక గోపురం యొక్క ఎత్తు AB = h C అనునది B నుండి $x$ దూరంలో గల పరిశీలన బిందువు. C వద్ద వ్యాప్తిని కొలుచువాడు (range finder) ను ఉంచి ఎత్తు యొక్క కోణం (angle of elevation) $\angle ACB = \theta$ ను నిర్ధారించవచ్చును. పటం 1.3 లో చూపిన విధంగా లంబకోణ త్రిభుజం ABC నుండి $\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{x}$

(లేక)

$$\text{ఎత్తు } h = x \tan\theta$$

దూరం $x$ తెలిస్తే, ఎత్తు h ను కనుగొనవచ్చును.




**పటము 1.3** త్రిభుజీకరణ పద్ధతి

వేర్వేరు వస్తువు పొడవుల వ్యాప్తి మరియు క్రమము పట్టిక 1.5లో ఇవ్వబడినది.

## ఉదాహరణ 1.1

భూమిపై గల ఒక చెట్టు పై భాగాన్ని చెట్టు నుండి 50 మీటర్ల దూరంలో గల బిందువు నుండి $60^0$ కోణంతో చూచిన ఆ చెట్టు ఎత్తును లెక్కించండి?

**సాధన**

కోణము $\theta = 60°$

చెట్టు నుండి బిందువు మధ్య గల దూరం $x = 50$ 50 మీ

చెట్టు యొక్క ఎత్తు (h) = ?

త్రిభుజీకరణ పద్ధతి నుండి $\tan\theta = \frac{h}{x}$

$$\begin{aligned} \text{ఎత్తు } h &= x \tan\theta \\ &= 50 \times \tan 60° \\ &= 50 \times 1.732 \\ h &= 86.6 \text{ m} \end{aligned}$$

చెట్టు యొక్క ఎత్తు 86.6 మీ

### దృష్టి విక్షేప పద్ధతి (Parallax method)

భూమి నుండి ఒక గ్రహం లేదా నక్షత్రం మధ్య గల ఎక్కువ దూరాలను దృష్టి విక్షేప పద్ధతి ద్వారా కొలువ వచ్చును. దృష్టి విక్షేపం అనునది ఒక వస్తువును రెండు వేర్వేరు స్థానాల నుండి చూచినపుడు దాని నిజ స్థానంలో కలిగే దృశ్య మార్పు అగును. రెండు పరిశీలనా బిందువుల మధ్య దూరాన్ని ఆధారం (b) అంటారు.

పటం 1.4 లో చూపిన విధంగా '0' వద్ద వస్తువు ఉందనుకొనిన L మరియు R లు వరుసగా పరిశీలకుడి యొక్క ఎడమ మరియు కుడి కళ్ళ స్థానాలు అనుకోండి.

వస్తువు '0' ను L నుండి ఎడమ కన్నుతో కుడి కన్ను మూసుకొని చూస్తారు మరియు అదే వస్తువు '0' కుడి కన్నుతో ఎడమ కన్ను మూసుకొని చూస్తారు.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 13 11-07-2022 17:52:34

పటం 1.4 లో చూపిన విధంగా LO మరియు RO లు వస్తువు నుండి ఎడమ కన్ను స్థానాన్ని మరియు వస్తువు నుండి కుడి కన్ను స్థానాన్ని కలుపు రేఖలు. ఈ రెండు రేఖలు '0' వద్ద ఏర్పరిచే కోణము 'θ' కోణం $\angle LOR = \theta$ ను దృష్టి విక్షేప కోణం అంటారు.

ఖగోళ దూరాల గణన కోసం OL మరియు OR లను వృత్త వ్యాసార్ధాలు గాను, ఆధారం LR = b ను వృత్త చాపంగాను పరిగణిస్తారు.

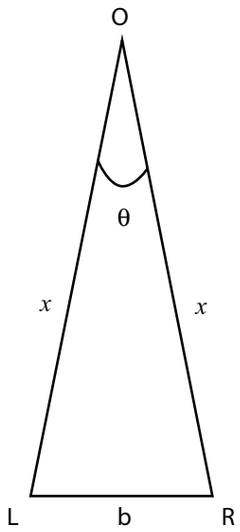
అపుడు, $OL = OR = x$

as $LR = b$

$$\theta = \frac{b}{x}$$

పై సమీకరణంలో b మరియు θ లు తెలిసిన పరిశీలకుని నుండి ఆ వస్తువు యొక్క దూరాన్ని దాదాపుగా లెక్కించవచ్చును.

వస్తువుగా చంద్రుడు లేదా నక్షత్రాన్ని తీసుకొనిన, అవి పరిశీలనా స్థానం నుండి చాలా ఎక్కువ దూరాలలో ఉండుట వలన ఏర్పడే కోణం θ చాలా తక్కువగా ఉంటుంది. అందువలన పరిశీలనా బిందువుల మధ్య దూరం వీలైనంత ఎక్కువగా ఉండాలి.




**పటము 1.4** దృష్టి విక్షేప పద్ధతి

**భూమి నుండి చంద్రుని దూరం లెక్కించుట (దృష్టి విక్షేప పద్ధతి):**

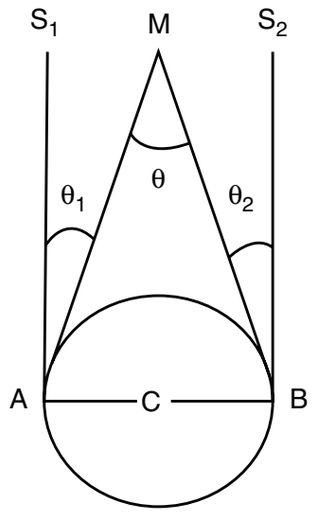
పటం 1.5 లో C అనునది భూమి యొక్క కేంద్రం A మరియు B అనునవి భూమి వ్యాసం పరంగా భూ ఉపరితలంపై వ్యతిరేఖ స్థానాలలో గల బిందువులు. ఖగోళ దూరదర్శిని ద్వారా చంద్రునిపై A మరియు B స్థానాల నుండి చూసినపుడు కనుగొనబడిన దృష్టి విక్షేప కోణాలు వరుసగా θ మరియు $\theta_2$ అందువలన చంద్రుని వలన భూమిపై కలిగే మొత్తం దృష్టి విక్షేప కోణం $\angle AMB = \theta_1 + \theta_2 = \theta$.

θ విలువ రేడియన్లలో కొలవగలిగితే

అపుడు $\theta = \frac{AB}{AM}$; AM≈MC (AM సుమారు MC కి సమానమైన)

$$\theta = \frac{AB}{MC} \text{ లేదా } MC = \frac{AB}{\theta};$$

విలువలు తెలిసిన భూమి నుండి చంద్రునికి గల దూరాన్ని MC కనుగొనవచ్చును.




**పటము 1.5** దృష్టి విక్షేప పద్ధతి ద్వారా భూమి నుండి చంద్రునికి గల దూరాన్ని కొలవడం.

**ఉదాహరణ 1.2**

భూమి వ్యాసానికి సమానమైన ఆధారము చంద్రుని వద్ద చేయు కోణము $1^\circ 55'$ అయిన భూమి నుండి చంద్రునికి గల దూరం ఎంత? (భూమి వ్యాసార్ధం $6.4 \times 10^6 m$)



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 14 11-07-2022 17:52:35

**సాధన**

కోణం $\theta = 1^\circ\ 55' = 115'$

$=(115 \times 60)'' \times (4.85 \times 10^{-6})$ rad

$=3.34 \times 10^{-2}$ rad

కావున $1'' = 4.85 \times 10^{-6}$ rad

భూమి యొక్క వ్యాసార్ధం $= 6.4 \times 10^6 m$

పటం 1.5 నందు AB భూమి యొక్క వ్యాసం $(b) = 2 \times 6.4 \times 10^6 m$ భూమి నుండి చంద్రుని దూరం $x = ?$

$$x = \frac{b}{\theta} = \frac{2 \times 6.4 \times 10^6}{3.34 \times 10^{-2}}$$

$$x = 3.83 \times 10^8 \text{m}$$

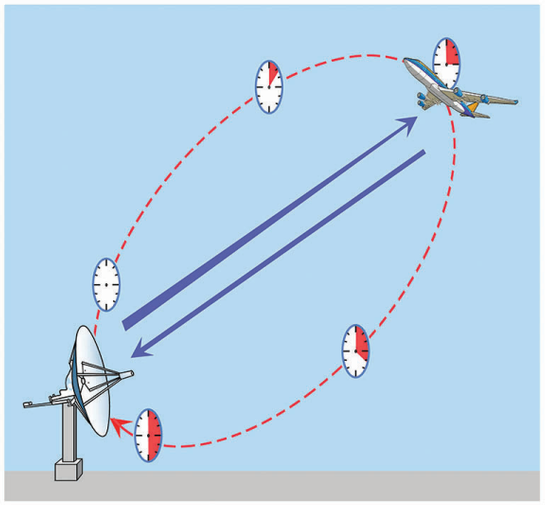
**రేడార్ పద్ధతి (RADAR method )**

రేడార్ (RADAR) అను పదము (radio detection and ranging) ను సూచిస్తుంది. రేడార్‌నుపయోగించి భూమికి అతి దగ్గరగా ఉన్న అంగారకుడు (Mars) లాంటి గ్రహాల యొక్క దూరాన్ని అతి ఖచ్చితంగా కొలవవచ్చును. ఈ పద్ధతిలో భూ ఉపరితలం నుండి రేడియో తరంగాలను రేడియో తరంగ ప్రసారిణి (radio transmitter) ద్వారా ప్రసారం చేసినపుడు ఇవి గ్రహం నుండి ప్రతిబింబించిన తరువాత గ్రాహకం (receiver) ద్వారా స్వీకరించబడుతుంది. రేడియో తరంగ ప్రసారిణి ద్వారా ప్రసారం చేసిన, రేడియో గ్రాహకం ద్వారా స్వీకరించిన మధ్య గల కాలవ్యవధి (t) అయితే గ్రహం యొక్క దూరాన్ని ఇలా నిర్వచించవచ్చును.

వేగం = ప్రయాణించిన దూరం / తీసుకొన్న సమయం
(వేగం యూనిట్ 2 లో వివరించబడింది)
దూరం (d) = రేడియో తరంగాల వేగం × తీసుకొన్న సమయం

$$d = \frac{v \times t}{2}$$

ఇక్కడ v అనునది రేడియో తరంగాల వేగం. రేడియో తరంగాలు ప్రయాణించుటకు పట్టిన కాలము (t) అగును. (t) అనునది రేడియో తరంగాలు వెళ్ళి వచ్చుటకు పట్టిన కాలము, కావున దీనిని 2 చే భాగించి వస్తువు యొక్క వాస్తవ దూరాన్ని పొందవచ్చును. ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించి భూ ఉపరితలం నుండి ఒక విమానం ఎగురుతున్న ఎత్తును కనుగొనవచ్చును.



**పటము 1.6** రేడార్ పద్ధతి

**ఉదాహరణ 1.3**

ఒక రేడార్ తరంగము ఒక గ్రహంపై ప్రసారించి దాని ప్రతి ధ్వని 7 నిమిషాల తరువాత అందుతుంది. గ్రహము మరియు భూమి మధ్య దూరము $6.3 \times 10^{10}$ మీ అయితే రేడార్ తరంగం యొక్క వేగాన్ని లెక్కించండి?

**సాధన**

భూమి నుండి గ్రహం యొక్క దూరం $d = 6.3 \times 10^{10}$ మీ

కాలం $t = 7$ నిమిషాలు $= 7 \times 60$ సె
తరంగం యొక్క వేగం $v = ?$

తరంగం యొక్క వేగం

$$v = \frac{2d}{t} = \frac{2 \times 6.3 \times 10^{10}}{7 \times 60} = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 15 11-07-2022 17:52:36

**పట్టిక 1.5 పొడవుల వ్యాప్తి మరియు వాటి క్రమము**

| వస్తు పరిమాణం మరియు దూరం | పొడవు (m) |
|---|---|
| పరిశీలించ దగ్గ విశ్వం హద్దు వరకు దూరం | $10^{26}$ |
| ఆండ్రోమెడా గెలాక్సీ వరకు దూరం | $10^{22}$ |
| మన గెలాక్సీ పరిమాణం | $10^{21}$ |
| భూమికి మరియు దగ్గరగా గల నక్షత్రమునకు మధ్య దూరం (సూర్యుని తప్ప) | $10^{16}$ |
| ప్లూటో కక్ష్య యొక్క సరాసరి వ్యాసార్ధం | $10^{12}$ |
| భూమి నుంచి సూర్యుని దూరం | $10^{11}$ |
| భూమి నుంచి చంద్రుని దూరం | $10^{8}$ |
| భూమి వ్యాసార్ధం | $10^{7}$ |
| సముద్ర మట్టం నుంచి ఎవరెస్టు శిఖరం ఎత్తు | $10^{4}$ |
| ఫుట్ బాల్ ఆట స్థలం యొక్క పొడవు | $10^{2}$ |
| కాగితం మందం | $10^{-4}$ |
| ఎర్రరక్త కణం వ్యాసం | $10^{-5}$ |
| కాంతి తరంగధైర్ఘ్యం | $10^{-7}$ |
| ఒక మాదిరి వైరస్ పొడవు | $10^{-8}$ |
| హైడ్రోజన్ పరమాణు వ్యాసం | $10^{-10}$ |
| పరమాణు కేంద్రక పరిమాణం | $10^{-14}$ |
| ప్రోటాన్ యొక్క వ్యాసం | $10^{-15}$ |

**కొన్ని సాధారణ ఆచరణాత్మక ప్రమాణములు**

(i) ఫెర్మి = 1 fm = $10^{-15}$ m

(ii) 1 ఆంగ్‌స్ట్రామ్ = 1 Å = $10^{-10}$ m

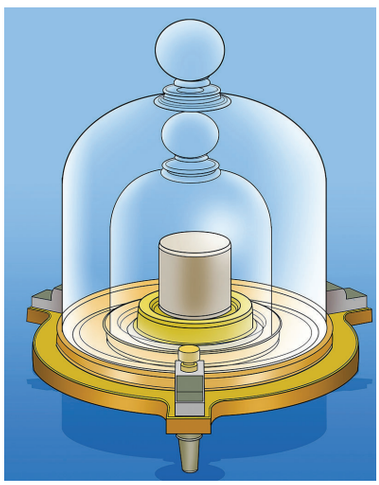
(iii) 1 నానో మీటర్ = 1 nm = $10^{-9}$ m

(iv) 1 మైక్రాన్ = 1μm = $10^{-6}$ m

(v) 1 కాంతి సంవత్సరం (శూన్యంలో ఒక సంవత్సర కాలంలో ప్రయాణించే దూరం)
1 కాంతి సంవత్సరం = $9.467 \times 10^{15}$ m

(vi) 1 ఖగోళ ప్రమాణం (భూమి నుండి సూర్యునికి గల సగటు దూరం) 1 AU = $1.496 \times 10^{11}$ m

(vii) 1 పార్సెక్ (పారలాక్టిక్ సెకను) (1 AU కలిగిన చాపము యొక్క పొడవు ఎంత దూరంలో ఒక కోణంలో 1 చాపము యొక్క సెకనును ఏర్పరచునో అది 1 పార్సెక్ అగును)
1 పార్సెక్ = $3.08 \times 10^{16}$ m
=3.26 కాంతి సంవత్సరం



**పటము 1.7** అంతర్జాతీయ ద్రవ్యరాశి ప్రమాణం 1 కిలోగ్రాము (3.9 cm ఎత్తు మరియు వ్యాసం గల 9:1 నిష్పత్తి కలిగిన ప్లాటినం – ఇరిడియం స్థూపం యొక్క ద్రవ్యరాశి)

**మీకు తెలుసా**

కిలోగ్రామును నిర్వచించు స్థూపమును ప్లాటినమ్ –ఇరిడియమ్ మిశ్రలోహముతో తయారు చేస్తారు. ఎందుకు?
ఎందుకనగా ప్లాటినమ్ ఇరిడియమ్ మిశ్రలోహము పర్యావరణము మరియు కాలము మార్పులకు కనిష్ఠంగా ప్రభావితం చెందును.

ద్రవ్యరాశి యొక్క గరిష్ఠ ఆచరణాత్మక ప్రమాణము చంద్రశేఖర్ లిమిట్ (CSL) అగును.
1 CSL = సూర్యుని ద్రవ్యరాశికి 1.4 రెట్లు
కాలము యొక్క కనిష్ఠ ఆచరణాత్మక ప్రమాణము షేక్ (Shake) అగును.
1 షేక్ = $10^{-8}$ s



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 16 11-07-2022 17:52:36

## 1.5.2 ద్రవ్యరాశిని కొలవడం (Measurement of mass)

ద్రవ్యరాశి అనునది పదార్థము యొక్క ప్రాథమిక ధర్మం అగును. ఇది ఉష్ణోగ్రత, పీడనం, అంతరిక్షంలో వస్తువు యొక్క స్థానంపై ఆధారపడదు. ఒక పదార్థంలోని సూక్ష్మ పదార్థాల యొక్క పరిమాణం ఆ పదార్థం యొక్క ద్రవ్యరాశి అని నిర్వచించబడుతుంది. ద్రవ్యరాశి యొక్క SI ప్రమాణము కిలోగ్రాము (kg) అగును. ఈ అధ్యాయంలో వస్తువుల యొక్క ద్రవ్యరాశులను గూర్చి విస్తృత పరిధిలో అధ్యయనం చేయబోతున్నాము. ఇది ఎలక్ట్రాన్ యొక్క చాలా తక్కువ ద్రవ్యరాశి ($9.11\times10^{-31}$kg) నుండి విశ్వం యొక్క భారీ ద్రవ్యరాశి ($10^{55}$ kg) వరకు ఉండవచ్చును. వివిధ వస్తువుల ద్రవ్యరాశుల వ్యాప్తి క్రమం పట్టిక 1.6 లో చూపబడినది.

సాధారణంగా లభించే వస్తువుల ద్రవ్యరాశిని కూరగాయల దుకాణంలో ఉపయోగించే సాధారణ త్రాసు వంటి వాటితో కనుగొనవచ్చును. గ్రహాలు, నక్షత్రాలు మొదలగు వాటి యొక్క అధిక ద్రవ్యరాశులను కొన్ని గురుత్వాకర్షణ పద్ధతులనుపయోగించి కనుగొనవచ్చును. పరమాణు, ఉప పరమాణు కణాల వంటి అల్ప ద్రవ్యరాశులను కొలవడానికి ద్రవ్యరాశి వర్ణ పట గ్రాహకాన్ని (mass spectrograph) ఉపయోగిస్తారు. సాధారణంగా ద్రవ్యరాశిని కొలవడానికి సాధారణ త్రాసు, స్ప్రింగ్ త్రాసు, విద్యుత్ త్రాసు మొదలగు త్రాసులు ఉపయోగిస్తారు.

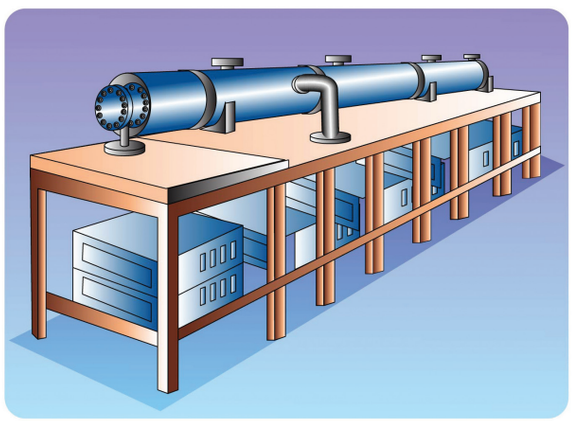
**పట్టిక 1.6 ద్రవ్యరాశుల వ్యాప్తి క్రమం**

| వస్తువు | ద్రవ్యరాశి క్రమం (kg) |
|---|---|
| ఎలక్ట్రాన్ | $10^{-30}$ |
| ప్రోటాన్ లేదా న్యూట్రాన్ | $10^{-27}$ |
| యురేనియం పరమాణువు | $10^{-25}$ |
| ఎర్రరక్త కణం | $10^{-14}$ |
| కణం | $10^{-10}$ |
| ధూళి కణం | $10^{-9}$ |
| వర్షపు బిందువు | $10^{-6}$ |
| దోమ | $10^{-5}$ |
| ద్రాక్ష | $10^{-3}$ |
| కప్ప | $10^{-1}$ |
| మానవుడు | $10^{2}$ |
| కారు | $10^{3}$ |
| ఓడ | $10^{5}$ |
| చంద్రుడు | $10^{23}$ |
| భూమి | $10^{25}$ |
| సూర్యుడు | $10^{30}$ |
| పాలపుంత గెలాక్సీ | $10^{41}$ |
| పరిశీలించగలిగే విశ్వం | $10^{55}$ |

## 1.5.3 కాల వ్యవధులను కొలవడం (Measurement of Time intervals)

> "కాలం క్రమంగా ముందుకు ప్రవహిస్తుంది"
> *– సర్ ఐసక్ న్యూటన్*
>
> "గడియారం చూపునదే కాలం"
> *– ఆల్బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్*

కాల వ్యవధిని కొలవడానికి గడియారం ఉపయోగపడుతున్నది. కాలం యొక్క పరమాణు ప్రమాణం అనునది సీసియం పరమాణువులో ఉత్పత్తి అయ్యే ఆవర్తన కంపనాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. ఎలక్ట్రిక్ ఆసిలేటర్, ఎలక్ట్రానిక్ ఆసిలేటర్, సౌర గడియారం, క్వార్ట్జ్ స్ఫటిక గడియారం, పరమాణు గడియారం, ప్రాథమిక కణాల క్షయం, రేడియోధార్మికత ద్వారా వయస్సు లెక్కించుట (radioactive dating) మొదలైనవి తరువాత తయారుచేయబడిన గడియారాలు. కాల వ్యవధుల క్రమం పట్టిక 1.7లో చూపబడినది.



**పటము 1.8** సీసియం పరమాణువుల నుండి వచ్చే వికిరణ ఆధారంగా పనిచేసే పరమాణు గడియారం అనునది ఒక సంవత్సరానికి ఒక సెకనులో మూడు మిలియన్ల భాగం వరకు ఖచ్చితంగా కొలవగలిగినది అగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 17 11-07-2022 17:52:37

**పట్టిక 1.7 కాల వ్యవధుల క్రమం**

| సంఘటన | కాల వ్యవధి క్రమం (s) |
|---|---|
| అత్యంత అస్థిరమైన కణ జీవిత కాలం | $10^{-24}$ |
| కేంద్రక దూరాన్ని దాటేందుకు కాంతికి పట్టే కాలం | $10^{-22}$ |
| X- కిరణాల ఆవర్తన కాలం | $10^{-19}$ |
| హైడ్రోజన్ పరమాణువులో ఎలక్ట్రాన్ యొక్క కాలావధి | $10^{-15}$ |
| కనిపించే కాంతి (visible light) తరంగ ఆవర్తన కాలం | $10^{-15}$ |
| దృశ్య కాంతి కిటికీ గాజు తలము నుండి ప్రయాణించుటకు పట్టు కాలము | $10^{-8}$ |
| ఒక పరమాణువు ఉత్తేజిత స్థాయి జీవిత కాలం | $10^{-8}$ |
| రేడియో తరంగ ఆవర్తన కాలం | $10^{-6}$ |
| వినగల ధ్వని తరంగ ఆవర్తన కాలం | $10^{-3}$ |
| కంటి రెప్ప పాటు | $10^{-1}$ |
| రెండు వరుస హృదయ స్పందనల మధ్య కాలం | $10^{0}$ |
| చంద్రుని నుండి భూమికి ప్రయాణించడానికి కాంతికి పట్టే కాలం | $10^{0}$ |
| సూర్యుని నుండి భూమికి ప్రయాణించడానికి కాంతికి పట్టేకాలం | $10^{0}$ |
| స్వేచ్ఛా న్యూట్రాన్ యొక్క అర్ధ జీవిత కాలం | $10^{2}$ |
| ఉపగ్రహం యొక్క ఆవర్తన కాలం | $10^{3}$ |
| భూమి తన అక్షము చుట్టూ భ్రమణము చెందడానికి పట్టు కాలము (ఒక రోజు) | $10^{4}$ |
| భూమి సూర్యుని చుట్టూ పరిభ్రమణము చెందడానికి పట్టు కాలము (ఒక సంవత్సరం) | $10^{5}$ |
| మానవుని సరాసరి జీవిత కాలం | $10^{7}$ |
| ఈజిప్ట్‌లోని పిరమిడ్‌ల వయస్సు | $10^{9}$ |
| విశ్వము యొక్క వయస్సు | $10^{11}$ |

## 1.6 దోషముల సిద్ధాంతము (THEORY OF ERRORS)

ప్రయోగాత్మక శాస్త్ర సాంకేతిక రంగాలన్నింటికి కొలత పునాది వంటిది. ఎటువంటి కొలతల ఫలితంలో నైనా కొంత అనిశ్చితత్వం ఉంటుంది. ఈ అనిశ్చితత్వాన్నే 'దోషం' (error) అంటారు. కొలిచిన విలువల ఆధారంగా గణించిన రాశికి కూడా దోషం ఉంటుంది. ఒక ప్రయోగంలో ఖచ్చితమైన కొలతలు చేయడం వీలుకాదు. కొలతలలో ఖచ్చితత్వం (Accuracy) మరియు యదార్థత (Precision) అనే రెండు వేర్వేరు పదాలు ఉపయోగించబడుతున్నాయి. మరియు ఈ

**మీకు తెలుసా**

ఇండియాలో గల జాతీయ భౌతిక ప్రయోగశాల (National Physical Laboratory) (న్యూఢిల్లీ) పొడవు, ద్రవ్యరాశి, కాలము మొదలగు వాటి నాణ్యతను నిర్వహించుటకు మరియు మెరుగుపరచుటకు కావలసిన పనులను చేయుచున్నది.

దశలో వాటి మధ్య భేదాన్ని తెలుసుకుందాం. ఖచ్చితత్వం అనునది నిజమైన విలువకు ఎంత దగ్గరగా మనం కొలిచామనేది తెలుపుతుంది. యదార్థత అనేది రెండు లేక అంత కంటే ఎక్కువ కొలతలు ఒకదానికొకటి ఎంత దగ్గరగా ఉన్నాయన్నది తెలుపుతుంది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 18 11-07-2022 17:52:37

## 1.6.1 ఖచ్చితత్వం మరియు యధార్థత (Accuracy and Precision)

మీ నిజమైన ఎత్తు సరిగ్గా "5.9" అని అనుకుందాం. ముందు మీ యొక్క ఎత్తు ఒక స్కేలు ద్వారా కొలిచినప్పుడు 50 అని విలువ వచ్చినచో, మీ యొక్క కొలత ఖచ్చితం కాదు. ఇప్పుడు మీ యొక్క ఎత్తును లేజర్ స్కేల్ (laser yardstick) మూలంగా కొలిచినప్పుడు ఎత్తు 5′9″ అనే విలువ లభించును. ప్రస్తుతం మీ వద్ద వున్న స్కేలు ఖచ్చితత్వం కలిగినది. నిజమైన విలువను సిద్ధాంత పూర్వకమైన విలువ అని కూడా అంటారు. ప్రతి అనువర్తనమునకు ఖచ్చితత్వ స్థాయి మారుతూ వుంటుంది. చాలా ఖచ్చితమైన సమాచారమును అనుసంధానం చేయడం చాలా కష్టం. ఉదాహరణకు : మీ యొక్క ఎత్తును అనేక సార్లు కొలిచినప్పుడు ఎత్తు 5′0″ అని ప్రతిసారి వచ్చినచో మీ యొక్క స్కేలు యదార్థమైనది. వేర్వేరు అనువర్తనాలకు అవసరమైన యదార్థ స్థాయి చాలా మారుతుంది. రహదారి మరియు భవన నిర్మాణం వంటి ఇంజనీరింగ్ ప్రాజెక్ట్‌లకు యదార్థ మిల్లిమీటర్ లేదా అంగుళంలో పదో వంతు వరకు కొలుస్తారు.

ఒక స్కేలు యదార్థమైనచో అది ఖచ్చితత్వం అని కాదు. అయినప్పటికి ఒక స్కేలు ప్రతీసారి ఖచ్చితత్వం అయినచో అది యదార్థత అవుతుంది.

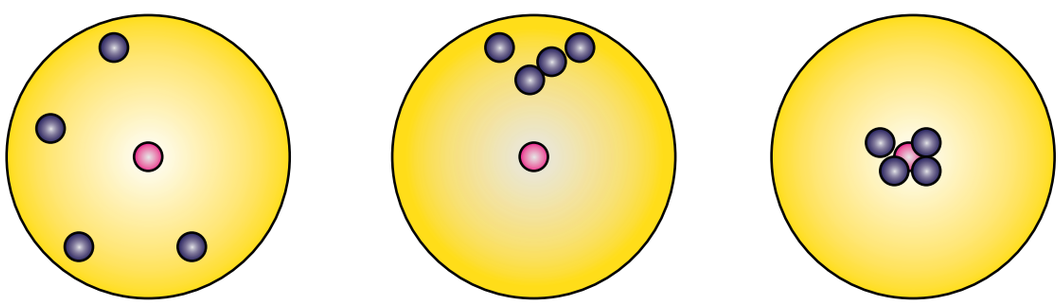
ఒక భవనం వెలుపల ఉష్ణోగ్రత 40°C అయితే థర్మామీటర్‌లో కొలిచినపుడు కూడా ఉష్ణోగ్రత 40°C వచ్చినచో ఆ థర్మామీటర్ ఖచ్చితత్వం కలిగినది. అదే థర్మామీటర్‌ను ఉపయోగించి ప్రతీసారి ఉష్ణోగ్రత కొలిచినపుడు ఒకే ఉష్ణోగ్రత వస్తే దానిని యదార్థత అందురు.

మరొక ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం. ఒక రిఫ్రిజిరేటర్ యొక్క ఉష్ణోగ్రతను థర్మామీటర్‌తో కొలిచినప్పుడు అది 10.4°C, 10.2°C, 10.3°C, 10.1°C, 10.2°C, 10.1°C, 10.1°C, 10.1°C విలువలు వస్తుంది. రిఫ్రిజిరేటర్ యొక్క వాస్తవ ఉష్ణోగ్రత 9°C అయినచో ఆ థర్మామీటర్ ఖచ్చితత్వం కానిది. (సరైన విలువకు 1°C తక్కువగా వుంది). అయితే కొలిచిన అన్ని విలువలు 10°C కి దగ్గరగా వున్నందున ఆ థర్మామీటర్ యదార్థమైనది.

**దృశ్యా ఉదాహరణ:**

లక్ష్యం వైపుకు వెళ్ళే బాణము ఖచ్చితత్వం మరియు యదార్థతకు మధ్య వ్యత్యాసాన్ని వివరిస్తుంది. పటం 1.9 (అ) బాణమును లక్ష్యకేంద్రము యొక్క మధ్య బిందువు వైపుగా వదిలితే బాణాలు ఆ కేంద్రం చుట్టూ వేర్వేరు ప్రాంతాలను ఆక్రమిస్తుంది. అయితే ఆ బాణాలు వదిలినది ఖచ్చితత్వం యదార్థత కానిది.

పటం 1.9 (ఆ) అన్ని బాణములు ఒకే చోటు కేంద్రానికి దగ్గరలో వుంటాయి. అయితే కేంద్రాన్ని చేరుకోలేవు. కాబట్టి అవి యదార్థము కానీ ఖచ్చితత్వము కాదు. పటం 1.9 (ఇ) అన్ని బాణాలు కేంద్ర బిందువుకు చేరాయి. కాబట్టి అవి ఖచ్చితత్వము యదార్థతత్వము కలిగి వుంటుంది.



అ. ఖచ్చితం కాదు – యధార్థతకాదు ఆ. ఖచ్చితం కాదు – యధార్థము ఇ. ఖచ్చితము – యధార్థము

**పటము 1.9** ఖచ్చితత్వము మరియు యధార్థతకు దృశ్య ఉదాహరణ



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 19 11-07-2022 17:52:37

**ఒక సంఖ్యాత్మక ఉదాహరణ:**

ఒక నిర్ధిష్ట పొడవు యొక్క ఖచ్చితమైన విలువ 5.678 cm ఒక ప్రయోగంలో 0.1 cm పృథ:క్కరణము(resolution) కల్గిన కొలిచే పరికరాన్ని ఉపయోగించి కొలిచినప్పుడు 5.5 cm అనే విలువ వచ్చెను. మరొక ప్రయోగంలో పృథ:క్కరణ సామర్థ్యము 0.01 cm కలిగిన కొలిచే పరికరాన్ని ఉపయోగించి కొలిచినపుడు పొడవు 5.38 cm అనే విలువ వచ్చినది. మొదటి కొలత నిజమైన విలువకు దగ్గరగా వున్నందున అది మరింత ఖచ్చితత్వం కలిగినది. అయితే దీనికి తక్కువ ఖచ్చితత్వం కలిగినది. దీనికి విరుద్ధంగా రెండవ కొలత తక్కువ ఖచ్చితమైనది. కానీ ఇది మరింత యదార్థమైనది.

## 1.6.2 కొలతలలోని దోషములు (Errors in Measurement)

కొలతలలోని అనిశ్చితత్వము దోషము అని అంటారు. దోషములలో యాదృచ్ఛిక దోషము (Random error) క్రమసహిత దోషము (systematic error) మరియు స్థూల దోషము (gross error) అనునవి సాధారణముగా ఏర్పడు మూడు రకములు దోషములు

**i) క్రమ సహిత దోషములు (Systematic errors)**

ఒకే దిశలో దోషములు నిలకడగా పునరావృతమైతే వాటిని క్రమసహిత దోషములు అంటారు. ఇది ప్రయోగమంతటా కొనసాగే సమస్య కారణంగా తరచుగా సంభవిస్తాయి. క్రమ సహిత దోషములను క్రింది విధముగా వర్గీకరించవచ్చును.

**1) పరికర దోషములు (Instrumental errors)**

ఒక పరికరమును తయారుచేయునపుడు దానిని సక్రమముగా క్రమాంకనం (calibration) చేయకపోతే పరికర దోషములు ఏర్పడును. ఉదాహరణకు: మొనలు అరిగిన ఒక మీటరు కొలబద్ద సహాయంతో తీసిన కొలతలు దోషములును కలిగివుంటాయి. ఈ దోషములను సరి అయిన పరికరములను ఉపయోగించుట ద్వారా నివారించవచ్చును.

**2) సాంకేతిక లేదా ప్రయోగ పద్ధతిలోని అసంపూర్ణతలు (Imperfections in experimental technique or procedure)**

ప్రయోగ పరికరము అమరిక మరియు వాటి పరిమితుల కారణముగా ఈ దోషములు ఏర్పడుతాయి. ఉదాహరణకు యోగ్యమైన బంధకపూతలేని ఒక కెలోరిమితిని ప్రయోగములో ఉపయోగించినపుడు అందులో వికిరణ నష్టం జరుగుతుంది. ఇటువంటి ప్రయోగాలలో ఏర్పడు దోషములను అధికమించుటకు ఆవశ్యకమైన సవరణలను అనువర్తించును.

**3) వ్యక్తిగత దోషములు (Personal errors)**

ఒక ప్రయోగమును ఒక వ్యక్తి నిర్వహించినపుడు అందులో ఏర్పడు దోషములను వ్యక్తిగత దోషములు అంటారు. ప్రయోగమునకు సంబంధించిన తొలి అమరికలో ఏర్పడిన దోషము లేదా సరి అయిన జాగ్రత్తలులేని పరిశీలనలు చేసే వ్యక్తి వలన ఈ దోషములు ఏర్పడుతాయి.

**4) బాహ్యకారకాల వలన ఏర్పడు దోషములు (Errors due to external causes)**

బాహ్య పరిస్థితులలోని మార్పుల వలన ఒక ప్రయోగములో చేసే కొలతలు దోషములు ఏర్పడుతాయి. ఉదాహరణకు కొలతలు తీయునపుడు ఉష్ణోగ్రత కొలతలు, ఆర్ద్రత లేదా పీడనములలో ఏర్పడు మార్పుల వలన ఫలితమాపనం ప్రభావితం కావచ్చును.

**5) కనీసపు కొలత దోషం (Least count error)**

ఒక కొల పరికరముచే కొలవదగిన అత్యంత చిన్నకొలతనే కనీసపు కొలత అంటారు. ఇందులో ఏర్పడు దోషమును కనీసపు కొలత దోషం అంటారు. పరికర సామర్థ్యం ఈ దోషమునకు ప్రధాన కారణం. అత్యంత యదార్థ పరికరములను ఉపయోగించి ఈ దోషములను తగ్గించవచ్చును.

**ii) యాధృచ్ఛిక దోషములు (Random errors)**

ఒక ప్రయోగమును చేయునపుడు అందులో యాదృశ్చికముగా ఊహించని రీతిలో ఏర్పడు ప్రయోగ స్థితిలో మార్పుల వలన అనగా పీడనం ఉష్ణోగ్రత మరియు వోల్టేజ్ సరఫరాలో కలిగిన తేడాల వలన యాధృచ్ఛిక దోషములు ఏర్పడుతాయి. అంతే కాకుండా పరిశీలకునిచే ప్రయోగం నిర్వహించినపుడు వ్యక్తిగత దోషాలు కారణంగా ఇటువంటి దోషాలు ఉత్పన్నము అవుతాయి. కొన్ని సందర్భములలో యాధృచ్ఛిక దోషమును



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 20 11-07-2022 17:52:37

సంభావిత దోషము "chance error" అని కూడా పిలుస్తారు. ఒక వ్యక్తిచే ప్రయోగమును పలు మార్లు చేయబడి ప్రతి సందర్భములోను వేర్వేరు కొలతలు నమోదు చేస్తే వ్యక్తిగత దోషాలు ఏర్పడుతాయి. ఉదాహరణకు స్క్రూగేజి నుపయోగించి ఒక తీగ యొక్క మందమును కొలిచే ప్రయోగంలో వ్యక్తి ఒక్కొక్కసారి వేర్వేరు కొలతలు కొలుస్తారు. ఈ సందర్భములో పరిశీలకుడు అదే ప్రయోగాన్ని పలుమార్లు నిర్వహించి వచ్చిన కొలతల అంకగణిత సగటును తీసుకొంటాడు.

పరిశీలకుడు ప్రయోగాన్ని n సార్లు చేసి అతను తీసిన కొలతలు $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a_n$ అయితే కొలత అంకగణిత సగటు

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots\ldots a_n}{n} \quad (1.1)$$

లేదా

$$a_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i \quad (1.2)$$

సాధారణంగా ఈ అంకగణిత సగటు విలువను ఆ రాశి యొక్క అత్యంత సాధ్యమయ్యే వాస్తవ విలువగా తీసికొంటాడు.

ప్రయోగాత్మక దోషములను పై తెలిపిన 1.8 లో చూపినట్లు కొన్ని నిర్ధిష్ట పద్ధతులను అవలంభించి తగ్గించుటను దానికి సంబంధించిన ఉదాహరణ. పట్టికలో 1.8 ఇవ్వబడినది.

### iii) స్థూల దోషము (Gross Error)

పరిశీలకుని అజాగ్రత్త వలన కొలతలో ఏర్పడు దోషమును స్థూలదోషం అంటారు.
ఉదాహరణ

(i) ప్రయోగ పరికరమును సరైన విధంగా అమర్చకుండ కొలతలు తీయడం.

(ii) జనకం యొక్క దోషము మరియు తీసికొనవలసిన జాగ్రత్తలను గురించి పట్టించుకొనక సరిలేని పద్ధతిలో పరిశీలించడం.

(iii) సరిలేని పరిశీలనలను నమోదు చేయడం.

(iv) పరిశీలన యొక్క సరిలేని విలువలను ఉపయోగించి గణన చేయడం.

పై దోషములను పరిశీలకుడు జాగ్రత్త కలిగి మరియు మానసిక అప్రమత్తత కలిగివున్నప్పుడు మాత్రమే తగ్గించగలము.

**పట్టిక 1.8** ప్రయోగాత్మక దోషమును తగ్గించుట.

| దోష రకములు | ఉదాహరణ | తగ్గించు విధానం: |
|---|---|---|
| యాధృచ్ఛిక దోషం | ఒక వలయము యొక్క ద్రవ్యరాశిని ఒకే త్రాసునుపయోగించి మూడు సార్లు కొలిచినపుడు అత్యల్ప తేడాగల విలువలు 15.46 గ్రా 15.42 గ్రా 15.44 గ్రా వచ్చినవి. | అనేక మార్లు ఈ ప్రయోగమును చేయండి. యాధృచ్ఛిక దోషాన్ని సాంఖ్యక విశ్లేషణ ద్వారా మదింపు చేయాలి. మరియు పలు మార్లు చేసిన పరిశీలనల సరాసరి నుండి దోషములను తగ్గించవచ్చును. |
| క్రమ సహిత దోషము | బట్టలు పొడవును కొలవడానికి ఉపయోగించే టేపును సంవత్సరాల తరబడి వినియోగించినందున అది సాగదీయబడినది. దీని ఫలితంగా పొడవులను కొలిచి నమోదు చేసిన విలువలు సరికానిదిగ వుంటాయి. | క్రమసహిత దోషములు అన్నియు ఒక దిశలలో వున్నందు వలన వీటిని కనుగొనుట కష్టం మరియు వీటిని సాంఖ్యక పరంగా విశ్లేషించలేము. విలువలదోషములు చాలా ఎక్కువగా వుండవచ్చు లేదా తక్కువగా వుండవచ్చు. |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 21 11-07-2022 17:52:37

## 1.6.3 దోష విశ్లేషణ (Error Analysis)

### i) పరమ దోషము (Absolute Error)

ఏదైన ఒక రాశి యొక్క నిజ విలువకు మరియు కొలిచిన విలువ పరిమాణంలో గల తేడాను పరమ దోషం అంటారు. ఏదేని ఒక రాశి a ను ఒక ప్రయోగం n సార్లు కొలిచినపుడు దాని మాపన విలువలు $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots a_n$ అని వచ్చినట్లు అయితే ఆ విలువల అంకగణిత సరాసరిని నిజ విలువ ($a_m$) అంటారు.

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_n}{n}$$ లేదా

$$a_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i$$

కొలిచిన విలువలలో పరమ దోషము క్రింది విధముగా వుంటుంది.

$$|\Delta a_1| = |a_m - a_1|$$
$$|\Delta a_2| = |a_m - a_2|$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$|\Delta a_n| = |a_m - a_n|$$

### ii) సరాసరి పరమ దోషము (Mean Absolute error)

అన్ని కొలతలలోను పరమదోషం యొక్క అంకగణిత సరాసరిని సరాసరి పరమదోషం అంటారు.

$$\Delta a_m = \frac{|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + |\Delta a_3| + \ldots\ldots\ldots\ldots + |\Delta a_n|}{n}$$

లేదా $$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |\Delta a_i|$$

ఇప్పుడు నిజ విలువ $a_m$ మరియు సరాసరి పరమ దోషము $\Delta a_m$ అయితే ఆ రాశి యొక్క పరిమాణము $a_m + \Delta a_m$ మరియు $a_m - \Delta a_m$ మధ్యలో ఇమిడి వుంటుంది.

### iii) సాపేక్ష దోషం (Relative error)

సరాసరి పరమ దోషము మరియు సరాసరి విలువకు మధ్యగల నిష్పత్తిని సాపేక్ష దోషం అంటారు. దీనిని అంశిక దోషం (fractional error) అంటారు.

$$\text{సాపేక్ష దోషం (R)} = \frac{\text{సరాసరి పరమ దోషం}}{\text{సరాసరి విలువ}}$$
$$= \frac{\Delta a_m}{a_m}$$

సాపేక్ష దోషం అనునది పరమ దోషమును వస్తువు యొక్క కొలిచిన మొత్తం పరిమాణంతో పోల్చి అది ఎంత ఎక్కువని తెలియజేస్తుంది. ఉదాహరణకు ఒక వాహన చోధకుని వేగమును తెలిపే వేగ మాపణి (speedo meter) 60 km $h^{-1}$ వేగాన్ని చూపుచున్నది. కాని వాస్తవానికి అది 62 km $h^{-1}$ వేగంతో ప్రయాణిస్తున్నది. అప్పుడు వేగ మాపణి (speedo meter) యొక్క పరమ దోషం 62-60 km $h^{-1}$ = 2 km $h^{-1}$ దీని నుండి మాపన సాపేక్ష దోషం 2 km $h^{-1}$ / 60 km $h^{-1}$ = 0.033.

### iv) దోష శాతము (Percentage error)

సాపేక్ష దోషమును శాతము పరంగా తెలిపినపుడు దానిని దోష శాతము అంటారు.

$$\text{దోష శాతము} = \frac{\Delta a_m}{a_m} \times 100\%$$

దోష శాతము సున్నకు అత్యంత సమీపముగా వున్నది. అంటే అది మన లక్ష్య విలువకు సమీపంగా వున్నదని అంగీకరించబడిన ఒక ఉత్తమ విలువ అని అర్థం. ఈ విలువ ఎల్లప్పుడు అర్థము చేసుకొనుటకు ఆవశ్యకమై వున్నది. ఎందుకనగా ఈ దోషము పరికరమును ఉపయోగించుటలో ఏర్పడినదా లేదా ప్రయోగములో ఏర్పడిన తప్పిదము వలన ఏర్పడినదా అని తెలుపుతుంది.

### ఉదాహరణ 1.4

ఒక ప్రయోగంలో చేసిన ఆసన్న కొలతల శ్రేణిలో లఘులోలకము యొక్క డోలనా వర్తన కాలమును 2.63s, 2.56s, 2.42s, 2.71 గుర్తించబడినది. అయితే, 1. డోలనా వర్తన కాలము యొక్క సరాసరి



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 22 11-07-2022 17:52:38

విలువ2.80, 2. ప్రతి కొలతలోని పరమ దోషము 3. సరాసరి పరమ దోషము 4. సాపేక్ష దోషము 5. శాత దోషములను లెక్కించి ఫలితమును సరియగు రీతిలో సమర్పించుము.

**సాధన**

$$t_1 = 2.63\,s,\ t_2 = 2.56\,s,\ t_3 = 2.42\,s,$$
$$t_4 = 2.71\,s,\ t_5 = 2.80\,s$$

(i) $$T_m = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}$$
$$= \frac{2.63 + 2.56 + 2.42 + 2.71 + 2.80}{5}$$

$$T_m = \frac{13.12}{5} = 2.624s$$

$T_m = 2.62s$ (రెండవ దశాంశ స్థానము వరకు సవరించి వ్రాయగా)

(ii) పరమ దోషము $|\Delta T| = |T_m - t|$

$$|\Delta T_1| = |2.62 - 2.63| = +0.01s$$
$$|\Delta T_2| = |2.62 - 2.56| = +0.06s$$
$$|\Delta T_3| = |2.62 - 2.42| = +0.20s$$
$$|\Delta T_4| = |2.62 - 2.71| = +0.09s$$
$$|\Delta T_5| = |2.62 - 2.80| = +0.18s$$

(iii) సరాసరి పరమ దోషము $= \frac{\Sigma|\Delta T_i|}{n}$

$$\Delta T_m = \frac{0.01 + 0.06 + 0.20 + 0.09 + 0.18}{5}$$

$$\Delta T_m = \frac{0.54}{5} = 0.108s = 0.11s$$ (రెండవ దశాంశ స్థానము వరకు సవరించి వ్రాయగా)

(iv) సాపేక్ష దోషము (Relative error):

$$S_T = \frac{\Delta T_m}{T_m} = \frac{0.11}{2.62} = 0.0\ 419$$

$$S_T = 0.04$$

(v) దోష శాతము T = 0.04 × 100% = 4%

(vi) లఘు లోలకము యొక్క ఆవర్తన కాలము = $T = (2.62 \pm 0.11)s$

## 1.6.4 దోషముల వ్యాప్తి పెరుగుదల (Propagation of errors)

ఒక ప్రయోగపు అంత్య ఘటనలో కొలవబడిన రాశుల సంఖ్య సంబంధం కల్గివుండవచ్చు. రీడింగులను నమోదు చేయడానికి వేర్వేరు రకముల పరికరములను ఉపయోగిస్తాము. వేర్వేరు రాశులను కొలిచినపుడు సమిష్టిగా దోషములు ఏర్పడుటను గమనించవచ్చును.

అంత్య ఫలితములో గల దోషము క్రింది అంశములపై ఆధారపడి వుంటుంది.

(i) విడివిడి (వ్యక్తిగత) మాపనములోని దోషములు.

(ii) అంత్య ఫలితమును పొందుటకు మనము చేయు గణిత పరిక్రియల స్వభావం. కావున దోషములను సంకలనం (సమ్మేళనం) చేయుటకు మనము నిబంధనలను తెలుసుకోవాలి.

వేర్వేరు గణిత ప్రక్రియలలో దోషముల వ్యాప్తి లేదా దోషముల సమ్మేళనం ఏర్పడుటకు సాధ్యమైన వివిధ అంశాలను క్రింది విధంగా చర్చిస్తాం.

**(i) రెండు రాశుల కూడికలోని దోషము:**

ΔA మరియు ΔB అనే రెండు రాశులలో ఏర్పడిన పరమ దోషములు A మరియు B అనుకుందాం. అయితే,

A యొక్క కొలిచిన విలువ = A ± ΔA

B యొక్క కొలిచిన విలువ = B ± ΔB

A మరియు B ల సంకలనం Z = A + B



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 23 11-07-2022 17:52:41

Z లోని దోషమును $\Delta Z$ ఈ క్రింది విధంగా సూచించవచ్చును.

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B)$$
$$= (A + B) \pm (\Delta A + \Delta B)$$
$$= Z \pm (\Delta A + \Delta B)$$
(లేదా) $$\Delta Z = \Delta A + \Delta B \quad (1.3)$$

రెండు రాశుల కూడికలోని సాధ్యమైన గరిష్ఠ దోషములు ఆ రాశుల విడివిడి పరమ దోషముల మొత్తమునకు సమానము.

## ఉదాహరణ 1.5

$R_1 = (100 \pm 3)\ \Omega$, $R_2 = (150 \pm 2)\ \Omega$ అనే రెండు నిరోధములు శ్రేణిలో (series) కలుపబడినవి. అయితే వాటి ఫలిత నిరోధము ఎంత?

**సాధన**

$$R_1 = 100 \pm 3\Omega;\ R_2 = 150 \pm 2\Omega$$

ఫలిత నిరోధం R = ?

ఫలిత నిరోధం $R = R_1 + R_2$

$$= (100 \pm 3) + (150 \pm 2)$$
$$= (100 + 150) \pm (3 + 2)$$
$$R = (250 \pm 5)\ \Omega$$

### (ii) రెండు రాశుల మధ్య బేధంలోని దోషం

A మరియు B అనే రెండు రాశుల పరమ దోషములు వరుసగా $\Delta A$ మరియు $\Delta B$ అని అనుకుందాం. అయితే

A యొక్క కొలిచిన విలువ = $A \pm \Delta A$

B యొక్క కొలిచిన విలువ = $B \pm \Delta B$

A మరియు B ల మధ్య తేడా $Z = A - B$

Zలోనిదోషము $\Delta Z$నుక్రింది విధముగాసూచిస్తాం.

$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) - (B \pm \Delta B)$

$$= (A - B) ) \pm \Delta A \mp \Delta B$$
$$= Z \pm \Delta A \mp \Delta B$$
(లేక) $$\Delta Z = \Delta A + \Delta B \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.4)$$

రెండు రాశుల భేదములోని సాధ్యమగు గరిష్ఠ దోషములు ఆ రాశుల విడివిడి పరమ దోషముల మొత్తమునకు సమానము.

## ఉదాహరణ 1.6

ఒక ఉష్ణమాపకమును ఉపయోగించి రెండు వస్తువుల ఉష్ణోగ్రతలు $t_1 = (20 + 0.5)°C$, $t_2 = (50 \pm 0.5)°C$ అని కొలిచితిరి. అయితే ఆ ఉష్ణోగ్రతల తేడాను మరియు అందులోని దోషమును లెక్కించండి.

**సాధన**

$t_1 = (20 \pm 0.5)°C \quad t_2 = (50 \pm 0.5)°C$

ఉష్ణోగ్రతలోని తేడా t=?

$t = t_2 - t_1 = (50 \pm 0.5) - (20 \pm 0.5)°C$

(సమీకరణం 1.4 ను ఉపయోగించగా)

$$= (50 - 20) \pm (0.5 + 0.5)$$
$$t = (30 \pm 1)°C$$

### (iii) రెండు రాశుల లబ్ధములోని దోషము

రెండు రాశుల A మరియు B లలో ఏర్పడిన పరమ దోషములు వరుసగా $\Delta A$ మరియు $\Delta B$ లోని అనుకుందాం.

ఇప్పుడు A మరియు B ల బ్ధం $Z = AB$

Z లోని దోషము $\Delta Z$ ను క్రింది విధముగా సూచిస్తాం. $Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A)\ (B \pm \Delta B)$

$$= (AB) \pm (A\ \Delta B) \pm (B\ \Delta A) \pm (\Delta A\ .\ \Delta B)$$

ఇప్పుడు ఎడమ వైపున Z తోను కుడివైపున AB తోను భాగించగా

$$1 \pm \frac{\Delta Z}{Z} = 1 \pm \frac{\Delta B}{B} \pm \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta A}{A} . \frac{\Delta B}{B}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 24 11-07-2022 17:52:43

$\Delta A/A$ మరియు $\Delta B/B$ లు రెండూ కూడా అతి చిన్న రాశులు కావడంచే వాటి లబ్ధం $\frac{\Delta A}{A}.\frac{\Delta B}{B}$ ను ఉపేక్షించవచ్చును. అప్పుడు గరిష్ఠ అంశిక దోషము Z ను క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \pm\left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}\right) \qquad (1.5)$$

రెండు రాశుల లబ్ధములో సాధ్యమగు గరిష్ఠ ఆంశిక దోషముల వాటి విడివిడి రాశుల ఆంశిక దోషముల మొత్తమునకు సమానం.

[ఉపగ్రంథము A1.2 లో మరియొక పద్ధతి ఇవ్వబడినది.]

## ఉదాహరణ 1.7

ఒక దీర్ఘ చతురస్రము యొక్క పొడవు మరియు వెడల్పులు వరుసగా $(5.7 \pm 0.1)$ cm మరియు $(3.4 \pm 0.2)$ సెం.మీ అయితే దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యమును దాని దోష పరిధిలో లెక్కించండి.

**సాధన**

పొడవు $\ell = (5.7 \pm 0.1)$ సెం.మీ

వెడల్పు $b = (3.4 \pm 0.2)$ సెం.మీ

దోష పరిధితో కూడిన వైశాల్యం $A = A \pm \Delta A = ?$

వైశాల్యం $A = \ell \times b = 5.7 \times 3.4 = 19.38 = 19.4$ సెం.మీ$^2$

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b}$$

$$\Delta A = \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b}\right)A$$

$$\Delta A = \left(\frac{0.1}{5.7} + \frac{0.2}{3.4}\right)19.4$$

$$= (0.0175 + 0.0588) \times 19.4$$

$$= 1.48 = 1.5$$

దోష పరిధితో కూడిన వైశాల్యం

$A = (19.4 \pm 1.5)$ సెం.మీ$^2$

### (iv) రెండు రాశుల భాగహారం లేదా భాగఫలంలోని దోషము

A మరియు B రెండు రాశుల పరమ దోషములు వరుసగా $\Delta A$ మరియు $\Delta B$ అనుకుందాం.

A మరియు B ల భాగఫలం, $Z = \frac{A}{B}$

Z లోని దోషము $\Delta Z$ ను క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$Z \pm \Delta Z = \frac{A \pm \Delta A}{B \pm \Delta B} = \frac{A\left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)}{B\left(1 \pm \frac{\Delta B}{B}\right)}$$

$$= \frac{A}{B}\left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)\left(1 \pm \frac{\Delta B}{B}\right)^{-1}$$

లేదా $$Z \pm \Delta Z = Z\left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)\left(1 \mp \frac{\Delta B}{B}\right)$$

$[(1+x)^n \approx 1+nx$, when $x<<1]$ అయినప్పుడు ఉపయోగించునట్లు అయితే

ఇరు ప్రక్కల Z చే భాగించగా

$$1 \pm \frac{\Delta Z}{Z} = \left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)\left(1 \mp \frac{\Delta B}{B}\right)$$

$$= 1 \pm \frac{\Delta A}{A} \mp \frac{\Delta B}{B} \pm \frac{\Delta A}{A}.\frac{\Delta B}{B}$$

$\Delta A/A$ మరియు $\Delta B/B$ లు అతి చిన్న రాశులు కనుక వాటి లబ్ధము ఉపేక్షించతగినది.

Z లో గరిష్ఠ ఆంశిక దోషమును క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}\right) \qquad (1.6)$$

రెండు రాశుల భాగహారములో సాధ్యమగు గరిష్ఠ ఆంశిక దోషములు వాటి విడివిడి గరిష్ఠ ఆంశిక దోషములు మొత్తమునకు సమానము.

(ఉపగ్రంథము A1.2 నందు మరియొక పద్ధతి ఇవ్వబడినది.)



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 25 11-07-2022 17:52:46

## ఉదాహరణ 1.8

ఒక తీగ ద్వారా ప్రవరిస్తున్న విద్యుత్ (100 ± 5) ఆంపియర్ మరియు తీగలో శక్మము (10±0.2) ఓల్టులు అయితే తీగ నిరోధమును కనుగొనండి.

**సాధన**

వోల్టేజి $V = (100 \pm 5) V$

విద్యుత్ $I = (10 \pm 0.2)$ A

నిరోధము $R = ?$

ఓమ్ నియమము ప్రకారం నిరోధం,

$$R = \frac{V}{I}$$

$$= \frac{100}{10} = 10\Omega$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \left(\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}\right)$$

$$\Delta R = \left(\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}\right) R$$

$$= \left(\frac{5}{100} + \frac{0.2}{10}\right) 10$$

$$= (0.05 + 0.02) 10$$

$$= 0.07 \times 10 = 0.7$$

నిరోధం $R = (10 \pm 0.7)\Omega$

### (v) ఒక రాశి యొక్క ఘాతములోని దోషములు

A అనే రాశి యొక్క n వ ఘాతము $Z = A^n$ Z దోషంలోని దోషము $\Delta Z$ ను క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A)^n = A^n \left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)^n$$

$$= Z\left(1 \pm n\frac{\Delta A}{A}\right)$$

$x << 1$ అయినపుడు $(1+x)^n \approx 1+nx$ అవుతుంది. కనుక మిగిలిన పదములను ఉపేక్షించి ఇరువైపులా Z తో భాగించగా

$$1 \pm \frac{\Delta Z}{Z} = 1 \pm n\frac{\Delta A}{A} \; or$$

$$\frac{\Delta Z}{Z} = n.\frac{\Delta A}{A} \qquad (1.7)$$

ఒక రాశి యొక్క 'n' వ ఘాతంలోని ఆంశిక దోషం ఆ రాశి ఆంశిక దోషం యొక్క n రెట్లుకు సమానం అవుతుంది.

**సాధారణ నిబంధన:** If $Z = \frac{A^p B^q}{C^r}$

అయితే Z లోని గరిష్ఠ ఆంశిక దోషము

$\frac{\Delta Z}{Z} = p\frac{\Delta A}{A} + q\frac{\Delta B}{B} + r\frac{\Delta C}{C}$ మరియు Z లోని శాత దోషము

$$\frac{\Delta Z}{Z} \times 100 = p\frac{\Delta A}{A} \times 100 + q\frac{\Delta B}{B} \times 100 + r\frac{\Delta C}{C} \times 100$$

## ఉదాహరణ 1.9

ఒక భౌతిక రాశి $x = \frac{a^2 b^3}{c\sqrt{d}}$ అని ఇవ్వబడినది. ఇప్పుడు a, b, c మరియు d ల మాపనంలో ఏర్పడిన దోష శాతములు వరుసగా 4%, 2%, 3% మరియు 1% అయితే $x$ ను లెక్కించుటలో ఏర్పడిన దోష శాతము కనుగొనండి (NEET 2013)

**సాధన**

$x = \frac{a^2 b^3}{c\sqrt{d}}$ లోని దోష శాతము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 26 11-07-2022 17:52:48

$$\frac{\Delta x}{x}\times 100 = 2\frac{\Delta a}{a}\times 100 + 3\frac{\Delta b}{b}\times 100 + \frac{\Delta c}{c}\times 100 + \frac{1}{2}\frac{\Delta d}{d}\times 100$$

$$= (2\times 4\%) + (3\times 2\%) + (1\times 3\%) + (\tfrac{1}{2}\times 1\%)$$

$$= 8\% + 6\% + 3\% + 0.5\%$$

దోష శాతము $x = 17.5\%$

## 1.7 సార్థక సంఖ్యలు (ప్రాముఖ్య అంకెలు) (Significant Figures)

### 1.7.1 ప్రాముఖ్య అంకెల యొక్క నిర్వచనం మరియు నియమాలు (Definition and Rules of Significant Figures)

మీటరు స్కేలును ఉపయోగించి ముగ్గురు వ్యక్తులను ఒక కర్ర యొక్క పొడవును కొలవమనిన (మీటరు స్కేలు యొక్క కనీసపు కొలత 1 mm లేదా 0.1 cm) ఫలిత కొలత (కర్ర యొక్క పొడవు) క్రింది వాటిలో ఏదైనా కావచ్చును.

7.20 సెం.మీ లేదా 7.22 సెం.మీ లేదా 7.23 సెం.మీ ఇక్కడ ముగ్గురు విద్యార్థులు మొదటి రెండు అంకెలను సరిగ్గా (విశ్వాసంతో) కొలిచారని గమనించగలం. కాని చివరి అంకె వ్యక్తికి మారింది. కాబట్టి అర్థవంతమైన అంకెల సంఖ్య 3, ఇది కొలత (పరిమాణాత్మక) మరియు ఉపయోగించిన పరికరం యొక్క ఖచ్చితత్వం రెండింటినీ తెలియజేస్తుంది. అందువలన గణనీయమైన సంఖ్య లేదా ముఖ్యమైన అంకె 3. ఇది విశ్వసనీయంగా తెలిసిన సంఖ్యలను మరియు మొదటి అనిశ్చిత సంఖ్యను కలిగి ఉన్న అర్థవంతమైన అంకెల సంఖ్యగా నిర్వచించబడింది.

**ఉదాహరణ:** 121. 23 సంఖ్యకు ముఖ్యమైన అంకెలు 5, 1.2 సంఖ్యకు ముఖ్యమైన అంకెలు 2, 0.123 సంఖ్యకు ముఖ్యమైన అంకెలు 3, 0.1230 సంఖ్యకు ముఖ్యమైన అంకెలు 4, 0.0123 సంఖ్యకు ముఖ్యమైన అంకెలు 3, 1230 సంఖ్యకు ముఖ్యమైన అంకెలు 3, 1230 (దశాంశంతో) యొక్క ముఖ్యమైన అంకెలు 4, మరియు 20000000 యొక్క ముఖ్యమైన అంకెలు 1 (ఎందుకంటే $20000000 = 2\times 10^7$ ఒక ముఖ్యమైన అంకెను మాత్రమే కలిగి ఉంది. అంటే 2).

భౌతిక కొలత ద్వారా ఒక వస్తువు యొక్క పొడవు $l$ = 1230 మీ, అయితే $l$ యొక్క ముఖ్యమైన అంకె 4, ముఖ్యమైన అంకెలను లెక్కించడానికి నియమాలు పట్టిక 1.9 లో ఇవ్వబడ్డాయి.

**ఉదాహరణ 1.10**

క్రింది వానికి ముఖ్యమైన అంకెలను తెలపండి?

i) 600800
ii) 400
iii) 0.007
iv) 5213.0
v) $2.65\times 10^{24} m$
vi) 0.0006032

**సాధన:** i) నాలుగు ii) ఒకటి iii) ఒకటి iv) ఐదు v) మూడు vi) నాలుగు

### 1.7.2 సవరించుట (Rounding Off)

ఈ రోజుల్లో గణనలు చేయడానికి కాలిక్యులేటర్లు విరివిగా ఉపయోగించబడుతున్నాయి. కాలిక్యులేటర్ల ద్వారా వచ్చే ఫలితాలు చాలా అంకెలను కలిగి ఉంటుంది. ఏ సందర్భంలోనైన ఫలితం లెక్కించడానికి ఉపయోగించే డేటాలో ఉన్న గణాంకాల కంటే ఎక్కువ ముఖ్యమైన గణాంకాలను కలిగి ఉండరాదు. ఒకటి కంటే ఎక్కువ అనిశ్చిత అంకెలను కలిగి ఉన్న సంఖ్యలో లెక్కింపు ఫలితం సవరించబడాలి. సవరణ నియమాలను పట్టిక 1.10 లో చూపబడ్డాయి.

**ఉదాహరణ 1.11**

సూచించిన విధంగా క్రింది సంఖ్యలను సవరణ చేయండి.

i) 18.35 ని 3 అంకెలకు సవరించండి
ii) 19.45 ని 3 అంకెలకు సవరించండి
iii) $101.55\times 10^6$ 4 అంకెలకు సవరించండి
iv) 248337 ని 3 అంకెలకు సవరించండి
v) 12.653 ని 3 అంకెలకు సవరించండి



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 27 11-07-2022 17:52:49

**పట్టిక 1.9** గణించదగిన ముఖ్యమైన అంకెలకు నియమాలు

| | నియమం | ఉదాహరణ: |
|---|---|---|
| i) | సున్నా కాని అన్ని అంకెలు ప్రాముఖ్య అంకెలు అగును. | 1342 లో నాలుగు ప్రాముఖ్య అంకెలు గలవు. |
| ii) | రెండు సున్నాకాని అంకెల మధ్య ఉన్న అన్ని సున్నాలు ప్రాముఖ్య అంకెలు అగును. | 2008 లో నాలుగు ప్రాముఖ్య అంకెలు ఉన్నాయి. |
| iii) | సున్నాకాని అంకెకు కుడివైపున గల అన్ని సున్నాలు మరియు దశాంశ బిందువుకు ఎడమ వైపున గల సున్నాలు ప్రాముఖ్య అంకెలు అగును. | 30700 లో ఐదు ప్రాముఖ్య అంకెలు ఉన్నాయి. |
| iv) | దశాంశ బిందువు లేని సంఖ్యకు చివర లేదా వెనుక ఉన్న సున్నాలు ప్రాముఖ్య అంకెలు కావు. | అ) 30700 లో మూడు ప్రాముఖ్య అంకెలు ఉన్నాయి. |
| v) | ఏదైనా సంఖ్య 1 కన్నా తక్కువ ఉంటే దశాంశ బిందువుకు కుడి వైపున ఉన్న సున్నాలు కానీ సున్నకాని మొదటి అంకెకు ఎడమ వైపు ఉన్న సున్నాలు ప్రాముఖ్య అంకెలు కావు. | 0.00345 లో మూడు ప్రాముఖ్య అంకెలు ఉన్నాయి. |
| vi) | దశాంశ బిందువుకు కుడివైపున గల అన్ని సున్నాలు మరియు సున్నాకాని అంకెకు కుడివైపున గల అన్ని సున్నాలు ప్రాముఖ్య అంకెలు అగును. | 40.00 లో నాలుగు ప్రాముఖ్య అంకెలు ఉన్నాయి. 0.030400 లో ఐదు ప్రాముఖ్య అంకెలు ఉన్నాయి. |
| vii) | ముఖ్యమైన అంకెలు దాని ప్రక్కన గల ప్రమాణాల మీద ఆధారపడదు. | 1.53 సెం.మీ 0.0153 మీ, 0.0000153 కి.మీ అన్నింటికీ ముఖ్యమైన అంకెలు మూడు ఉన్నాయి. |

**గమనిక: 1** సవరించిన సంఖ్యలు లేదా కొలిచిన విలువలను సూచించే సంఖ్యల గుణకాలు లేదా భాగించే కారకాలు ఖచ్చితమైనవి మరియు అవి పరిస్థితుల ప్రకారం అనంతమైన ప్రాముఖ్య అంకెలను కలిగి ఉంటాయి. ఉదాహరణకు, వృత్త చుట్టుకొలత $S = 2\pi r$ ఇక్కడ గుణకము 2 ఖచ్చితమైన సంఖ్య. దీనిని 2.0, 2.00 లేదా 2.000 గా అవసరమైన విధముగా వ్రాయవచ్చును.

**గమనిక: 2** ఖచ్చిత సంఖ్య నిర్ధారణకు 10 యొక్క ఘాతముతో సంబంధము లేదు. ఉదాహరణకు $x = 5.70\ \text{m} = 5.70 \times 10^2\ \text{cm} = 5.70 \times 10^3\ \text{mm} = 5.70 \times 10^{-3}\ \text{km}$ ఇందులో ప్రతి సందర్భంలోనూ ముఖ్యమైన అంకెలు మూడు.

**పట్టిక 1.10** సవరణా నియమాలు (Rounding Off)

| నియమం | ఉదాహరణ: |
|---|---|
| i) వదిలివేయవలసిన అంకె 5 కంటే తక్కువగా ఉంటే, ముందు అంకె మారదు. | i) 7.32 ని 7.3 గా సవరించవచ్చును.<br>ii) 8.94 ని 8.9 గా సవరించవచ్చును. |
| ii) వదలివేయవలసిన అంకె 5 కంటే ఎక్కువగా ఉంటే, ముందు గల అంకెకు 1 కలపాలి. | i) 17.26 ని 17.3 గా సవరించవచ్చును.<br>ii) 11.89 ని 11.9 గా సవరించవచ్చును. |
| iii) వదిలివేయవలసిన అంకె 5 తరువాత అంకె సున్నా కాకుండా ఇతర అంకెలు ఉంటే ముందు అంకెకు 1 కలపాలి. | i) 7.352 ని 7.4 గా సవరించవచ్చును.<br>ii) 18.159 ని18.2 గా సవరించవచ్చును |
| iv) వదలివేయవలసిన అంకె 5 లేదా 5 తరువాత సున్నాలు ఉంటే 5 కు ముందున్న అంకె మారదు. | i) 3.45 ని 3.4 గా సవరించవచ్చును.<br>ii) 8.250 ని 8.2 గా సవరించవచ్చును. |
| v) వదిలివేయవలసిన అంకె 5 లేదా 5 తరువాత సున్నాలు ఉంటే 5 కు ముందున్న అంకె బేసి అంకె అయిన దానికి 1 కలపాలి. | i) 3.35 ని 3.4 గా సవరించవచ్చును.<br>ii) 8.350 ని 8.4 గా సవరించవచ్చును. |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 28 11-07-2022 17:52:49

సాధన

i) 18.4 ii) 19.4 iii) $101.6 \times 10^6$
iv) 248000 v) 12.7

## 1.7.3 ముఖ్యమైన అంకెలతో అంకగణిత ప్రక్రియలు (Arithmetical Operations with Significant Figures)

### (i) కూడిక మరియు తీసివేత

కూడిక మరియు తీసివేత యొక్క ఫలితంలో అతి తక్కువ దశాంశ స్థానాలను కలిగివున్న సంఖ్యలో ఉన్నన్ని దశాంశ స్థానాలను కలిగి ఉండాలి.

**ఉదాహరణ:**

1. $3.1 + 1.780 + 2.046 = 6.926$

ఇక్కడ అతి తక్కువ దశాంశ స్థానాలు కలిగి ఉన్న సంఖ్యలోని దశాంశ స్థానాలు ఒకటి. అందువలన దీని ఫలితం 6.9 అగును.

2. $12.637 - 2.42 = 10.217$

ఇక్కడ అతి తక్కువ దశాంశ స్థానాలు కలిగి ఉన్న సంఖ్యలోని దశాంశ స్థానాలు రెండు. అందువలన దీని ఫలితం 10.22 అగును.

### (ii) గుణకారము మరియు భాగహారము

గుణకారము మరియు భాగహారము యొక్క ఫలితంలో అతి చిన్న సంఖ్యలోని ముఖ్యమైన అంకెలకు సమానంగా ఉండాలి.

**ఉదాహరణ:**

1. $1.21 \times 36.72 = 44.4312 = 44.4$

ఇక్కడ అతి చిన్న ముఖ్యమైన అంకె విలువ 3. అందువలన ఫలితాన్ని మూడు ముఖ్యమైన అంకెలుగా సవరించిన 44.4 అగును.

2. $36.72 \div 1.2 = 30.6 = 31$

ఇక్కడ అతి చిన్న ముఖ్యమైన అంకె విలువ 2. అందువలన ఫలితం రెండు అంకెలుగా సవరించిన 31 అగును.

# 1.8 మితి విశ్లేషణ (DIMENSIONAL ANALYSIS)

## 1.8.1 భౌతిక రాశుల మితులు (Dimension of Physical Quantities)

యాంత్రిక శాస్త్రంలో M, L మరియు T వంటి మూడు ప్రాథమిక మితుల ద్వారా ద్రవ్యరాశి, పొడవు, కాలము, వేగము, దిశావేగము మొదలైనవి వాటిని వ్యక్తీకరిస్తాము. కావున భౌతికరాశి యొక్క మితిని వ్రాయుటకు ఉపయోగపడు ప్రమాణాల యొక్క ఘాతాల విలువనే ఆ భౌతిక రాశి యొక్క మితి అని నిర్వచించవచ్చును. భౌతిక రాశి యొక్క మితిని సూచించడానికి ఉపయోగించే సంజ్ఞామానం (చదరపు బ్రాకెట్‌లోని భౌతికరాశి). ఉదాహరణకి (పొడవు) అంటే పొడవు యొక్క మితి అని, (వైశాల్యం) అంటే వైశాల్యం యొక్క మితి అని అర్థం. పొడవు యొక్క మితిని ప్రాథమిక భౌతిక రాశుల పరంగా

$$[\text{పొడవు}] = M^0 LT^0 = L$$

అదే విధంగా, $[\text{వైశాల్యం}] = M^0 L^2 T^0 = L^2$

అదే విధంగా, $[\text{ఘన పరిమాణం}] = M^0 L^3 T^0 = L^3$

పై అన్ని సందర్భాలలో ప్రాథమిక భౌతికరాశి L ఒకటే అయితే ఘాతాలు వేరు. ఒక సంఖ్యకు ప్రాథమిక రాశుల యొక్క ఘాతము సున్న. ఉదాహరణకి సంఖ్య 2 కి మితులు లేవు.

దీనిన $\Rightarrow [2] = M^0 L^0 T^0$ గా వ్రాయాలి.

మరికొన్ని భౌతికరాశుల మితులను చూద్దాము.

$$\text{వేగం, } s = \frac{\text{దూరము}}{\text{కాలము}} \Rightarrow [s] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

$$\text{దిశావేగం, } \vec{v} = \frac{\text{స్థానభ్రంశము}}{\text{కాలము}} \Rightarrow [\vec{v}] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 29 11-07-2022 17:52:49

వేగము అనునది అదిశరాశి మరియు దిశావేగము అనునది సదిశరాశి (అదిశరాశి మరియు సదిశరాశులను గూర్చి యూనిట్ -2 లో తెలుసుకుందాం) అయితే రెండూ ఒకే మితిని కలిగి ఉంటాయని గమనించండి.

$$\text{త్వరణము, } \vec{a} = \frac{\text{వేగము}}{\text{కాలము}} \Rightarrow [\vec{a}] = \frac{\mathrm{LT}^{-1}}{\mathrm{T}} = \mathrm{LT}^{-2}$$

ఒక (సెకను కాలంలోని) యూనిట్ కాలంలోని వేగాన్ని త్వరణము అంటారు.

రేఖీయ ద్రవ్యవేగము (లేదా) ద్రవ్యవేగము

$$[\vec{p}] = m\vec{v} \Rightarrow [\vec{p}] = MLT^{-1}$$

$$\text{బలము, } \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \left[\vec{F}\right] = MLT^{-2} = \frac{\text{ద్రవ్య వేగము}}{\text{కాలము}}$$

ఇది ఏ రకమైన బలానికైన సత్యము. ప్రకృతిలో నాలుగు రకాలైన బలాలు కలవు. అవి దృఢమైన బలం, విద్యుదయస్కాంత బలం, బలహీన బలం, గురుత్వాకర్షణ బలం. ఇంకా ఘర్షణ బలం, అభికేంద్ర బలం, అపకేంద్ర బలం. వీటన్నింటికీ మితి $\mathrm{MLT}^{-2}$.

$$\text{ప్రచోదనం, } \vec{I} = \vec{F}t \Rightarrow \left[\vec{I}\right] = MLT^{-1}$$

$$= \text{ద్రవ్యవేగం యొక్క మితి}$$

క్షణ కాలంలోని రేఖీయ ద్రవ్యవేగమే కోణీయ ద్రవ్యవేగం అగును. (యూనిట్ -5 లో చర్చించబడింది)

$$\text{కోణీయ ద్రవ్యవేగం } \vec{\mathrm{L}} = \vec{r} \times \vec{p} \Rightarrow \left[\vec{\mathrm{L}}\right] = ML^2T^{-1}$$

జరిగిన పని

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \Rightarrow [W] = ML^2T^{-2}$$

గతిజ శక్తి

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow [KE] = \left[\frac{1}{2}\right][m]\left[v^2\right]$$

పై సమీకరణంలో $\frac{1}{2}$ అనే సంఖ్యకు మితి లేదు. గతిజశక్తి యొక్క మితి $[KE] = [m]\left[v^2\right] = ML^2T^{-2}$ అదే విధంగా స్థితిజశక్తి యొక్క మితి రాయడానికి దీనిని భూ గురుత్వాకర్షణ స్థితిజశక్తి అనుకుంటే $PE = mgh \Rightarrow [PE] = [m][g][h]$, ఇక్కడ $m$ అనేది కణం యొక్క ద్రవ్యరాశి $g$ అనేది భూమి గురుత్వ త్వరణం మరియు $h$ అనేది భూమి నుండి (కణానికి గల) ఎత్తు.

కావున $[PE] = [m][g][h] = ML^2T^{-2}$

అందువలన ఏ రకమైన శక్తి కైనా (అంతర్గత శక్తి, మొత్తం శక్తి వంటివి) మితి

$$[\text{శక్తి}] = ML^2T^{-2}$$

క్షణ కాలంలో పనిచేసే బలాన్ని టార్క్ (బలయుగ్మం) అంటారు. $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow [\vec{\tau}] = ML^2T^{-2}$ ($\tau$ గుర్తును టౌ అని చదవాలి. ఇది ఒక గ్రీకు అక్షరము) టార్క్ యొక్క మితి మరియు శక్తి యొక్క మితి రెండూ ఒకే విధంగా ఉంటాయి. అయితే అవి భిన్న భౌతిక రాశులు. ఇంకా శక్తి అనేది అదిశరాశి, టార్క్ అనేది సదిశరాశి. దీని అర్థం మితులు ఒకటే అయినంత మాత్రాన భౌతిక రాశులు ఒకటే కానవసరం లేదు.

**గమనిక**

1. మనము భౌతిక శాస్త్రము సంబంధించి మితులను వివిధ సందర్భాలలో ఉపయోగించుచున్నాము. 'మితి' అనుదాని అర్థము సందర్భమును బట్టి మారుతుంది. శక్తి, చలనము, పరమాణువు మొదలగు వాటికి సంబంధించి మితి పదము వచ్చునపుడు మనము దానిని సరిగ్గా అర్థము చేసుకొనవలెను. ఒక భౌతిక రాశి యొక్క మితి అనునది ఒక ప్రాథమిక రాశిని ఘాతం రూపంలో ఉపయోగించి, ఆ భౌతికరాశిని తెలపడము అగును. ఒక మితిలో చలనము, రెండు మితులలో చలనము మరియు మూడు మితులలో చలనము అనునది స్థలము (space) యొక్క పరిమాణాన్ని సూచించును. పరమాణువు యొక్క మితి అనునది పరమాణువు యొక్క పరిమాణాన్ని సూచించును. కావున, సాధారణంగా మితి అని వ్రాయునది అర్థవంతమైనది కాదు.

2. $\sin\theta$, $\cos\theta$ మొదలగు అన్ని త్రికోణమితి ప్రమేయాలు మితి రహితమైనవి అగును. ($\theta$ అనునది మితి రహితమైనది). ఘాతాంక విలువలు $e^x$ మరియు సంవర్గమాన ప్రమేయాలు $\ln x$ అనునవి మితి రమిత మైనవి ($x$ అనునది మితి రహితంగా ఉండాలి). ఒక ప్రమేయాన్ని విస్తృతపరచునపుడు (అంతము కలది లేదా అంతము లేనిది) $x^0, x^1, x^2, \ldots$ అనుదానిలో $x$ అనునది మితిరహిత రాశిగా ఉండాలి.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 30 11-07-2022 17:52:52

## పట్టిక 1.11 మితి ఫార్ములాలు

| భౌతిక రాశి | విశదీకరణ: | Dimensional formula |
|---|---|---|
| వైశాల్యం (దీర్ఘ చతురస్రం) | పొడవు × వెడల్పు | $[L^2]$ |
| ఘన పరిమాణం | వైశాల్యం × ఎత్తు | $[L^3]$ |
| సాంద్రత | ద్రవ్యరాశి / ఘన పరిమాణం | $[ML^{-3}]$ |
| దిశావేగం | స్థానభ్రంశం / కాలం | $[LT^{-1}]$ |
| త్వరణం | దిశావేగము / కాలము | $[LT^{-2}]$ |
| ద్రవ్యవేగము | ద్రవ్యరాశి × దిశావేగము | $[MLT^{-1}]$ |
| బలం | ద్రవ్యరాశి × త్వరణం | $[MLT^{-2}]$ |
| పని | బలము × దూరము | $[ML^2T^{-2}]$ |
| సామర్థ్యం | పని/కాలము | $[ML^2T^{-3}]$ |
| శక్తి | పని | $[ML^2T^{-2}]$ |
| ప్రచోదనం | బలము × కాలము | $[MLT^{-1}]$ |
| గైరేషన్ యొక్క వ్యాసార్ధం (Radius of gyration) | దూరము | $[L]$ |
| పీడనము (లేదా) ఒత్తిడి | బలము / వైశాల్యము | $[ML^{-1}T^{-2}]$ |
| తలతన్యత | బలము / పొడవు | $[MT^{-2}]$ |
| పౌన:పున్యం | 1/ఆవర్తన కాలం | $[T^{-1}]$ |
| జడత్వ భ్రామకం | ద్రవ్యరాశి × (దూరం)$^2$ | $[ML^2]$ |
| బల భ్రామకం (టార్క్) | బలము × దూరము | $[ML^2T^{-2}]$ |
| కోణీయ దిశావేగం | కోణీయ స్థానభ్రంశం / కాలము | $[T^{-1}]$ |
| కోణీయ త్వరణం | కోణీయ దిశావేగం / కాలము | $[T^{-2}]$ |
| కోణీయ ద్రవ్యవేగం | రేఖీయ ద్రవ్యవేగం × దూరం | $[ML^2T^{-1}]$ |
| స్థితిస్థాపక గుణకం | ఒత్తిడి / వికృతి | $[ML^{-1}T^{-2}]$ |
| స్నిగ్ధతా గుణకం | (బలం × దూరం) / (వైశాల్యం × దిశావేగం) | $[ML^{-1}T^{-1}]$ |
| తలతన్యతా శక్తి | పని / వైశాల్యం | $[MT^{-2}]$ |
| ఉష్ణ సామర్థ్యం | ఉష్ణశక్తి / ఉష్ణోగ్రత | $[ML^2T^{-2}K^{-1}]$ |
| ఆవేశము | విద్యుత్ ప్రవాహము × కాలము | $[AT]$ |
| అయస్కాంత ప్రేరణ | బలం / (విద్యుత్ ప్రవాహం × పొడవు) | $[MT^{-2}A^{-1}]$ |
| బల స్థిరాంకం | బలం / స్థానభ్రంశం | $[MT^{-2}]$ |
| గురుత్వ స్థిరాంకం | [బలం × (దూరం)$^2$] / (ద్రవ్యరాశి)$^2$ | $[M^{-1}L^3T^{-2}]$ |
| ప్లాంక్ స్థిరాంకం | శక్తి / పౌన:పున్యము | $[ML^2T^{-1}]$ |
| ఫారడే స్థిరాంకం | అవగాడ్రో సంఖ్య × ప్రాథమిక ఆవేశం | $[AT\ mol^{-1}]$ |
| బోల్ట్జ్‌మెన్ స్థిరాంకం | శక్తి / ఉష్ణోగ్రత | $[ML^2\,T^{-2}\,K^{-1}]$ |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 31 11-07-2022 17:52:52

## 1.8.2 మితులున్న భౌతిక రాశులు, మితులు లేని (మితి రహిత) భౌతిక రాశులు, సజాతీయతత్వము (Dimensional Quantities, Dimensionless Quantities, Principle of Homogeneity)

మితులను ఆధారంగా చేసుకొని, భౌతిక రాశులను నాలుగు వర్గాలుగా వర్గీకరించవచ్చును.

**(1) మితులున్న చరరాశులు (Dimensional variables)**

మితులు మరియు చర విలువలు కలిగి ఉన్న భౌతిక రాశులను మితులున్న భౌతిక రాశులు అంటారు. ఉదాహరణకు పొడవు, వేగము మరియు త్వరణము మొదలైనవి.

**(2) మితులు లేని చరరాశులు (Dimensionless variables)**

మితులు లేని మరియు చర విలువలు కలిగి ఉన్న భౌతిక రాశులను మితులు లేని భౌతిక రాశులు అంటారు. ఉదాహరణకు విశిష్ట గురుత్వము (specific gravity) ఆకారంలో మార్పు (strain) వక్రీభవన గుణకము మొదలైనవి.

**(3) మితులు కలిగిన స్థిరాంకాలు (Dimensional Constant)**

మితులు మరియు స్థిర విలువలు కలిగిన భౌతిక రాశులను మితి స్థిరాంకాలు అంటారు. ఉదాహరణకు గురుత్వ స్థిరాంకము మరియు ప్లాంక్ స్థిరాంకము మొదలైనవి.

**(4) మితిలేని స్థిరాంకాలు (Dimensionless Constant)**

స్థిర విలువలు కలిగి మితిలేని భౌతిక రాశులను మితి లేని స్థిరాంకాలు అంటారు. ఉదాహరణకు $\pi$, e (యూలర్ సంఖ్య), సంఖ్యలు మొదలైనవి.

**సజాతీయ మితి సూత్రాలు**

భౌతిక వ్యక్తీకరణలోని అన్ని పదాల మితులు ఒకే విధంగా ఉండాలని సజాతీయ మితి సూత్రాలు తెలుపుతుంది. ఉదాహరణకు $v^2 = u^2 + 2as$ అను భౌతిక వ్యక్తీకరణలో $v^2$, $u^2$ మరియు $2as$ మితులు ఒకే విధంగాను మరియు $[L^2T^{-2}]$ కు సమానం

## 1.8.3 మితి విశ్లేషణ పద్ధతి యొక్క అనువర్తనాలు మరియు పరిమితులు (Application and Limitations of the Method of Dimensional Analysis)

**ఈ పద్ధతి ద్వారా**

(i) ఒక భౌతిక రాశిని ఒక పద్ధతిలోని ప్రమాణాల నుండి మరొక పద్ధతి ప్రమాణాలకు మార్చవచ్చును.

(ii) ఇచ్చిన భౌతిక సమీకరణం యొక్క మితి ఖచ్చితత్వాన్ని తనిఖీ చేయవచ్చును.

(iii) వివిధ భౌతిక రాశుల మధ్య సంబంధాలను ఏర్పరచవచ్చును.

**(i) ఒక భౌతిక రాశిని ఒక పద్ధతిలోని ప్రమాణాల నుండి మరొక పద్ధతి ప్రమాణాలకు మార్చుట**

సంఖ్యా విలువ (n) మరియు సంబంధిత ప్రమాణాలు (u) ల లబ్ధము స్థిరము అనే దానిపై ఆధారపడి ఉంటుంది. అనగా, $n[u] =$ స్థిరాంకం (లేదా) $n_1[u_1] = n_2[u_2]$.

ఒక భౌతిక రాశి యొక్క ద్రవ్యరాశి '$a$' పొడవు '$b$' మరియు కాలము '$c$' గా పరిగణించండి. దీనికి ఒక పద్ధతలో ప్రాథమిక ప్రమాణాలు $M_1$, $L_1$ మరియు $T_1$ ఇంకో పద్ధతిలో $M_2$, $L_2$ మరియు $T_2$ వరుసగా అయిన దానిని క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును. $n_1 [M_1^a L_1^b T_1^c] = n_2 [M_2^a L_2^b T_2^c]$

ఈ విధముగా ఒక భౌతికరాశి యొక్క సంఖ్యా విలువలను ఒక పద్ధతిలోని ప్రమాణాల నుండి మరొక పద్ధతిలోని ప్రమాణాలకు మార్చవచ్చును.

### ఉదాహరణ 1.12

పాదరస పీడనం 76 cm అను మితి ప్రమాణాలను మార్చు పద్ధతి ద్వారా $Nm^{-2}$ లోకి మార్చండి.

**సాధన**

cgs పద్ధతిలో పాదరస పీడనం 76 cm $(p_1) = 76 \times 13.6 \times 980$ dyne $cm^{-2}$

SI పద్ధతిలో P యొక్క విలువ $(p_2) = ?$

పీడనానికి మితి = $[ML^{-1}T^{-2}]$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 32 11-07-2022 17:52:52

$$P_1\left[M_1^{\,a}L_1^{\,b}T_1^{\,c}\right]=P_2\left[M_2^{\,a}L_2^{\,b}T_2^{\,c}\right]$$

$$P_2=P_1\left[\frac{M_1}{M_2}\right]^a\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^b\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^c$$

$M_1 = 1g, M_2 = 1kg$

$L_1 = 1\ cm, L_2 = 1m$

$T_1 = 1\ s, T_2 = 1s$

కావున, a =1, b = -1, మరియు c = -2

అప్పుడు

$$P_2=76\times13.6\times980\left[\frac{1g}{1kg}\right]^1\left[\frac{1cm}{1m}\right]^{-1}\left[\frac{1s}{1s}\right]^{-2}$$

$$=76\times13.6\times980\left[\frac{10^{-3}kg}{1kg}\right]^1\left[\frac{10^{-2}m}{1m}\right]^{-1}\left[\frac{1s}{1s}\right]^{-2}$$

$$=76\times13.6\times980\times[10^{-3}]\times10^2$$

$$P_2=1.01\times10^5\ \mathrm{Nm^{-2}}$$

## ఉదాహరణ 1.13

SI పద్ధతిలో విశ్వ గురుత్వ స్థిరాంకం విలువ $6.6\text{x}10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$ అయిన CGS పద్ధతిలో దాని విలువ కనుగొనండి?

**సాధన**

SI పద్ధతిలో గురుత్వ స్థిరాంకాన్ని $G_{SI}$ మరియు cgs పద్ధతిలో $G_{cgs}$ అనుకొనిన, అపుడు

$$G_{SI}=6.6\times10^{-11}\mathrm{Nm^2kg^{-2}}$$

$G_{cgs}$=?

$$n_2=n_1\left[\frac{M_1}{M_2}\right]^a\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^b\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^c$$

$$G_{cgs}=G_{SI}\left[\frac{M_1}{M_2}\right]^a\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^b\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^c$$

$M_1 = 1\ kg \quad L_1 = 1m \quad T_1 = 1s$

$M_2 = 1\ g \quad L_2 = 1\ cm \quad T_2 = 1s$

G యొక్క మితి ఫార్ములా $M^{-1}L^3T^{-2}$

a = -1 b = 3 మరియు c = -2

$$G_{cgs}=6.6\times10^{-11}\left[\frac{1kg}{1g}\right]^{-1}\left[\frac{1m}{1cm}\right]^3\left[\frac{1s}{1s}\right]^{-2}$$

$$=6.6\times10^{-11}\left[\frac{1kg}{10^{-3}kg}\right]^{-1}\left[\frac{1m}{10^{-2}m}\right]^3\left[\frac{1s}{1s}\right]^{-2}$$

$$=6.6\times10^{-11}\times10^{-3}\text{x}\ 10^6\times1$$

$$G_{cgs}=6.6\times10^{-8}\ dyne\ \mathrm{cm^2}\ g^{-2}$$

### (ii) భౌతిక సమీకరణం యొక్క మితిని సరిచూచుట

చలన సమీకరణాన్ని $v = u + at$ అనుకొనిన

ఇరువైపులా మితి సూత్రాన్ని వ్రాయగా

$$[LT^{-1}] = [LT^{-1}] + [LT^{-2}]\,[T]$$

$$[LT^{-1}] = [LT^{-1}] + [LT^{-1}]$$

(ఒకే రకమైన మితులను కలిగిన రాశులను మాత్రమే చేర్చవచ్చును)

రెండు వైపులా ఒకే రకమైన మితులు ఉండడం చూశాము. కావున చలన సమీకరణం మితి పరంగా సత్యము.

## ఉదాహరణ 1.14

మితి విశ్లేషణా పద్ధతిని ఉపయోగించి $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ అను సమీకరణాన్ని సరిచూడండి.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 33 11-07-2022 17:52:56

**సాధన**

$\frac{1}{2}mv^2$కు మితి సూత్రాన్ని వ్రాయగా

$$\frac{1}{2}mv^2 = [M][LT^{-1}]^2 = [ML^2T^{-2}]$$

$mgh$ కు మితి సూత్రాన్ని వ్రాయగా

$$mgh = [M][LT^{-2}][L] = [ML^2T^{-2}]$$
$$[ML^2T^{-2}] = [ML^2T^{-2}]$$

ఇరువైపులా మితి ఒకే రకంగా ఉంది. కావున $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ సమీకరణం యొక్క మితి సత్యము.

**(iii) వేర్వేరు భౌతిక రాశుల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరచుట**

భౌతిక రాశి Q అనేది $Q_1$, $Q_2$ మరియు $Q_3$ రాశులపై ఆధారపడితే Q అనేది $Q_1$, $Q_2$ మరియు $Q_3$ లకు అనులోమాను పాతంలో ఉంటుంది.

అపుడు,

$$Q \propto Q_1^{\,a} Q_2^{\,b} Q_3^{\,c}$$
$$Q = k\, Q_1^{\,a} Q_2^{\,b} Q_3^{\,c}$$

ఇక్కడ k మితి లేని స్థిరాంకము Q, $Q_1$, $Q_2$ మరియు $Q_3$ మితులను ప్రతిక్షేపించగా అపుడు సజాతీయత సూత్రం ప్రకారం M, L, T ల యొక్క ఘాతాలు ఇరువైపులా సమాన మగును. దీని నుండి a, b, c విలువలు పొందవచ్చును.

## ఉదాహరణ 1.15

సామాన్య లోలకం యొక్క డోలనా వర్తన కాలం T కి సమీకరణాన్ని రాబట్టండి. డోలనా వర్తన కాలం T (i) గోళం ద్రవ్యరాశి '$m$' (ii) లోలకం యొక్క పొడవు '$l$' (iii) లోలకాన్ని వ్రేలాడదీసిన ప్రాంతం యొక్క గురుత్వత్వరణం మీద ఆధారపడును. ($k = 2\pi$)

**సాధన**

$$T \propto m^a l^b g^c$$
$$T = km^a l^b g^c$$

ఇక్కడ k మితిలేని స్థిరాంకం పై సమీకరణానికి మితులను వ్రాయగా

$$[T^1] = [M^a]\,[L^b]\,[LT^{-2}]^c$$
$$[M^0L^0T^1] = [M^a\, L^{b+c}\, T^{-2c}]$$

ఇరు వైపులా M, L మరియు T ల ఘాతాలను పోల్చగా a=0, b+c=0, -2c=1

a,b మరియు c లను సాధించగా $a = 0, b = 1/2$ మరియు $c = -1/2$ పై సమీకరణం నుండి

పై సమీకరణము నుండి $T = km^0\, \ell^{1/2} g^{-1/2}$

$$T = k\left(\frac{\ell}{g}\right)^{1/2} = k\sqrt{\ell/g}$$

ప్రయోగ పూర్వకంగా $k = 2\pi$, కావున $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$

**మితి విశ్లేషణ పరిమితులు (అవధులు)**

1. ఈ పద్ధతి ద్వారా సూత్రంలో గల 1, 2, ……..π, e (యూలర్ సంఖ్య) మొదలగు స్థిరాంకాలకు సంబంధించిన సమాచారాన్ని పొందలేము.
2. ఈ పద్ధతి ఇవ్వబడిన రాశి సదిశరాశి లేదా అదిశరాశి అనే దానిని నిర్ణయించదు.
3. ఈ పద్ధతి త్రికోణమితి, ఘాతాలు మరియు సంవర్గమాన ప్రమేయాల పై ఆధారపడే వాటి మధ్య సంబంధాలను రాబట్టడానికి అనువైనది కాదు.
4. ఈ పద్ధతి మూడు కంటే ఎక్కువ భౌతికరాశులు కలిగిన సమీకరణాలకు వర్తించదు.
5. ఇది భౌతిక సంబంధమును మితి పరంగా సరియైనది అన్నదానిని మాత్రమే సరిచూస్తుంది. అయితే వాటి మధ్య సంబంధమును సరిచూడదు. ఉదాహరణకు మితి విశ్లేషణను ఉపయోగించి $s = ut + \frac{1}{3}at^2$ మితి పరంగా సరియైనది. అయితే సరియైన సంబంధము $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ అగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 34 11-07-2022 17:52:57

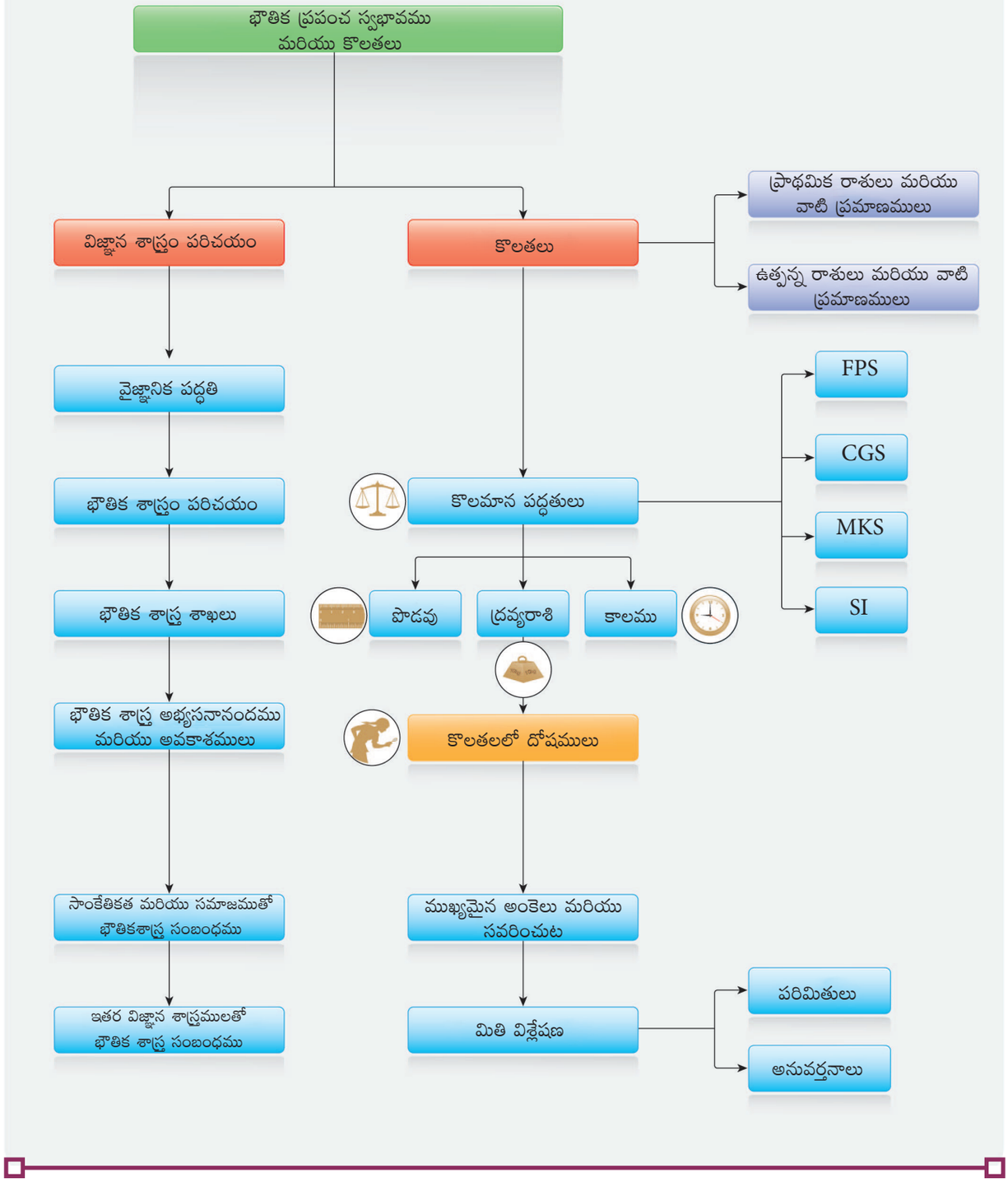
## సారాంశము

- భౌతిక శాస్త్రము అనునది ఒక ప్రాయోగిక విజ్ఞానము అగును. దీని కొలతలు ప్రమాణముల ద్వారా వివరించబడుచున్నది.
- అన్ని భౌతికరాశులు 'పరిమాణము' మరియు 'ప్రమాణము' లను కలిగియుండును.
- పొడవు, ద్రవ్యరాశి, కాలము, ఉష్ణోగ్రత, విద్యుత్ ప్రవాహము, పదార్థ మొత్తం మరియు కాంతి తీవ్రత యొక్క SI ప్రమాణములు వరుసగా మీటరు, కిలోగ్రాము, సెకండు, కెల్విన్, ఆంపియర్, మోల్ మరియు క్యాండెలా అగును.
- యాంత్రిక, విద్యుత్, అయస్కాంత మరియు ఉష్ణగతిక రాశుల ప్రమాణములు అన్నియు ప్రాథమిక ప్రమాణముల నుండే ఉత్పాదించబడ్డాయి.
- మిక్కిలి స్వల్ప దూరములను స్క్రూగేజి, వెర్నియర్ స్కేలు సహాయంతో కొలువవచ్చును.
- దృష్టి విక్షేపక పద్ధతి (Parallax), రేడార్ (RADAR) పద్ధతులను సుదూర కొలతలను కొలుచుటలో ఉపయోగిస్తారు.
- ఒక కొలతను కొలుచుటలో ఏర్పడు అనిశ్చిత స్థితినే 'దోషము' అంటారు. ఒక కొలమానము యొక్క యదార్థత అనునది ఒక రాశి యొక్క యదార్థ విలువకు ఎంతదగ్గరగా మనము కొలువ గలిగిన కొలత అగును. ప్రతి యదార్థ కొలత ఒక ఖచ్చితత్వమైనది. కాని ప్రతి ఖచ్చిత కొలత యదార్థమైనదిగా ఉండనవసరం లేదు.
- రెండు లేక అంతకు పైబడిన రాశుల కూడిక, తీసివేతల ద్వారా లభించు కొలత యొక్క యదార్థత అనునది వాటి యదార్థతల కనిష్ట కొలత అగును. రెండు లేక అంతకు పైబడిన రాశుల గుణకార లేక భాగహార ఫలితము యొక్క ప్రాముఖ్యమైన అంకెలు (significant figures) తీసుకొనబడిన కొలతల ప్రాముఖ్య అంకెల కనిష్ట విలువను పొందియుండవలయును.
- మితి విశ్లేషణ ద్వారా ఒక భౌతిక సమీకరణము యొక్క సార్థకతను సరిచూడవచ్చును. భౌతిక రాశుల కూడిక, తీసివేత లేక సమతుల్య పరచుటకు అవి ఒకే రకమైన మితులను కలిగియుండవలెను. మితుల ఆధారముగా సరిచూడబడిన సమీకరణము యదార్థ సమీకరణముగా ఉండక పోవచ్చును. కాని యదార్థ సమీకరణము మితుల పరంగా సరియైనదిగా ఉంటుంది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 35 11-07-2022 17:52:57

## భావనా చిత్రము






11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 36 11-07-2022 17:52:58

## I. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

**1.** ప్రాథమిక భౌతిక స్థిరాంకముల నుండి $\frac{hc}{G}$ అను సమీకరణము ఉత్పాదించబడినది. దీని ప్రమాణము

(అ) $kg^2$ (ఆ) $m^3$

(ఇ) $s^{-1}$ (ఈ) m

**2.** ఒక గోళము యొక్క వ్యాసార్ధము కొలుచుటలో ఏర్పడు దోషము 2% అయిన దాని ఘన పరిమాణమును నిర్ధారించుటలో ఏర్పడు దోష శాతము

(అ) 8% (ఆ) 2%

(ఇ) 4% (ఈ) 6%

**3.** ఒక డోలన లోలకము యొక్క పొడవు మరియు ఆవర్తన కాలముల దోషములు వరుసగా 1% మరియు 3% అయిన దాని గురుత్వ త్వరణము గణించుటలో ఏర్పడు దోషము ------

(అ) 4% [Related to AMPMT 2008]

(ఆ) 5%

(ఇ) 6%

(ఈ) 7%

**4.** ఒక వస్తువు యొక్క పొడవు 3.51 m గా కొలవబడినది. దాని ఖచితత్వము 0.01 m అయిన కొలుచుటలో ఏర్పడు దోష శాతము

(అ) 351% (ఆ) 1%

(ఇ) 0.28% (ఈ) 0.035%

**5.** క్రింది వాటిలో అధిక ముఖ్యమైన అంకెలను కలిగిన విలువ

(అ) $0.007\ m^2$

(ఆ) $2.64 \times 10^{24}$ kg

(ఇ) $0.0006032\ m^2$

(ఈ) 6.3200 J

**6.** If $\pi = 3.14$, అయిన $\pi^2$ విలువ

(అ) 9.8596 (ఆ) 9.860

(ఇ) 9.86 (ఈ) 9.9

**7.** 19.95 మూడు ప్రాముఖ్య అంకెలు గల సంఖ్య గా సవరించుము

(అ) 19.9 (ఆ) 20.0

(ఇ) 20.1 (ఈ) 19.5

**8.** క్రింది భౌతిక రాశుల జతలలో ఏది సమాన మితిలను కలిగినవి?

(అ) బలము మరియు సామర్థ్యము

(ఆ) టార్క్ మరియు శక్తి

(ఇ) టార్క్ మరియు సామర్థ్యము

(ఈ) బలము మరియు టార్క్

**9.** ప్లాంక్ స్థిరాంకము h యొక్క మితి ఫార్ములా [AMU, Main, JEE, NEET]

(అ) $[ML^2T^{-1}]$ (ఆ) $[ML^2T^{-3}]$

(ఇ) $[MLT^{-1}]$ (ఈ) $[ML^3T^{-3}]$

**10.** ఒక నిర్ణీత కాలము t వద్ద ఒక వస్తువు యొక్క వేగము $v$ ని $v = at + bt^2$ గా నిర్వర్తించబడినది. ఇందులో $b$ యొక్క మితి సూత్రము అనునది

(అ) [L] (ఆ) $[LT^{-1}]$

(ఇ) $[LT^{-2}]$ (ఈ) $[LT^{-3}]$

**11.** గురుత్వ స్థిరాంకము $G$ యొక్క మితి ఫార్ములా [Related to AIPMT 2004]

(అ) $[ML^3T^{-2}]$ (ఆ) $[M^{-1}L^3T^{-2}]$

(ఇ) $[M^{-1}L^{-3}T^{-2}]$ (ఈ) $[ML^{-3}T^2]$

**12.** CGS ప్రమాణ పద్ధతిలో ఒక పదార్థము యొక్క సాంద్రత 4 g $cm^{-3}$ మరొక ప్రమాణ పద్ధతిలో దాని పొడవు 10 cm మరియు ద్రవ్యరాశి 100 g అయిన, ఆ పదార్థము యొక్క సాంద్రత అనునది

(అ) 0.04 (ఆ) 0.4

(ఇ) 40 (ఈ) 400

**13.** బలము అనునది దిశావేగము యొక్క వర్గమునకు అనుపాతములో ఉన్నప్పుడు, అనుపాత



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 37 11-07-2022 17:52:58

స్థిరాంకము యొక్క మితి సూత్రము అనునది [JEE-2000]

(అ) $[MLT^0]$ (ఆ) $[MLT^{-1}]$

(ఇ) $[ML^{-2}T]$ (ఈ) $[ML^{-1}T^0]$

**14.** $\left(\mu_0\varepsilon_0\right)^{-\frac{1}{2}}$ యొక్క మితి ఫార్ములా [Main AIPMT 2011]

(అ) పొడవు (ఆ) కాలము

(ఇ) దిశావేగము (ఈ) బలము

**15.** ప్లాంక్ స్థిరాంకము (h) శూన్యములో కాంతి వేగము (c) మరియు న్యూటన్ గురుత్వ స్థిరాంకము (G) అను మూడింటిని ప్రాథమిక స్థిరాంకాలుగా తీసుకొనిన, ఈ క్రింది సమాసములలో ఏది పొడవు యొక్క మితి ఫార్ములాను కలిగియుండును. [NEET 2016 (phase II)]

(అ) $\frac{\sqrt{hG}}{c^{\frac{3}{2}}}$ (ఆ) $\frac{\sqrt{hG}}{c^{\frac{5}{2}}}$

(ఇ) $\sqrt{\frac{hc}{G}}$ (ఈ) $\sqrt{\frac{Gc}{h^{\frac{3}{2}}}}$

**జవాబులు:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) అ | 2) ఈ | 3) ఈ | 4) ఇ |
| 5) ఈ | 6) ఇ | 7) ఆ | 8) ఆ |
| 9) అ | 10) ఈ | 11) ఆ | 12) ఇ |
| 13) ఈ | 14) ఇ | 15) అ | |

## II. క్లుప్తముగా జవాబులిమ్ము

**1.** భౌతిక రాశుల యొక్క రకములను క్లుప్తముగా తెలుపుము.

**2.** దృష్టి విక్షేపణ పద్ధతి నుపయోగించి చంద్రుని యొక్క వ్యాసమును ఎట్లు కనుగొందువు?

**3.** ముఖ్యమైన అంకెలు (సార్థక సంఖ్యలు) ను లెక్కించు నియమాలను తెలుపుము.

**4.** మితి విశ్లేషణ యొక్క పరిమితులు (అవధులు) ఏవి?

**5.** ఖచ్చితత్వం మరియు యదార్థతను నిర్వచించి, ఒక ఉదాహరణతో వివరించుము.

## III. విపులముగా జవాబులిమ్ము

**1.** i) తక్కువ దూరములను కొలుచుటలో ఉపయోగించు స్క్రూగేజి మరియు వెర్నియర్ పరికరము గురించి వివరించుము.

ii) చాలా ఎక్కువ దూరములను కొలుచు త్రికోణమితి పద్ధతి మరియు రేడార్ పద్ధతి గురించి వివరించుము.

**2.** దోషములు యొక్క వేర్వేరు రకములను వివరించుము.

**3.** దోషాల వ్యాపనం అనగానేమి? దోషాల వ్యాపనం యొక్క కూడిక మరియు గుణకారమును వివరించుము.

**4.** క్రింది వాటిని గూర్చి లఘు పీఠిక వ్రాయుము

అ) ప్రమాణము

ఆ) సవరించడం

ఇ) మితిరహిత రాశులు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 38 11-07-2022 17:53:00

5. మితులు సజాతీయత యొక్క తత్వమును వివరించుము. వాటి ఉపయోగములు ఏవి? ఉదాహరణములను తెలుపుము.

## IV. సంఖ్యాపరమైన సమస్యలు

1. సోనార్ పరికరము అమర్చబడిన ఒక జలాంతర్గామి నుండి పంపబడిన సంజ్ఞా (pulse) 80 సెకనుల తరువాత శత్రు జలాంతర్గామి నుండి పరివర్తనము చెంది ప్రతిధ్వనిగా పొందబడినది. నీటిలో ధ్వని యొక్క వేగము 1460 $ms^{-1}$ అయిన, శత్రు జలాంతర్గామి ఉన్న దూరము ఎంత? జవాబు : 58.40 కి.మీ

2. ఒక వృత్తము యొక్క వ్యాసార్ధము 3.12 m అయిన, దాని వైశాల్యమును ప్రాముఖ్య అంకెలతో లెక్కించుము. జవాబు: (30.6 $m^2$)

3. కంపనము చెందు తీగ యొక్క పౌన:పున్యము($\gamma$) అనునది క్రింది వానిపై ఆధారపడియుండును. i) ప్రయోగించబడిన బలము (F) ii) పొడవు ($\ell$) iii) ఒక ప్రమాణ పొడవు నందు గల ద్రవ్యరాశి (m) మితి విశ్లేషణ మూలముగా పౌన:పున్యము $\gamma\alpha\frac{1}{l}\sqrt{\frac{F}{m}}$ అని నిరూపించుము (related to JIPMER 2001)

4. భూమి నుండి జూపిటర్ (గురు) గ్రహము యొక్క దూరము 824.7 మిలియన్ km దాని యొక్క కోణీయ వ్యాసము 35.72" అయిన జూపిటర్ యొక్క వ్యాసమును లెక్కించుము. జవాబు (1.428 × $10^5$ km)

5. ఒక సామాన్య లఘు లోలకము యొక్క కొలువబడిన పొడవు 20 cm మరియు 2 mm యదార్థ విలువను కలిగినది. 50 డోలనములు చేయడానికి తీసుకొనిన సమయము 40s మరియు 1s పృథ:క్కరణ సామర్థ్యము (resolution) అయిన, గురుత్వ త్వరణము 'g' ని లెక్కించుటలో ఏర్పడు ఖచ్చితత్వ శాతమును (accuracy percentage) లెక్కించుము. జవాబు: (6%)

## సూచన పుస్తకములు


1. Karen Cummings, Priscilla Laws, Edward Redish, Patrick Cooney, Understanding Physics, Wiley India Pvt LTd, 2nd Edition 2007.
2. Sears and Zemansky's, College Physics, Pearson Educatoin Ltd,10th Edition, 2016.
3. Halliday. D and Resnick.R, Physics. Part-I, Wiley Easter, New Delhi
4. Sanjay Moreshwar Wagh and Dilip Abasaheb Deshpande, Essentials of Physics Volume I, PHI learning Pvt Ltd, New Delhi. 2013.
5. James S. Walker , Physics, Addison-Wesley Publishers, 4th Edition





11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 39 11-07-2022 17:53:00

## అంతర్జాల కృత్యము

# స్క్రూగేజి మరియు వెర్నియర్ కాలిపర్

**కొలిచి – సంతోషించుము**

### సోపానములు :

- క్రింది ఇవ్వబడిన లింక్ లేదా QR కోడ్‌ను ఉపయోగించి అప్లికేషన్‌లోకి ప్రవేశించండి / యాక్సెస్ చేయండి.
- ఇవ్వబడిన వస్తువు యొక్క వ్యాసము, మందమును కొలుచుటకు వస్తువును స్క్రూ మరియు అన్విల్ మధ్య అమర్చవలెను. స్క్రూను సర్దుబాటు చేస్తూ వస్తువును సరిగ్గా అమర్చవలెను.
- జవాబు బటన్‌ను క్లిక్ చేసిన తరువాత కొలత ఫలితాన్ని చూపించే బాక్స్ మీకు వస్తుంది. మీరు కొలచిన విలువనుఅందులో ఇన్‌పుట్ / చేసి (Submit button) ను క్లిక్ చేయవలెను. మీకొలత విలువ సరిలేదా తప్పా అని సరిచూసుకొనవచ్చును.
- (Next) బటన్‌ను క్లిక్ చేసిన వేర్వేరు వ్యాసములను కొలవవచ్చును.

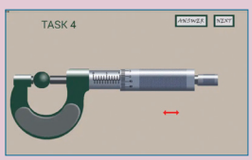
### సోపానములు :

- URL లింక్‌ను ఉపయోగించి వెర్నియర్ కాలిపర్స్ అనుకరణ పేజీని యాక్సెస్ చేయవలెను. అనుకరణను ప్రారంభించుటకు Play బటన్‌ను క్లిక్ చేయుము.
- ప్రమాణమును ఎంచుకొని, స్కేలుపైన ఉన్న dropdown నుండి శూన్యాంక దోషమును ఉంచవలెను.
- సెకండరీ స్కేలును క్లిక్ చేసి లాగి మరియు వాటి మధ్య నీలం రంగు వస్తువును ఉంచవలెను. కొలతను కనుగొని స్కేలుపైనున్న (answer box) లో ప్రవేశపెట్టవలెను.
- నీలి రంగు వస్తువు యొక్క అంచుని క్లిక్ చేసి లాగడం ద్వారా వస్తువు యొక్క పరిమాణాన్ని మార్చడం మరియు వెర్నియర్ కాలిపర్స్‌ను ఉపయోగించి కొలతను ప్రాక్టీస్ చేయండి.

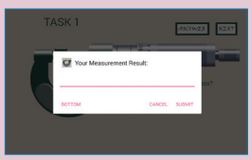
సోపానము 1



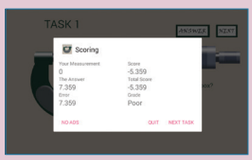

సోపానము 2




సోపానము 3



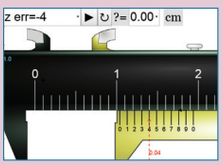

సోపానము 4



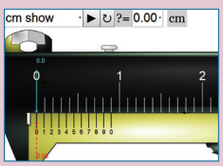

సోపానము 1



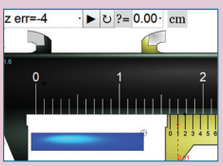

సోపానము 2




సోపానము 3




సోపానము 4




## Screw Gauge stimulation URL:

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.priantos.screwgaugegames&hl=en

## Vernier caliper stimulation URL:

http://iwant2study.org/ospsg/index.php/interactive-resources/physics/01-measurements/5-vernier-caliper#faqnoanchor

* Pictures are indicative only.

* If browser requires, allow **Flash Player** or **Java Script** to load the page.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_1.indd 40 11-07-2022 17:53:01

అధ్యాయము

# 2

# గతిజ శాస్త్రం (KINEMATICS)

ప్రకృతి యొక్క అన్ని నియమాలు గణిత భాషలో చెప్పబడియున్నవి. – గెలీలియో

## అభ్యసనా లక్ష్యములు

**ఈ అధ్యాయములో విద్యార్థి తెలుసుకోనున్నది**

- చలనములోని వివిధ రకాలు (సరళ రేఖ చలనం, భ్రమణ చలనం మరియు డోలన చలనం).
- వస్తువుల చలనమును వివరించుటలో సూచన చట్రం యొక్క పాత్ర.
- సదిశలు, అదిశలు మరియు వాటి ధర్మాలు
- భౌతిక శాస్త్రములో సదిశ మరియు అదిశ లబ్ధముల ముఖ్యత్వము
- అవకలనము మరియు సమాకలనముల పరిచయం
- స్థానభ్రంశము, పయనించిన దూరము మరియు కాలము ఆధారంగా వాటి నుండి ఏర్పడే మార్పుల వివరములు
- వేగము, దిశావేగము, త్వరణము మరియు వాటి మధ్య రేఖాచిత్ర వివరాలు.
- సాపేక్ష దిశావేగము
- ఏకరీతి త్వరణములో చలించే వస్తువుల చలన సమీకరణాలు.
- గురుత్వ బలము వలన వస్తువులో ఏర్పడే వివిధ చలనముల వివరాలు.
- రేడియన్ మరియు డిగ్రీ
- ఏకరీతి వృత్తాకార చలనం, అభికేంద్ర త్వరణం మరియు అపకేంద్ర బలము.

30WRJ

## 2.1 పరిచయము (INTRODUCTION)

భౌతిక శాస్త్రం అనునది ఒక ప్రయోగం ఆధారంగా ఉన్న విజ్ఞానం అగును. ఇది పరిశోధన మరియు గణితం అనే రెండు స్థూపాలపై ఆధార పడియున్నది. రెండు వేల మూడు వందల సంవత్సరాలకు ముందుగానే గ్రీకు రచయిత ఎరటోస్థినిస్ (Eratosthenes) అనునతడు భూమి యొక్క వ్యాసార్ధమును కనుగొనెను. తరువాత 20 వ శతాబ్దం ప్రారంభములో పరమాణువు యొక్క పరిమాణం కనుగొనబడినది. భౌతిక శాస్త్రములో చలనము అనునది ముఖ్య అంశముగా ఉన్నది. కేంద్రక కణాల చలనము నుండి విశ్వములో గల గ్రహాల చలనము వరకు అన్ని స్థితులలోను చలనములోనే ఉన్నవి. అనగా పూర్తి ప్రపంచమే వివిధ రకాల చలనముల వ్యవస్థగా ఉన్నది. ఈ వివిధ రకాల చలనముల గురించి గణిత భాషలో వివరించబడియున్నది.

వస్తువు ఎలా చలిస్తున్నది? ఎంత వేగముగా లేదా నిదానముగా చలిస్తున్నది? ఉదాహరణకు 10 మంది క్రీడాకారులు ఒక పరుగు పందెములో పరిగెడితే వాళ్ళందరు ఒకే వేగములో పరిగెత్తరు. వారు వేగాన్ని సాధారణంగా మనము ఉపయోగించే అతి వేగంగా, వేగంగా, నిదానంగా, చాలా నిదానంగా అనే పదాల ద్వారా కొలవడం వీలుకాదు. కొలత అనునది ప్రతియొక్క క్రీడాకారుని వేగానికి సంఖ్యలను తెలిపి, ఆ సంఖ్యలను పోల్చడం ద్వారా ఒక క్రీడాకారుని పరుగును మరొక క్రీడాకారుని పరుగుతో పోల్చుటకు వీలగును.

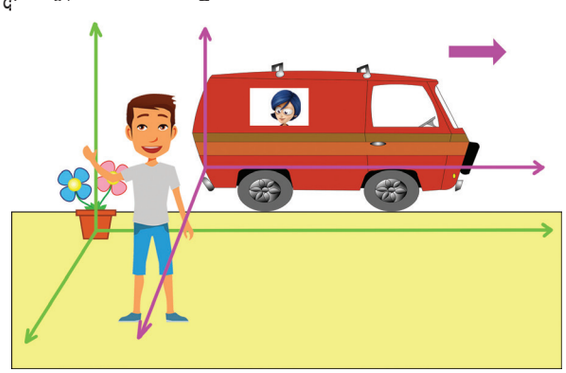


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 41 26/04/2022 12:52:47

ఈ అధ్యాయములో చలనము యొక్క పరిమాణం మరియు దిశ ఆధారముగా తెలుసుకొనుటకు గణిత పద్ధతిలో వివరించబడియున్నది. చలనములో ఏర్పడే బలమును భావనగా తీసుకొనకుండా చలనమును గూర్చి మాత్రం తెలుపుటను గతిజశాస్త్రం (Kinematics) అగును. కైనమ (kinema) అనే గ్రీకు పదము యొక్క అర్థము చలనము అగును.

## 2.2 నిశ్చలం మరియు చలనమును గూర్చిన వ్యాఖ్య (CONCEPT OF REST AND MOTION)

నిశ్చలం మరియు చలనమును గూర్చి క్రింది వివరముల ద్వారా తెలుసుకోవచ్చును. (పటము 2.1) పయనించే బస్సు లోపల కూర్చుని ఉన్న ఒక వ్యక్తి, వారు ప్రక్కన కూర్చుని ఉన్న వారి ఆధారంగా నిశ్చల స్థితిలోను, బస్సుకు వెలుపల నిలిచి ఉన్న వారి ఆధారంగా చలన స్థితిలోను ఉన్నారు. నిశ్చల స్థితి మరియు చలన స్థితి అనునది సూచన చట్రం ఆధారంగా మార్పు చెందును. నిశ్చల మరియు చలనం గూర్చిన అవగాహనకు, మనకు తగిన స్థిరత్వ సూచన చట్రం అవసరం.

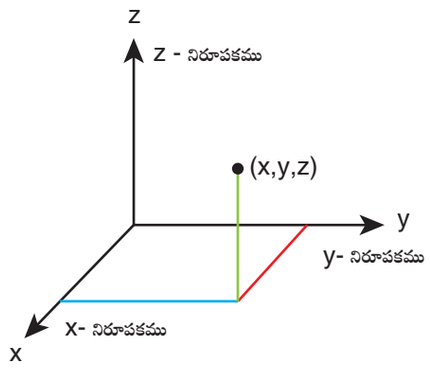


**పటము 2.1** సూచన చట్రం

### సూచన చట్రం (Frame of Reference):

ఏ ఒక కార్టీషియన్ నిరూపక ఆధారంగా వస్తువు స్థితి గుర్తించబడియున్నదో, ఆ కార్టీషియన్ నిరూపకాలను సూచక చట్రం అని అందురు.

a నిర్ణీత కాలములో వస్తువు యొక్క స్థితిని వివరించుటకు ఉపయోగపడే కార్టీషియన్ నిరూపకాలు (x, y, z) (అనగా x, y, మరియు z అక్షములో వస్తువు యొక్క దూరం) గల సూచన చట్రమును కార్టీషియన్ నిరూపకాల వ్యవస్థ అని అందురు. ఇది పటము 2.2 లో చూపబడియున్నది

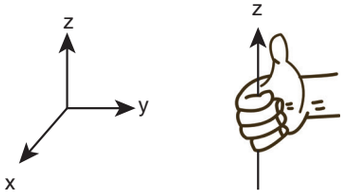



**పటము 2.2** కార్టీషియన్ నిరూపకాల వ్యవస్థ

వ్యవస్థ *x, y* మరియు *z* అక్షములు వరుసగా గడియారపు సూచిక భ్రమించే దిశకు వ్యతిరేఖ దిశలో ఉన్నట్టు గీయబడును అని గుర్తించవలెను మరియు వాటిని సవ్య కార్టీషియన్ నిరూపకాలు అని చెప్పవచ్చును వివిధ కార్టీషియన్ నిరూపకాలు భౌతిక శాస్త్రములో ఉన్నప్పటికి మనము సవ్య కార్టీషియన్ నిరూపకాలను మాత్రమే ఉపయోగిస్తాం. సవ్య కార్టీషియన్ నిరూపకాలను పటము 2.3 లో చూడగలము.

**సవ్య కార్టీషియన్ నిరూపకాలు**

మీ కుడి చేతి యొక్క వ్రేలును ధనాత్మక x- అక్ష దిశలో ఉంచి, వాటిని y- అక్ష దిశలో భ్రమిస్తే మీ బొటన వ్రేలు ధనాత్మక z- అక్ష దిశను చూపించును.

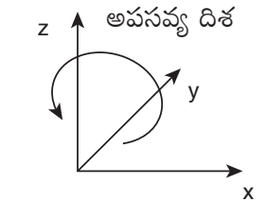



**పటము 2.3** సవ్య కార్టీషియన్ నిరూపకాలు

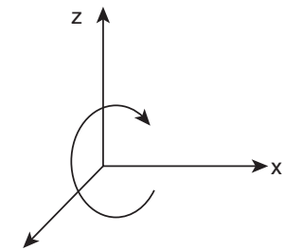
క్రింది పటము 2.4 సవ్య మరియు అపసవ్య కార్టీషియన్ నిరూపకాల బేధాలను చూపిస్తున్నది.



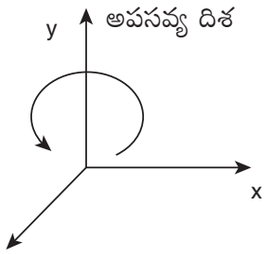
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 42 26/04/2022 12:52:48



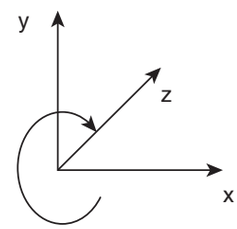
కుడిచేతి వైపు, z పై వైపు



ఎడమ చేతి వైపు, z పై వైపు



కుడిచేతి వైపు, y పై వైపు



ఎడమ చేతి వైపు, y పై వైపు

**పటము 2.4** సవ్య మరియు అపసవ్య కార్టీషియన్ నిరూపకాలు

## బిందు ద్రవ్యరాశి (Point mass)

ఒక నిర్ణీత ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు యొక్క చలనమును వివరించుటకు, బిందు ద్రవ్యరాశి అనే పదము అవసరమగును. బిందు ద్రవ్యరాశి అనే భావన ఉపయోగకరముగా ఉండును. వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి పూర్తిగా ఒక నిర్ణీత బిందువులో మిళితమై ఉంటే బిందువుని బిందు ద్రవ్యరాశి అని అందురు. బిందు ద్రవ్యరాశికి రూపము మరియు వ్యవస్థ లేదు. గణిత శాస్త్ర నియమము ప్రకారం బిందు ద్రవ్యరాశి అనునది శూన్య పరిమాణము కలది, కాని ఒక నిర్ణీత ద్రవ్యరాశి ఉండును. అయినప్పటికీ బిందు ద్రవ్యరాశి అనునది వాడుకలో సాధ్యము కాదు. కొన్ని సందర్భాలలో ఈ భావన ద్వారా మనం లెక్కించుటకు సులభముగా ఉండును. బిందు ద్రవ్యరాశి అనునది మనము గణించే వస్తువు యొక్క చలనం మరియు వస్తువుతో చలించే సూచన చట్రం మీద ఆధారపడి ఉంటే మాత్రమే అర్థవంతమైనది.

**ఉదాహరణలు:**

- సూర్యుని ఆధారముగా భూమి యొక్క చలనమును గణించినపుడు, భూమిని ఒక బిందు ద్రవ్యరాశిగా అనుకొనవలెను. ఎందుకనగా భూమి పరిమాణములో పోల్చినప్పుడు భూమికి సూర్యునికి మధ్య గల దూరము చాలా ఎక్కువ.
- గాలిలో విసిరేసిన చిన్న రాయి లాంటి నిర్ణీత ఆకారములేని వస్తువు యొక్క చలనమును గణించుటకు ఆ రాయిని ఒక బిందు ద్రవ్యరాశిగా ఊహించుకొనవలెను. ఎందుకనగా రాయి పయనించిన దూరముతో పోల్చినపుడు రాయి యొక్క పరిమాణము చాలా తక్కువ.

## చలనముల రకములు: (Types of motion)

మన నిత్యజీవితములో క్రింది చలనాలను చూడవచ్చును.

### అ) సరళరేఖ మార్గ చలనం:

ఒక వస్తువు సరళరేఖ మార్గంలో చలిస్తే అది సరళరేఖ మార్గ చలనము అనబడును.

**ఉదాహరణలు:**

- సమాంతర దారిలో పరిగెత్తే క్రీడాకారుడు.
- భూమి వైపు పడే వస్తువు

### ఆ) వృత్తాకార చలనం

వృత్తాకార కక్ష్యలో చలించే వస్తువు యొక్క చలనమును వృత్తాకార చలనము అని అందురు.

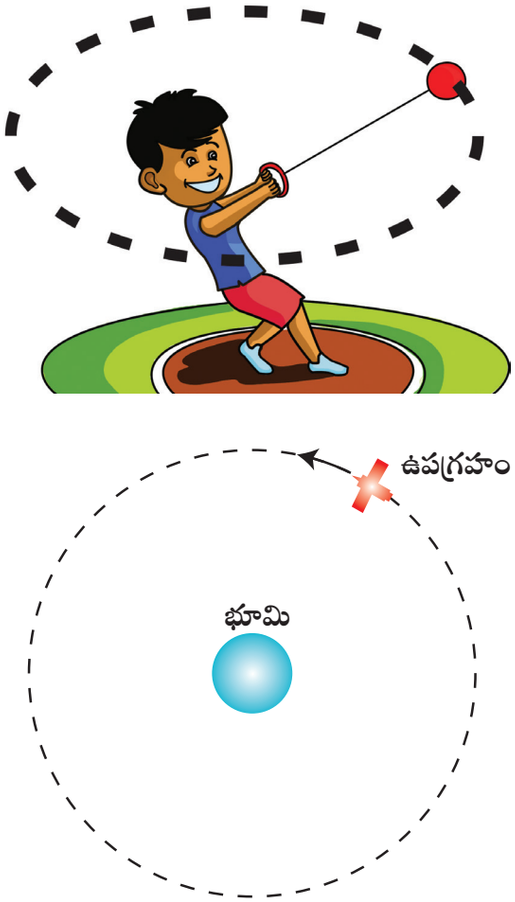
**ఉదాహరణలు**

- దారముతో కట్టబడి భ్రమించిన రాయి
- భూమిని చుట్టే ఉపగ్రహముల చలనం.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 43 26/04/2022 12:52:48

ఇవి పటము 2.5 లో చూపబడియున్నవి.




**పటము 2.5** వృత్తాకార చలనమునకు ఉదాహరణములు.

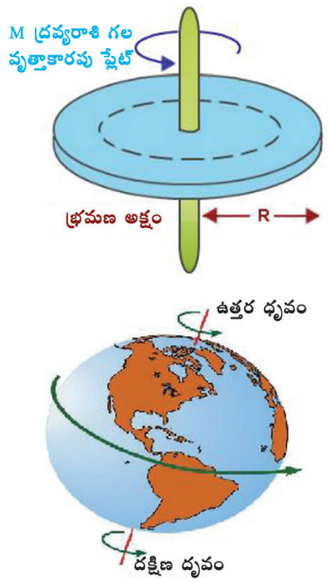
### ii) భ్రమణ చలనం: (Rotational motion)

ఏ ఒక ధృడ వస్తువు ఒక అక్షము ఆధారముగా భ్రమణము చెందునో, ఆ చలనమును భ్రమణ చలనం అందురు. ఆ భ్రమణము నందు ధృడ వస్తువులో నున్న ఏ బిందువుకైనా ఆ అక్షము ఆధారంగా వృత్తాకార చలనమును పొందును. (భ్రమణ అక్షములో నున్న బిందువును తప్ప).

**ఉదాహరణలు:**

- అక్షము ఆధారంగా భ్రమించే వృత్తాకార ప్లేట్
- అక్షము ఆధారంగా తనకు తానే భ్రమించే భూమి

వీటిని పటము 2.6 లో చూపబడియున్నది.




**పటము 2.6** భ్రమణ చలనాలకు ఉదాహరణలు.

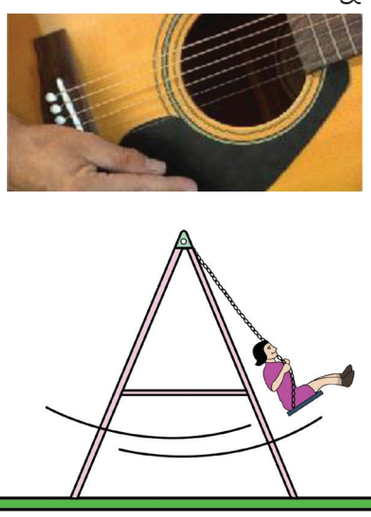
### iii) కంపన చలనం:

ఒక వస్తువు స్థిరమైన ఒక బిందువు ఆధారంగా ముందుకు వెనకకు చలనములో ఉంటే, అది కంపన చలనం అగును. కొన్ని సందర్భాలలో ఈ చలనమును డోలన చలనము అని కూడా అందురు.

**ఉదాహరణములు:**

- గిటార్‌లో (Guitar) ఉన్న కంపించే తీగలు
- ఉయ్యాలలోని చలనం.

ఇది పటము 2.7 లో చూపబడియున్నది.



**పటము 2.7** కంపన చలనమునకు ఉదాహరణములు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 44 26/04/2022 12:52:49

పైన చెప్పబడిన చలనాలు కాకుండా దీర్ఘ వృత్తాకార చలనం మరియు సోలెనోయిడ్ చలనము అనే వివిధ చలనాలు గలవు.

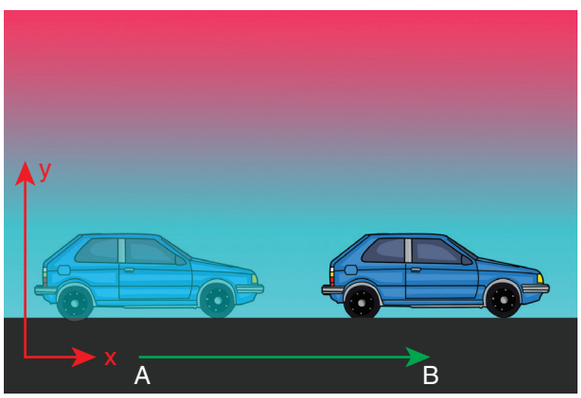
**ఏకమితీయ ద్విమితీయ మరియు త్రిమితీయ చలనం:**

అంతరిక్షములో (space) ఉన్న కణము యొక్క స్థితిని x, y మరియు z అనే లంబ నిరూపకాల ఆధారంగా నిర్ణయం చేయబడియున్నది అని అనుకొందుము. ఈ నిరూపకాల సంఖ్యలు కాలము ఆధారంగా మార్పు చెందినపుడు, కణం చలనములో ఉన్నదని చెప్పవచ్చును. అయినప్పటికీ, ఈ మూడు నిరూపకాల అక్షాంశాల సంఖ్యలు కాలం ఆధారంగా మార్పు చెందవలసిన అవసరం లేదు. ఏదైనా ఒకటి లేదా రెండు నిరూపకాల అక్షాంశాల సంఖ్యలు కాలము ఆధారంగా మార్పు చెందినప్పటికి, కణము చలనములోనే ఉన్నదని చెప్పవచ్చును. కావున వస్తువు యొక్క చలనమును క్రింది విధంగా వర్గీకరించవచ్చును.

**(i) ఏకమితీయ చలనం**

ఒక కణము సరళరేఖ మార్గములో చలిస్తే ఆ చలనాన్ని ఏకమితి చలనం అని అందురు. దీనిని సరళమార్గ చలనం (Rectilinear / Linear motion) అని కూడా అందురు. ఈ చలనములో మూడు లంబ నిరూపక అక్షములో ఏదైనా ఒక నిరూపక అక్షం మాత్రం కాలాన్ని ఆధారంగా చేసుకొని మార్పు చెందును.

ఉదాహరణకు, A బిందువు నుండి B బిందువుకు ఒక వస్తువు $x$ దిశలో చలిస్తున్నది (పటము 2.8 లో చూపబడియున్నది) ఇచ్చట $x$ నిరూపక అక్షంలో మాత్రమే మార్పు ఏర్పరచినది అని గమనించవలెను.



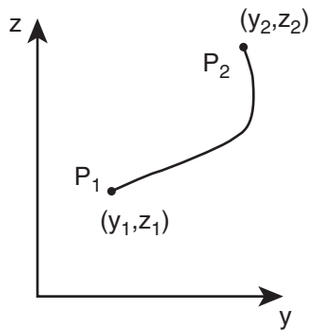

**పటము 2.8** వస్తువు యొక్క ఏకమితి చలనం

**ఉదాహరణములు:**

- రైలు పట్టాలు పయనించే రైలు బండి.
- గురుత్వ బలము వలన తనంతట తానే క్రిందపడే వస్తువు

**(ii) ద్విమితీయ చలనం:**

ఒక తలములో వక్ర కక్ష్యలో చలించే కణము యొక్క చలనమును ద్విమితీయ చలనం అని చెప్పవచ్చును. ఈ చలనం నందు మూడు లంబ నిరూపక అక్షాలలో రెండు నిరూపక అక్షాలు మాత్రమే కాలము ఆధారంగా మార్పు చెందును. అనగా ఒక కణము $y-z$ తలములో చలించినపుడు x అక్షము సంఖ్యలో ఏ విధ మార్పు ఉండదు. కాని $y$ మరియు $z$ నిరూపక అక్ష సంఖ్యలో మార్పు ఏర్పడును. ఇది పటము 2.9 లో చూపబడియున్నది.




**పటము 2.9** ద్విమితీయ చలనములో గల వస్తువు

**ఉదాహరణలు**

- కేరమ్ (carrom board) పలకలో చలించే స్ట్రైకర్
- గదిలో ఉన్న గోడమీద ప్రాకు కీటకములు

**(iii) త్రిమితీయ చలనం**

త్రిమితీయ అంతరాళములో చలించే కణము యొక్క చలనాన్ని త్రిమితీయ చలనం అందురు. ఈ చలనములో మూడు నిరూపకాల అక్షాంశాలు కాలము ఆధారంగా మార్పు చెందును. క్షణము యొక్క త్రిమితీయ చలనములో $x$, $y$ మరియు $z$ నిరూపకాలు మార్పు చెందును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 45 26/04/2022 12:52:49

**ఉదాహరణలు**

- ఆకాశంలో ఎగిరే పక్షి
- ఏక రహిత పద్ధతిలో చలించే వాయు అణువు
- ఆకాశంలో ఎగిరే గాలిపటం.

## 2.3 సదిశరాశి గురించిన ప్రథమ వ్యాఖ్యలు (ELEMENTARY CONCEPTS OF VECTOR ALGEBRA)

భౌతిక శాస్త్రములో కొన్ని కొలతలు మాత్రమే పరిమాణ విలువను పొందియున్నది మరికొన్ని కొలతలు పరిమాణము మరియు దిశ అనే రెండునూ పొందియుండును. ఈ భౌతిక కొలతల అవగాహనకు సదిశ మరియు అదిశ రాశుల ధర్మాల గురించి తెలుసుకోవడం అవసరము.

**అదిశరాశి:**

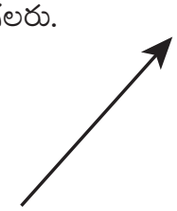
పరిమాణములో మాత్రమే గుర్తింపబడే కొలతలను అదిశరాశి అని అందురు. భౌతిక శాస్త్రములో వివిధ కొలతలు అదిశరాశితో చూపబడుతున్నది.

**ఉదాహరణలు:**

పయనించిన దూరము, ద్రవ్యరాశి, ఉష్ణోగ్రత, వేగము మరియు సామర్థ్యము.

**సదిశరాశి:**

పరిమాణము మరియు దిశ అనే రెండిటితో తెలుపబడే కొలతలను సదిశరాశి అని అందురు. గణిత శాస్త్ర పద్ధతిలో సదిశరాశి అనునది ఒక నిర్ణీత దిశను చూపించే రేఖ (బాణపు గుర్తు) అగును. ఇది 2.10 పటములో చూపబడియున్నది. భౌతిక శాస్త్రములో కొన్ని కొలతలు సదిశ రాశులలో మాత్రమే గుర్తింపగలరు.



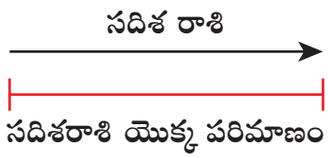
పటము 2.10 జ్యామితీయ పద్ధతిలో సదిశరాశిని గుర్తించుట

**ఉదాహరణలు:**

బలము, దిశావేగము, స్థానభ్రంశము, త్వరణము, ద్రవ్యవేగము, కోణీయ ద్రవ్యవేగము మరియు స్థాన సదిశరాశి.

### 2.3.1 సదిశరాశి యొక్క పరిమాణము (Magnitude of a Vector)

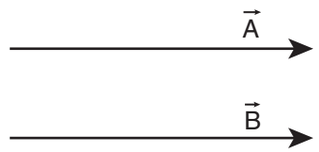
ఒక సదిశరాశి పొడవు దాని పరిమాణం అగును. ఇది ఎల్లప్పుడూ ధనాత్మక విలువను పొందియుండును. కొన్ని సందర్భాలలో అదిశరాశి పరిమాణమును సదిశరాశి నాణ్యత (Norm of the vector) అని అందురు. $\vec{A}$ అనే సదిశరాశి పరిమాణమును $|\vec{A}|$ లేదా '$A$' అని తెలుపుతారు (పటము 2.11)




పటము 2.11 సదిశరాశి యొక్క పరిమాణం

### 2.3.2 సదిశరాశుల రకాలు (Different types of Vectors)

1. **సమాన సదిశరాశులు:** $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశరాశులు ఒకే పరిమాణ విలువలను ఒకే దిశలోను ఉంటూ ఒకే భౌతిక కొలతను గుర్తిస్తే ఆ సదిరాశులను సమాన సదిశలు అందురు. (పటము 2.12)



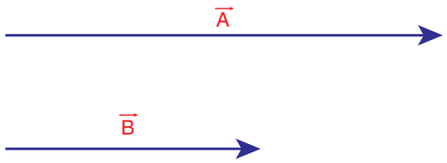

పటము 2.12 గణిత శాస్త్ర పద్ధతిలో సమాన సదిశ రాశులు

(అ) **ఏకరేఖ సదిశ రాశులు:** ఒకే రేఖ గుండా చలించే సదిశ రాశులను ఒకే రేఖ సదిశ రాశులు అని అందురు. ఆ సదిశ రాశుల మధ్య కోణము $0^\circ$ లేదా $180^\circ$ అగును. ఒకే రేఖ సదిశ రాశులు రెండు రకాలగును.

(i) **సమాంతర సదిశ రాశులు:** $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశరాశులు, ఒకే దిశలోనూ సమాంతర రేఖల గుండా చలిస్తే వాటిని సమాంతర సదిశరాశులు అందురు. సమాంతర రేఖల గుండా చలించడం వలన వాటి మధ్య కోణము $0^0$ అగును (పటము 2.13)

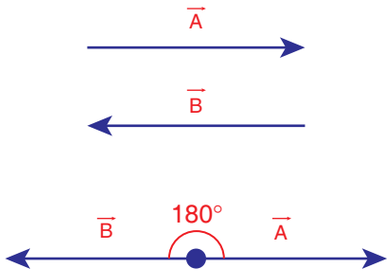


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 46 26/04/2022 12:52:50




**పటము 2.13 గణితశాస్త్ర పద్ధతిలో సమాంతర సదిశరాశులు**

**(ii) వ్యతిరేక సమాంతర సదిశ రాశులు:** $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశ రాశులు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖ దిశలో ఉంటూ ఒకే రేఖా లేదా సమాంతర రేఖ గుండా చలిస్తే వాటిని వ్యతిరేఖ సమాంతర సదిశ రాశులు అని అందురు. (పటము 2.14)



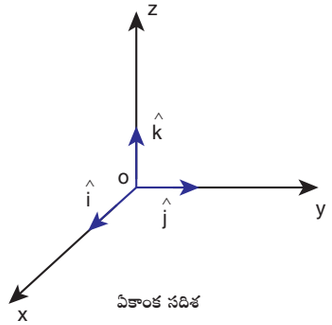

**పటము 2.14 గణితశాస్త్ర పద్ధతిలో వ్యతిరేఖ సమాంతర సదిశ రాశులు**

**2. ఏకాంక అదిశరాశి:** ఒక సదిశరాశిని దాని పరిమాణ విలువలో భాగిస్తే మనకు ఏకాంక సదిశరాశి వచ్చును. $\vec{A}$ అనే సదిశరాశి యొక్క ఏకాంక సదిశరాశిని $\hat{A}$ అని గుర్తిస్తారు. (A కేప్ లేదా A హేట్ అని చదవాలి) దీని పరిమాణం విలువ 1 లేదా ఏకాంకము అగును.

$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{A}$ కావున $\vec{A} = A\hat{A}$ అని చెప్పవచ్చును.

కావున ఏకాంక సదిశరాశి అనునది సదిశరాశి యొక్క దిశను మాత్రమే గుర్తిస్తున్నది.

**3) లంబ ఏకాంక సదిశ రాశులు:** మూడు ఏకాంక సదిశ రాశులు $\hat{i}, \hat{j}$ మరియు $\hat{k}$ అని అనుకొనుము. ఈ మూడు ఏకాంక సదిశ రాశులు $x$, $y$ మరియు $z$ అక్షములో ధనాత్మక దిశను గుర్తిస్తున్నది. వీటిలో ఏ రెండూ ఏకాంక సదిశరాశులకు మధ్య గల కోణము 90° అగును. ఈ విధముగా ఒకదానికొకటి లంబముగా చలించే ఏకాంక సదిశ రాశులకు లంబ ఏకాంక సదిశరాశులు అని పేరు. ఇచ్చట $\hat{i}, \hat{j}$ మరియు $\hat{k}$ అనునది లంబ ఏకాంక సదిశ రాశులను గుర్తిస్తున్నది. ఇది పటము 2.15 లో చూపబడియున్నది.



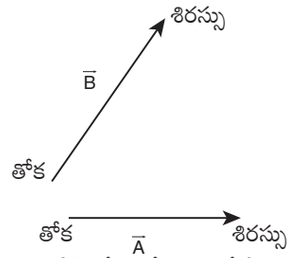

**పటము 2.15 లంబ ఏకాంక సదిశ రాశులు**

## 2.3.3 సదిశ రాశుల కూడిక (Addition of Vectors)

పరిమాణము మరియు దిశ అనే రెండునూ సదిశ రాశులు పొందియుండడం వలన సాధారణంగా గణిత కూడిక శాస్త్రము ప్రకారం లెక్కించలేము కావున, సదిశరాశులను నిరూపక జ్యామితి లేదా విభజించే పద్ధతిలో కొన్ని నియమాలను ఉపయోగించి కూడవలెను. ఈ పద్ధతికి సదిశరాశి బీజ గణితము అని పేరు. ఒకదానికొకటి వాలు స్థితిలో ఉన్న రెండు సదిశరాశుల కూడిక ఫలితాన్ని 1. సదిశరాశుల త్రిభుజ కూడిక నియమము 2.సదిశ రాశుల సమాంతర చతుర్భుజ నియమము అనే రెండు నియమాలను ఉపయోగించి కనుగొనవచ్చును.

**సదిశరాశుల త్రిభుజ నియమము**

పటము 2.16 లో చూపినట్లు $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ రెండు సదిశరాశుల ఫలితమును సదిశరాశుల త్రిభుజ కూడిక నియమము ద్వారా లెక్కించవచ్చును.

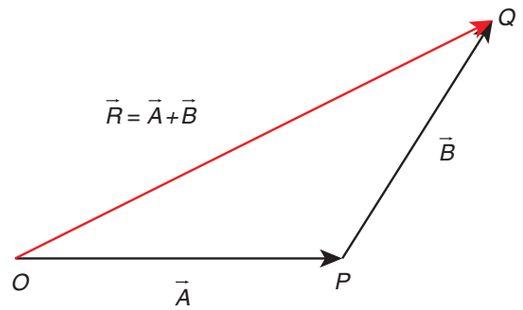



**పటము 2.16 సదిశరాశుల శిరస్సు మరియు తోక భాగములు**



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 47 26/04/2022 12:52:51

రెండు సదిశరాశుల ఫలితమును, సదిశరాశుల త్రిభుజ నియమం ఉపయోగించి క్రింది విధముగా కనుగొనవచ్చును. $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు శూన్యములోని సదిశరాశులు వరుసగా ఒక త్రిభుజము యొక్క ఆసన్న (ప్రక్క ప్రక్క) భుజాలుగా ఊహిస్తే, వాటి ఫలితము, వ్యతిరేఖ వరుసలో తీసుకొన్న ఆ త్రిభుజము యొక్క మూడవ భుజముగా గుర్తింపబడును. ఇది పటము 2.17 లో చూపబడియున్నది.




**పటము 2.17** ఫలిత త్రిభుజనియమము

వివరము: $\vec{A}$ సదిశరాశి యొక్క శీర్ష భాగమును $\vec{B}$ సదిశరాశి యొక్క తోక భాగములో కలుపబడియున్నది. $\vec{A}$ సదిశరాశి మరియు $\vec{B}$ సదిశ రాశుల మధ్యగల కోణము θ అనుకొనుము. $\vec{A}$ సదిశరాశి యొక్క తోక భాగమును $\vec{B}$ యొక్క శీర్ష భాగములో కలిపితే ఫలిత సదిశరాశి $\vec{R}$ వచ్చును. జ్యామితి పద్ధతిలో ఫలిత సదిశరాశి $\vec{R}$ యొక్క పరిమాణము దాని పొడవు OQ కు సమానం. మరియు ఫలిత సదిశరాశి $\vec{R}, \vec{A}$ సదిశరాశి మధ్య గల కోణము ఫలిత సదిశరాశుల దిశను సూచించును. కావున $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}$ అని వ్రాయవచ్చును.

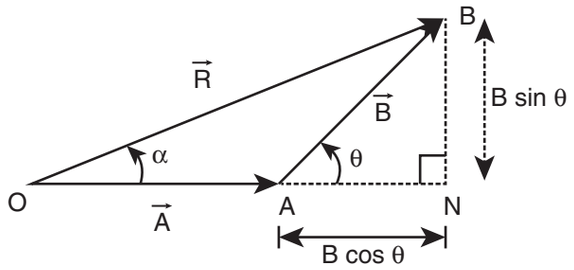
ఎందుకనగా

$$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PQ}$$

**(1) ఫలిత సదిశరాశి పరిమాణం విలువ:**

ఫలిత సదిశరాశి పరిమాణం మరియు దిశ క్రింది విధముగా కనుగొనబడును.

పటం 2.18 లో ABN ను లంబకోణ త్రిభుజం అనుకొందాం. పటంలో OA అనే భుజమును ON పొడుగించడం ద్వారా ABN అనే లంబకోణ త్రిభుజంను పొందవచ్చును.




**పటము 2.18 సదిశరాశుల త్రిభుజ అదనపు నియమం ప్రకారం ఫలిత సదిశరాశి యొక్క పరిమాణం మరియు దిశ**

$$\cos\theta=\frac{AN}{B}\therefore AN=B\cos\theta \text{ and}$$

$$\sin\theta=\frac{BN}{B}\ \therefore BN=B\sin\theta$$

$\Delta OBN$ లో $OB^2=ON^2+BN^2$

$$\Rightarrow R^2=(A+B\cos\theta)^2+(B\ \sin\theta)^2$$

$$\Rightarrow R^2=A^2+B^2\cos^2\theta+2AB\cos\theta+B^2\sin^2\theta$$

$$\Rightarrow R^2=A^2+B^2\left(cos^2\theta+sin^2\theta\right)+2AB\cos\theta$$

$$\Rightarrow R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}$$

పై సమీకరణం $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ సదిశరాశుల ఫలిత సదిశ పరిమాణం విలువను చూపును.

**(2) ఫలిత సదిశరాశి యొక్క దిశ:** $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ సదిశరాశుల మధ్య గల కోణం θ అయితే

$$\left|\vec{A}+\vec{B}\right|=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}\quad (2.1)$$

$\vec{R}$ సదిశ $\vec{A}$ సదిశరాశితో ఏర్పరిచే కోణం α అయితే ΔOBN లో,

$$\tan\alpha=\frac{BN}{ON}=\frac{BN}{OA+AN}$$

$$\tan\alpha=\frac{B\sin\theta}{A+B\cos\theta}$$

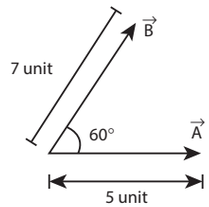
$$\Rightarrow\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{B\sin\theta}{A+B\cos\theta}\right)$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 48 26/04/2022 12:52:55

## ఉదాహరణ 2.1

$\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశరాశులు ఒకదానికొకటి $60°$ కోణంతో ఉన్నది. వాటి పరిమాణ విలువలు వరుసగా 5 యూనిట్‌లు మరియు 7 యూనిట్‌లు అగును. ఫలిత సదిశరాశి యొక్క పరిమాణం మరియు $\vec{A}$ ఆధారంగా ఫలిత సదిశరాశి యొక్క దిశలను కనుగొనుము?

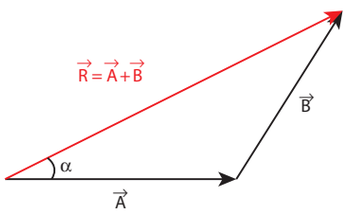



### సాధన

సదిశరాశి త్రిభుజ నియమం ప్రకారం ఫలిత సదిశ.

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

క్రింది పటం సదిశరాశుల కూడికను ఏ విధంగా త్రిభుజ నియమం ఆధారంగా కనగొనవచ్చును అని వివరిస్తున్నది.




ఫలిత సదిశరాశి యొక్క $\vec{R}$ పరిమాణం

$$R = |\vec{R}| = \sqrt{5^2 + 7^2 + 2 \times 5 \times 7 \cos 60^\circ}$$

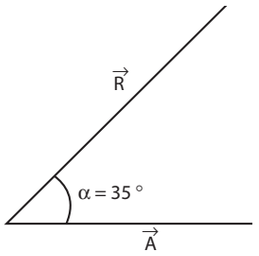
$$R = \sqrt{25 + 49 + \frac{70 \times 1}{2}} = \sqrt{109} \text{ యూనిట్}$$

$\vec{R}$ మరియు $\vec{A}$ మధ్య గల కోణం $\alpha$ (ఫలిత సదిశ దిశ) ను క్రింది విధంగా లెక్కించవచ్చును.

$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta} \qquad (2.2)$$

$$\tan\alpha = \frac{7 \times \sin 60^\circ}{5 + 7\cos 60^\circ} = \frac{7\sqrt{3}}{10 + 7} = \frac{7\sqrt{3}}{17} \cong 0.713$$

$$\therefore \alpha \cong 35^\circ$$



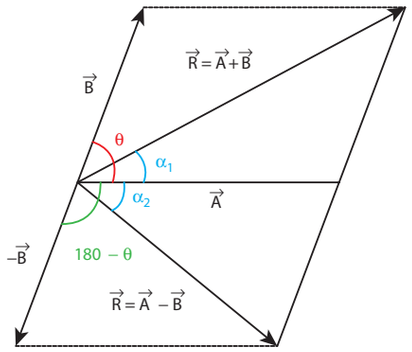

**గమనిక**

ఫలిత సదిశరాశి యొక్క పరిమాణ విలువ మరియు దిశను సదిశరాశుల సమాంతర చతుర్భుజ నియమమును కూడ ఉపయోగించి కనుగొనవచ్చును. ఇది అనుబంధం 2 (A2.1) లో తెలుపబడి ఉన్నది.

## 2.3.4 సదిశరాశుల వ్యవకలనం (భేదము లేక తీసివేత)

సదిశరాశులు పరిమాణం మరియు దిశను పొంది ఉండడం వలన వాటిని బీజగణిత నియమమును ఉపయోగించి వ్యవకలనం చేయలేము. కావున సదిశ రాశుల వ్యవకలనమును జ్యామితీయ పద్ధతి లేదా విభజన పద్ధతి లో లెక్కించవలెను. జ్యామితీయ పద్ధతి రెండు సదిశరాశులను ఏ విధంగా వ్యవకలనం చేయవచ్చును అని పటం 2.19 లో చూపించబడి ఉన్నది.

శూన్యం కాని రెండు $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే సదిశరాశులు $\theta$ కోణంతో వాలు స్థితిలో ఉన్నది. $\vec{A} - \vec{B}$ యొక్క ఫలిత విలువను క్రింది విధంగా పొందవచ్చును. మొదటి పటం 2.19 లో చూపినట్లు $-\vec{B}$ ను పొంద వలెను $\vec{A}$ మరియు $-\vec{B}$ మధ్యగల కోణం $180°-\theta$ అగును.




**పటము 2.19 సదిశరాశుల వ్యవకలనము**



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 49 26/04/2022 12:52:57

$\vec{A}$, $\vec{B}$ ల భేదాలు $\vec{A}-\vec{B}$ ను $\vec{A}+(-\vec{B})$ అని చూపించవచ్చును.

సమీకరణం (2.1) లో నుంచి

$$\left|\vec{A}-\vec{B}\right|=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos(180-\theta)} \quad (2.3)$$

ఇచ్చట, $\cos(180-\theta)=-\cos\theta$,

$$\Rightarrow\left|\vec{A}-\vec{B}\right|=\sqrt{A^2+B^2-2AB\cos\theta} \quad (2.4)$$

పటం 2.19 మరియు సమీకరణం 2.2 నుండి

$$\tan\alpha_2=\frac{B\sin(180^\circ-\theta)}{A+B\cos(180^\circ-\theta)} \quad (2.5)$$

కాని $\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$

$$\Rightarrow\tan\alpha_2=\frac{B\sin\theta}{A-B\cos\theta} \quad (2.6)$$

$\vec{A}$, $\vec{B}$ సదిశరాశుల తేడా $\vec{A}-\vec{B}$ అనునది ఒక సదిశరాశి అగును. మరియు వాటి పరిమాణ విలువ, దిశలను సమీకరణాలు (2.4) మరియు (2.6) చూపించును.

### ఉదాహరణ 2.2

$\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశరాశులు ఒకదానికొకటి $60^\circ$ కోణంతో ఉన్నది. వాటి పరిమాణ విలువలు వరుసగా 5 యూనిట్‌లు మరియు 7 యూనిట్‌లు అగును. ఫలిత సదిశ $(\vec{A}-\vec{B})$ యొక్క పరిమాణం విలువ, $\vec{A}$ సదిశ ఆధారంగా ఫలిత సదిశ $(\vec{A}-\vec{B})$ యొక్క దిశను కనుగొనుము?

**సాధన**

సమీకరణ (2.4) నుండి,

$$\left|\vec{A}-\vec{B}\right|=\sqrt{5^2+7^2-2\times5\times7\cos60^\circ}$$

$$=\sqrt{25+49-35}=\sqrt{39}\ \text{యూనిట్‌లు}$$

$\vec{A}$ సదిశ ఆదారంగా $(\vec{A}-\vec{B})$ ఏర్పరిచే దిశ

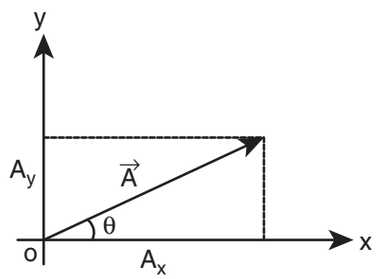
$$\tan\alpha_2=\frac{7\sin60^\circ}{5-7\cos60^\circ}=\frac{7\sqrt{3}}{10-7}=\frac{7}{\sqrt{3}}=4.041$$

$$\alpha_2=\tan^{-1}(4.041)\cong76^\circ$$

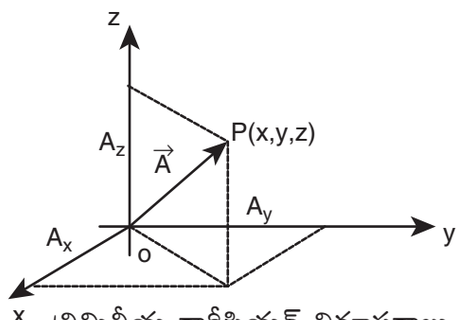
## 2.4 సదిశరాశి అంశాలు (COMPONENTS OF A VECTOR)

ఏ యొక్క సదిశరాశి $\vec{A}$ ను కార్టీసియన్ నిరూపక వ్యవస్థలో $x$, $y$ మరియు $z$ అక్షం దిశలో ఉండే మూడు అంశాలుగా విభజించవచ్చును. ఇది పటం 2.20 లో చూపించబడి ఉన్నది.

త్రిమితీయ నిరూపక అక్ష అంశం ప్రకారం $\vec{A}$ అనే సదిశరాశిని $\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$ గా వ్రాయవచ్చును.




ద్విమితీయ కార్టీసియన్ నిరూపకాలు




త్రిమితీయ కార్టీసియన్ నిరూపకాలు

**పటము 2.20 ద్విమితీయ మరియు త్రిమితీయ సదిశరాశి అంశాలు**



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 50 26/04/2022 12:53:01

ఇచ్చట $A_x$ అనునది $x$–అక్షంలో $\vec{A}$ సదిశరాశి అంశం

$A_y$ అనునది $y$–అక్షంలో $\vec{A}$ సదిశరాశి అంశం

మరియు

$A_z$ అనునది $z$ అక్షంలో $\vec{A}$ సదిశరాశి అంశం

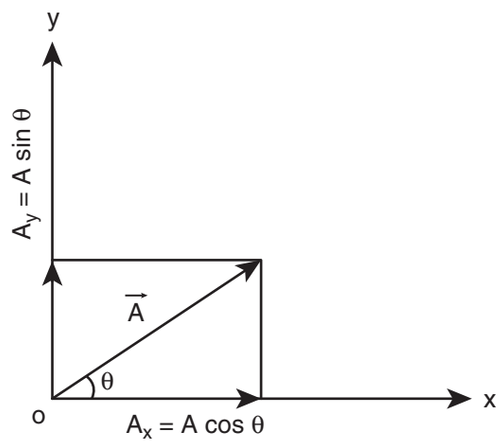
ద్విమితీయ నిరూపక అక్షం ప్రకారం $\vec{A}$ సదిశను క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును. (పటం 2.20 లో చూపబడి ఉన్నది)

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$

$\vec{A}$ సదిశ $x$ అక్షంతో ఏర్పరిచే కోణం $\theta$మరియు $A_x, A_y$ అనునది $x$ అక్షం $y$ అక్షంలో $\vec{A}$ సదిశ యొక్క అంశాలు అయితే పటం (2.21) నుంచి.

$$A_x = A\cos\theta,\ A_y = A\sin\theta$$

ఇచ్చట 'A' అనునది $\vec{A}$ సదిశరాశి యొక్క పరిమాణము విలువ (పొడవు) అగును. $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$



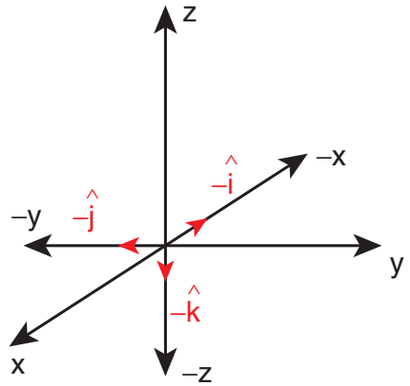

**పటము 2.21 సదిశరాశుల విభజనం**

## ఉదాహరణ 2.3

ఋణాత్మక గుర్తు $x$, $y$ మరియు $z$ అక్షం దిశలో చలించే ఏకాంక సదిశరాశులు ఏవి?

**సాధన**

క్రింది పటం ఋణాత్మక గుర్తు $x$, $y$ మరియు $z$ అక్ష దిశలో చలించే ఏకాంక సదిశరాశులను గుర్తిస్తున్నది.




పటం నుండి, ఋణాత్మక గుర్తు $x$, $y$ అక్షం మరియు $z$ అక్షం దిశలో చలించే ఏకాంక సదిశరాశులు వరుసగా $-\hat{i}$, $-\hat{j}$ మరియు $-\hat{k}$ అగును.

### 2.4.1 సదిశరాశి అంశాల పద్ధతిలో సదిశరాశుల కూడిక

ఇంత వరకు జ్యామితి పద్ధతిలో రెండు సదిశరాశుల కూడిక మరియు తీసివేతల గురించి తెలుసుకొన్నాం. ఇప్పుడు కార్టీసియన్ నిరుపకాలును ఉపయోగించి రెండు సదిశరాశుల కూడిక మరియు తీసివేతల గూర్చి సులభముగా తెలుసుకొందాం.

కార్టీసియన్ నిరుపకాల పద్ధతిలో $\vec{A}$మరియు $\vec{B}$ సదిశరాశులను క్రింది విధంగా చూపవచ్చును.

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

పై రెండు సదిశరాశుల $x$, $y$ మరియు $z$ అక్షముల సంఖ్య కూడిక, ఆ రెండు సదిశరాశుల కూడికలకు సమానం అగును. అనగా,

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

ఇదే విధంగా పై రెండు సదిశరాశుల తీసివేతలను చూపవచ్చును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 51 26/04/2022 12:53:04

$$\vec{A}-\vec{B}=\left(A_x-B_x\right)\hat{i}+\left(A_y-B_y\right)\hat{j}+\left(A_z-B_z\right)\hat{k}$$

పై నియమములు, రెండు సదిశల కూడిక మరియు తీసివేతల విశ్లేషణ పద్ధతిని ఏర్పరుచును.

### ఉదాహరణ 2.4

$\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశరాశులు వాటి అంశాల రూపంలో ఇవ్వబడి ఉన్నది. $\vec{A}=5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k}$ మరియు $\vec{B}=6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ అయితే క్రింది వాటిని కనుగొనుము.

$\vec{A}+\vec{B},\quad \vec{B}+\vec{A},\quad \vec{A}-\vec{B},\vec{B}-\vec{A}$

**సాధన**

$$\vec{A}+\vec{B}=(5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k})+(6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})$$
$$=11\hat{i}+10\hat{j}-2\hat{k}$$
$$\vec{B}+\vec{A}=(6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})+(5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k})$$
$$=(6+5)\hat{i}+(3+7)\hat{j}+(2-4)\hat{k}$$
$$=11\hat{i}+10\hat{j}-2\hat{k}$$
$$\vec{A}-\vec{B}=(5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k})-(6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})$$
$$=-\hat{i}+4\hat{j}-6\hat{k}$$
$$\vec{B}-\vec{A}=\hat{i}-4\hat{j}+6\hat{k}$$

$\vec{A}+\vec{B}$ మరియు $\vec{B}+\vec{A}$ సమానం అగును. కాని $\vec{A}-\vec{B}$ మరియు $\vec{B}-\vec{A}$ ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖంగా ఉన్నది అని గమనించాలి.

**గమనిక**

రెండు సదిశరాశుల అదనపును అంశాల పద్ధతిలో చేయుట అనునది కార్టీసియన్ నిరుపకాలను ఎన్నుకోవడం మీద ఆధారపడి ఉంటుంది. కాని జ్యామితి పద్ధతిలో సదిశరాశుల కూడిక మరియు తీసివేతను కనుగొనుటకు కార్టీసియన్ నిరుపకాలు అవసరం లేదు.

## 2.5 ఒక అదిశతో సదిశ లబ్ధం: MULTIPLICATION OF VECTOR BY A SCALAR

ఒక అదిశను సదిశతో గుణించినపుడు, మరొక సదిశరాశి లభించును. $\lambda$ అనే ధనాత్మక సంఖ్యతో $\vec{A}$ సదిశను గుణించినపుడు $\lambda\vec{A}$ అనే సదిశను పొందవచ్చును. ఆ సదిశరాశి యొక్క దిశ $\vec{A}$ యొక్క దిశలోనే ఉండును. కాని $\lambda$ విలువ ఋణాత్మక సంఖ్యగా ఉంటే $\vec{A}$ యొక్క దిశ $\vec{A}$ సదిశరాశి దిశకు వ్యతిరేఖంగా ఉండును.

### ఉదాహరణ 2.5

$\vec{A}=2\hat{i}+3\hat{j}$ అయితే $3\vec{A}$ ను లెక్కించుము?

**సాధన**

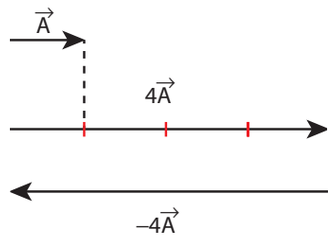
$$3\vec{A}=3\left(2\hat{i}+3\hat{j}\right)=6\hat{i}+9\hat{j}$$

$3\vec{A}$ సదిశ యొక్క దిశ $\vec{A}$ సదిశ దిశలోనే ఉండును.

### ఉదాహరణ 2.6

పటంలో చూపబడిన $\vec{A}$ సదిశ నుండి $4\vec{A}$మరియు $-4\vec{A}$ లను కనుగొనుము.

**సాధన**




భౌతిక శాస్త్రంలో కొన్ని సదిశరాశి కొలతలు, మరొక సదిశరాశి యొక్క అదిశ రెట్లుగా ఉండును.

**ఉదాహరణకు**

1) బలం $\vec{F}=m\vec{a}$ ఇచ్చట ద్రవ్యరాశి 'm' అనునది ధనాత్మక అదిశ అగును. త్వరణం $\vec{a}$అనునది ఒక సదిశరాశి అగును. ఇచ్చట బలము దిశలోనే వస్తువు త్వరణించును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 52 26/04/2022 12:53:07

2) ద్రవ్యవేగం $\vec{P} = m\vec{v}$ ఇచ్చట $\vec{v}$ అనునది వస్తువు యొక్క దిశావేగం. కాని $\vec{v}$ ఒక సదిశ అగును. ఇచ్చట వస్తువు చలించే దిశలోనే ద్రవ్యవేగము పనిచేయును.

3) విద్యుత్ క్షేత్రంలో ఆవేశం గల కణము పై పనిచేయు బలం $\vec{F} = q\vec{E}$ ఇచ్చట 'q' అనునది ఆవేశం (అదిశరాశి) మరియు విద్యుత్ క్షేత్రం $\vec{E}$ (సదిశరాశి) బలం $\vec{F}$ యొక్క దిశ, ఆవేశం ధనాత్మకం అయితే $\vec{E}$ దిశలోను, ఆవేశం ఋణాత్మకం అయితే $\vec{E}$ దిశకు వ్యతిరేఖంగాను ఉండును.

## 2.5.1 రెండు సదిశరాశుల అదిశా లబ్ధం (బిందు లబ్ధం)

**నిర్వచనం**

రెండు సదిశరాశుల అదిశా లబ్ధం (బిందు లబ్ధం) అనునది, ఆ రెండు సదిశరాశుల పరిమాణం మరియు ఆ రెండు సదిశరాశుల మధ్య కోణపు కొసైన్ విలువల గుణక ఫలితమునకు సమానం అగును.

$\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశరాశుల మధ్యగల కోణము $\theta$ అయితే వాటి యొక్క అదిశ లబ్ధం క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును. $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$

ఇచ్చట $A$ మరియు $B$ అనునది $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$. సదిశరాశుల పరిమాణ విలువలు అగును.

**ధర్మములు:**

(i) అదిశ లబ్ధము యొక్క ఫలిత విలువ ఎల్లప్పుడు ఒక అదిశరాశి అగును. రెండు సదిశలు మధ్య గల కోణము అల్పకోణము ($\theta < 90°$) అయితే సదిశ లబ్ధము యొక్క పరిమాణము ధనాత్మకముగా ఉండును, లఘు కోణము ($90° < \theta < 180°$) అయితే ఋణాత్మకముగా యుండును.

(ii) అదిశ లబ్ధము వినిమయ న్యాయమునకు లోబడును. అనగా $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$

(iii) అదిశ లబ్ధము విభజన నియమమునకు లోబడును. $\vec{A}.(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}.\vec{B} + \vec{A}.\vec{C}$

(iv) అదిశ లబ్ధము ప్రకారం రెండు సదిశల మధ్యగల కోణము

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB}\right]$$

(v) రెండు సదిశరాశుల సమాంతరముగా వున్నప్పుడు, అనగా $\theta = 0°$ అయితే వాటి యొక్క అదిశ లబ్ధము గరిష్ఠము అగును. $\cos\theta = \cos 0° = 1$ కావున

$$(\vec{A}\cdot\vec{B})_{\text{గరిష్ఠము}} = AB$$

(vi) రెండు సదిశరాశులు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖముగా వున్నప్పుడు అనగా $\theta = 180°$ అయితే వాటి యొక్క అదిశ లబ్ధము కనిష్ఠము అగును. $\cos\theta = \cos 180° = 1$ కావున.

$$(\vec{A}\cdot\vec{B})_{\text{కనిష్ఠము}} = -AB$$

(vii) రెండు సదిశరాశులు ఒకదానికొకటి లంబముగా ఉన్నప్పుడు అనగా $\theta = 90°$ అయితే వాటి యొక్క అదిశ లబ్ధము శూన్యము. ఎందుకనగా $\cos 90° = 0$ కావున ఆ రెండు సదిశరాశులను లంబ అక్ష సదిశరాశులు (Orthogonal vectors) అందురు.

(viii) ఒక సదిశరాశి, అదే సదిశరాశితో అదిశ లబ్ధము చేయగా దానికి స్వయం అదిశ లబ్ధమని పేరు. $(\vec{A})^2 = \vec{A}\cdot\vec{A} = AA\cos\theta = A^2$. ఇచ్చట కోణము $\theta = 0°$

దీని పరిమాణము $|\vec{A}| = A = \sqrt{\vec{A}\cdot\vec{A}}$

(ix) ఏకాంక సదిశరాశి $\hat{n}$ అనుకొన్నప్పుడు $\hat{n}\cdot\hat{n} = 1 \times 1 \times \cos 0 = 1$.

ఉదాహరణకు, $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

(x) లంబ ఏకాంక సదిశరాశులుగా అనుకొన్నప్పుడు ($\hat{i}, \hat{j}$ మరియు $\hat{k}$)

$$\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 1\cdot 1\cos 90° = 0$$

(xi) సదిశ అంశముల ఆధారముగా $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ సదిశరాశుల అదిశ లబ్ధమును క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})\cdot(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$

$= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$, మిగత అన్ని లబ్ధముల ఫలితము శూన్యము అగును.

$\vec{A}$ యొక్క పరిమాణ విలువ

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 53 26/04/2022 12:53:11

## ఉదాహరణ 2.7

$\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ మరియు $\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ సదిశరాశుల అదిశ లబ్ధము $\vec{A}.\vec{B}$ మరియు $\vec{A}, \vec{B}$ ల పరిమాణ విలువలను కనుగొనుము? మరియు ఇవ్వబడిన రెండు సదిశరాశుల మధ్యగల కోణము విలువ ఎంత?

**సాధన**

$$\vec{A}.\vec{B} = 2 + 12 + 30 = 44$$

$\vec{A}$ సదిశ యొక్క పరిమాణము

$$A = \sqrt{4 + 16 + 25} = \sqrt{45} \text{ యూనిట్లు}$$

$\vec{B}$ సదిశ యొక్క పరిమాణము

$$B = \sqrt{1 + 9 + 36} = \sqrt{46} \text{ యూనిట్లు}$$

రెండు సదిశరాశుల మధ్యగల కోణము

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{44}{\sqrt{45 \times 46}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{44}{45.49}\right)$$

$$= \cos^{-1}(0.967)$$

$$\therefore \theta \cong 15^\circ$$

## ఉదాహరణ 2.8

ఇవ్వబడిన సదిశరాశులు ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉన్నదా అని పరిశీలించుము.

i) $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ మరియు $\vec{B} = 4\hat{i} - 5\hat{j}$

ii) $\vec{C} = 5\hat{i} + 2\hat{j}$ మరియు $\vec{D} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$

**సాధన**

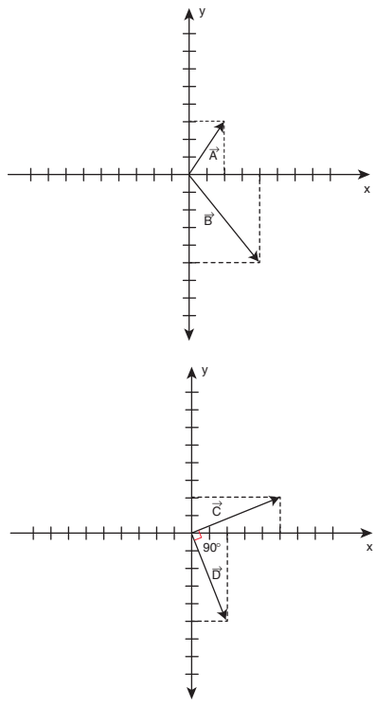
$$\vec{A}.\vec{B} = 8 - 15 = -7 \neq 0$$

కావున $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ ఒకదానికొకటి లంబ అక్ష సదిశలు కావు.

$$\vec{C}.\vec{D} = 10 - 10 = 0$$

కావున $\vec{C}$ మరియు $\vec{D}$ ఒకదానికొకటి లంబంగా ఉన్నది.

క్రింది పటం జ్యామితి పద్ధతిలో ఏ విధంగా $\vec{C}$ మరియు $\vec{D}$ సదిశరాశులు లంబ అక్ష సదిశలు అని వివరంగా చూపిస్తున్నది.




భౌతిక శాస్త్రంలో $\vec{F}$ అనే బలం వలన ఒక వస్తువు $d\vec{r}$ దూరము స్థానభ్రంశము చేసినపుడు ఆ బలం వలన చేయబడిన పనిని క్రింది విధంగా నిర్వచించవచ్చును.

$$W = \vec{F}.d\vec{r}$$

$$W = F\ dr \cos\theta$$

బలం వలన చేయు పని అనునది, బల సదిశకు, స్థానభ్రంశ సదిశకు మధ్యగల అదిశా లబ్ధము అగును. పని లాంటి వివిధ భౌతికశాస్త్ర కొలతలు అదిశ లబ్ధము వలన నిర్వచించబడియున్నది అని గమనించాలి.

**గమనిక**

ఏకరీతి వృత్తాకార చలనంలో అభికేంద్ర బలము, వస్తువు యొక్క స్థానభ్రంశమునకు లంబంగా పనిచేయుట వలన, అభికేంద్ర బలము వలన వస్తువు పై చేయబడిన పని శూన్యం అగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 54 26/04/2022 12:53:15

## 2.5.2 రెండు సదిశరాశుల సదిశ లబ్ధములు

### నిర్వచనం

రెండు సదిశరాశుల, సదిశ లబ్ధము లేదా *cross product* చేసినపుడు పొందే ఫలిత సదిశ పరిమాణము విలువ, ఆ రెండు సదిశరాశుల పరిమాణ విలువ లబ్ధము మరియు ఆ రెండు సదిశరాశుల మధ్యగల కోణపు సైన్ విలువల యొక్క గుణక ఫలితమునకు సమానమగును. మరియు కుడిచేతి మర నియమము లేదా కుడిచేతి బొటన వ్రేలు నియమము ప్రకారం ఫలిత సదిశ యొక్క దిశ, రెండు సదిశరాశుల తలానికి లంబ దిశలో యుండును.

$\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశరాశుల యొక్క సదిశ లబ్ధం వలన పొందే ఫలిత సదిశ $\vec{C}$ అయితే

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = (AB \sin\theta)\hat{n}$$

$\vec{A} \times \vec{B}$ యొక్క యూనిట్ సదిశ $\hat{n}$ దిశ (అనగా $\vec{C}$ యొక్క దిశ) $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ సదిశరాశుల తలమునకు లంబముగా యుండును. మరియు కుడిచేతి మర $\vec{A}$ సదిశ నుండి (మొదటి సదిశ) B సదిశ వైపు (రెండవ సదిశ) వాటి చిన్న కోణము గుండా భ్రమణం చేయునపుడు మర చలించే దిశలో $\vec{C}$ సదిశ యొక్క దిశ యుండును. ఇది పటం 2.2 లో చూపబడియున్నది.

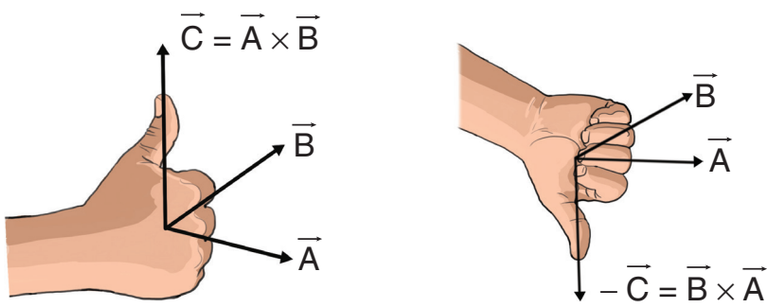
**గమనిక**

కుడిచేతి నియమము ప్రకారం, కుడిచేతి యొక్క వ్రేళ్ళను మడిచే దిశలో వస్తువును భ్రమనంగా ఊగిస్తే, మడచబడిన వ్రేళ్ళకు లంబంగా ఉన్న బొటన వ్రేలు, ఫలిత సదిశ $\vec{C}$ యొక్క దిశను గుర్తించును.

## సదిశ లబ్ధం ("CROSS" PRODUCT)

$\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ సదిశరాశుల లబ్ధం వలన $\vec{A} \times \vec{B}$ అనే $\vec{C}$ సదిశను

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\,\hat{n} \qquad -\vec{C} = \vec{B} \times \vec{A}$$




$$\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$$

**పటము 2.22** రెండు సదిశరాశుల సదిశ లబ్ధం



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 55 26/04/2022 12:53:17

CR070

సదిశ లబ్ధముల **(cross product)** యొక్క ధర్మములు

(i) రెండు సదిశ రాశుల యొక్క సదిశ లబ్ధము మరొక సదిశగా లభించును. ఆ సదిశ యొక్క దిశ, ఆ రెండు సదిశరాశుల తలమునకు లంబముగా యుండును. ఇంకను $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ సదిశరాశులు ఒకదానికొకటి లంబముగా వున్నను, లేక పోయినను ఫలిత సదిశ $\vec{C}$ ఆ రెండు సదిశరాశులకు లంబముగా యుండును.

(ii) రెండు సదిశరాశుల యొక్క సదిశ లబ్ధము విభాగ నియమము కాదు. అనగా $\vec{A}\times\vec{B} \neq \vec{B}\times\vec{A}$ కాని $\vec{A}\times\vec{B} = -[\vec{B}\times\vec{A}]$ మరియు

$|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{B}\times\vec{A}| = AB\sin\theta$

అనగా $\vec{A}\times\vec{B}$ మరియు $\vec{B}\times\vec{A}$ వీటి పరిమాణములు సమానము. కాని ఈ రెండు వ్యతిరేఖ దిశలో పని చేయును.

(iii) రెండు సదిశరాశుల యొక్క సదిశ లబ్ధము $\sin\theta = 1$ అను నిబంధనతో $(\theta = 90°)$ గరిష్ఠ విలువను పొందును. అనగా ఇవ్వబడిన సదిశరాశులు లంబ సదిశలైతే సదిశ లబ్ధము గరిష్ఠ విలువను పొందును.

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)_{\text{గరిష్ఠ}} = AB\hat{n}$$

(iv) రెండు శూన్యము కాని సదిశరాశుల యొక్క సదిశ లబ్ధము $\sin\theta = 0$ అనే నిబంధనతో $\theta = 0°$ మరియు $\theta = 180°$ కనిష్ఠ విలువను పొందును.

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)_{\text{కనిష్ఠ}} = 0$$

అనగా ఇవ్వబడిన సదిశ రాశులు ఒకదానికొకటి సమాంతరముగా లేదా సమాంతర వ్యతిరేఖముగా యున్నప్పుడు వాటి సదిశ లబ్ధముల ఫలితము శూన్యము అగును.

(v) ఒక సదిశరాశిని అదే సదిశరాశితో సదిశ లబ్ధము చేస్తే, అది శూన్య విలువను పొందును. దీనిని శూన్య సదిశరాశి అందురు.

$$\vec{A}\times\vec{A} = AA\sin 0°\hat{n} = \vec{0}.$$

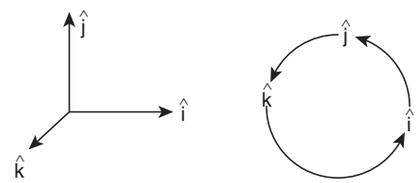
భౌతిక శాస్త్రములో శూన్య సదిశరాశిని సరళముగా శూన్యము అని గుర్తించబడును.

(vi) రెండు ఒకే విధమైన ఏకాంక సదిశరాశులను గుణించినపుడు శూన్యము లభించును.

$$\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = \vec{0}$$

(vii) కుడిచేతి మర నియమము ప్రకారముగా ఒకదానికొకటి లంబముగా ఉన్న ఏకాంక సదిశరాశుల సదిశ లబ్ధమును క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k},\ \hat{j}\times\hat{k} = \hat{i} \text{ మరియు } \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j}$$




మరియు సదిశ లబ్ధము విభాగ నియమమునకు లోబడును. కావున క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$\hat{j}\times\hat{i} = -\hat{k},\hat{k}\times\hat{j} = -\hat{i} \text{ మరియు } \hat{i}\times\hat{k} = -\hat{j}$$

(viii) సదిశ అంశముల నుండి రెండు సదిశరాశుల యొక్క సదిశ లబ్ధములను క్రింది విధముగా కనుగొనవచ్చును.

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

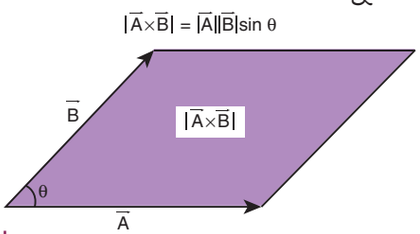


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 56 26/04/2022 12:53:19

$$= \hat{i}\left(A_y B_z - A_z B_y\right) + \hat{j}\left(A_z B_x - A_x B_z\right) + \hat{k}\left(A_x B_y - A_y B_x\right)$$

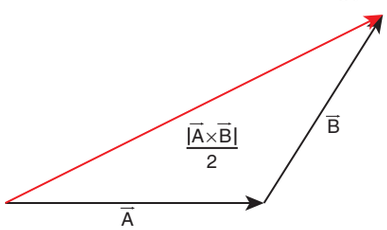
గమనిక: $\hat{j}$ అంశము లబ్ధము యొక్క క్రమము $\hat{i}^{th}$ అంశము మరియు $\hat{k}^{th}$ అంశాల లబ్ధము యొక్క క్రమమునకు మార్పు చెందటాన్ని గమనించవచ్చు.

(ix) $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అను రెండు సదిశరాశులను సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క ఆసన్న భుజములుగా తీసుకొన్నప్పుడు $\vec{A}\times\vec{B}$ యొక్క పరిమాణము $\left[|\vec{A}\times\vec{B}|\right]$, ఆ సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క వైశాల్యమును ఇచ్చును. ఇది పటం 2.23 లో చూపబడియున్నది.




**పటము 2.23 సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క వైశాల్యము**

(x) ఒక సమాంతర చతుర్భుజమును రెండు సమానమైన త్రిభుజములుగా విభజింపవచ్చును. $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అను రెండు భుజములుగా కలిగిన ఒక త్రిభుజము యొక్క వైశాల్యము $\frac{1}{2}\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ కు సమానముగా యుండును. ఇది పటం 2.24 లో చూపబడియున్నది. (ఈ పద్ధతి యూనిట్ -6 లో కెప్లర్ నియమము నందు ఉపయోగించబడియున్నది.




**పటము 2.24** త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యము

భౌతిక శాస్త్రంలో ఉపయోగించే వివిధ కొలతలు సదిశ లబ్ధము ద్వారా నిర్వచింపబడియున్నది. ఉదాహరణకు భ్రమణ చలనం నందు బలభ్రామకం, కోణీయ ద్రవ్యవేగం అనే కొలతలను నిర్వచించుటకు క్రింది విధంగా సదిశ లబ్ధము ఉపయోగపడును.

**ఉదాహరణలు**

(i) బలభ్రామకం $\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}$ ఇచ్చట $\vec{F}$ అనునది బలం మరియు $\vec{r}$ అనునది వస్తువు యొక్క స్థాయి సదిశ అగును.

(ii) కోణీయ ద్రవ్యవేగం $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$ ఇచ్చట $\vec{p}$ అనునది సరళరేఖ ద్రవ్యవేగం

(iii) సరళ రేఖ దిశావేగం $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$ ఇచ్చట $\vec{\omega}$ అనునది కోణీయ దిశావేగం

**ఉదాహరణ 2.9**

ఇవ్వబడిన సదిశ $\vec{r}=2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$ మరియు సదిశ $\vec{F}=3\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$. ల ఫలిత సదిశ $\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}$ ను కనుగొనుము?

**సాధన**

$$\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 2 & 3 & 5\\ 3 & -2 & 4\end{vmatrix}$$

$$\vec{\tau}=(12-(-10)\hat{i}+(15-8)\hat{j}+(-4-9)\hat{k}$$

$$\vec{\tau}=22\hat{i}+7\hat{j}-13\hat{k}$$

## 2.5.3 సదిశ అంశాల ధర్మములు

$\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశరాశులు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉంటే వాటి అంశాలు ఒకదానికొకటి సమానముగా ఉండును.

$\vec{A}=\vec{B}$ అయితే

అంశ పద్ధతిలో

$$A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$$

కావున $A_x=B_x,\ A_y=B_y,\ A_z=B_z$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 57 26/04/2022 12:53:23

## ఉదాహరణ 2.10

ఇచ్చిన సదిశ సమీకరణాల అంశాలను పోల్చండి?

a) $\vec{F} = m\vec{a}$ ఇచ్చట m ధనాత్మక సంఖ్య

b) $\vec{p} = 0$

**సాధన**

**(a)**

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} = ma_x\hat{i} + ma_y\hat{j} + ma_z\hat{k}$$

సదిశ అంశాలతో పోల్చినపుడు

$$F_x = ma_x, F_y = ma_y, F_z = ma_z$$

కావున, ఒక సదిశ సమీకరణము మూడు అదిశ సమీకరణాలకు సమానమగును.

**(b)**

$$\vec{p} = 0$$

$$p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

సదిశ అంశాలతో పోల్చినపుడు

$$p_x = 0, p_y = 0, p_z = 0$$

## ఉదాహరణ 2.11

ఇవ్వబడిన సదిశ సమీకరణము నుండి $T$ యొక్క విలువను కనుగొనుము?

$$5\hat{j} - T\hat{j} = 6\hat{j} + 3T\hat{j}$$

**సాధన**

సదిశ అంశాలను పోల్చగా

$$5 - T = 6 + 3T$$

$$5 - 6 = 3T + T$$

$$-1 = 4T$$

$$T = -\frac{1}{4}$$

## ఉదాహరణ 2.12

ఇవ్వబడిన సదిశ సమీకరణ అంశాలను పోల్చండి?

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_4$$

**సాధన**

కార్టీసియన్ నిరూపక అక్షము ద్వారా ఇచ్చిన సదిశ సమీకరణమును $x$, $y$ మరియు $z$ అంశాలుగా విభజించి వాటి అంశాలను పోల్చవలెను.

ఒకసారి మనం అంశాలను విడగొట్టినట్లయితే, సమీకరణము యొక్క ఇరువైపులా $x$ అంశాలను, ఇరువైపులా $y$ అంశాలను మరియు ఇరు వైపులా $z$ అంశాలను వేర్వేరుగా మనము సమత్వం చేయవచ్చును.

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = F_{4x}$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = F_{4y}$$

$$F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} = F_{4z}$$

## 2.6 స్థాన సదిశలు (POSITION VECTOR)

ఒక నిర్ణీత కాలములో, కణము యొక్క స్థాయిని సూచన చట్రం లేదా కార్టీసియన్ నిరూపక అక్షము ద్వారా గుర్తించే సదిశను స్థాన సదిశ అందురు.

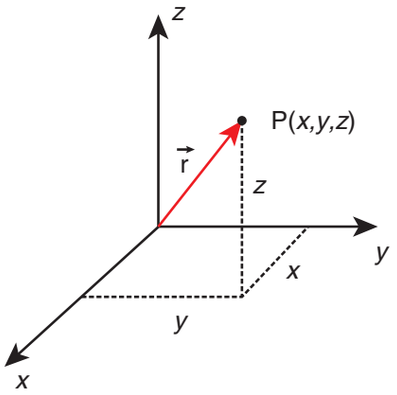
P అనే బిందువు వద్ద గల కణము యొక్క స్థాయి సదిశను $\vec{r}$ క్రింది విధంగా చూపవచ్చును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 58 26/04/2022 12:53:26

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

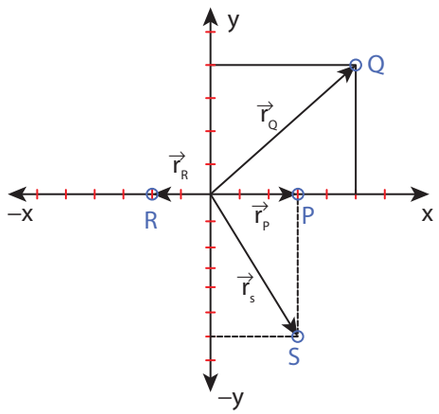
ఇచ్చట $x, y$ మరియు $z$ అనునవి స్థాయి సదిశ $\vec{r}$ యొక్క అంశాలు అగును. పటం 2.25 లంబ ఏకాంక సదిశలను చూపిస్తున్నది.




**పటము 2.25 కార్టీసియన్ నిరూపక అక్షములో గల స్థాన సదిశ**

## ఉదాహరణ 2.13

పటంలో చూపిన P, Q, R, S బిందువులలో గల కణము యొక్క స్థాయి సదిశలను కనుగొనుము?




### సాధన

P బిందువు వద్ద గల కణము యొక్క స్థాన సదిశ

$$\vec{r}_P = 3\hat{i}$$

Q బిందువు వద్ద గల కణము యొక్క స్థాన సదిశ

$$\vec{r}_Q = 5\hat{i} + 4\hat{j}$$

R బిందువు వద్ద గల కణము యొక్క స్థాన సదిశ

$$\vec{r}_R = -2\hat{i}$$

S బిందువు వద్ద గల కణము యొక్క స్థాన సదిశ

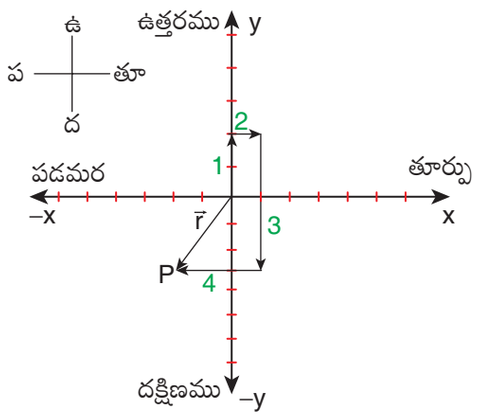
$$\vec{r}_s = 3\hat{i} - 6\hat{j}$$

## ఉదాహరణ 2.14

ఆరంభములో నిశ్చల స్థితిలో గల ఒక వ్యక్తి (1) ఉత్తరము వైపు 2 మీటర్లు (2) తూర్పు వైపు 1 మీటరు (3) దక్షిణము వైపు 5 మీటర్లు నడిచెను. చివరిగా (4) పడమర వైపు 3 మీటర్లు నడిచి నిశ్చల స్థితికి వచ్చినాడు. చివరి స్థితిలో ఆ వ్యక్తి యొక్క స్థాన సదిశను కనుగొనుము?

### సాధన

పటంలో చూపినట్లు ధనాత్మక $x$ అక్షం తూర్పు దిశలోను, ధనాత్మక $y$ అక్షం ఉత్తర దిశలోను ఊహించుకొందాం.




ప్రమాణ చివరిలో P బిందువుకు వచ్చిన వ్యక్తి యొక్క స్థాన సదిశ

$$\vec{r} = -2\hat{i} - 3\hat{j}$$

మరియు స్థానభ్రంశ దిశ నైఋతి దిశ అగును.

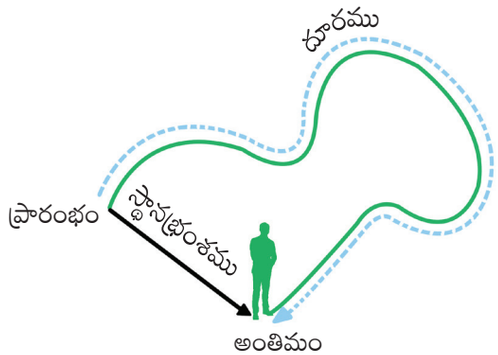


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 59 26/04/2022 12:53:27

## 2.7 దూరము మరియు స్థానభ్రంశము (DISTANCE AND DISPLACEMENT)

**దూరము (Distance):** ఇచ్చిన సమయము నందు చలనములోనున్న వస్తువు ప్రయాణించిన నిజమైన మార్గపు పొడవును దూరము అందురు. ఇది ధనాత్మక అదిశరాశి అగును.

**స్థానభ్రంశము (Displacement):** ఇచ్చిన సమయము నందు వస్తువు యొక్క అంతిమ స్థాయి మరియు ప్రారంభ స్థాయికి మధ్యగల తేడాను స్థానభ్రంశము అందురు. మరొక విధముగా వస్తువు యొక్క రెండు స్థాయికి మధ్యగల అతి తక్కువ దూరమును స్థానభ్రంశము అందురు. స్థానభ్రంశము దిశ ప్రారంభ బిందువు నుండి అంతిమ బిందువు వైపు ఉండును. ఇది సదిశరాశి అగును. పటం 2.26 లో స్థానభ్రంశమునకు, దూరమునకు మధ్యగల తేడాను చూపించును.

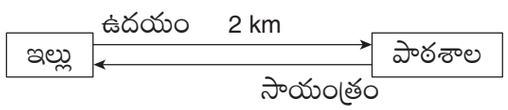



పటము 2.26 స్థానభ్రంశము మరియు దూరము

### ఉదాహరణ 2.15

మీ ఇంటి నుండి పాఠశాల 2 km దూరములో యున్నది అని ఊహిద్దాం. ఇంటి నుండి పాఠశాలకి, తరువాత సాయంత్రం పాఠశాల నుండి ఇంటికి వెళ్ళి వస్తే మీరు చలించిన దూరము మరియు పొందిన స్థానభ్రంశము ఎంత?

**సాధన**

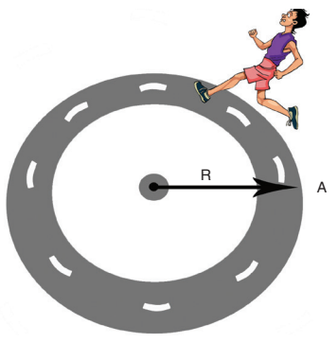



ఈ ప్రమాణంలో పొందిన స్థానభ్రంశము శూన్యము. ఎందుకనగా ప్రారంభ స్థానము మరియు అంతిమ స్థానము రెండును ఒకే బిందువు అగును. కాని చలించిన దూరము 4 km అగును.

### ఉదాహరణ 2.16

ఒక క్రీడాకారుడు 50 m వ్యాసార్ధము గల వృత్తాకార కక్షలో మూడు సార్లు తిరిగి వచ్చాడు. అతడు పయనించిన దూరమును మరియు స్థానభ్రంశమును కనుగొనుము?

**సాధన**




క్రీడాకారుడు పయనించిన దూరము

$= 3x$ పరుగెత్తిన మార్గపు చుట్టుకొలత

$= 3 \times 2\pi \times 50\ m$

$= 300\pi\ m$ (లేదా)

$\approx 300 \text{ x } 3.14 \approx 942\ m$

క్రీడాకారుడు పొందిన స్థానభ్రంశము శూన్యము ఎందుకనగా ప్రారంభ స్థాయి మరియు అంతిమ స్థాయి రెండును ఒకే బిందువు అగును.

### 2.7.1 కార్టీసియన్ నిరూపక వ్యవస్థలో స్థానభ్రంశసదిశ:

స్థాయి సదిశ ఆధారంగా స్థానభ్రంశము సదిశను ఏ విధంగ అమరియున్నది అని క్రింద వివరించబడినది. కణము యొక్క స్థాయి సదిశ $\vec{r}_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$ గల $P_1$ బిందువు నుండి, స్థాయి సదిశ $\vec{r}_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$ గల $P_2$ బిందువుకు

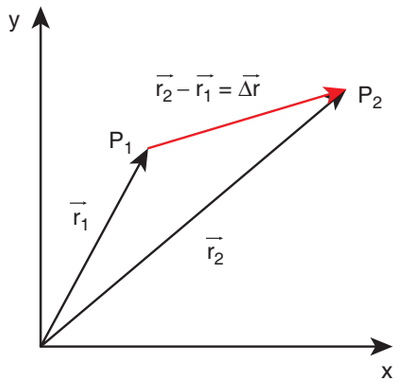


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 60 26/04/2022 12:53:28

చలిస్తున్నది అనుకొందాం. ఆ కణము యొక్క స్థానభ్రంశ సదిశను క్రింది విధంగ వ్రాయవచ్చును.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$
$$= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}.$$

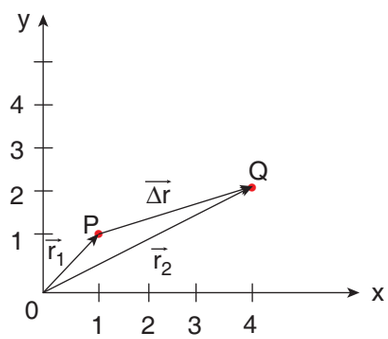
ఈ స్థానభ్రంశమును పటం 2.27 లో చూపించున్నది.




**పటము 2.27 స్థానభ్రంశసదిశ**

**ఉదాహరణ 2.17**

పటంలో చూపినట్లు ఒక కణము P బిందువు నుండి Q బిందువు జరిగితే ఆ కణము యొక్క స్థానభ్రంశము సదిశ మరియు స్థానభ్రంశము యొక్క పరిమాణమును కనుగొనుము?




**సాధన**

స్థానభ్రంశసదిశ $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$,

ఇచ్చట $\vec{r}_1 = \hat{i} + \hat{j}$ మరియు $\vec{r}_2 = 4\hat{i} + 2\hat{j}$

$$\therefore \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \left(4\hat{i} + 2\hat{j}\right) - \left(\hat{i} + \hat{j}\right)$$
$$= (4-1)\hat{i} + (2-1)\hat{j}$$
$$\therefore \Delta\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j}$$

స్థానభ్రంశసదిశ యొక్క పరిమాణము $\Delta r = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ యూనిట్

**గమనిక**

1. నిర్ణీత కాలములో చలించే వస్తువు పయనించిన దూరము ఎల్లప్పుడు ధనాత్మక విలువను మాత్రమే పొందియుండును. శూన్యము లేదా ఋణాత్మక విలువగా యుండదు.
2. నిర్ణీత కాలములో వస్తువు పొందిన స్థానభ్రంశము ధనాత్మకము శూన్యము లేదా ఋణాత్మక విలువను పొందియుండును.
3. వస్తువు పొందిన స్థానభ్రంశము, వస్తువు పయనించే దూరమునకు సమానంగాను లేదా తక్కువగాను యుండును. కాని ఎల్లప్పటికి పయనించిన దూరముకైనా ఎక్కువగా వుండదు.
4. రెండు బిందువుల మధ్య వస్తువు పయనించిన దూరము, వివిధ విలువలను పొందియుండును. కాని ఆ బిందువుల మధ్య గల స్థానభ్రంశము ఒకే ఒక విలువను మాత్రమే పొందియుండును (సంఖ్య విలువలో)

## 2.8 అవకలన గణితము DIFFERENTIAL CALCULUS

**ప్రమేయము గురించిన వ్యాఖ్య:**

1) ఎటువంటి భౌతికరాశి కొలతలను గణితశాస్త్ర ప్రకారం ఒక ప్రమేయముగా (function) గుర్తించబడును. ఉదాహరణకు ఉష్ణోగ్రత T ను క్రింది విధంగా చెప్పవచ్చును. వాతావరణంలో ఉష్ణము రోజంతా ఒకే ఏకరీతిగా ఉండదు. మధ్యాహ్నంలో ఎక్కువగాను, సాయంత్రంలో తక్కువగాను ఉండును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 61 26/04/2022 12:53:29

ఏ ఒక "t" కాలంలోను ఉష్ణోగ్రత T ఒక నిర్ణీత విలువను పొందివుండును. గణిత నియమం ప్రకారం దీనిని 'T (t)' అని గుర్తించవచ్చును మరియు దీనిని కాలము ఆధారంగా ఉష్ణోగ్రత అని చెప్పవచ్చును. ఇందు మూలంగా మనకు తెలియునది ఏమనగా కాలము 't' ఇవ్వబడితే ఆ నిర్ణీత కాలము వద్ద గల ఉష్ణోగ్రతను ప్రమేయము "T (t)" ఇచ్చును. ఇదే విధంగా x అక్ష దిశలో పయనించే ఒక వాహన చలనమును x (t) అని గుర్తించవచ్చును. అనగా x అనునది కాలము ఆధారంగా ఒక ప్రమేయము అగును. ఇచ్చట 'x' అనునది ఆ వాహనము యొక్క 'x' కార్టీసియన్ నిరూపక అక్షమును గుర్తిసున్నది.

**ఉదాహరణ**

$f(x) = x^2$ అనే ప్రమేయమును ఊహించుకొందాం. కొన్ని సమయంలో దీనిని $y = x^2$ అనియు గుర్తించవచ్చును. ఇచ్చట y అనునది x ఆధారపడే చరరాశులు అనియు x అనునది స్వతంత్ర చరరాశులు అనియు అందురు. x లో మార్పు చెందినపుడు y లోను మార్పు చెందును. అని తెలియజేయుచున్నది.

భౌతిక శాస్త్ర కొలతను ప్రమేయ రూపంలో గుర్తించిన తరువాత, ఆ ప్రమేయకాలము ఆధారంగా ఏ విధంగా మార్పు చెందుతున్నది, అని తెలుసుకొనుటకు అవకలనము (Calculus) అనే గణితశాస్త్ర విభాగం ఉపయోగపడును.

$y = f(x)$ అనునది ఒక ప్రమేయము అయితే x ఆధారంగా y యొక్క మొదటి అవకలనమును dy/dx అని గుర్తించవచ్చును. గణితశాస్త్ర ప్రకారం $y = f(x)$ అనునది x యొక్క వివిధ విలువలకు y లో ఏర్పడే మార్పును ఇది సూచిస్తున్నది..

గణిత సిద్ధాంత ప్రకారం అవకలనము dy/dx ను క్రింది విధముగా నిర్వచించవచ్చును.

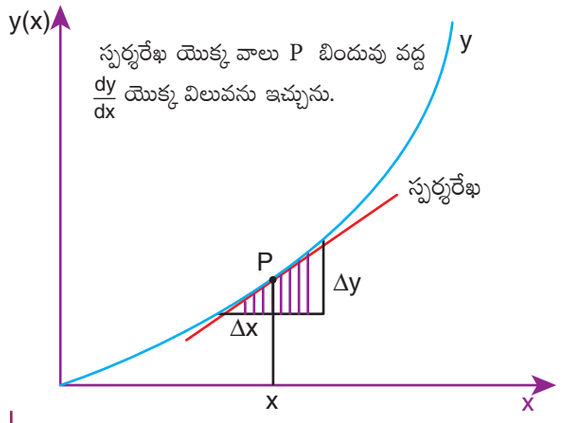
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$\Delta x$ శూన్య విలువను పొందినపుడు

$(\Delta x \to 0)$ $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ పొందే అవధిని $\frac{dy}{dx}$ అని చూపుచున్నది.

ఇది పటము 2.28 లో రేఖాచిత్ర పరంగా వ్యక్తపరచబడినది.




**పటము 2.28 ప్రమేయము యొక్క అవకలనము**

**ఉదాహరణ 2.18**

$y = x^2$ అనే ప్రమేయంలో ప్రమేయ అవధులను వ్యాఖ్యముగా ఉపయోగించి $x = 2$ అనే బిందువు వద్ద దాని అవకలనమును $\frac{dy}{dx}$ లెక్కించుము.

**సాధన**

$x_1 = 2$ మరియు $x_2 = 3$ అనే రెండు బిందువులుగా ఊహిస్తే $y_1 = 4$ మరియు $y_2 = 9$ అనే రెండు బిందువులు లభించును.

ఇచ్చట $\Delta x = 1$ మరియు $\Delta y = 5$

కావున

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-4}{3-2} = 5$$

$x_1 = 2$ మరియు $x_2 = 2.5$ అయితే $y_1 = 4$ మరియు $y_2 = (2.5)^2 = 6.25$ అని లభించును.

ఇచ్చట $\Delta x = 0.5 = \frac{1}{2}$ మరియు $\Delta y = 2.25$

కావున,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6.25-4}{0.5} = 4.5$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 62 26/04/2022 12:53:31

$x_1 = 2$ మరియు $x_2 = 2.25$, అయితే $y_1 = 4$ మరియు $y_2 = 5.0625$ అని లభించును.

ఇచ్చట $\Delta x = 0.25 = \frac{1}{4}, \Delta y = 1.0625$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5.0625 - 4}{0.25} = \frac{(5.0625 - 4)}{\frac{1}{4}}$$
$$= 4(5.0625 - 4) = 4.25$$

$x_1 = 2$ మరియు $x_2 = 2.1$, అయితే, $y_1 = 4$ మరియు $y_2 = 4.41$ లభించును

ఇచ్చట $\Delta x = 0.1 = \frac{1}{10}$ మరియు $\Delta y = 0.41$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(4.41 - 4)}{\frac{1}{10}} = 10(4.41 - 4) = 4.1$$

ఫలితములను క్రింది విధంగా పట్టిక చేయవచ్చును.

| $x_1$ | $x_2$ | $\Delta x$ | $y_1$ | $y_2$ | $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2.25 | 0.25 | 4 | 5.0625 | 4.25 |
| 2 | 2.1 | 0.1 | 4 | 4.41 | 4.1 |
| 2 | 2.01 | 0.01 | 4 | 4.0401 | 4.01 |
| 2 | 2.001 | 0.001 | 4 | 4.004001 | 4.001 |
| 2 | 2.0001 | 0.0001 | 4 | 4.00040001 | 4.0001 |

పై పట్టిక నుండి క్రింది ఫలితాలను పొందవచ్చును.

- $\Delta x$ శూన్యమునకు వచ్చినపుడు $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ పరిమాణపు విలువ 4 అనే అవధికి వచ్చును.
- $x_1 = 2$, అనే బిందువు వద్ద, అవకలనము $\frac{dy}{dx} = 4$ అగును.
- ముఖ్యమైన అంశము ఏమనగా $\Delta x \to 0$ అనేది $\Delta x = 0$ అని కాదు.

$\Delta x = 0$ అని ప్రతిక్షేపిస్తే $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ను నిర్వచించుటకు వీలుకాదు.

కావున ప్రమేయము $y = x^2$ అనే అవకలనమును క్రింది విధంగా కనుగొనవచ్చును.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2}{\Delta x}$$
$$= \frac{2x\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x$$
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x = 2x$$

క్రింది పట్టిక భౌతిక శాస్త్రంలో ఉపయోగించే కొన్ని ప్రమేయములు మరియు వాటి అవకలనములను చూపిస్తున్నది.

| ప్రమేయము | అవకలనము |
|---|---|
| $y = x$ | $dy/dx = 1$ |
| $y = x^2$ | $dy/dx = 2x$ |
| $y = x^3$ | $dy/dx = 3x^2$ |
| $y = x^n$ | $dy/dx = nx^{n-1}$ |
| $y = \sin x$ | $dy/dx = \cos x$ |
| $y = \cos x$ | $dy/dx = -\sin x$ |
| $y =$ స్థిరాంకము | $dy/dx = 0$ |
| $y = AB$ | $\frac{dy}{dx} = A\left(\frac{dB}{dx}\right) + \left(\frac{dA}{dx}\right)B$ |

భౌతిక శాస్త్రములో దిశావేగము, వేగము మరియు త్వరణములను కాలము 't' ఆధారమైన అవకలనములు అగును. వీటిని తరువాత భాగములో చూద్దాం.

## ఉదాహరణ 2.19

$x = A_0 + A_1 t + A_2 t^2$ అనే ప్రమేయము యొక్క అవకలనమును t యొక్క ఆధారముగా కనుగొనుము. ఇచ్చట $A_0$, $A_1$ మరియు $A_2$ అనునవి స్థిరాంకాలు అగును.

**సాధన**

ఇచ్చట 't' అనునది స్వతంత్ర చరరాశి 'x' అనునది ఆధారపడే చరరాశి అగును.



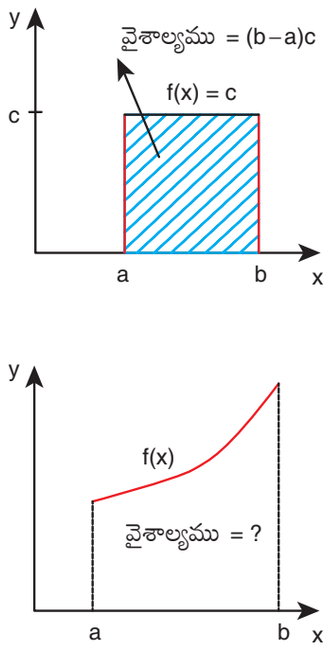
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 63 26/04/2022 12:53:33

కావలసిన అవకలనము $dx/dt = 0 + A_1 + 2A_2t$

రెండవ అవకలనము $d^2x/dt^2 = 2A_2$

## 2.9 గణిత సమకలనము (INTEGRAL CALCULUS)

సమకలనము అనునది వైశాల్యమును లెక్కించే ఒక గణితము అగును. కొన్ని ఏకరీతి రూపములకు సులభముగా వైశాల్యమును కనుగొనవచ్చును. కాని ఏకరహిత రూపముల వైశాల్యమును ఆ విధముగా లెక్కించుటకు వీలుకాదు. ఇటువంటి సందర్భములో గణిత సమకలనమును ఉపయోగించి సులభముగా వైశాల్యమును కనుగొనవచ్చును. ఉదాహరణకు పటము 2.29 లో చూపినట్లు దీర్ఘచతురస్రం మరియు ఏకరహిత వక్రరేఖలను ఊహించుకొందాం దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు = (b–a) c అని సులభముగా కనుగొనవచ్చును. కానీ ఏకరహిత వక్ర రేఖ క్రింద గల వైశాల్యమును అదే విధముగా లెక్కించుటకు వీలుకాదు.

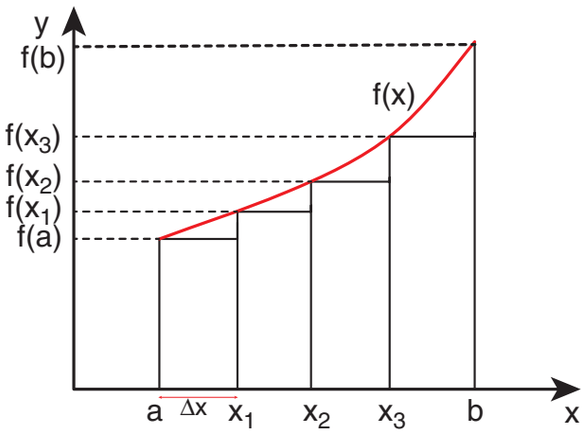



పటము 2.29 దీర్ఘ చతురస్రం మరియు ఏకరహిత వక్రరేఖ క్రింద ఏర్పడే వైశాల్యము

f(x) అనే ప్రమేయముగా ఊహించే ఏకరహిత వక్రరేఖకు క్రింది గల వైశాల్యమును పటము 2.30 లో చూపినట్లు.

దీర్ఘ చతురస్ర ఆకార పట్టీలుగా విభజించి వాటి మొత్తమును ఏకరహిత వక్ర రేఖకు క్రింది గల వైశాల్యమును సుమారుగా కనుగొనవచ్చును.

$$A \approx f(a)\Delta x + f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + f(x_3)\Delta x.$$




పటము 2.30 వక్ర రేఖకు క్రింద గల వైశాల్యము, దీర్ఘ చతురస్ర పట్టీల మొత్తము వైశాల్య మూలంగా గుర్తించబడినది

ఇచ్చట $f(a)$ అనునది $x = a$ అనే స్థితిలో $f(x)$ యొక్క విలువ అగును. మరియు $f(x_1)$ అనునది $x = x_1$ అనే స్థితిలో $f(x)$ యొక్క విలువ అగును. ఈ విధముగా మిగిలిన విలువలను లెక్కించవలెను.

దీర్ఘచతురస్ర పట్టీల సంఖ్య అధికరించినపుడు, వైశాల్యము లెక్కించుటకు ఖచ్చితత్వాన్ని ఇంకనూ అధికరించవలెను. వక్ర రేఖకు క్రింద గల వైశాల్యమును N పట్టీలుగా విభజించినపుడు, వక్రరేఖకు క్రింద గల వైశాల్యము $A = \sum_{n=1}^{N} f(x_n)\Delta x$ అని గుర్తించవచ్చును.

దీర్ఘ చతురస్ర పట్టీల సంఖ్య అనంత విలువను పొందినపుడు $N \to \infty$ వాటి మొత్తము సమకలనముగా మారును.

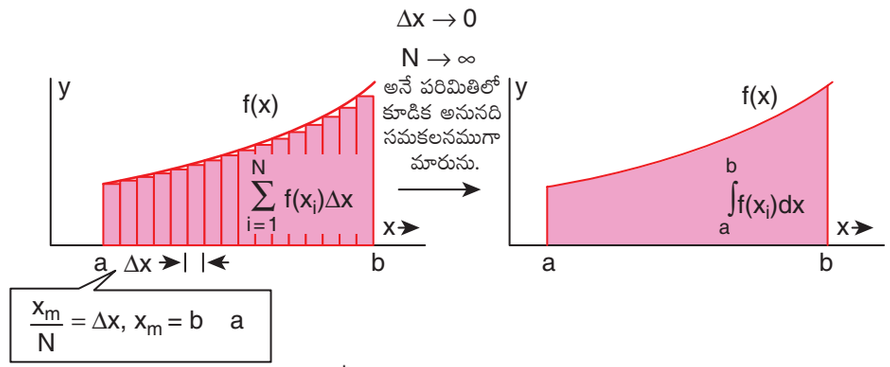
$$A = \int_a^b f(x)\,dx$$

(గమనిక: $N \to \infty$ అయితే $\Delta x \to 0$)

పై సమకలనము ద్వారా వక్రరేఖ f(x) కు క్రింద గల మొత్తం వైశాల్యమును పొందవచ్చును. ఇది పటము 2.31 లో చూపించబడియున్నది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 64 26/04/2022 12:53:35




వైశాల్యము $= \int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{i=1}^{N} f(x_i)\Delta x$

పటము **2.31** కూడికకు మరియు సమకలనమునకు మధ్యగల సంబంధం

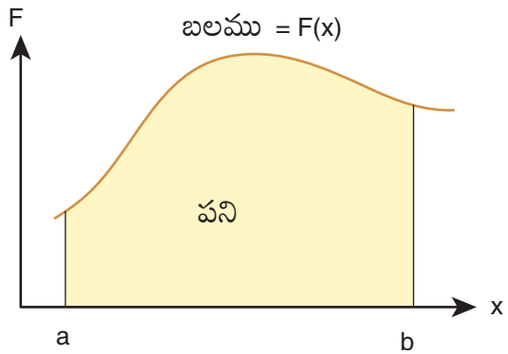
**ఉదాహరణలు**

ఒక వస్తువు $a$ బిందువు నుండి $b$ బిందువుకు ఏకమితి చలనములో జరిగినపుడు బలము $F(x)$ వలన చేయబడిన పనిని క్రింది విధముగా చూపవచ్చును.

$$W = \int_a^b F(x)\,dx$$

(ఇచ్చట అదిశ లబ్ధం అవసరం లేదు. ఎందుకనగా వస్తువు ఏకమితి చలనములో నున్నది)

1) బలము వలన చేయబడిన పనిని బలము – స్థానభ్రంశము వక్రరేఖ క్రింద గల వైశాల్యముకు సమానము అని పటము 2.32 చూపుచున్నది.

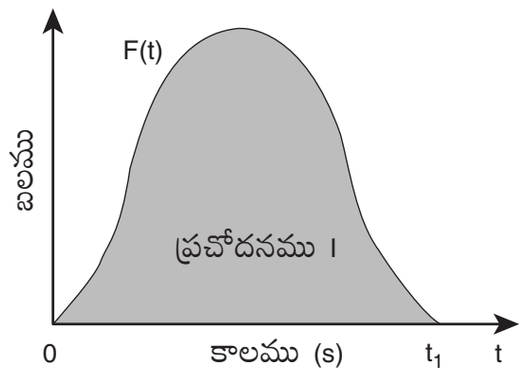



పటము 2.32 బలము వలన చేయబడిన పని

2) t = 0 మరియు t = $t_1$ అనే స్వల్ప కాల వ్యవధిలో బలము వలన ఏర్పడిన ప్రచోదనము సమకలనము ద్వారా లెక్కించవచ్చును.

$$\text{ప్రచోదనము } I = \int_0^{t_1} F\,dt$$

బల ప్రమేయము F (t) మరియు కాలము t నకు గీయబడిన గ్రాఫు యొక్క వైశాల్యము, ప్రచోదనమునకు సమానము. ఇది పటము 2.33 లో చూపబడియున్నది.




పటము 2.33 బలప్రచోదనము

**సరాసరి దిశావేగము:**

ప్రారంభములో ఒక కణము P అనే బిందువు వద్ద యున్నది అని అనుకొందాం. దాని స్థాయి సదిశ $\vec{r}_1$ అగును. $\Delta t$ అనే తక్కువ కాలములో ఆ కణము Q అనే బిందువును చేరినది. ఇప్పుడు దాని స్థాయి సదిశ $\vec{r}_2$. అగును. కణము యొక్క స్థానభ్రంశము సదిశ $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.



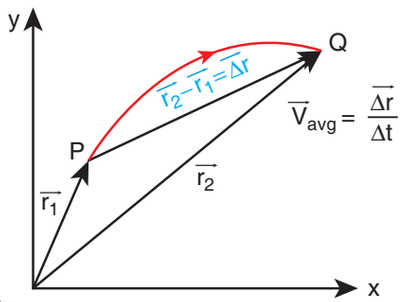
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_I.indd 65 26/04/2022 12:53:36

కాలముతో పాటు సదిశ స్థానభ్రంశములోని మార్పు రేటు సరాసరి దిశావేగము అగును.

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

ఇది ఒక సదిశ కొలత అగును. సరాసరి దిశావేగము యొక్క దిశ సదిశ స్థానభ్రంశము ($\Delta \vec{r}$) దిశలోనే యుండును.

ఇది పటము 2.34 లో చూపింపబడినది.




పటము 2.34 సరాసరి దిశావేగము

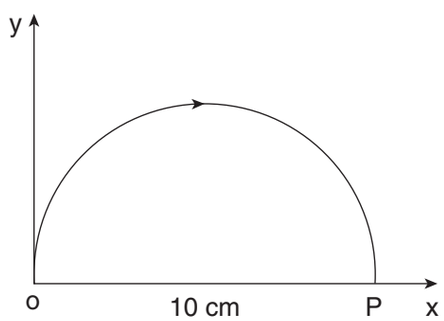
**సరాసరి వేగము:**

కణము పయనించిన మొత్తం పొడవునకు, కణము పయనించుటకు పొందిన కాలమునకు మధ్యగల నిష్పత్తిని సరాసరి వేగము అందురు.

సరాసరి వేగము = పయనించిన మొత్తం పొడవు / మొత్తం కాలము

## ఉదాహరణ 2.20

పటంలో చూపినట్లు ఒక వస్తువు O బిందువు నుండి P బిందువుకు 5 సెకన్లలో చలించినది. ఆ వస్తువు యొక్క సరాసరి దిశా వేగము మరియు సరాసరి వేగములను కనుగొనుము.




**సాధన**

సరాసరి దిశావేగము $\vec{v}_{\text{సరాసరి}} = \frac{\vec{r}_P - \vec{r}_O}{\Delta t}$

ఇచ్చట $\Delta t = 5\ s$

$\vec{r}_O = 0, \vec{r}_P = 10\hat{i}$

$$\vec{v}_{\text{సరాసరి}} = \frac{10\hat{i}\ cm}{5\ s} = 2\hat{i}\ cm\ s^{-1}.$$

సరాసరి దిశావేగము ధనాత్మక x అక్షము దిశలో యున్నది.

సరాసరి వేగము = పయనించిన మొత్తం పొడవు / మొత్తం కాలము

$$= \frac{5\pi\ cm}{5\ s} = \pi\ cm\ s^{-1} \approx 3.14\ cm\ s^{-1}$$

ఇక్కడ సరాసరి దిశా వేగముకన్నా సరాసరి వేగము ఎక్కువ అని తెలియుచున్నది.

**తక్షణ దిశావేగము (లేదా) దిశావేగము**

$t$ కాలములో తక్షణ దిశా వేగము (లేదా) $t$ కాలములో దిశా వేగము అనునది, $\Delta t \to 0$, అనే నిబంధనలో పొందే సరాసరి దిశా వేగము అగును.

ఇంకను దిశావేగము అనునది కాలముతో పాటు స్థాయి సదిశలోని మార్పు రేటు అగును. ఇది ఒక సదిశ కొలత అగును.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

సదిశ అంశము పద్ధతిలో కణము యొక్క దిశావేగము

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$$
$$= \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}.$$

ఇచ్చట $\frac{dx}{dt} = v_x$ దిశావేగము యొక్క $x$- అక్షము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 66 11-07-2022 17:53:49

$\frac{dy}{dt} = v_y = y$ – దిశావేగము యొక్క $y$ - అక్షము

$\frac{dz}{dt} = v_z = z$ – దిశావేగము యొక్క $z$ - అక్షము

దిశావేగము యొక్క పరిమాణ విలువను వేగము అందురు. దీనిని $v$ అని గుర్తించుదురు.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

ఎల్లప్పుడు వేగము ఒక ధనాత్మక అదిశ అగును. వేగము యొక్క ప్రమాణము $ms^{-1}$ అగును.

## ఉదాహరణ 2.21

కణము యొక్క స్థాయి సదిశా
$\vec{r} = 2t\,\hat{i} + 3t^2\,\hat{j} - 5\,\hat{k}$.

(అ) $t$ అనే కాలములో కణము యొక్క దిశావేగము మరియు వేగమును కనుగొనుము.

(ఆ) $t = 2$ సెకను కాలములో కణము యొక్క దిశావేగము మరియు వేగమును కనుగొనుము.

**సాధన**

దిశావేగము $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\hat{i} + 6t\hat{j}$

వేగము $v(t) = \sqrt{2^2 + (6t)^2}\ ms^{-1}$

$t = 2$ సెకనులో కణము యొక్క దిశావేగము

$$\vec{v}\,(\text{సెకను}) = 2\hat{i} + 12\hat{j}$$

$t = 2$ సెకనులో కణము యొక్క వేగము

$$v(2\,\text{సె}) = \sqrt{2^2 + 12^2} = \sqrt{4 + 144}$$
$$= \sqrt{148} \approx 12.16\,m\,s^{-1}$$

x, y దిశలలో కణము దిశావేగ అంశములను పొందియున్నది. z దిశలో స్థాయి సదిశ (−5) అనే స్థిర విలువను పొందియున్నది. ఇది కాలము మీద ఆధారపడ లేదు. కావున z- దిశలో దిశావేగము యొక్క అంశము శూన్యము అగును.

## ఉదాహరణ 2.22

A, B మరియు C అనే మూడు కణముల దిశావేగములు క్రింద ఇవ్వబడియున్నది. ఇందులో ఏ కణము ఎక్కువ వేగముతో చలించును.

$$\overrightarrow{v_A} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\overrightarrow{v_B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$
$$\overrightarrow{v_C} = 5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

**సాధన:**

వేగము అనునది, దిశావేగము యొక్క పరిమాణపు విలువ అగును. కావున,

A కణ వేగము $= \left|\overrightarrow{v_A}\right| = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2 + (2)^2}$
$= \sqrt{9 + 25 + 4} = \sqrt{38}\ \text{m s}^{-1}$

B కణ వేగము $= \left|\overrightarrow{v_B}\right| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2}$
$= \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}\ \text{m s}^{-1}$

C కణ వేగము $= \left|\overrightarrow{v_C}\right| = \sqrt{(5)^2 + (3)^2 + (4)^2}$
$= \sqrt{25 + 9 + 16} = \sqrt{50}\ \text{m s}^{-1}$

C కణము మిగిలిన కణములకంటే వేగముగా చలించును.

$$\sqrt{50} > \sqrt{38} > \sqrt{14}$$

## ఉదాహరణ 2.23

$\vec{v}_1 = 10\,m\,s^{-1}$ అనే వేగముతో తూర్పు దిశలోను $\vec{v}_2 = 10\,m\,s^{-1}$ అనే వేగముతో పడమర దిశలోను రెండు కార్లు పయనించినది. వాటి వేగములను కనుగొనుము.

**సాధన:**

రెండు కార్లు వివిధ దిశలో ఒకే పరిమాణము గల దిశావేగములో పయనిస్తున్నది. కాని దిశావేగము యొక్క పరిమాణం వేగం అగును. దీనికి దిశ లేదు.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 67 11-07-2022 17:53:52

కావున రెండు కార్లు వివిధ దిశలో చలించిన సమ వేగముతో పయనించును అని తెలుసుకొనవచ్చును.




వేగ సూచిక

**ద్రవ్య వేగము**

కణము యొక్క ద్రవ్యవేగము అనునది ఆ కణము యొక్క ద్రవ్యరాశి మరియు దిశావేగముల లబ్ధమునకు సమానమగును. దీనిని '$\vec{p}$' తో గుర్తించుదురు. ఇది ఒక సదిశ రాశి అగును.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

దిశావేగము యొక్క దిశలోనే ద్రవ్యవేగము యొక్క దిశ యుండును. ద్రవ్యవేగము యొక్క పరిమాణపు విలువ ద్రవ్యరాశి మరియు వేగముల లబ్ధమునకు సమానమగును.

$$p = mv$$

సదిశ అంశ పద్ధతిలో ద్రవ్యవేగమును క్రింది విధముగా చూపించవచ్చును.

$$p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = mv_x\hat{i} + mv_y\hat{j} + mv_z\hat{k}$$

ఇచ్చట $p_x$ = ద్రవ్యవేగము యొక్క $x$ అంశము ఇది $mv_x$ కు సమానం.

$p_y$ = ద్రవ్యవేగము యొక్క $y$ అంశము ఇది $mv_y$ కు సమానం.

$p_z$ = ద్రవ్యవేగము యొక్క $z$ అంశము ఇది $mv_z$ కు సమానం.

న్యూటన్ నియమాలలో ద్రవ్యవేగము యొక్క భాగము అతి ముఖ్యమగును. క్రింది ఉదాహరణల నుండి భౌతిక శాస్త్రములో ద్రవ్యవేగ ముఖ్యత్వమును తెలుసుకొనవచ్చును.

ఒక సీతాకోక చిలుక ఒక చిన్న రాయి రెండును $5\ m\ s^{-1}$ అనే దిశావేగముతో మీపై అభిఘాతము చెందినది అని అనుకొనెదము. అభిఘాతముల ఫలితములు రెండును సమానముగా ఉండదు. ఎందుకనగా ఫలితము దిశావేగము మీద మాత్రము ఆధారపడదు, ద్రవ్యరాశి మీద కూడ ఆధారపడుతుంది. చిన్న రాయి యొక్క ద్రవ్యరాశి, సీతాకోక చిలుక యొక్క ద్రవ్యరాశికంటే ఎక్కువ, కావున చిన్న రాయి యొక్క ద్రవ్య వేగము సీతాకోక చిలుక యొక్కద్రవ్య వేగముకన్నా ఎక్కువ. అందువలన చలనంలో ఉన్న వస్తువు స్థితిని వివరించుటలో ద్రవ్యవేగము యొక్క భాగము చాలా అధికమగును. ద్రవ్యవేగము యొక్క ప్రమాణము $kg\ m\ s^{-1}$ అగును.

**ఉదాహరణ 2.24**

10 g మరియు 1 kg ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువులు $10\ m\ s^{-1}$ అనే ఒకే వేగముతో పయనించినపుడు వాటి ద్రవ్యవేగముల పరిమాణ విలువలను లెక్కించండి.

**సాధన:**

$p = mv$

10 g ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగము

$m = 0.01$ kg

$$p = 0.01 \times 10 = 0.1\ kg\ m\ s^{-1}$$

1 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగము

$$p = 1 \times 10 = 10\ kg\ m\ s^{-1}$$

రెండూ ఒకే వేగముతో చలించిన, బరువైన వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగము, తేలికైన వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగము కన్నా 100 రెట్లు ఎక్కువగా యుండును, అని పై ఉదాహరణము నుండి తెలియుచున్నది.

## 2.10 ఏకమితి చలనము (MOTION ALONG ONE DIMENSION)

### 2.10.1 సరాసరి దిశావేగము (Average velocity)

ఒక కణము ఏకమితిలో పయనిస్తున్నది అనుకొందాం. ఉదాహరణకు x దిశలో పయనిస్తున్నది అనుకొంటే



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 68 11-07-2022 17:53:54

ఆ కణము యొక్క సరాసరి దిశావేగము $= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$.

సరాసరి దిశావేగము ఒక సదిశరాశి అగును. కాని ఏకమితిలో మనకు రెండు దిశలు మాత్రము సాధ్యము (ధనాత్మక x దిశ మరియు ఋణాత్మక x దిశ). కావున దిశను సూచించుటకు ధనాత్మక మరియు ఋణాత్మకము రెండును ఉపయోగించవచ్చును.

తక్షణ దిశావేగము లేదా దిశావేగమును క్రింది విధంగా నిర్వచింపవచ్చును. $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

గ్రాఫ్ పద్ధతిలో కణము యొక్క స్థానభ్రంశము కాలము మధ్య గీచినపుడు గ్రాఫ్‌లో వాలు (slope) కణము యొక్క దిశావేగమును ఇచ్చును. అదే సమయములో కణము యొక్క దిశావేగము కాలము గ్రాఫ్‌లో వక్ర రేఖకు క్రింద గల వైశాల్యము స్థానభ్రంశము మరియు పయనించిన దూరమును ఇచ్చును. వీటిని క్రింది విధముగా వివరించవచ్చును.

దిశావేగము $\frac{dx}{dt} = v$.

కావున $dx = v\,dt$

రెండు వైపుల సమకలనము చేయగా, $\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v\,dt$

సమకలనము అనునది వక్రరేఖ క్రింద గల వైశాల్యము కనుగొనుటకు సమానము అని మనకు తెలుసు. కావున, $\int_{t_1}^{t_2} v\,dt$ అనునది దిశావేగము, కాలము యొక్క సాపేక్షముగా ఉన్నప్పుడు ఏర్పడే వక్రరేఖ క్రింద గల వైశాల్యమును గుర్తించును.

ఎడమ చేతి వైపు గల సమకలనము $t_1$ కాలము నుండి $t_2$ కాలములో కణము పొందిన స్థానభ్రంశమును సూచించును. దిశావేగము – కాలము వక్రరేఖ క్రింద గల వైశాల్యము కణము యొక్క స్థానభ్రంశమును సూచించును. వైశాల్యము ఋణాత్మకంగా ఉంటే స్థానభ్రంశము ఋణాత్మకము అగును. కావున, కణము వ్యతిరేఖ దిశలో చలిస్తున్నది. ఇది పటము 2.35 లో సూచించబడియున్నది.

## ఉదాహరణ 2.25

ఒక కణము $x$ అక్ష దిశలో జరుగుచున్నది అని అనుకొందాం. అప్పుడు దాని $x$ నిరూపక అక్ష కాలము ఆధారంగా $x = 2 - 5t + 6t^2$ అనే సమీకరణము ప్రకారము మార్పు చెందినది అయితే కణము యొక్క ప్రారంభ దిశావేగము ఎంత?

**సాధన:**

$$x = 2 - 5t + 6t^2$$

దిశావేగము, $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2 - 5t + 6t^2)$

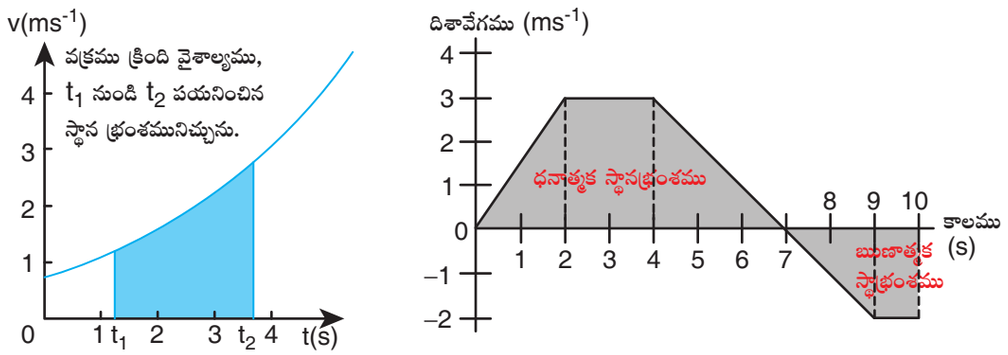
(లేదా) $v = -5 + 12t$

ప్రారంభ దిశావేగమునకు, $t = 0$ అగును.

కావున ప్రారంభ దిశావేగము $= -5 \text{ms}^{-1}$

ప్రారంభ దిశావేగములో ఉన్న ఋణాత్మక గుర్తు, ప్రారంభములో వస్తువు వ్యతిరేఖ x అక్షము దిశలో దిశావేగమును పొందియున్నదని తెలుపుచున్నది. కణము పయనించిన మొత్తం దూరపు పొడవుకు, పయనించు కాలమునకు మధ్యగల నిష్పత్తిని సరాసరి వేగము అందురు.

సరాసరి వేగము = దూరము యొక్క మొత్తం పొడవు / పయనించుటకు పట్టు కాలము




పటము 2.35 దిశావేగము – కాలము గ్రాఫ్‌లో స్థానభ్రంశము.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 69 11-07-2022 17:53:56

## 2.10.2 ఏకమితి మరియు ద్విమితి చలనములో సాపేక్ష దిశావేగము (Relative Velocity in One & Two Dimensional Motion)

A మరియు B అనే రెండు వస్తువులు వివిధ దిశావేగములతో చలిస్తున్నదని అనుకొందాం. B వస్తువు ఆధారంగా A వస్తువు యొక్క దిశావేగం అనునది B వస్తువు ఆధారంగా A వస్తువు యొక్క సాపేక్ష దిశావేగం అందురు.

**సంఘటన 1**

పటంలో చూపినట్లు A మరియు B అనే రెండు వస్తువులు $V_A$ మరియు $V_B$ అనే ఏకరీతి దిశావేగములతో సరళరేఖ మార్గములో ఒకే దిశలో పయనిస్తున్నది.

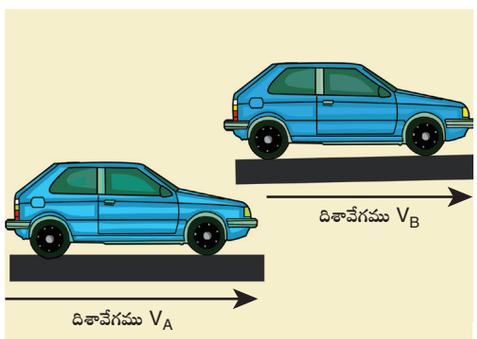
B వస్తువు ఆధారంగా A వస్తువు యొక్క సాపేక్ష దిశావేగము $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$

A వస్తువు ఆధారంగా B వస్తువు యొక్క సాపేక్ష దిశావేగము $\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$

కావున, రెండు వస్తువులు ఒకే దిశలో పయనించినప్పుడు, ఒక వస్తువు ఆధారంగా మరొక వస్తువు సాపేక్ష దిశావేగ పరిమాణము అనునది ఆ రెండు వస్తువుల దిశావేగముల పరిమాణ విలువల తేడాకు సమానమగును.

### ఉదాహరణ 2.26

A మరియు B అనే రెండు కార్లు సమాంతర మార్గములో ఒకే దిశలో భూమికి ఆధారంగా ఏకరీతి దిశా వేగములతో పయనిస్తున్నవి. A మరియు B కార్లు దిశా వేగములు వరుసగా 35 km $h^{-1}$ మరియు 40 km $h^{-1}$ తూర్పుగా పయనిస్తున్నది. A కారు ఆధారంగా B కారు యొక్క దిశావేగము ఎంత?




**సాధన:**

A కారు ఆధారంగా B కారు యొక్క సాపేక్ష దిశావేగము $\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 5$ km $h^{-1}$ తూర్పు దిశలో

ఇదే విధంగా B కారు ఆధారంగా A కారు యొక్క సాపేక్ష దిశావేగము $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = 5$ km $h^{-1}$ పడమర దిశలో.

A కారులో ఉన్న వారికి B కారు తూర్పు వైపు 5 km $h^{-1}$ అనే వేగముతో పయనిస్తున్నట్టు కనిపించును. B కారులో ఉన్నవారికి A కారు పడమర వైపు 5 km $h^{-1}$ అదే వేగముతో పయనిస్తున్నట్టు కనిపించును.

**సంఘటన 2**

A మరియు B అనే రెండు వస్తువులు $V_A$ మరియు $V_B$ అనే ఏకరీతి దిశావేగములతో ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖ దిశలో సరళరేఖ మార్గములో పయనిస్తున్నది.




B వస్తువు ఆధారంగా A వస్తువు యొక్క సాపేక్ష దిశా వేగము

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - (-\vec{V}_B) = \vec{V}_A + \vec{V}_B$$

A వస్తువు ఆధారంగా B వస్తువు యొక్క సాపేక్ష దిశావేగము

$$\vec{V}_{BA} = -\vec{V}_B - \vec{V}_A = -(\vec{V}_A + \vec{V}_B)$$

కావున, రెండు వస్తువులు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖ దిశలో పయనిస్తున్నప్పుడు, ఒక వస్తువు ఆధారంగా మరొక వస్తువు సాపేక్ష దిశావేగము అనునది, ఆ రెండు వస్తువుల దిశా వేగ పరిమాణముల మొత్తానికి సమానమగును.

**సంఘటన 3**

$\vec{v}_A$ మరియు $\vec{v}_B$ దిశా వేగములతో రెండు వస్తువులు $\theta$ కోణముతో పయనిస్తుననప్పుడు.

B వస్తువు ఆధారంగా A వస్తువు యొక్క సాపేక్ష దిశా వేగము $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 70 11-07-2022 17:53:58

సాపేక్ష దిశావేగము యొక్క పరిమాణము మరియు దిశను క్రింది విధంగా చూపించవచ్చును.

$$v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2 - 2\, v_A v_B \cos\theta}$$

మరియు $\tan\beta = \dfrac{v_B \sin\theta}{v_A - v_B \cos\theta}$ (ఇచ్చట $\beta$ అనునది $\vec{v}_{AB}$ మరియు $\vec{v}_B$ మధ్యగల కోణము అగును)

(i) రెండు వస్తువులు ఏకరీతి సమాంతర మార్గములో ఒకే దిశలో పయనిస్తే $\theta = 0°$ కావున,

$v_{AB} = (v_A - v_B)$ మరియు $v_{AB}$ యొక్క దిశ $\vec{v}_A$ దిశలోనే ఉండును. ఇదే విధంగా $v_{BA} = (v_B - v_A)$ మరియు $v_{BA}$ యొక్క దిశ $\vec{v}_B$ దిశలోనే ఉండును.

(ii) రెండు వస్తువులు సమాంతర మార్గములో ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖ దిశలో పయనిస్తే $\theta = 180°$ కావున,

$v_{AB} = (v_A + v_B)$ మరియు $v_{AB}$ యొక్క దిశ $\vec{v}_A$ దిశలోనే ఉండును.

ఇదే విధంగా $v_{BA} = (v_B + v_A)$ మరియు $v_{BA}$ యొక్క దిశ $\vec{v}_B$ దిశలోనే ఉండును.

(iii) రెండు వస్తువులు ఒకదానికొకటి లంబముగా పయనిస్తే $\theta = 90°$ B వస్తువు ఆధారంగా A వస్తువు యొక్క సాపేక్ష దిశా వేగ పరిమాణము $B = v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2}$.

(iv) గొడుగు పట్టుకొని క్షితిజ సమాంతరముగా నడిచే వ్యక్తి యొక్క దిశా వేగము $\vec{V}_M$ అనుకొనుము. ఆ వ్యక్తిపై లంబముగా $\vec{V}_R$ దిశావేగముతో వర్షం పడినపుడు, ఆ వ్యక్తి ఆధారంగా వర్షము యొక్క సాపేక్ష దిశా వేగము **(పటము 2.36)**

$$\vec{V}_{RM} = \vec{V}_R - \vec{V}_M$$

మరియు $\vec{V}_{RM}$ యొక్క పరిమాణము

$$V_{RM} = \sqrt{V_R^2 + V_M^2}$$

మరియు లంబ అక్షము ఆధారముగా దిశ $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{V_M}{V_R}\right)$ ఇది పటము 2.36 లో చూపబడియున్నది.

వర్షము తమపై పడకుండ యుండుటకు వ్యక్తి లంబ అక్షము ఆధారముగా $\theta$ కోణముతో గొడుగును వంచి పట్టుకొనవలెను.

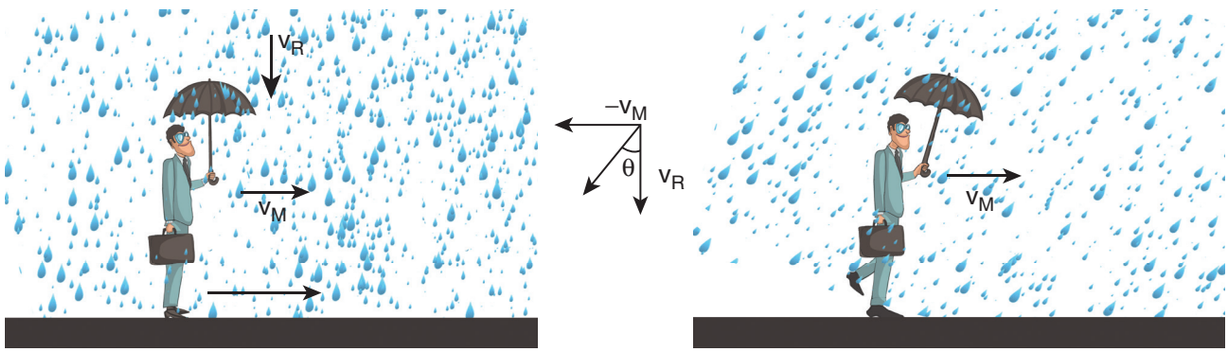
### ఉదాహరణ 2.27

A మరియు B అనే రెండు రైలు బండ్లు సమాంతరంగా రైలు మార్గములో ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖ దిశలో పయనిస్తున్నది. రైలు బండి A యొక్క దిశావేగము తూర్పు వైపు 40 km $h^{-1}$ మరియు రైలు బండి B యొక్క దిశావేగము పడమర వైపు 40 km $h^{-1}$ రైలు బండ్ల సాపేక్ష దిశావేగాలను కనుగొనుట.

**సాధన:**

రైలు బండి B ఆధారంగా A యొక్క సాపేక్ష దిశావేగము $v_{AB} = 80$ km $h^{-1}$ (తూర్పు వైపు)

అనగా రైలు బండి B లో గల ప్రయాణికునికి, రైలు బండి A తూర్పు వైపు 80 km $h^{-1}$ దిశావేగముతో పోతున్నట్లు కనిపించును.




పటము 2.36 వర్షము ఆధారంగా గొడుగు యొక్క కోణము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 71 11-07-2022 17:54:01

రైలు బండి A ఆధారంగా రైలు బండి B యొక్క సాపేక్ష దిశావేగము $V_{BA} = 80 \text{ km h}^{-1}$ (పడమర వైపు)

అనగా రైలు బండి A లో గల ప్రయాణికునికి రైలు బండి B పడమర వైపు 80 km $h^{-1}$ దిశావేగముతో పోతున్నట్లు కనిపించును.

## ఉదాహరణ 2.28

A మరియు B అనే రెండు బండ్లు సమాంతరంగా రైలు మార్గములో ఒకే దిశలో తూర్పు వైపు 50 km $h^{-1}$ అనే దిశావేగముతో పయనిస్తున్నది. రైలు బండ్ల సాపేక్ష దిశావేగాలను కనుగొనుము.

**సాధన:**

రైలు బండి A ఆధారంగా రైలు బండి B యొక్క సాపేక్ష దిశా వేగము, $v_{BA} = v_B - v_A$

$= 50 \text{ km h}^{-1} + (-50) \text{ km h}^{-1}$

$= 0 \text{ km h}^{-1}$

ఇదే విధంగా రైలు బండి B ఆధారంగా రైలు బండి A యొక్క సాపేక్ష దిశావేగము $v_{AB}$ శూన్యమగును.

కావున ఈ రెండు రైలు బండ్లు ఒకటి మరొకటి ఆధారంగా నిశ్చల స్థితిలో ఉన్నట్లు కనిపించును.

## ఉదాహరణ 2.29

36 km $h^{-1}$ వేగముతో పయనించే రైలు బండిలో కిటికీ వద్ద కూర్చున్న బాలుడు, వ్యతిరేఖ దిశలో 18 km $h^{-1}$ వేగముతో పయనించే 90 m పొడవు గల రైలు బండిని ఎంత సమయము చూడగలడు.

**సాధన:**

బాలుడు ఆధారంగా వ్యతిరేఖ దిశలో చలించే రైలు బండి యొక్క సాపేక్ష దిశావేగము

$= (36 + 18) \text{ km h}^{-1}$

$= 54 \text{ km h}^{-1}$

$= 54 \times \frac{5}{18} \text{ m s}^{-1}$

$= 15 \text{ m s}^{-1}$

బాలుడు వ్యతిరేఖ దిశలో పయనించే రైలు బండిని పూర్తిగా చూడగిలిగే కాలమును లెక్కించవలెను.

$$15 = \frac{90}{t} \quad \text{లేదా} \quad t = \frac{90}{15} = 6 \text{ s}$$

## ఉదాహరణ 2.30

నది నీటి ప్రవాహ దిశలో ఈదు ఈతగాడి దిశావేగము 12 km $h^{-1}$. నది నీటి ప్రవాహ దిశకు వ్యతిరేక దిశలో అతని ఈదు దిశావేగము 6 km $h^{-1}$ అయితే నిశ్చల స్థితిలో నుండే నీటి ఆధారంగా ఈతగాడి యొక్క వేగము మరియు నది నీటి ప్రవాహ దిశావేగములను కనుగొనుము.

**సాధన:**

నేల ఆధారంగా ఈతగాడి మరియు నీటి ప్రవాహ దిశావేగములు వరుసగా $v_s$ మరియు $v_r$ అనుకొందాం.

$$v_s + v_r = 12 \quad (1)$$

మరియు

$$v_s - v_r = 6 \quad (2)$$

రెండు సమీకరణాలను కూడినపుడు (1) మరియు (2)

$2v_s = 12 + 6 = 18 \text{ km h}^{-1}$ లేక

$v_s = 9 \text{ km h}^{-1}$

సమీకరణము (1) నుండి,

$9 + v_r = 12$ లేక

$v_r = 3 \text{ km h}^{-1}$

ఈతగాడు నది ప్రవాహ దిశలోనే ఈదునపుడు అతని ఫలిత దిశావేగము 12 km $h^{-1}$.

**త్వరణించబడిన చలనము:**

ఏకరీతి చలనములో గల వస్తువు యొక్క దిశావేగము ప్రతి క్షణమూ మార్పు చెందును. అనగా దిశావేగము, కాలము ఆధారంగా మార్పు చెందుతూనే ఉండును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 72 11-07-2022 17:54:01

ఇటువంటి చలనమును త్వరణించబడిన చలనము అందురు.

i) త్వరణించబడిన చలనములో ఏకాంక కాలములో మార్పు చెందిన వస్తువు యొక్క దిశావేగము సమానముగా (స్థిరముగా) ఉంటే ఆ వస్తువు ఏకరీతిలో త్వరణించబడిన చలనములో ఉన్నది అని అనుకొనవచ్చును.

ii) ఏకాంక కాలములో మార్పు చెందిన వస్తువు యొక్క దిశావేగము వివిధ కాలములో వేర్వేరుగా ఉంటే ఆ వస్తువు అసమరీతి త్వరణీకృత చలనములో ఉన్నది అనుకొందాం.

**సరాసరి త్వరణము:**

$\Delta t = t_2 - t_1$, కాల వ్యవధిలో $\vec{v}_1$ దిశావేగము నుండి $\vec{v}_2$ దిశావేగమునకు మార్పు చెందిన వస్తువు యొక్క సరాసరి త్వరణమును, దిశావేగ మార్పు మరియు తీసుకొనిన కాల వ్యవధి $\Delta t = t_2 - t_1$ వీటి మధ్య గల నిష్పత్తి అని నిర్వచింపవచ్చును.

$$\text{కావున } \vec{a}_{\text{సరాసరి}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

సరాసరి త్వరణము సదిశరాశి అగును. దీని దిశ $\Delta v$ యొక్క దిశలోనే ఉండును.

**తక్షణ త్వరణము:**

సాధారణంగా సరాసరి త్వరణము పూర్తి కాల వ్యవధిలో వస్తువు యొక్క దిశావేగములో ఏర్పడే మార్పును ఇచ్చును. కాని తక్షణ త్వరణము ఒక నిర్ణీత కాలములో 't' దిశావేగములో ఏర్పడిన మార్పును ఇవ్వదు.

$\Delta t$ శూన్యమును సమీపించినపుడు కాలము ఆధారముగా దిశావేగములో ఏర్పడిన మార్పు తక్షణ త్వరణము (లేదా) త్వరణము అని అందురు.

$$\text{త్వరణము, } \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

t కాలములో వస్తువు యొక్క త్వరణమును, ఆ కాలములో ఏర్పడిన దిశావేగ మార్పుకు సమానము అని కూడ చెప్పవచ్చును.

(i) త్వరణము సదిశరాశి అగును. దీని SI ప్రమాణము $ms^{-2}$ మితి సూత్రము $M^0L^1T^{-2}$

(ii) దిశావేగము అధికరించినప్పుడు ఏర్పడిన త్వరణమును ధనాత్మక త్వరణము అందురు. దిశావేగము తగ్గినపుడు ఏర్పడిన త్వరణమును ఋణాత్మక త్వరణము అందురు. దీనిని వ్యతిరేఖ త్వరణము అని కూడ చెప్పవచ్చును.

అంశాల పద్ధతిలో త్వరణమును క్రింది పదముగా వ్రాయవచ్చును.

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

కావున $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt}$, $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ ఇది తక్షణ త్వరణము యొక్క అంశాలు అగును.

దిశావేగము యొక్క అన్ని అంశాలు వాటికి సంబంధము గల కార్టీషియన్ నిరూపక అక్షముల అవకలనములు అగును. ఇదే విధముగా సదిశలు $a_x$, $a_y$ మరియు $a_z$ లను క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

కావున త్వరణ సదిశ $\vec{a}$ ను క్రింది విధముగాను వ్రాయవచ్చును.

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

పై సమీకరణము నుండి త్వరణము అనునది, స్థితి సదిశ యొక్క కాలము ఆధారంగా ద్వితీయ అవకలనము అని తెలుసుకొనవచ్చును.

గ్రాఫ్ పద్ధతిలో దిశావేగము – కాలము రేఖాచిత్రము యొక్క వాలు త్వరణము అగును. మరియు గ్రాఫ్ పద్ధతిలో త్వరణము కాలము రేఖాచిత్రము ఇవ్వబడి ఉంటే వక్రరేఖకు క్రింద గల వైశాల్యము దిశావేగమును ఇచ్చును.

$\frac{dv}{dt} = a$, కావున $dv = a\,dt$; లేదా

$$v = \int_{t_1}^{t_2} a\,dt$$

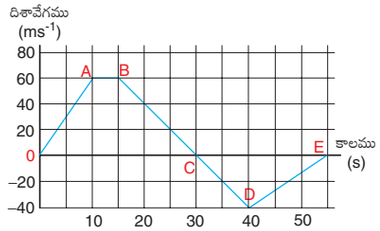
ఇచ్చట $t_1$ మరియు $t_2$ తొలి మరియు తుది కాలములను గుర్తించును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 73 11-07-2022 17:54:05

## ఉదాహరణ 2.31

x అక్ష దిశలో చలించే కణము యొక్క దిశావేగము కాలము గ్రాఫ్ క్రింద ఇవ్వబడియున్నది. దాని నుండి క్రింది వాటిని కనుగొనుము.




అ) 0 నుండి 55 సె కాల వ్యవధిలో కణము యొక్క చలనమును వివరించుము.

ఆ) 0 నుండి 40 సె కాల వ్యవధిలో కణము పయనించిన దూరము మరియు కణము యొక్క స్థానభ్రంశమును కనుగొనుము.

ఇ) t = 5 సె మరియు t = 20 సె లో కణము యొక్క త్వరణమును లెక్కించుము.

**సాధన:**

**(అ) 0 సె నుండి 10 వ సె వరకు**

t = 0సె లో కణము యొక్క దిశావేగము శూన్యము. దాని తరువాత కణము ధనాత్మక దిశావేగమును పొందును. కావున కణము ధనాత్మక x దిశలో చలించును. 0 సె నుండి 10 సె వరకు వక్రరేఖ యొక్క వాలు $(\frac{dv}{dt})$ ధనాత్మకము అగును. ఇది కణము యొక్క ధనాత్మక త్వరణమును చూపిస్తున్నది. మరియు 0 సె నుండి 10 సె వరకు కణము యొక్క దిశావేగం అధికరించుటను చూడవచ్చును.

**A నుండి B వరకు (10 సె నుండి 15 సె వరకు)**

10 సె నుండి 15 సె వరకు 60 m s$^{-1}$ అనే స్థిరమైన దిశావేగములో కణము పయనిస్తున్నది. ఇది కణము యొక్క శూన్య త్వరణమును చూపిస్తున్నది. మరియు కణము అవిచ్ఛిన్నంగా ధనాత్మక దిశలో చలించుటను ఇది చూపిస్తున్నది.

**B నుండి C వరకు (15 వ సె నుండి 30 వ సె వరకు)**

15వ సె నుండి 30వ సె వరకు వక్రరేఖ యొక్క వాలు ఋణాత్మకము అగును. ఇది 15వ సె నుండి 30వ సె వరకు కణము యొక్క దిశావేగము తగ్గుటను చూపిస్తున్నది. కాని కణము ధనాత్మక x అక్ష దిశలోనే అవిచ్ఛిన్నంగా చలిస్తున్నది. 30 సె లో కణము యొక్క దిశావేగము శూన్యమగును. కణము ధనాత్మక x దిశలో గరిష్ఠ దూరమును దాటుకొని క్షణ కాలమునకు నిశ్చల స్థితిని పొందును.

**C నుండి D వరకు (30 వ సె నుండి 40 వ సె వరకు)**

30వ సె నుండి 40వ సె వరకు కణము ఋణాత్మక దిశావేగమును పొందును. ఇది కణము ఋణాత్మక x అక్ష దిశలో చలించుటకు ప్రారంభించుటను చూపిస్తున్నది. దిశావేగము యొక్క పరిమాణ విలువ 40 m s$^{-1}$ అనే గరిష్ఠ విలువను పొందును.

**D నుండి E వరకు ( 40 వ సె నుండి 55 వ సె వరకు)**

40వ సె నుండి 55వ సె వరకు దిశావేగము ఋణాత్మకముగానే ఉంటుంది. అంతేకాకుండ తగ్గుటకు ప్రారంభించును. t = 55 సెలో కణము యొక్క దిశావేగము శూన్య విలువను పొంది కణము నిశ్చల స్థితికి వచ్చును.

**(ఆ)** 0 నుండి 40 సె వరకు ఇవ్వబడిన వక్ర రేఖ క్రింద గల వైశాల్యము కణము యొక్క స్థానభ్రంశమును ఇచ్చును. ఇచ్చట O నుండి C వరకు గల వైశాల్యము, కణము ధనాత్మక x దిశలో పొందిన స్థానభ్రంశమును ఇచ్చును. ఇదే విధంగా C నుండి D వరకు గల వైశాల్యము కణము ఋణాత్మక x దిశలో పొందిన స్థానభ్రంశమును ఇచ్చును.

0 సెకండు నుండి 10 సె వరకు కణము పొందిన స్థానభ్రంశము $\frac{1}{2}\times 10\times 60 = 300\,m$

10 సె నుండి 15 సె వరకు కణము పొందిన స్థానభ్రంశము $= 60\times 5 = 300$ m

15 సె నుండి 30 సె వరకు కణము పొందిన స్థానభ్రంశము $= \frac{1}{2}\times 15\times 60 = 450\,m$

30 సె నుండి 40 సె వరకు కణము పొందిన స్థానభ్రంశము $= \frac{1}{2}\times 10\times(-40) = -200\,m.$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 74 11-07-2022 17:54:06

ఇచ్చట ఋణాత్మక గుర్తు, కణము ఋణాత్మక x అక్ష దిశలో 200 m పోవుటను సూచిస్తున్నది.

0 సెకండు నుండి 40 సె వరకు కణము పొందిన మొత్తం స్థానభ్రంశము

300 m + 300 m + 450 m − 200 m = +850 m.

ఇచ్చట ధనాత్మక గుర్తు కణము యొక్క ఫలిత స్థానభ్రంశము ధనాత్మక అక్ష దిశలో ఉన్నదని సూచిస్తున్నది.

0 సె నుండి 40 సె వరకు కణము పయనించిన మొత్తం దూరము (మార్గపు పొడవు) = 300 + 300 + 450 + 200 = 1250 m.

(ఇ) దిశావేగము కాలము గ్రాఫ్‌లో వాలు కణము యొక్క త్వరణమును ఇచ్చును. మొదటి 10 సె కు దిశావేగము స్థిరమైన వాలును పొంది ఉన్నది (స్థిరమైన త్వరణము) కావున, త్వరణము $v_1 = 0$ to $v_2 = 60\,\text{m s}^{-1}$.

ఇచ్చట $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ మరియు

$$a = \frac{60 - 0}{10 - 0} = 6\,m\,s^{-2}$$

మరియు కణము 15 సె నుండి 30 సె వరకు స్థిరత్వ ఋణాత్మక వాలును పొంది ఉన్నది. ఈ సంఘటనలో $v_2 = 0$ మరియు $v_1 = 60\,m\,s^{-1}$ కావున $t = 0$ సెలో త్వరణము

$a = \frac{0 - 60}{30 - 15} = -4\,m\,s^{-2}$. ఋణాత్మక గుర్తు వాలు అనునది కణము యొక్క వ్యతిరేఖ త్వరణమును సూచిస్తున్నది.

## ఉదాహరణ 2.32

కణము యొక్క స్థితి సదిశ $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 5t\hat{j} + 4\hat{k}$, అయితే క్రింది వాటిని కనుగొనుము.

అ) $t = 3$ సెకండులో కణము యొక్క దిశావేగము

ఆ) $t = 3$ సెకండులో కణము యొక్క వేగము

ఇ) $t = 3$ సెకండులో కణము యొక్క త్వరణము

**సాధన:**

(అ) దిశావేగము $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$

ఇచ్చట $\vec{v}(t) = 6t\hat{i} + 5\hat{j}$

దిశావేగము రెండు అంశాలను మాత్రమే పొంది ఉన్నది. అనగా $v_x = 6t$ (కాలము మీద ఆధారపడి ఉన్నది) మరియు $v_y = 5$ (కాలము మీద ఆధారపడ లేదు).

$t = 3$ సె లో దిశావేగము $\vec{v}(3) = 18\hat{i} + 5\hat{j}$

(ఆ) $t = 3$ సె లో కణము యొక్క వేగము

$$v = \sqrt{18^2 + 5^2} = \sqrt{349} \approx 18.68\,m\,s^{-1}$$

(ఇ) త్వరణము $\vec{a}$ is, $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 6\hat{i}$

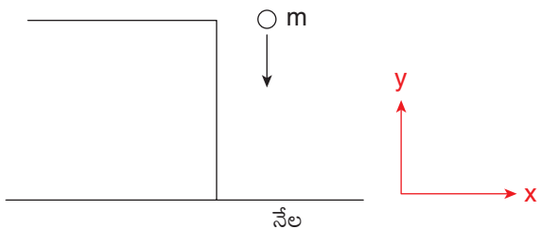
త్వరణము $x$ అంశమును మాత్రమే పొంది ఉన్నది. మరియు ఇది కాలము మీద ఆధారపడలేదు. $t = 3$ సె లో త్వరణము స్థిర విలువైన $\vec{a} = 6\hat{i}$ ను పొంది ఉన్నది అని గమనించవలెను. మరియు ఈ సంఘటనలో కణము ఏకరీతి దిశావేగమును, ఏకరీతి త్వరణమును పొంది ఉన్నది అని తెలుసుకొనవచ్చును.

## ఉదాహరణ 2.33

ఒక వస్తువును అభిలంబముగా క్రింది వైపు ప్రక్షేపకము చేయునపుడు అది ఏ రకమైన త్వరణమును పొందును?

**సాధన:**

తనంతట తానుగ భూమి వైపు పడే వస్తువు గురుత్వబలం వలన ఒక త్వరణమును పొందును. అది గురుత్వ త్వరణమగును. $g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$ పటంలో చూపినట్లు మనము తగిన నిరూపక అక్షము వ్యవస్థను ఎంపిక చేయవలెను.






11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 75 11-07-2022 17:54:07

ఇందు మూలంగా త్వరణము ఋణాత్మక y దిశలో ఉండును అని తెలుసుకొనవచ్చును.

$$\vec{a} = g\left(-\hat{j}\right) = -g\hat{j}$$

**గమనిక**

కొన్ని సందర్భములో క్రింది వైపు దిశను ధనాత్మక y-అక్షము అని ఊహించుకొనవచ్చును. తనంతట తాను అభిలంబంగా క్రింది వైపు పడే వస్తువు యొక్క త్వరణము g ను ఈ సంఘటనలో ధనాత్మకంగా ఊహించుకొనవలెను. $(a = g)$

## 2.10.3 సమకలన పద్ధతిలో ఏకరీతిగా త్వరణించబడిన వస్తువు యొక్క చలన సమీకరణాలు (Equations of Uniformly Accelerated Motion by Calculus Method)

సరళ రేఖ మార్గములో చలించే వస్తువు యొక్క ఏకరీతి త్వరణము 'a' అనుకొందాం. ఇచ్చట ఏకరీతి త్వరణము అనునది, త్వరణము ఒక స్థిరాంకము మరియు కాలము మీద ఆధారపడదు అని అర్థము.

కాలము t = 0 సెకండులో వస్తువు యొక్క దిశావేగము u అనుకొందాం. t కాలములో వస్తువు యొక్క దిశావేగము v అనుకొందాం.

**దిశావేగము – కాలము మధ్య సంబంధం:**

(i) ఏ క్షణ కాలము నందైనను వస్తువు యొక్క త్వరణము అనునది దిశావేగ మార్పు రేటు అగును.

$$a = \frac{dv}{dt} \text{ లేదా } dv = a\,dt$$

చలన నిబంధన ప్రకారము, అనగా కాలము 0 నుండి t వరకు మార్పు చెందితే దిశావేగము u నుండి v కు మారును రెండు వైపుల సమకలనము చేయగా

$$\int_u^v dv = \int_0^t a\,dt = a\int_0^t dt \Rightarrow [v]_u^v = a[t]_0^t$$

$$v - u = at \text{ (లేదా) } v = u + at \quad \rightarrow (2.7)$$

**గమనిక**

ఇచ్చట $a$, $t$ కాలము మీద ఆధారపడితే దీనిని సమకలనము నుండి వెలుపల తీయలేము.

**స్థానభ్రంశము – కాలము మధ్య సంబంధం**

(ii) వస్తువు యొక్క దిశావేగము అనునది, కాలము ఆధారంగా వస్తువు యొక్క స్థానభ్రంశ మార్పు రేటు అగును.

$$v = \frac{ds}{dt} \text{ లేదా } ds = v\,dt$$

ఇచ్చట $v = u + at$,

కావున $ds = (u + at)\,dt$

కాలము t = 0 సె లో వస్తువు ఆరంభ బిందువు నందు కలదు అనుకొందాం. t కాలము తరువాత వస్తువు యొక్క స్థానభ్రంశము s అనుకొందాం మరియు వస్తువు యొక్క త్వరణము కాలము మీద ఆధారపడలేదు అని అనుకొందాము.

$$\int_0^s ds = \int_0^t u\,dt + \int_o^t at\,dt \text{ (లేదా) } s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad (2.8)$$

**దిశావేగము – స్థానభ్రంశము మధ్య సంబంధము**

(iii) వస్తువు యొక్క త్వరణము అనునది, కాలము ఆధారంగా దిశావేగము యొక్క మార్పు రేటు అగును.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds}v$$

[ds/dt = v] ఇచ్చట s అనునది పయనించిన దూరమగును.

$$a = \frac{1}{2}\frac{d}{ds}(v^2)$$

లేదా $ds = \frac{1}{2a}d(v^2)$

పై సమీకరణమును సమకలనము చేయగా, (అనగా దిశావేగము u నుండి v వరకు మార్పు చెందినప్పుడు కణము 0 నుండి s వరకు స్థానభ్రంశము పొందును)

$$\int_0^s ds = \int_u^v \frac{1}{2a}d\left(v^2\right)$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 76 11-07-2022 17:54:09

$$\therefore s = \frac{1}{2a}\left(v^2 - u^2\right)$$

$$\therefore v^2 = u^2 + 2as \qquad (2.9)$$

(తొలి) ఆరంభ దిశావేగము u మరియు అంతిమ దిశావేగము v ఆధారంగా కణము యొక్క స్థానభ్రంశమును నిర్వచించవచ్చును.

సమీకరణము (2.7) నుండి,

$$at = v - u$$

దీని సమీకరణము (2.8) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$s = ut + \frac{1}{2}(v-u)t$$

$$s = \frac{(u+v)t}{2} \qquad (2.10)$$

సమీకరణాలు (2.7) (2.8) (2.9) మరియు (2.10) మొదలైనవి చలన సమీకరణాలు ఇవి వాడుకలో వివిధ సందర్భాలలో మనకు ఉపయోగపడును.

### చలన సమీకరణాలు

$$v = u + at$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

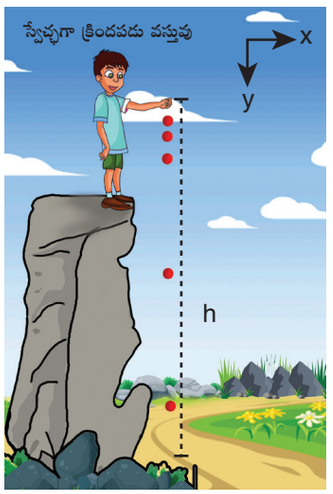
$$s = \frac{(u+v)t}{2}$$

పై సమీకరణాలు సరళ మార్గములో చలించే ఏకరీతి త్వరణము గల వస్తువులకు మాత్రమే చెందును. ఇవి వృత్తాకార చలనము, డోలన చలనములో ఉన్న వస్తువులకు చెందదు.

### గురుత్వాకర్షణ వలన చలించే వస్తువు యొక్క చలన సమీకరణములు

భూ ఉపరితలమునకు పైన ఏకరీతిగా త్వరణించపడిన సరళ రేఖ మార్గములో చలించే వస్తువునకు ఒక ఆచరణాత్మక ఉదాహరణమగును. భూ తలానికి దగ్గరలో గురుత్వ త్వరణము 'g' స్థిరాంకమగునని. మనకు తెలియును ఈ గురుత్వ త్వరణములో సరళ మార్గములో చలించే వస్తువు యొక్క చలనమును, చలన సమీకరణాలను ఉపయోగించి మనము తెలుసుకొనవచ్చును.

**సంఘటన (i) : h ఎత్తు నుండి తనంతట పడే వస్తువు**




**పటము 2.37** తనంతట తానుగా పడే వస్తువు

m ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు h ఎత్తు నుండి క్రింద పడుతున్నది అనుకొందాం. ఇచ్చట గాలి నిరోధము లేదనుకొందాం. పటము 2.37 లో చూపినట్లు క్రింది వైపు దిశను ధనాత్మక y-అక్షముగా అనుకొందాం. వస్తువు భూ తలానికి దగ్గరగా పడుట వలన అది ఏకరీతి గురుత్వ త్వరణమును పొందును. చలన సమీకరణములను ఉపయోగించి ఈ చలనమును వివరించవచ్చును.

త్వరణము $\vec{a} = g\hat{j}$

అంశములను పోల్చగా

$$a_x = 0, a_z = 0, a_y = g$$

**దీనిని సరళంగా $a_y = a = g$ అని అనుకొందాం.**



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 77 11-07-2022 17:54:12

'u' తొలి వేగముతో ధనాత్మక y-అక్ష దిశలో వస్తువు క్రింది వైపు ప్రక్షేపకము చేయబడినది అని అనుకొందాం. t అనే ఏ క్షణ కాలము వద్దను వస్తువు యొక్క దిశావేగము మరియు స్థితి

$$v = u + gt \qquad (2.11)$$

$$y = ut + \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.12)$$

వస్తువు y బిందువు వద్ద ఉన్నప్పుడు వస్తువు యొక్క వేగ వర్గము

$$v^2 = u^2 + 2gy \qquad (2.13)$$

వస్తువు విరామ స్థితి నుండి పడితే $u = 0$

కావున ఏ క్షణ కాలములోనైనను కణము యొక్క స్థానము దిశావేగము $v$ మరియు $v^2$ (కొండపై భాగము నుండి y అను బిందువునకు)

$$v = gt \qquad (2.14)$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.15)$$

$$v^2 = 2gy \qquad (2.16)$$

భూమిని తాకుటకు కణమునకు పట్టు కాలము $(t = T)$, $(y = h$కు)
సమీకరణము (2.15) చేత ఇవ్వబడినది

$$h = \frac{1}{2}gT^2 \qquad (2.17)$$

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (2.18)$$

వస్తువు భూమిని తాకుటకు పొందే కాలము సమీకరణం (2.18) నుండి $(h)$ విలువ అధికరించునప్పుడు వస్తువు భూమిని చేరుటకు అధిక కాలము పట్టును అని తెలుస్తుంది మరియు $(h)$ విలువ తక్కువగా ఉంటే వస్తువు భూమిని చేరుటకు తక్కువ కాలమగును

సమీకరణం (2.16) నుండి వస్తువు భూమిని చేరినప్పుడు (y = h) వస్తువు యొక్క వేగాన్ని కనుగొనవచ్చును.

$$v_{\text{భూమి}} = \sqrt{2gh} \qquad (2.19)$$

సమీకరణం (2.19) నుండి $(h)$ విలువ అధికరించునప్పుడు వస్తువు చాలా ఎక్కువ వేగముతో భూమిని చేరును. మరియు $h$ విలువ తగ్గినప్పుడు వస్తువు తక్కువ వేగముతో భూమిని చేరుతుంది అని తెలుసుకొనవచ్చును.

తక్కువ అభిలంబ ఎత్తు నుండి $(h << R)$ గురుత్వ బలము వలన మాత్రము భూమి వైపు పడే వస్తువు యొక్క చలనమును, తనంతట తానుగా పడే వస్తువు చలనము అందురు. (ఇచ్చట R భూ వ్యాసార్ధము)

## ఉదాహరణ 2.34

10 m ఎత్తు నుండి ఇనుప గుండు మరియు ఈక రెండును ఒకే సందర్భములో పడుతుంది.

అ) ఇనుప గుండు మరియు ఈక రెండును భూమిని చేరుటకు పట్టు కాలము ఎంత?

ఆ) ఇనుప గుండు మరియు ఈక రెండును భూమిని చేరినప్పుడు వాటి దిశావేగములు ఎంత?

(గాలి నిరోధకమును లెక్కలోనికి తీసుకొనగూడదు మరియు $g = 10\ \text{m s}^{-2}$ అనుకొనుము)

**సాధన:**

చలన సమీకరణాలు ద్రవ్యరాశి మీద ఆధారపడలేదు. సమీకరణ (2.18) నుండి, ఇనుప గుండు మరియు ఈక రెండును ఒకే సమయములో భూమిని చేరును. దీనిని క్రింది విధంగా తెలుసుకొనవచ్చును.

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 10}{10}} = \sqrt{2}\ s \approx 1.414 s$$

కావున, ఇనుప గుండు మరియు ఈక రెండును ఒకే సమయములో భూమిని చేరును.



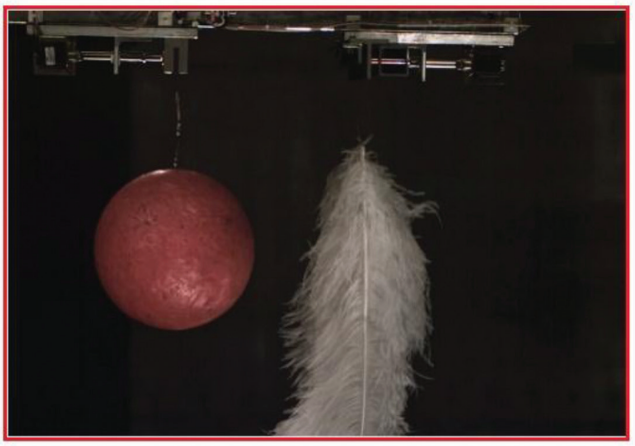
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 78 11-07-2022 17:54:14

సమీకరణం (2.19) నుండి ఇనుప గుండు మరియు ఈక భూమిని చేరినప్పుడు వాటి దిశావేగములు సమానమగును.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 10}$$
$$= \sqrt{200}\, m\, s^{-1} \approx 14.14\, m\, s^{-1}$$

DML67

శూన్యములో అన్ని వస్తువులు $g$ అనే సమాన త్వరణముతో ఒకే సమయంలో క్రిందికి పడునని గెలీలియో కనుగొన్నారు.



ఈక మరియు ఇనుపగుండు ప్రయోగము
https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs&t=5s

## ఉదాహరణ 2.35

చలన సమీకరణాలను ఉపయోగించి బావి లోతును కొలవగలమా?



నీరు లేని ఒక బావిని ఊహించుకొందాం. దాని లోతును $d$ అనుకొందాము. ఒక చిన్న నిమ్మ పండు మరియు ఆపు గడియారమును తీసుకొందాం. నిమ్మపండును బావి అంచు నుండి వదిలిన వెనువెంటనే గడియారమును ON చేయవలెను. అది బావి అడుగు భాగమును చేరినప్పుడు గడియారమును OFF చేయవలెను. నేలను చేరుటకు పట్టిన కాలము లెక్కించి దానిన $t$ అనుకొనుము.

నిమ్మపండు యొక్క తొలి దిశావేగము $u = 0$ మరియు బావియంతట గురుత్వ త్వరణము $g$ స్థిరాంకము. కావున ఏకరీతి త్వరణము కలిగిన వస్తువు యొక్క చలన సమీకరణాలను ఇచ్చట ఉపయోగించవచ్చును.

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$u = 0, s = d, a = g$ (క్రింద వైపు స్థానభ్రంశమును ధనాత్మక y అక్షము దిశలో తీసుకొందాం).



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 79 11-07-2022 17:54:14

$$d = \frac{1}{2} g t^2$$

$g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$ అని ప్రతిక్షేపించి బావి లోతును లెక్కించవచ్చును.



గణనలో ఏర్పడిన దోషమును కనుగొనుటకు మనకు బావి యొక్క సరియైన లోతు కావలెను. దీనిని ఒక దారమును ఉపయోగించి కనుగొనవచ్చును. ఒక దారమును తీసుకొని బావి యొక్క నేలను తాకే వరకు దారమును వదలవలెను. ఇప్పుడు దారము పొడవు ($d_{correct}$) గుర్తించుకోవాలి.

$$\text{దోషము} = d_{correct} - d$$

$$\text{సాపేక్ష దోషము} = \frac{d_{correct} - d}{d_{correct}}$$

$$\text{సాపేక్ష దోష శాతము} = \frac{d_{correct} - d}{d_{correct}} \times 100$$

దోషముకు కారణము ఏమి?

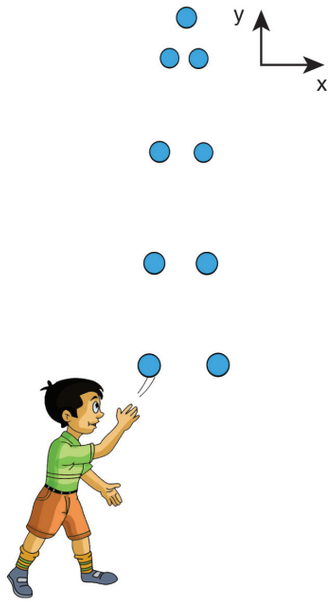
ఈ ప్రయోగమును వివిధ ద్రవ్యరాశులకు మరలా చేసి దాని ఫలితమును $d_{correct}$ తో ప్రతిసారి పోల్చవలెను.

**గమనిక**

నీరు గల బావి అయితే ఈ పద్ధతి ద్వారా నీరు ఎంత లోతు ఉన్నది అని లెక్కించవచ్చును. అనగా నీటి మట్టం వరకు బావి లోతును లెక్కించవచ్చును.

**సంఘటన (ii): ఒక వస్తువును లంబముగా పై వైపుకు విసురుట:**

$m$ ద్రవ్యరాశి గల వస్తువును $u$ అనే తొలి దిశావేగముతో లంబముగా పై వైపు వేయుము. గాలి నిరోధమును లెక్కలోనికి తీసుకొనకూడదు. పటము 2.38 ప్రకారము పై వైపు లంబ దిశ y అక్షముగా తీసికొనవలెను.




**పటము 2.38** ఒక వస్తువును నిటారుగా పై వైపుకి విసురుట

ఈ సంఘటనలో త్వరణము $a = -g$ ఎందుకనగా g ఋణాత్మక y అక్షము దిశలో పనిచేస్తుంది. ఈ రకమైన చలనముల చలన సమీకరణాలు క్రింద చూపబడినవి (ఏ క్షణ కాలము t నందైన వస్తువు యొక్క దిశావేగము)

$$v = u - gt \qquad (2.20)$$

$$s = ut - \frac{1}{2} gt^2 \qquad (2.21)$$

y అక్షము నందు ఏ స్థానము నందైన దిశావేగము

$$v^2 = u^2 - 2gy \qquad (2.22)$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 80 11-07-2022 17:54:16

## ఉదాహరణ 2.36

ఒక రైలు బండి $54\,km\,h^{-1}$ అనే సరాసరి వేగముతో పయనిస్తున్నది. బ్రేకు వేసిన తరువాత ఆ బండి 225 m అవతల నిలిచినది. అయితే రైలు బండి యొక్క వ్యతిరేఖ త్వరణమును కనుగొనుము.

**సాధన:**

రైలు బండి యొక్క అంతిమ దిశావేగము $v = 0$

రైలు బండి యొక్క తొలి దిశావేగము

$$u = 54 \times \frac{5}{18}\, m\,s^{-1} = 15\, m\,s^{-1}$$

$$S = 225\, m$$

వ్యతిరేఖ త్వరణము ఎల్లప్పుడు దిశావేగమునకు వ్యతిరేఖంగా ఉండును. కావున,

$$v^2 = u^2 - 2aS$$

$$0 = (15)^2 - 2a\,(225)$$

$$450\,a = 225$$

$$a = \frac{225}{450}\, ms^{-2} = 0.5\, ms^{-2}$$

కావున, వ్యతిరేఖ త్వరణము $= 0.5\ m\ s^{-2}$

## 2.11 ప్రక్షేపక వస్తువు చలనము (PROJECTILE MOTION)

### 2.11.1 పరిచయము (Introduction)

ఇవ్వబడిన తొలి దిశావేగములో గురుత్వ బలం వలన మాత్రమే గాలిలో చలించే వస్తువును ప్రక్షేపక వస్తువు అందురు. ప్రక్షేపక వస్తువు పయనించే మార్గమును ప్రక్షేపక మార్గము (**trajectory**) అందురు.

**ప్రక్షేపక వస్తువులకు ఉదాహరణములు:**

1. పయనించే రైలు బండి కిటికీ నుండి క్రిందకు వేయబడు వస్తువు.
2. తుపాకి నుండి వెలువడే గుండు.
3. ఏదైన ఒక దిశలో ప్రక్షేపకము చేయబడు బంతి.
4. అథ్లెట్‌చే విసిరి వేయబడు జావలిన్ లేదా షాట్‌పుట్.
5. నీటి తొట్టి అడుగు భాగములో గల గొట్టము నుండి వెలువడే నీటి మార్గము.

ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము క్రింది రెండు దిశావేగముల మొత్తము అని కనుగొనబడినది.

i) గాలి నిరోధములేని స్థితిలో, క్షితిజ సమాంతర దిశలో గల స్థిరాంక దిశావేగము

**ii) ఏకరీతిగా మార్పు చెందే (అనగా ఎక్కువ లేదా తక్కువ) లంబ దిశావేగము.**

ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము రెండు రకాలు అగును.

(i) క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రక్షేపకము చేయు ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము.

(ii) క్షితిజ సమాంతరముతో నిర్ణీత కోణముతో ప్రక్షేపకము చేయు ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము.

ప్రక్షేపక వస్తువు చలనము గురించిన అవగాహనకు క్రింది వ్యాఖ్యాలను గుర్తించుకోవలను.

i) గాలి నిరోధమును లెక్కలోనికి తీసుకొనకూడదు.

ii) భూమి యొక్క భ్రమణ ఫలితము మరియు భూమి యొక్క వక్ర వ్యాసార్ధ ధర్మాలను లెక్కలోనికి తీసుకొనకూడదు.

iii) ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము పూర్తిగాను గురుత్వ త్వరణ పరిమాణ విలువ మరియు దిశ స్థిరముగా ఉండును.

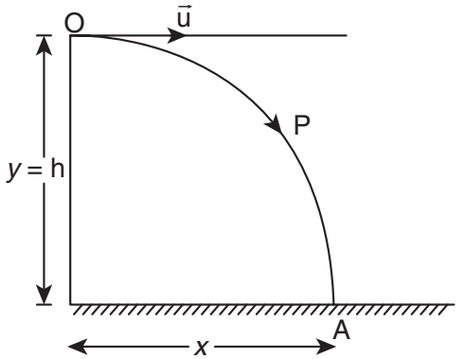
### 2.11.2 క్షితిజ సమాంతరములో ప్రక్షేపకము చేయబడు ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము (Projectile in horizontal projection)

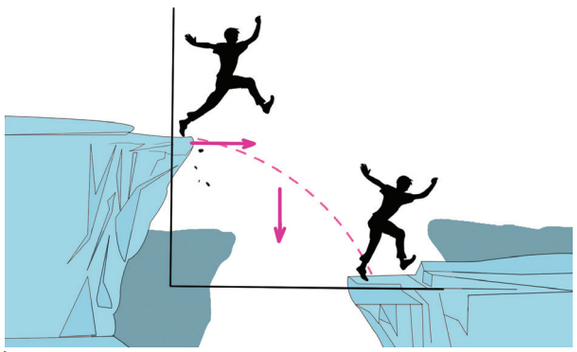
$h$ ఎత్తు గల భవన శిఖర భాగము నుండి $\vec{u}$ అనే తొలి వేగముతో క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రక్షేపకము చేయబడు ఒక ప్రక్షేపక వస్తువు (బంతి) ను ఊహిద్దాం. (పటము 2.39)

బంతి చలనములో ఉన్నప్పుడు $u$ అనే ఏకరీతి క్షితిజ సమాంతర దిశావేగము వలన పయనించిన



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 81 11-07-2022 17:54:17



**పటము 2.39** క్షితిజ సమాంతర ప్రక్షేపకము

క్షితిజ సమాంతర దూరమును, ఏకరీతి గురుత్వ త్వరణము వలన పయనించిన క్రింది వైపు గల లంబ దూరమును పొంది యుండును. కావున పై రెండు ఫలితముల వలన బంతి OPA అనే మార్గములో పయనించును. ఈ చలనము ద్విమితీయ తలములో ఉన్నది. బంతి నేలలో ఉన్న A బిందువును చేరుటకు పట్టే కాలము t అనుకొందాం. బంతి పయనించిన క్షితిజ సమాంతర దూరము $x$ (t) = $x$, బంతి పయనించిన లంబ దూరము y (t) = y

చలన సమీకరణాలను విడివిడిగా $x$ అక్షము దిశలోను, మరియు $y$ అక్షము దిశలోను ఉపయోగించవలెను. ఇచ్చట ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము ద్విమితీయంగా ఉండును. కావున దిశావేగము, క్షితిజ సమాంతర అంశము $u_x$ మరియు లంబ అక్ష అంశము $u_y$ అనే రెండు అంశాలను పొంది ఉండును.

**క్షితిజ సమాంతర దిశలో ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము:**

బంతి $x$-అక్షము దిశలో ఎటువంటి త్వరణమును పొందలేదు. కావున చలనము పూర్తిగాను తొలి దిశావేగము స్థిర విలువగా ఉండును.

$t$ కాలములో ప్రక్షేపక వస్తువు పయనించిన క్షితిజ సమాంతర దూరము $x = u_x t + \frac{1}{2}at^2$ ఇచ్చట $x$ యొక్క దిశలో a = 0, కావున

$$x = u_x t \qquad (2.23)$$

**క్రింది వైపు దిశలో ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము:**
ఇచ్చట $u_y$ = 0 (తొలి దిశావేగముకు తరువాత క్రింది వైపుగల అంశము లేదు) a = g (క్రింది వైపు గల చలనమును ధనాత్మక y-అక్షము ద్వారా గుర్తించవలెను) మరియు s=y

$$\therefore\ y = u_y t + \frac{1}{2}at^2,$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.24)$$

సమీకరణము (2.23) నుండి t యొక్క విలువను సమీకరణము (2.24) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u_x^{\,2}} = \left(\frac{g}{2u_x^{\,2}}\right)x^2$$

$$y = Kx^2 \qquad (2.25)$$

ఇచ్చట $K = \frac{g}{2u_x^2}$ (స్థిరాంకము)

సమీకరణము (2.25) పరావలయ సమీకరణమగును. కావున ప్రక్షేపక వస్తువు మార్గము ఒక పరావలయమగును.

**(1) ప్రక్షేపక కాలము:** ప్రక్షేపక వస్తువు తమ మార్గమును పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలమును (లేదా) ప్రక్షేపక వస్తువు ప్రక్షేపకము చేయబడిన క్షణము నుండి భూమిని తాకుటకు పట్టు కాలమును ప్రక్షేపక కాలము అనబడును.

ఉదాహరణకు భవనము యొక్క ఎత్తు h అనుకొనుము. ప్రక్షేపక వస్తువు, ప్రక్షేపకము చేయబడు క్షణము నుండి, దాని మార్గము గుండా భూమిని చేరుటకు పట్టే కాలమును T అనుకొనుము.

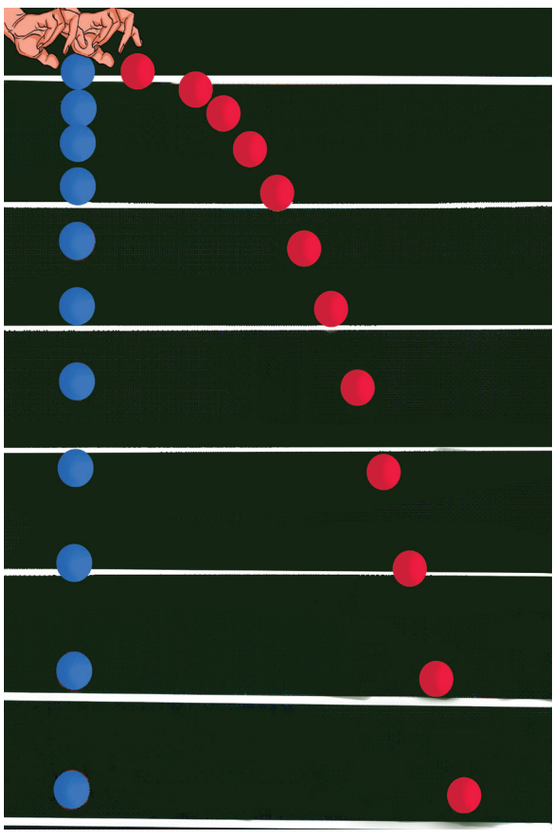


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 82 11-07-2022 17:54:19

లంబ అక్షము చలనమునకు $s_y = u_y t + \frac{1}{2} a t^2$ ఇచ్చట $s_y = h, t = T, u_y = 0$ (తొలి లంబ అక్షము దిశావేగము శూన్యము) $a = g$ (ప్రక్షేపక వస్తువు గురుత్వ బలం వలన క్రింద పడును)

$$h = \frac{1}{2} g T^2 \quad \text{లేదా} \quad T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

కావున ప్రక్షేపక కాలము, భవనము యొక్క ఎత్తు మీద ఆధారపడి ఉన్నది, కాని అది క్షితిజ సమాంతర దిశావేగము మీద ఆధారపడలేదు. ఒక బంతి లంబముగా పై నుండి క్రిందికి పడినది, అదే సమయములో ఒక నిర్ణిత దిశావేగముతో ఒక బంతి క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రక్షేపకము చేయబడినది. ఈ రెండు బంతులు ఒకే సమయములో భూమికి వచ్చి చేరును. ఇది పటము 2.40 లో చూపబడి ఉన్నది.



**పటము 2.40** సమాన కాలములో, లంబ అక్ష దూరములో పయనించే రెండు వస్తువులు

**(2) క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి:** ప్రక్షేపక వస్తువు, ప్రక్షేపకము చేయబడిన స్థానము నుండి నిటారుగా భవనము యొక్క క్రింద నేల నుండి, ప్రక్షేపక వస్తువు నేలను చేరిన స్థానమునకు మధ్యగల దూరమును క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి అందురు.

క్షితిజ సమాంతర చలనములో

$$s_x = u_x t + \frac{1}{2} a t^2 .$$

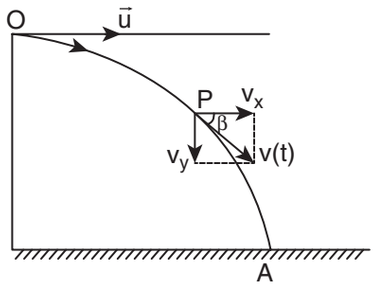
ఇచ్చట $s_x$ = R (క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి) $u_x = u$, a = 0 (క్షితిజ సమాంతర దిశలో త్వరణము లేదు), ప్రక్షేపక కాలము $T$ కావున క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి $= uT$.

కాని ప్రక్షేపక కాలము $T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$,

కావున క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి $R = u\sqrt{\frac{2h}{g}}$

పై సమీకరణము నుండి క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి, తొలి దిశావేగానికి $(u)$ అనులోమాను పాతంలోను, గురుత్వ త్వరణమునకు $(g)$ విలోమాను పాతంలోను ఉన్నది అని తెలియుచున్నది.

**(3) ఫలిత దిశావేగము (ఒక నిర్ణీత కాలములో ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క దిశావేగము):** ఒక నిర్ణీత కాలము 't' వద్ద ప్రక్షేపక వస్తువుకు $x$-అక్షము మరియు $y$-అక్షము అనే రెండు అక్షములలో దిశావేగ అంశము ఉన్నది. ఈ రెండు అంశాల ఫలితము, ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క ఫలిత దిశావేగమును ఇచ్చును.




**పటము 2.41** దిశావేగము యొక్క రెండు అంశములు

క్షితిజ సమాంతర దిశలో ($x$-అక్షము) దిశావేగ అంశము $v_x = u_x + a_x t$

ఇచ్చట, $u_x = u$, $a_x = 0$, కావున

$$v_x = u \qquad \rightarrow (2.26)$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 83 11-07-2022 17:54:21

లంబ అక్షము దిశలో ($y$-అక్షము) దిశావేగ అంశము $v_y = u_y + a_y t$

ఇచ్చట, $u_y = 0$, $a_y = g$, కావున

$$v_y = gt \qquad \rightarrow (2.27)$$

ఏ నిర్ణీత క్షణము నందైనను ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క దిశావేగము

$$\vec{v} = u\hat{i} + gt\hat{j}$$

ఒక నిర్ణీత క్షణము నందు ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క వేగము

$$\therefore \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
$$v = \sqrt{u^2 + g^2t^2}$$

**(4) ప్రక్షేపక వస్తువు భూమిని తాకునప్పుడు దాని వేగము:** ప్రక్షేపకము h ఎత్తు గల ఒక టవర్ శిఖరము నుండి క్షితిజ సమాంతరంగా విసిరివేయబడిన తర్వాత ప్రక్షేపకము భూమిని తాకుటకు పట్టు కాలము.

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క క్షితిజ సమాంతర దిశావేగ అంశము స్థిరము. అనగా $v_x = u$

$T$ కాలములో ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క లంబ అక్ష దిశావేగ అంశము

$$v_y = gT = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

కావున ప్రక్షేపక వస్తువు భూమిని తాకునప్పుడు దాని వేగము

$$v = \sqrt{u^2 + 2gh}$$

## 2.11.3 క్షితిజ సమాంతరమునకు నిర్ణీత కోణముతో ప్రక్షేపకము చేయబడే ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము (Projectile under an angular projection)

ఒక ప్రక్షేపక వస్తువు క్షితిజ సమాంతరముతో నిర్ణీత కోణములో ప్రక్షేపకము చేయబడినది. ఇది పటము 2.42 లో చూపించబడినది (వాలు స్థితిలో ప్రక్షేపకము చేయబడిన ప్రక్షేపక వస్తువు) (పటము 2.42)

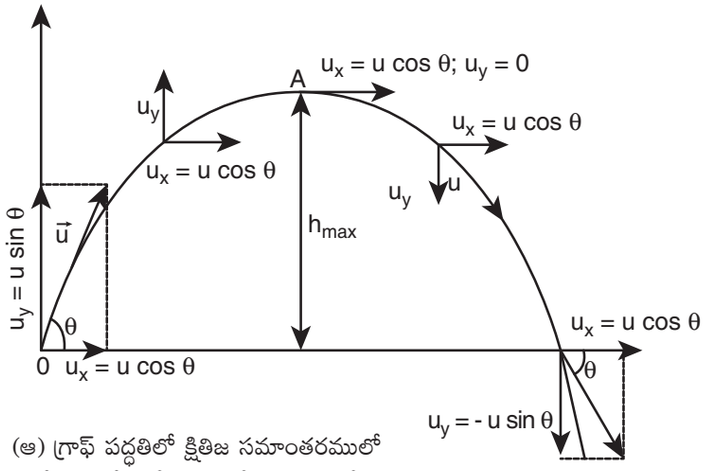
### వక్రమార్గ ప్రక్షేపకవస్తువు (Oblique projectile)

**ఉదాహరణములు:**

- వాలు స్థితిలో పెట్టిన నీటి గొట్టము నుండి వెలువడే నీరు.
- ఫిరంగు నుండి కాల్చబడిన గుండు.



(అ) వాలు స్థితిలో పెట్టిన నీటి గొట్టము నుండి వెలువడే నీరు




(ఆ) గ్రాఫ్ పద్ధతిలో క్షితిజ సమాంతరములో θ కోణముతో ప్రక్షేపకము చేయబడు ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము.

**పటము 2.42** ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 84 11-07-2022 17:54:23

క్షితిజ సమాంతరముతో $\theta$ కోణములో వేయబడు ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క తొలి దిశావేగము $\vec{u}$ అనుకొనుము. దీనిని క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును. (పటము 2.42 మరియు 2.43)

$$\vec{u} = u_x \hat{i} + u_y \hat{j}$$

తొలి దిశావేగము యొక్క క్షితిజ సమాంతర అంశము $u_x = u\cos\theta$ మరియు దాని లంబ అంశము $u_y = usin\theta$.

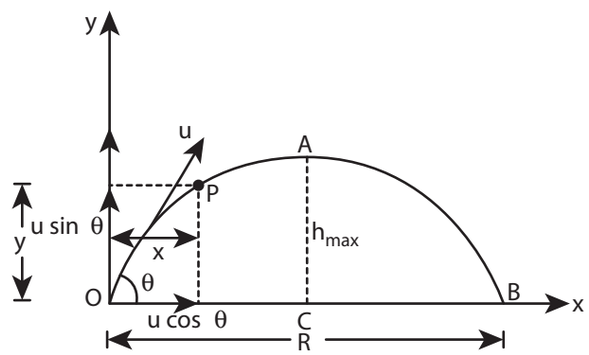
ఇచ్చట భూమి యొక్క గురుత్వాకర్షణ బలము లంబ అంశము $(u_y)$ కు వ్యతిరేఖ దిశలో పనిచేయును. ఇది లంబ అంశమును కొద్దికొద్దిగా తగ్గించి ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క గరిష్ఠ ఎత్తులో దానిని శూన్యము చేయును. $u_y = 0$. ఇదే గురుత్వాకర్షణ బలము ప్రక్షేపక వస్తువును క్రింది వైపు చలింప చేసి భూమికి వచ్చేటట్లు చేయును. ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనము పూర్తిగా x-అక్ష దిశలో ఏ విధమైన త్వరణము లేదు. కావున దిశావేగము యొక్క క్షితిజ సమాంతర అంశము $(u_x = u\cos\theta)$ అనునది ప్రక్షేపక వస్తువు భూమికి వచ్చే వరకు స్థిరముగా ఉండును.

t కాలము తరువాత క్షితిజ సమాంతర దిశావేగము $v_x = u_x + a_x t = u_x = u\cos\theta$

ఇచ్చట $a_x = 0$ కావున $v_x = u_x = u\cos\theta$

tకాలములో ప్రక్షేపక వస్తువు క్షితిజ సమాంతరములో పయనించిన దూరము $s_x = u_x t + \frac{1}{2}a_x t^2$

ఇచ్చట, $s_x = x$, $u_x = u\cos\theta$, $a_x = 0$




**పటము 2.43** తొలి దిశావేగము యొక్క రెండు అంశాలు

కావున $x = u\cos\theta . t$ లేదా $t = \frac{x}{u\cos\theta}$ (2.28)

$t$ కాలము తరువాత లంబ అక్షము దిశావేగము $v_y = u_y + a_y t$

ఇచ్చట $u_y = u\sin\theta$, $a_y = -g$ (గురుత్వ త్వరణము చలనమునకు వ్యతిరేఖ దిశలో పనిచేయును)

కావున, $v_y = usin\theta - gt$ (2.29)

ప్రక్షేపక వస్తువు అదే $t$ కాలములో పొందిన లంబ అక్ష దూరము $s_y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$

ఇచ్చట, $s_y = y$, $u_y = u\sin\theta$, $a_y = -g$. కావున,

$$y = u\sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2.30)$$

సమీకరణము (2.28) నుండి $t$ యొక్క విలువను సమీకరణము (2.30) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$y = u\sin\theta \frac{x}{u\cos\theta} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2\cos^2\theta}$$

$$y = x\tan\theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2\cos^2\theta} \quad (2.31)$$

పై సమీకరణమును పరీక్షించగా ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క మార్గము విలోమ పరావలయమగును.

### గరిష్ఠ ఎత్తు ($h_{గరిష్ఠ}$)

ప్రక్షేపక వస్తువు తమ పయనములో పొందిన గరిష్ఠ లంబ అక్షము ఎత్తును గరిష్ఠ ఎత్తు ($h_{గరిష్ఠ}$) అందురు. దీనిని క్రింది విధముగా లెక్కించవచ్చును.

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s$$

ఇచ్చట, $u_y = u\sin\theta$, $a_y = -g$, $s = h_{గరిష్ఠ}$, మరియు గరిష్ఠ ఎత్తు నందు $v_y = 0$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 85 11-07-2022 17:54:26

కావున,

$$0 = u^2 \sin^2\theta - 2gh_{\text{గరిష్ఠ}}$$

$$\text{(లేదా) } h_{\text{గరిష్ఠ}} = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g} \qquad (2.32)$$

**ప్రక్షేపక కాలము ($T_f$)**

ప్రక్షేపక బిందువు నుండి ప్రక్షేపక బిందువు గల క్షితిజ తలములో నేలను చేరుటకు ప్రక్షేపక వస్తువుకు పట్టు కాలమును ప్రక్షేపక కాలము అందురు.

ఇచ్చట ప్రక్షేపక కాలము అనునది ప్రక్షేపక వస్తువు 'O' బిందువు నుండి 'A' బిందువు గుండా 'B' బిందువును చేరుటకు పట్టు కాలము అగును. (పటము 2.43)

$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

ఇచ్చట $s_y = y = 0$ ($y$-అక్షము దిశలో ఫలిత స్థానభ్రంశము శూన్యము) $u_y = u\sin\theta$, $a_y = -g$, $t = T_f$

$$0 = u\sin\theta\, T_f - \frac{1}{2} g T_f^2$$

$$T_f = 2u\frac{\sin\theta}{g}$$

**క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి (R)**

ప్రక్షేపక బిందువుకు, ప్రక్షేపక బిందువు నుండి క్షితిజ తలములో ప్రక్షేపక వస్తువు పడిన తలమునకు మధ్యగల దూరమును ఆ ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి అందురు. తొలి దిశావేగము యొక్క క్షితిజ తల అంశములో ఎటువంటి మార్పు లేదు.

కావున క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి R = దిశావేగము యొక్క క్షితిజ సమాంతర అంశము x ప్రక్షేపక కాలము $= u\cos\theta \times T_f$

$$R = u\cos\theta \times \frac{2u\sin\theta}{g} = \frac{2u^2 \sin\theta\cos\theta}{g}$$

$$\therefore R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \qquad (2.33)$$

క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి అనునది తొలి దిశావేగము (u) ప్రక్షేపక కోణపు రెట్టింపు సైన్ విలువ ($\sin 2\theta$) లకు అనులోమాను పాతంలోను గురుత్వ త్వరణమునకు (g) విలోమాను పాతంలోను ఉండును.

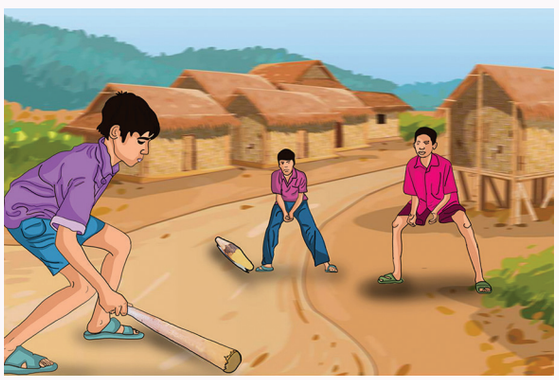
గరిష్ఠ క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తికి $\sin 2\theta$ విలువ గరిష్ఠముగా ఉండవలెను. $\sin 2\theta = 1$ అయితే $2\theta = \pi/2$

లేదా $$\theta = \frac{\pi}{4}$$

కావున క్షితిజ సమాంతరముతో 45° కోణములో ప్రక్షేపక వస్తువును ప్రక్షేపకము చేస్తే అది గరిష్ఠ క్షితిజ వ్యాప్తిని పొందును అని తెలియుచున్నది.

$$R_{\text{గరిష్ఠ}} = \frac{u^2}{g} \qquad (2.34)$$

**ప్రక్షేపక వస్తువు చలనము!**



తమిళనాడులో పురాతనమైన బిళ్లం గోడు అనే ఆటలో కోడుతో బిళ్లను కొట్టినపుడు బిళ్లపరావలయ మార్గంలో (parabolic path) చలించును.

GLN42



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 86 11-07-2022 17:54:29

## ఉదాహరణ 2.37

ఒక ప్రక్షేపక వస్తువు 10 m $s^{-1}$ అనే తొలి వేగముతో క్షితిజ సమాంతరంగా $\pi/4$ కోణముతో ప్రక్షేపకము చేయబడినది. దాని క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తిని కనుగొనుము. అదే ప్రక్షేపక వస్తువును ముందు ప్రక్షేపకము చేసినట్లే చంద్రుడు వద్ద ప్రక్షేపకము చేయునపుడు దాని క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తిలో ఏదైన మార్పు చెందును? చెందినట్లైతే ఏ విధమైన మార్పు అని వివరించుము. (చంద్రుడు వద్ద గురుత్వాకర్షణ త్వరణము $g_{\text{చంద్రుడు}} = \frac{1}{6} g$)

**సాధన:**

ప్రక్షేపక వస్తువు చలనములో క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\theta = \pi/4 \quad u = v_0 = 10 m\ s^{-1}$$

$$\therefore R_{\text{భూమి}} = \frac{(10)^2 \sin \pi/2}{9.8} = 100/9.8$$

$$R_{\text{భూమి}} = 10.20\ m \text{ ((సుమారుగా 10 m)}$$

ఇదే ప్రక్షేపక వస్తువును చంద్రుని వద్ద ప్రక్షేపము చేయునపుడు దాని క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి పెరుగును. ఎందుకనగా చంద్రుని వద్ద గురుత్వాకర్షణ త్వరణము భూమి గురుత్వాకర్షణ త్వరణము కన్న తక్కువ.

$$g_{\text{చంద్రుడు}} = \frac{g}{6}$$

$$R_{\text{చంద్రుడు}} = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g_{\text{చంద్రుడు}}} = \frac{v_0{}^2 \sin 2\theta}{g/6}$$

$$\therefore R_{\text{చంద్రుడు}} = 6R_{\text{భూమి}}$$

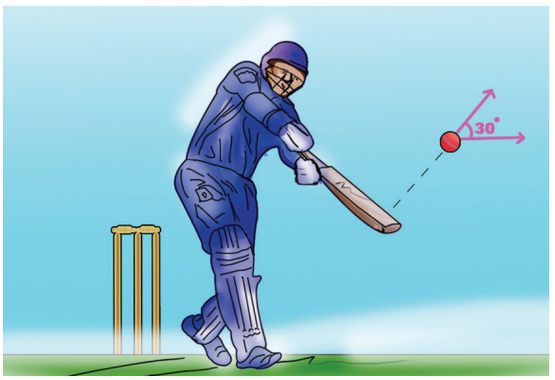
$$R_{\text{చంద్రుడు}} = 6 \times 10.20 = 61.20\ m$$

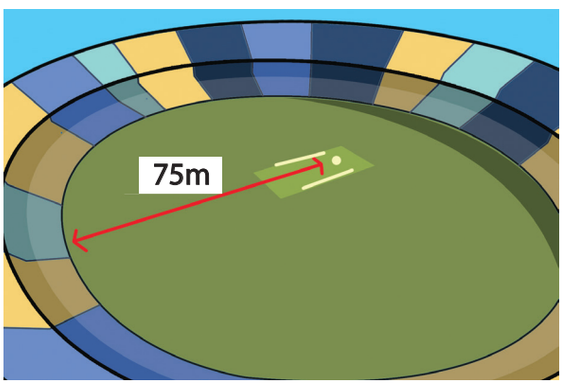
(సుమారుగా 60 m)

చంద్రుని వద్ద ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి, భూమి వద్ద ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి కన్న ఆరు రెట్లు ఎక్కువ

## ఉదాహరణ 2.38

క్రింది పటంలో చూపినట్లు క్రికెట్ ఆటగాడు ఒక బంతిని బ్యాట్‌తో కొట్టినపుడు, ఆ బంతి 30 m $s^{-1}$ అనే దిశావేగముతోను, $30^0$ కోణముతోను ఎగిరి పడినది. మైదానము యొక్క హద్దు బంతిని కొట్టిన క్రికెట్ ఆటగాడి నుండి 75 m దూరములో ఉన్నది. ఆ బంతి మైదానము యొక్క హద్దును దాటి ఎగిరి పడి క్రికెట్ ఆటగాడికి ఆరు పరుగులు వచ్చునా? (గాలి నిరోధమును ఉపేక్షించవలెను మరియు గురుత్వాకర్షణ త్వరణము g = 10 m $s^{-2}$ అని అనుకుందాం).




**సాధన:**

క్రికెట్ బంతి చలనమును ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క చలనముగా అనుకొనిన క్షితిజ సమాంతర దూరము

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

తొలి వేగము $- u = 30 m\ s^{-1}$

ప్రక్షేపక కోణము $\theta = 30°$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 87 11-07-2022 17:54:32

క్రికెట్ బంతి యొక్క క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి

$$R = \frac{(30)^2 \times sin 60^\circ}{10} = \frac{900 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 77.94\,m$$

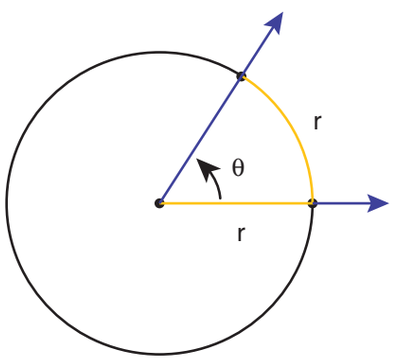
క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి మైదానము యొక్క హద్దు 75 మీటర్ల కన్న ఎక్కువగా ఉన్నది. కావున బంతి హద్దు దాటి ఎగిరి పడి ఆటగాడికి 6 పరుగులు వచ్చును.

## 2.11.4 డిగ్రీ మరియు రేడియన్ల పరిచయము (Introduction to Degrees and Radians)

కోణములను కొలుచుటకు వివిధ ప్రమాణాలు ఉపయోగములో ఉన్నది. వాటిలో ఉపయోగించే ప్రమాణములు డిగ్రీ మరియు రేడియన్ అగును. వైశాల్యము, ఘనపరిమాణము, చుట్టుకొలతలను కొలుచుటకు రేడియన్ ఉపయోగపడును.

**రేడియన్:** వృత్త చాపము వృత్త కేంద్రము వద్ద ఏకతల కోణమును ఏర్పరచును. వృత్త చాపము యొక్క పొడవును వృత్త వ్యాసార్ధముతో భాగించగా లభించే విలువను ఒక రేడియన్ అందురు. వృత్త వ్యాసార్ధమునకు సమానమైన పొడవు కలిగిన వృత్త చాపము, వృత్త కేంద్రము వద్ద ఏర్పరిచే కోణమునే ఒక రేడియన్ అందురు. ఇది పటము 2.44 లో చూపించబడినది.

θ = 1 రేడియన్ (rad)




**పటము 2.44** ఒక రేడియన్ (పసుపు రంగుతో చూపబడినది)

కోణపు విలువను కొలుచుటకు ఉపయోగపడే ఒక ప్రమాణమును డిగ్రీ అందురు. ఇది కోణపు దిశను సూచించును. వృత్తమును ఒక పూర్తి చుట్టు భ్రమణము చెందినపుడు దాని మొత్తం కోణము 360° కావున ఒక పూర్తి వృత్తము 360° ను పొంది ఉండును. ఒక పూర్తి వృత్తము అనునది $2\pi$ రేడియన్‌ను గుర్తించును.

కావున $360^\circ = 2\pi$ రేడియన్స్

లేదా 1 రేడియన్ $= \frac{180}{\pi}$ డిగ్రీలు

$1\ \text{rad} \cong 57.27^\circ$

### ఉదాహరణ 2.39

పటంలో ఉన్న వృత్త చక్రము వద్ద ప్రక్కప్రక్కన గల రెండు స్పోక్స్‌ల (spokes) మధ్యగల కోణము $\theta$ ను కనుగొనుము. మీ జవాబును రేడియన్ మరియు డిగ్రీ రెండింటిలోను తెలుపుము.



**సాధన:**

పూర్తి చక్రము కేంద్రము వద్ద $2\pi$ రేడియన్‌లను ఏర్పరచును. చక్రము 12 విభాగాలుగా (వృత్త చాపము) విభజించబడినది. కావున, ఒక విభాగము ఏర్పరిచే కోణము.

$$\theta = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$$\pi\ rad = 180^\circ,\ \frac{\pi}{6} = 30^\circ.$$

∴ కావున, 2 స్పోక్స్‌ల మధ్యగల కోణము 30°.

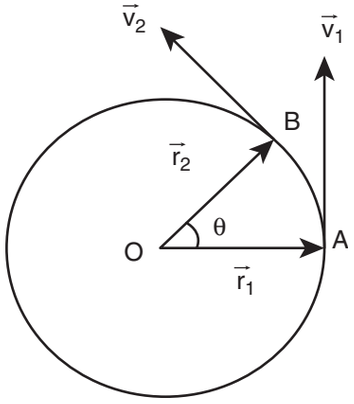


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 88 11-07-2022 17:54:33

**గమనిక:** భౌతిక శాస్త్రము మరియు గణిత శాస్త్రములో $\pi$ అనే సంఖ్య అత్యంత ముఖ్యత్వం గలది. ఇది ఒక బేసి సంఖ్య అయిన $\pi \approx 3.14$ లేదా $\frac{22}{7}$ అని మనము లెక్కించుటలో ఉపయోగిద్దాం. ఈ రెండును $\pi$ యొక్క నిజమైన విలువ కాదు. అది ఒక రమారమి విలువ మాత్రమే.

## 2.11.5 కోణీయ స్థానభ్రంశము (Angular displacement)

ఒక కణము O అనే బిందువును కేంద్రంగా ఉంచి r వ్యాసార్ధము గల వృత్త మార్గములో భ్రమణము చెందినది అని అనుకొందాం. (పటము 2.45) t = 0 అనే సమయములో కణము A బిందువు వద్దను t కాలము తరువాత అదే కణము B బిందువు వద్దను ఉన్నది అనుకొందాం.




**పటము 2.45** కోణీయ స్థానభ్రంశము

కావున, భ్రమణ కేంద్రము ఆధారంగా (లేదా వృత్త కేంద్రం $O$) ఇవ్వబడిన కాలములో కణము ఏర్పరిచే కోణమును కోణీయ స్థానభ్రంశము అందురు.

అనగా కోణీయ స్థానభ్రంశము $= \angle AOB = \theta$

కోణీయ స్థానభ్రంశము యొక్క ప్రమాణము రేడియన్ అగును.

కోణీయ స్థానభ్రంశము ($\theta$) వృత్త చాపము పొడవు ($S$) మరియు వ్యాసార్ధము ($r$) మధ్యగల సంబంధము.

$$\theta = \frac{S}{r}, \quad \text{లేదా} \quad S = r\theta$$

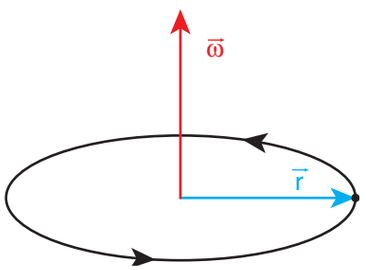
### కోణీయ దిశావేగము ($\vec{\omega}$)

కోణీయ స్థానభ్రంశ మార్పు రేటును, కోణీయ దిశావేగము అందురు.

t కాలములో ఏర్పడిన కోణీయ స్థానభ్రంశము $\theta$ అయితే కోణీయ దిశావేగము $\omega$

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

కోణీయ దిశావేగము యొక్క ప్రమాణము రేడియన్ / సె (rad $s^{-1}$). కుడిచేతి నియమము ననుసరించి, కోణీయ దిశావేగము యొక్క దిశ, భ్రమణ అక్షము వైపు వుండును.




**పటము 2.46** కోణీయ దిశావేగము యొక్క దిశ

### i) కోణీయ త్వరణము ($\alpha$)

కోణీయ దిశావేగ మార్పు రేటును, కోణీయ త్వరణము అందురు.

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

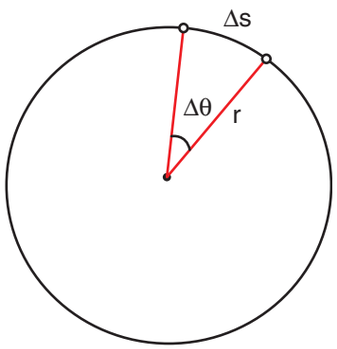
కోణీయ త్వరణము ఒక సదిశరాశి అగును. దీని దిశ కోణీయ దిశావేగము దిశలోనే ఉండవలసిన అవసరము లేదు.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 89 11-07-2022 17:54:35

**స్పర్శరేఖ త్వరణం:**

ఒక వస్తువు r వ్యాసార్ధం గల వృత్త మార్గములో పయనిస్తున్నది అనుకొందాము. $\Delta t$ అనే కాల వ్యవధిలో వస్తువు $\Delta s$ అనే వృత్త చాపము దూరమును దాటును. ఇది పటము 2.47 లో చూపబడి ఉన్నది. అది ఏర్పరిచే కోణము $\Delta\theta$ అగును.




**పటము 2.47** వృత్తాకార చలనము

$\Delta\theta$ ను ఉపయోగించి $\Delta s$ ను క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$\Delta s = r\Delta\theta \qquad (2.35)$$

$\Delta t$ అనే కాల వ్యవధిలో

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (2.36)$$

$\Delta t \to 0$, అనే పరిమితి వద్ద పై సమీకరణమును

$$\frac{ds}{dt} = r\omega \qquad (2.37)$$

అని వ్రాయవచ్చును. ఇచ్చట $\frac{ds}{dt}$ అనునది సరళరేఖ వేగము $(v)$ అగును. ఇది వృత్తము యొక్క స్పర్శరేఖ ద్వారా పనిచేయును. మరియు $\omega$ అనునది కోణీయ దిశావేగమగును. కావున సమీకరణము (2.37) ను

$$v = r\omega \qquad (2.38)$$

అని వ్రాయవచ్చును. పై సమీకరణము సరళ రేఖ వేగమునకు, కోణీయ వేగమునకు మధ్యగల సంబంధమగును.

**గమనిక:** సరళరేఖ దిశావేగము $\vec{v}$ యొక్క దిశ వృత్తము స్పర్శరేఖ ద్వారా, కోణీయ దిశావేగము $\vec{\omega}$ యొక్క దిశ భ్రమణ అక్షము ద్వారాను ఉన్నది. మరియు వ్యాసార్ధము $\vec{r}$ వృత్త కేంద్రము నుండి వ్యాసార్ధము ద్వారా పనిచేయు ఒక సదిశరాశిగా గుర్తించబడును.

సమీకరణము (2.38) వృత్తాకార చలనముకు మాత్రమే వర్తించును. సరళరేఖ దిశావేగమునకు కోణీయ దిశావేగమునకు మధ్యగల సంబంధము.

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \qquad (2.39)$$

$\vec{\omega}$ మరియు $\vec{r}$ ఒకదానికొకటి లంబముగా ఉంటే సమీకరణము (2.39) సమీకరణము (2.38) గా మారును.

కాలము ఆధారంగా సమీకరణము (2.38) ను అవకలనము చేయగా (ఇచ్చట r అనునది స్థిరము)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{rd\omega}{dt} = r\alpha \qquad (2.40)$$

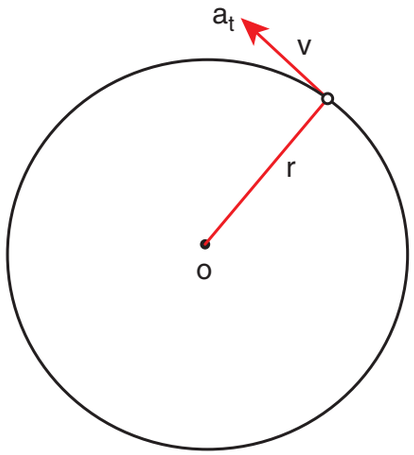
ఇచ్చట $\frac{dv}{dt}$ అనునది స్పర్శ రేఖ త్వరణమగును. దీనిని $a_t$ అనియు $\frac{d\omega}{dt}$ అనునది కోణీయ త్వరణము దీనిని $\alpha$ అనియు వ్రాయవచ్చును. కావున సమీకరణము (2.40) ను

$$a_t = r\alpha \qquad (2.41)$$

ఇచ్చట $a_t$ అనునది వస్తువు పొందే స్పర్శరేఖ త్వరణమగును. ఇది పటము 2.48 లో చూపబడినది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 90 11-07-2022 17:54:37

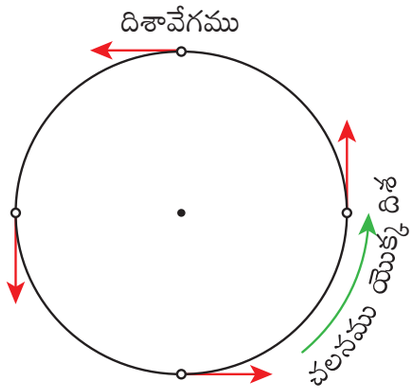



**పటము 2.48** స్పర్శరేఖ త్వరణం

స్పర్శరేఖా త్వరణం సరళరేఖ దిశావేగము యొక్క దిశలో పనిచేయును అని గుర్తించకొనవలెను.

## 2.11.6 వృత్తాకార చలనము (Circular Motion)

ఒక బిందు వస్తువు స్థిరత్వ వేగముతో ఒక వృత్తాకార మార్గము గుండా భ్రమణము చేయును. ఆ వస్తువు సమాన కాల వ్యవధిలో వృత్తాకార మార్గము యొక్క దూరమును దాటినట్లయితే ఆ వస్తువు ఏకరీతి వృత్తాకార మార్గములో ఉన్నది అని చెప్పవచ్చును. ఇది పటము (2.49) లో చూపించబడినది.



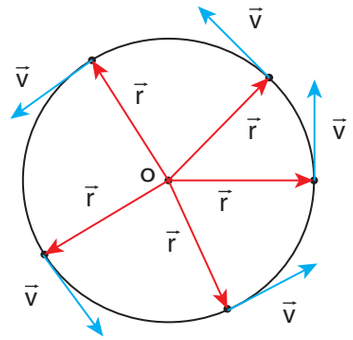

**పటము 2.49** ఏకరీతి వృత్తాకార చలనము

ఏకరీతి వృత్తాకార చలనములో దిశావేగము ఎల్లప్పుడు మార్పు చెందును. కాని వేగము స్థిరము భౌతిక శాస్త్రము ప్రకారము దిశావేగ సదిశ యొక్క పరిమాణపు విలువ స్థిరముగాను, దాని దిశ అవిచ్ఛినంగా మార్పు చెందుటను ఇది సూచించును.

వృత్తాకార చలనములో దిశావేగము పరిమాణపు విలువ మరియు దిశ రెండును మార్పు చెందితే అసమరీతి వృత్తాకార చలనము మనం పొందవచ్చును.

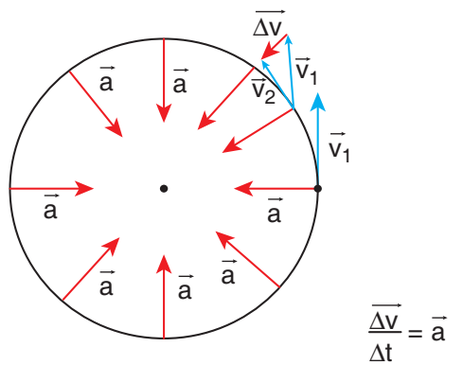
**అభికేంద్ర త్వరణము:**

ఏకరీతి వృత్తాకార చలనములో దిశావేగ సదిశ యొక్క పరిమాణపు విలువ (వేగము) మార్పు చెందకుండ, దాని దిశ అవిచ్ఛిన్నంగా మార్పు చెందును అని మనకు తెలుసు. ఇది పటము (2.50) లో చూపబడి ఉన్నది.




**పటము 2.50** ఏకరీతి వృత్తాకార చలనములో దిశావేగము

ఏకరీతి వృత్తాకార చలనము జరుగునపుడు దిశావేగ సదిశ యొక్క (నీలి రంగు) పొడవు మార్పు చెందకుండా ఉండుటను గమనించాలి. ఇది వేగము స్థిరంగా ఉండుటను సూచించును. అయిన దిశావేగము వృత్తము యొక్క ప్రతి బిందువులోను స్పర్శరేఖ దిశలో పనిచేయును. మరియు త్వరణము వృత్తము యొక్క వ్యాసార్ధము గుండా కేంద్రము వైపు పనిచేయును. ఈ త్వరణమును అభికేంద్ర త్వరణము అని అందురు. ఇది ఎల్లప్పుడు వృత్త కేంద్రము వైపు పనిచేయును. ఇది పటము (2.51) లో చూపబడి ఉన్నది.

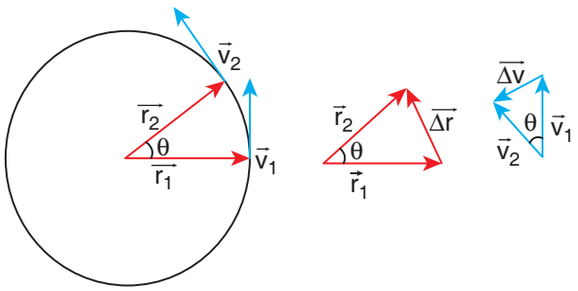



**పటము 2.51** అభికేంద్ర త్వరణము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 91 11-07-2022 17:54:38

స్థాయి సదిశ మరియు దిశావేగ సదిశ యొక్క సులభ జ్యామితీయ సంబంధము నుండి అభికేంద్ర త్వరణము సమీకరణమును నిర్వచింపవచ్చును (పటము 2.48 లేదా పటము 2.52)




**పటము 2.52** స్థాయి సదిశ మరియు దిశావేగ సదిశ యొక్క జ్యామితీయ సంబంధము

స్థాయి సదిశ మరియు దిశావేగ సదిశ రెండును $\Delta t$ అనే చిన్న కాల వ్యవధిలో $\theta$ కోణము స్థానభ్రంశము పొందుటను పటము (2.52) సూచిస్తున్నది. ఏకరీతి వృత్తాకార చలనములో $v = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$ మరియు $r = |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2|$. కణము యొక్క సదిశ $\vec{r}_1$ నుండి $\vec{r}_2$ నకు మార్పు చెందినపుడు ఏర్పడే స్థానభ్రంశమును $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ అని గుర్తించవచ్చును. దాని దిశావేగమును $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ అని గుర్తించవచ్చును. స్థానభ్రంశ సదిశ యొక్క పరిమాణపు విలువ మరియు దిశావేగ సదిశ యొక్క పరిమాణపు విలువ రెండును కలిపి క్రింది సంబంధమును వ్రాయవచ్చును

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{\Delta v}{v} = \theta$$

ఇచ్చట ఋణాత్మక గుర్తు $\Delta v$ వృత్త కేంద్రము వైపు (వ్యాసార్ధము గుండా లోపలి వైపు) పనిచేయుటను సూచిస్తున్నది.

$$\Delta v = -v\left(\frac{\Delta r}{r}\right)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{v}{r}\left(\frac{\Delta r}{\Delta t}\right) = -\frac{v^2}{r}$$

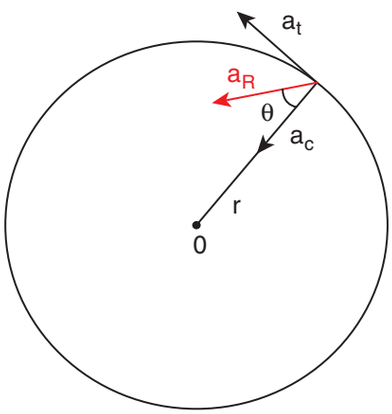
ఏకరీతి వృత్తాకార చలనము నుండి $v = \omega r$ ఇచ్చట $\omega$ అనునది కేంద్రము ఆధారంగా కణము యొక్క కోణీయ దిశావేగమగును. కావున అభికేంద్ర త్వరణమును క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$a = -\omega^2 r$$

**గమనిక:** ఏకరీతి వృత్తాకార చలనములో అభికేంద్ర త్వరణము యొక్క పరిమాణపు విలువ స్థిరాంకము. కాని అభికేంద్ర త్వరణము స్థిరాంకము కాదు. దాని దిశ అవిచ్ఛిన్నంగా మార్పు చెందుతూనే ఉండును.

**అసమరీతి వృత్తాకార చలనము:**

Iవృత్తాకార చలనములో వేగము మార్పు చెందుతునే వున్న దానిని అసమరీతి వృత్తాకార చలనము అందురు. ఉదాహరణకు లఘు లోలక గుండు కట్టబడిన దారము అభిలంబ వృత్తాకారములో భ్రమణము చేయునపుడు గుండు యొక్క వేగము అన్ని సమయములో సమానముగా ఉండదు. వృత్తాకార చలనము యొక్క వేగము మార్పు చెందినపుడంతా కణము పటము (2.53) లో చూపినట్లు అభికేంద్ర త్వరణము ($a_c$) మరియు స్పర్శరేఖా త్వరణం ($a_t$) రెండింటిని పొందును.




**పటము 2.53** అసమరీతి వృత్తాకార చలనములో ఫలిత త్వరణము ($a_R$).

అభికేంద్ర త్వరణము మరియు స్పర్శరేఖ త్వరణం వాటి సదిశల అదనపు ద్వారా ఫలిత త్వరణమును ($a_R$) పొందవచ్చును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 92 11-07-2022 17:54:40

అభికేంద్ర త్వరణము $\frac{v^2}{r}$ అయితే, ఫలిత త్వరణము యొక్క పరిమాణపు విలువను క్రింది విధంగా చూపవచ్చును $a_R = \sqrt{a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}$.

ఈ ఫలిత త్వరణము వ్యాసార్ధ సదిశతో $\theta$ కోణము ఏర్పరచుటను పటము (2.53) చూపిస్తున్నది మరియు కోణము $\theta$ ను క్రింది విధముగా గుర్తించవచ్చును.

$\tan\theta = \frac{a_t}{\left(v^2/r\right)}$ అగును.

## ఉదాహరణ 2.40

ఒక కణము 10 m వ్యాసార్ధము గల వృత్తాకార మార్గములో భ్రమణం చెందుతుంది. దాని సరళరేఖ వేగము $v = 3t$ ఇచ్చట t సె లోను v అనునది m $s^{-1}$ లోను ఉన్నది.

(అ) t = 2 సె లో కణము యొక్క అభికేంద్ర త్వరణము మరియు స్పర్శరేఖ త్వరణమును కనుగొనుము.

(ఆ) ఫలిత సదిశ, వ్యాసార్ధ సదిశతో ఏర్పరిచే కోణమును లెక్కించుము.

**సాధన**

t = 2 సె లో కణము యొక్క వేగము

$$v = 3t = 6\,m\,s^{-1}$$

t = 2 సె లో కణము యొక్క అభికేంద్ర త్వరణము

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(6)^2}{10} = 3.6\,m\,s^{-2}$$

స్పర్శరేఖా త్వరణము $a_t = \frac{dv}{dt} = 3\,m\,s^{-2}$

వ్యాసార్ధ సదిశకు ఫలిత సదిశకు మధ్యగల కోణము

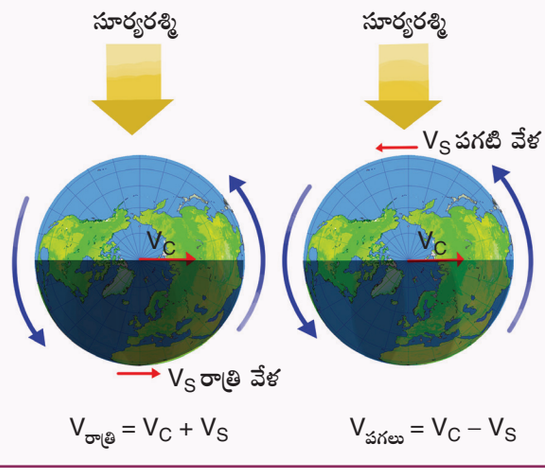
$$\tan\theta = \frac{a_t}{a_c} = \frac{3}{3.6} = 0.833$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.833) = 0.69 \text{ radian}$$

డిగ్రీలో $\theta = 0.69 \times 57.27^\circ \approx 40^\circ$

**రాత్రి, పగలు రెండు సమయములోను సూర్యుని ఆధారంగా మనం ఒకే వేగముతో పయనిస్తున్నామా?**

భూమి, సూర్యుడును దీర్ఘ వృత్తాకార మార్గములో భ్రమణం చెందుతుంది. సూర్యుని ఆధారంగా భూమి కేంద్రం వద్ద దిశావేగము $\vec{v}_c$ అనుకొందాం. ఈ $\vec{v}_c$ అనునది సూర్యుని ఆధారంగా భూమి దీర్ఘ వృత్తాకార మార్గములో భ్రమణం చెందుట వలన ఏర్పడును. అదే సమయములో భూమి తమ అక్షము ఆధారంగా పరిభ్రమణ చలనములో ఉండును. భూమి ఉపరితలములో గల అన్ని వస్తువులు, భూమి యొక్క పరిభ్రమణ అక్షమును కేంద్రముగా ఉంచి $\vec{v}_s$ అనే దిశావేగముతో వృత్తాకార మార్గ చలనములో ఉండును. రాత్రి సమయములో $\vec{v}_c$ మరియు $\vec{v}_s$ రెండును ఒకే దిశలో ($\vec{v}_c$ మరియు $\vec{v}_s$ రెండునూ అల్పకోణ మధ్య దిశలో) ఉండును. కావున, రాత్రి సమయములో సూర్యుని ఆధారంగా భూమి ఉపరితలములో గల వస్తువు యొక్క దిశావేగము $\vec{v}_{\text{రాత్రి}} = \vec{v}_c + \vec{v}_s$ అగును. కాని పగటి సమయములో $\vec{v}_c$ మరియు $\vec{v}_s$ రెండును వ్యతిరేఖ దిశలో ($\vec{v}_c$ మరియు $\vec{v}_s$ రెండునూ అధిక కోణ మధ్య దిశలో) ఉండును. కావున పగటి సమయములో సూర్యుడు ఆధారంగా భూమి ఉపరితలములో గల వస్తువు యొక్క దిశావేగము $\vec{v}$ పగలు $= \vec{v}_c - \vec{v}_s$ అగును. కావున భూమి తలముపై ఏ ఒక వస్తువు, పగలు కంటే రాత్రి సమయములో సూర్యుని ఆధారంగా వేగముగా చలించును అని తెలియవచ్చినది. ఇది భూమి భ్రమణము వలన ఏర్పడును. దీనిని క్రింది పటము ద్వారా తెలుసుకోవచ్చును.






11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 93 11-07-2022 17:54:43

**వృత్తాకార చలనములో చలన సమీకరణాలు:**

స్థిర కోణీయ త్వరణము (α) తో ఒక వస్తువు వృత్తాకార చలనమును ఏర్పరిస్తే సరళరేఖ మార్గ చలనముగానే వృత్తాకార చలనమునకు చలన సమీకరణాలను ఉత్పాదించవచ్చును.

వృత్తాకార చలనములో గల ఒక కణము తొలి కోణీయ దిశావేగము $\omega_0$ అనుకొందాం. $t$ కాలము తరువాత ఆ కణము పొందిన అంతిమ కోణీయ దిశావేగము $\omega$ ఈ $t$ కాలములో కణము పొందిన కోణీయ స్థానభ్రంశము $\theta$ అనుకొందాం. కోణీయ దిశావేగములో మార్పు ఉండుట వలన కణము $\alpha$ అనే కోణీయ త్వరణమును పొంది ఉండును.

భాగము (2.4.3) లో గల సరళరేఖ మార్గ చలనము లాగానే వృత్తాకార చలనమునకు చలన సమీకరణాలను వ్రాయవచ్చును.

సరళరేఖ స్థానభ్రంశము (s) ను కోణీయ స్థానభ్రంశము $(\theta)$ అనియు దిశావేగము (v) ను కోణీయ దిశావేగము $(\omega)$ అనియు త్వరణము (a) ను కోణీయ త్వరణము $(\alpha)$ అనియు తొలి దిశావేగము (u) ను తొలి కోణీయ దిశావేగము $(\omega_0)$ అనియు మార్చవలెను.

పై చెప్పిన విధముగా వృత్తాకార చలన సమీకరణాలను క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.

| వస్తువు యొక్క సరళరేఖ మార్గ చలన సమీకరణాలు | వృతాకార మార్గ వస్తువు యొక్క చలన సమీకరణాలు |
|---|---|
| $v = u + at$ | $\omega = \omega_0 + \alpha t$ |
| $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ | $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ |
| $v^2 = u^2 + 2as$ | $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$ |
| $s = \frac{(v+u)t}{2}$ | $\theta = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2}$ |

**గమనిక:** **గమనిక: సరళరేఖ మార్గ చలన సమీకరణాలు స్థిరత్వ సరళరేఖ త్వరణము గల వస్తువులకు మాత్రమే చెందును. అదే విధంగా వృత్తాకార మార్గ చలన సమీకరణాలు స్థిరత్వ కోణీయ త్వరణము గల వస్తువులకు మాత్రమే ఉపయోగించుటకు వీలగును.**

## ఉదాహరణ 2.41

వృత్తాకార మార్గ చలనములో గల కణము యొక్క కోణీయ త్వరణము $\alpha = 0.2\,rad\,s^{-2}$.

(అ) ఈ కణము 5 సె తరువాత పొందిన కోణీయ స్థానభ్రంశము మరియు

(ఆ) కాలము t = 5 సె లో ఈ కణము యొక్క కోణీయ దిశావేగము కనుగొనుము. (కణము యొక్క తొలి కోణీయ దిశావేగము శూన్యము అని అనుకొనుము.

**సాధన**

కణము యొక్క తొలి కోణీయ దిశావేగము $(\omega_0 = 0)$.

కణము యొక్క కోణీయ స్థానభ్రంశము

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-1} \times 25 = 2.5\ rad$$

డిగ్రీలో

$$\theta = 2.5 \times 57.27^\circ \approx 143^\circ$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 94 11-07-2022 17:54:46

## సారాంశము

- సూచన చట్టం ఆధారంగా నిశ్చల స్థితి లేదా చలన స్థితిని నిర్వచింపవచ్చును.
- భౌతిక శాస్త్రములో సాంప్రదాయకంగా వస్తువు యొక్క చలనమును వివరించుటకు సవ్య కార్టీషియన్ నిరూపక అక్షమును వాడుకొందాము.
- వస్తువు యొక్క చలనమును వివరించుటకు బిందు ద్రవ్యరాశి అనే భావన ఉపయోగపడును.
- సదిశరాశి అనునది పరిమాణపు విలువ మరియు దిశ కలిగిన ఒక కొలతయగును. కాని అదిశరాశి అనునది పరిమాణము మాత్రమే గలవు.
- సదిశ పొడవు అనునది దాని పరిమాణ విలువను గుర్తించును.
- కార్టీసియన్ నిరూపక అక్షము వ్యవస్థ లో ఏకాంక సదిశలు ఒకదానికొకటి లంబముగా ఉండును.
- సదిశ త్రిభుజ నియమము లేదా సమాంతర చతుర్భుజ నియమములను ఉపయోగించి సదిశ రాశుల కూడికను కనుగొనవచ్చును.
- కార్టీసియన్ నిరూపక అక్ష వ్యవస్తను ఉపయోగించి ఏ ఒక సదిశను వాటి మూడు అంశాలుగా విభజించవచ్చును.
- సదిశ యొక్క పరిమాణ విలువను క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును. $\left|\vec{A}\right| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$
- రెండు సదిశ రాశులు సమానయితే, వాటి విడి విడి అంశాలు ఒకదానికొకటి సమానమగును.
- కార్టీసియన్ నిరూపక అక్ష వ్యవస్థ ఆధారంగా కణము యొక్క స్థాయి సదిశ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$
- సదిశరాశుల అదిశ లబ్ధమును $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$ అని నిర్వచింపవచ్చును (ఇచ్చట $\theta$ అనునది $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ మధ్యగల కోణము)
- సదిశ రాశుల, సదిశా లబ్ధమును $\vec{A}\times\vec{B} = \left(AB\sin\theta\right)\hat{n}$ అని నిర్వచింపవచ్చును. ఏకాంక సదిశ $\hat{n}$ యొక్క దిశను, కుడిచేతి బొటన వ్రేలు నియమము లేదా కుడిచేతి మర నియమము ఉపయోగించి తెలుసుకొనవచ్చును.
- భౌతిక శాస్త్రములో వివిధ అంశాలను అదిశ మరియు సదిశ లబ్ధాలను ఉపయోగించి వివరించవచ్చును.
- కణము పయనించిన మొత్తం మార్గపు పొడవు పయనించిన దూరము అందురు. ఆ కణము యొక్క అంతిమ స్థితి మరియు ప్రారంభ స్థితిల మధ్యగల తేడాను స్థానభ్రంశము అందురు. పయనించిన దూరము అదిశరాశి, స్థానభ్రంశము సదిశరాశి అగును.
- సరాసరి దిశావేగము $\vec{v}_{\text{సరాసరి}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ అనియు, తక్షణ దిశావేగము $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ అని నిర్వచింపబడినది.
- ద్రవ్యవేగము $\vec{p} = m\vec{v}$ అని నిర్వచింపబడినది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 95 11-07-2022 17:54:47

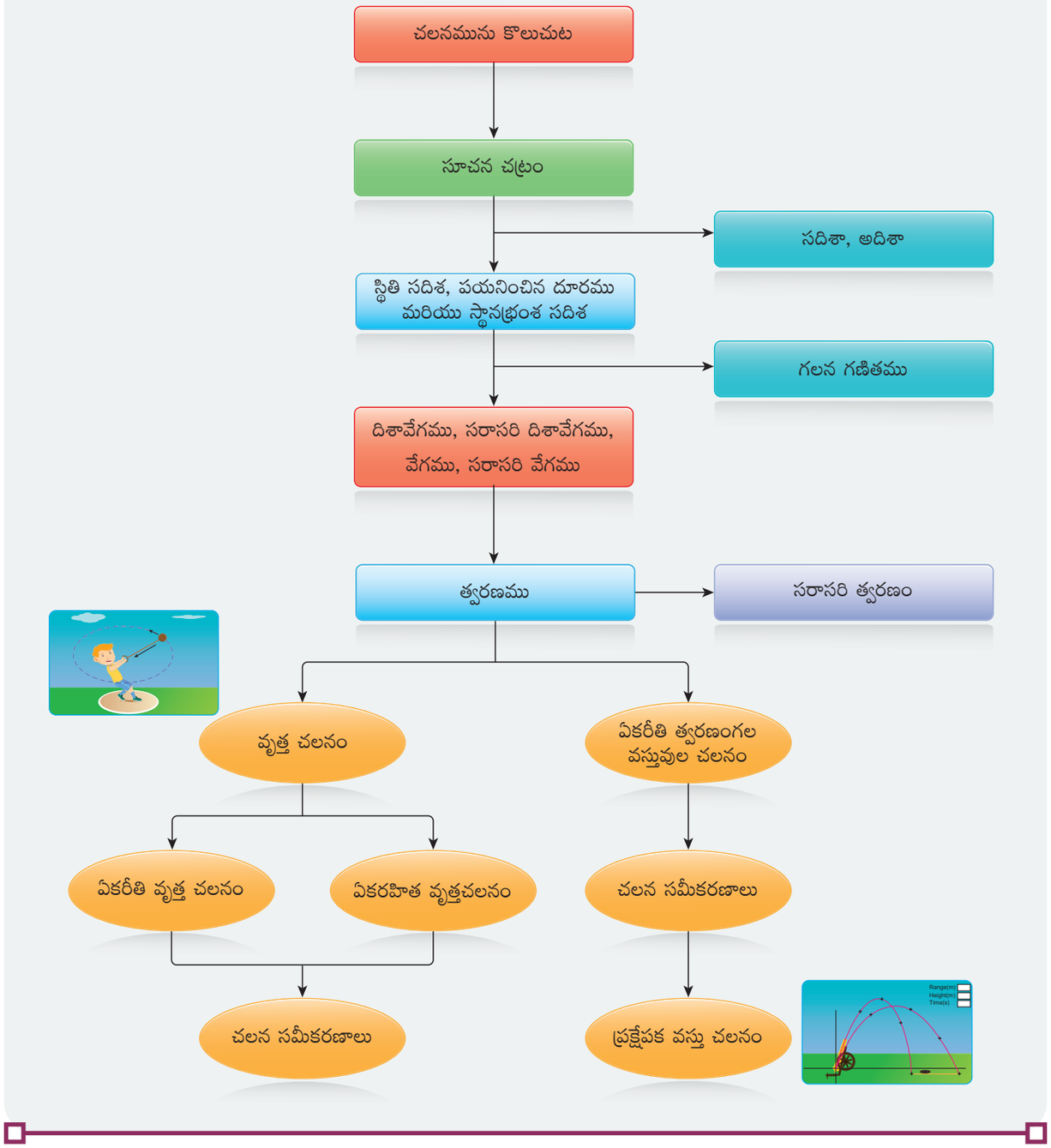
## సారాంశము (cont)

- సరాసరి త్వరణము $\vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ అనియు తక్షణ త్వరణము $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ అని నిర్వచింపబడినది.
- ఏకరీతిగా త్వరణించబడిన కణము యొక్క చలనమును చలన సమీకరణాలను ఉపయోగించి విశ్లేషణ చేయగలము.
- ప్రక్షేపక వస్తువు చలనములో ఏకరీతిగా త్వరణించబడిన కణము యొక్క మార్గము ఒక పరావలయమగును.
- ప్రక్షేపక వస్తువు చలనములో కణము యొక్క గరిష్ఠ ఎత్తు మరియు క్షితిజ సమాంతర వ్యాప్తి, గురుత్వాకర్షణ త్వరణమునకు విలోమాను పాతంలో ఉండును.
- కణము యొక్క కోణీయ స్థానభ్రంశము $\theta = \frac{s}{r}$ అనియు, దాని కోణీయ దిశావేగమును $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$ అనియు నిర్వచింపవచ్చును.
- సరళరేఖ దిశా వేగమునకు కోణీయ దిశావేగమునకు మధ్యగల సంబంధము $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ అగును.
- అభికేంద్ర త్వరణము $a_c = -\frac{v^2}{r}$ లేదా $-\omega^2 r$ అని నిర్వచించవచ్చును. మరియు అభికేంద్ర త్వరణము ఎల్లప్పుడు వృత్త కేంద్రము వైపు పనిచేయును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 96 11-07-2022 17:54:48

# భావనా చిత్రము

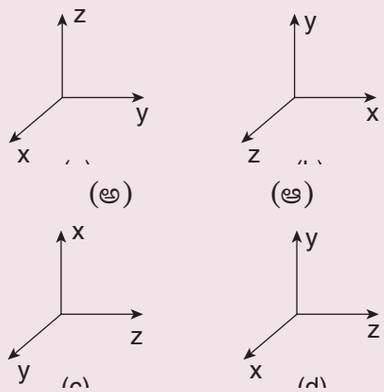





11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 97 11-07-2022 17:54:49

## I. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

**1.** క్రింది వాటిలో ఏ కార్టీషియన్ నిరుపకాలు భౌతిక శాస్త్రంలో ఉపయోగించరు.




(అ) (ఆ) (ఇ) (ఈ)

**2.** క్రింది వాటిలో ఏది ఏకాంక సదిశ

(అ) $\hat{i}+\hat{j}$ (ఆ) $\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$

(ఇ) $\hat{k}-\frac{\hat{j}}{\sqrt{2}}$ (ఈ) $\frac{\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}$

**3.** క్రింది వాటిలో ఏ భౌతిక కొలత అదిశతో గుర్తించరు?

(అ) ద్రవ్యరాశి

(ఆ) పొడవు

(ఇ) ద్రవ్యవేగం

(ఈ) త్వరణ పరిమాణం

**4.** $m_1$ మరియు $m_1$ ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువులు $h_1$ మరియు $h_2$ ఎత్తు నుండి నేలను చేరినపుడు వాటి ద్రవ్యవేగ పరిమాణముల నిష్పత్తి

(AIPMT 2012)

(అ) $\sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$ (ఆ) $\sqrt{\frac{m_1h_1}{m_2h_2}}$

(ఇ) $\frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$ (ఈ) $\frac{m_1}{m_2}$

**5.** ఒక కణము ఋణాత్మక దిశావేగంతోను, ఋణాత్మక త్వరణంతోను ఉన్నప్పుడు ఆ కణము యొక్క వేగం

(అ) అదికరించును (ఆ) తగ్గును

(ఇ) మారదు (ఈ) శూన్యం

**6.** కణము t = 0.5 కాలంలో $\vec{v}=2\hat{i}+t^2\hat{j}-9\vec{k}$ అనే వేగంతో చలిస్తే ఆ కణము యొక్క త్వరణ పరిమాణం

(అ) $1\text{m s}^{-2}$ (ఆ) $2\text{ m s}^{-2}$

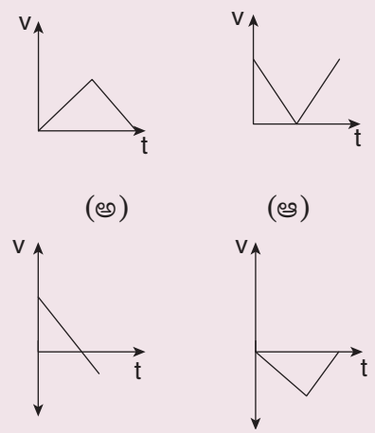
(ఇ) శూన్యం (ఈ) $-1\text{ m s}^{-2}$

**7.** ఒక వస్తువు భవనము కొన నుండి క్రింద పడి 4 సె లో నేలను చేరితే ఆ భవనము ఎత్తు ఎంత? (గాలి నిరోధాన్ని లెక్కలోనికి తీసుకొనరాదు) ($g = 9.8\text{ ms}^{-2}$)

(అ) 77.3 m (ఆ) 78.4 m

(ఇ) 80.5 m (ఈ) 79.2 m

**8.** v అనే వేగంతో ఒక బంతి లంబంగా పై వైపు విసిరినపుడు అది t కాలంలో నేలకు వచ్చినది. ఈ చలనంకు తగిన క్రింది v-t రేఖాచిత్రం ఏది? (NSEP 00-01)




(అ) (ఆ) (ఇ) (ఈ)

**9.** సమ ఎత్తులో ఉన్న రెండు వస్తువులలో ఒకటి తనంతటతానే క్రింది వైపు పడినది మరొకటి క్షితిజ తలంలో విసిరివేయబడినది. t సె లో అవి పయనించిన లంబ దూరాల నిష్పత్తి

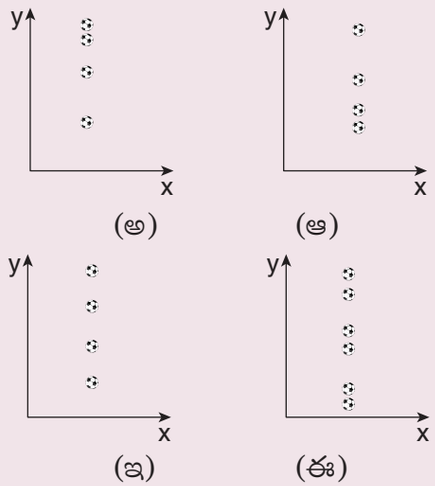


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 98 11-07-2022 17:54:51

(అ) 1 (ఆ) 2

(ఇ) 4 (ఈ) 0.5

**10.** నిర్ణీత ఎత్తు నుండి ఒక బంతి క్రింది పడినది. క్రింది వాటిలో ఏ పటము బంతి యొక్క చలనమును సరిగ్గా వివరిస్తున్నది.




**11.** ఒక కణము xy తలంలో గడియారపు సూచిక భ్రమణించే దిశలో ఏకరీతి వృత్త చలనంలో ఉన్నది. ఆ కణము యొక్క కోణీయ దిశావేగ దిశ?

(అ) +y దిశలో (ఆ) +z దిశలో

(ఇ) -z దిశలో (ఈ) -x దిశలో

**12.** ఒక కణం ఏకరీతి వృత్త చలనంలో ఉన్నపుడు క్రింది వాటిలో ఏది సరియైనది? (NEET 2016)

(అ) కణము దిశావేగం మరియు వేగం స్థిరం

(ఆ) కణము త్వరణం మరియు వేగం స్థిరం

(ఇ) కణము దిశావేగం మరియు త్వరణం స్థిరం

(ఈ) కణము వేగం మరియు త్వరణముల పరిమాణము స్థిరం.

**13.** $u$ అనే ఆరంభ దిశావేగంతో ఒక వస్తువు నేల నుండి లంబంగా పై వైపు విసిరి వేయబడినది. ఆ వస్తువు మరల నేలను పొందుటకు పట్టుకాలం

(అ) $\frac{u^2}{2g}$ (ఆ) $\frac{u^2}{g}$

(ఇ) $\frac{u}{2g}$ (ఈ) $\frac{2u}{g}$

**14.** క్షితిజంగా 30° మరియు 60° కోణంతో రెండు వస్తువులు విసిరినపుడు వాటి క్షితిజ వ్యాప్తి వరుసగా $R_{30^0}$ మరియు $R_{60^0}$ అయితే క్రింది వాటిలో ఏది సరి అయినది?

(అ) $R_{30^0} = R_{60^0}$

(ఆ) $R_{30^0} = 4R_{60^0}$

(ఇ) $R_{30^0} = \frac{R_{60^0}}{2}$

(ఈ) $R_{30^0} = 2\,R_{60^0}$

**15.** ఒక గ్రహములో 50 m ఎత్తు నుండి వస్తువు క్రింద పడినది. అది నేలకు వచ్చుటకు పట్టేకాలం 2 సె అయితే, గ్రహము యొక్క గురుత్వ త్వరణం విలువ ఎంత ?

(అ) $g = 20\ m\ s^{-2}$ (ఆ) $g = 25\ m\ s^{-2}$

(ఇ) $g = 15\ m\ s^{-2}$ (ఈ) $g = 30\ m\ s^{-2}$

### జవాబులు

**1)** ఈ **2)** ఈ **3)** ఇ **4)** ఇ **5)** అ

**6)** అ **7)** ఆ **8)** ఇ **9)** అ **10)** అ

**11)** ఇ **12)** ఈ **13)** ఈ **14)** అ **15)** ఆ

## II. క్లుప్తముగా జవాబులిమ్ము

**1.** కార్టీషియన్ నిరూపకాల వ్యవస్థ అనగానేమి?

**2.** సదిశ రాశిని నిర్వచింపుము? ఉదాహరణలిమ్ము

**3.** అదిశరాశిని నిర్వచింపుము? ఉదాహరణలిమ్ము?

**4.** రెండు సదిశరాశుల అదిశా లబ్ధం గూర్చి క్లుప్తముగా వ్రాయుము.

**5.** రెండు సదిశరాశుల సదిశా లబ్ధం గూర్చి క్లుప్తముగా వ్రాయుము.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 99 11-07-2022 17:54:53

6. రెండు సదిశరాశులు ఒకదానికొకటి లంబముగా ఉన్నదని ఎట్లు కనుగొందువు?
7. స్థానభ్రంశము మరియు దూరమును నిర్వచింపుము?
8. దిశావేగము మరియు వేగమును నిర్వచింపుము?
9. త్వరణమును నిర్వచింపుము?
10. దిశా వేగము మరియు సరాసరి దిశా వేగమునకు మధ్యగల తేడాలను తెలుపుము.
11. ఒక రేడియన్‌ను నిర్వచింపుము
12. కోణీయ స్థానభ్రంశము మరియు కోణీయ దిశావేగమును నిర్వచింపుము?
13. అసమరీతి వృత్తాకార చలనము అనగానేమి?
14. కోణీయ చలనము యొక్క చలన సమీకరణాలను వ్రాయుము.
15. అసమరీతి వృత్తాకార చలనము నందు ఫలిత త్వరణము మరియు సదిశ వ్యాసార్ధము మధ్యగల కోణమునకు సమీకరణమును ఉత్పాదించుము.

## III. విపులముగా జవాబులిమ్ము

1. సదిశ త్రిభుజ నియమము యొక్క కూడికను విపులముగా వివరించుము.
2. అదిశ రాశి మరియు సదిశ రాశుల లబ్ధముల ధర్మాలను వివరించుము.
3. స్థిరమైన త్వరణమును కలిగిన వస్తువు యొక్క గతిజ సమీకరణములను నిర్వచింపుము.
4. క్రింది వస్తువుల చలన సమీకరణములను ఉత్పాదించుము (అ) లంబముగా క్రింద పడే వస్తువు (ఆ) లంబముగా ప్రక్షేపకము చేయబడిన వస్తువు
5. క్షితిజముతో $\theta$ కోణముతో ప్రక్షేపకము చేయబడిన వస్తువు యొక్క వ్యాప్తి మరియు గరిష్ట ఎత్తుకు సమీకరణాలను ఉత్పాదించుము.
6. అభికేంద్ర త్వరణమునకు గల సమాసమును నిర్వచింపుము.
7. అసమరీతి లేదా అసమ వృత్తాకార చలనము నందు ఫలిత త్వరణమునకు సమాసమును ఉత్పాదించుము.

## IV. సంఖ్యాపరమైన సమస్యలు

1. ఒక కణము యొక్క స్థాన సదిశ పొడవు 1m అది $x$ అక్షముతో $30^\circ$ కోణముతో యుండిన, స్థాన సదిశ $x$ మరియు y అంశముల పొడవులను కనుగొనుము.

[జవాబు: $l_x = \frac{\sqrt{3}}{2}, l_y = 0.5$]

2. ఒక కణస్థానము $\vec{r}_1 = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ నుండి $\vec{r}_2 = \hat{i} + 2\hat{j}$ స్థానభ్రంశము జరిగినట్లు అయితే దాని యొక్క సదిశ స్థానభ్రంశమును కనుగొనుము. మరియు రెండు మితుల కార్టీషియన్ నిరూపక అక్షముల వ్యవస్థ $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ మరియు $\Delta\vec{r}$ యొక్క స్థానమును గీసి చూపుము.

[జవాబు: $\Delta\vec{r} = -2\hat{i} - 2\hat{j}$]

3. ఒక కణము 5 సెకనులలో స్థాన సదిశ $\vec{r}_1 = 5\hat{i} + 6\hat{j}$ నుండి స్థాన సదిశ $\vec{r}_2 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ కు మారుతుంది. ఆ కణము యొక్క సరాసరి దిశావేగము ఎంత?

[జవాబు: $\vec{v}_{\text{సరాసరి}} = -\frac{3}{5}\left(\hat{i} + \hat{j}\right)$]

4. ఇవ్వబడిన సదిశ $\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ ఈ సదిశను ఏకాంక సదిశ రాశిగా మార్చుము.

[జవాబు: $\hat{r} = \frac{\left(3\hat{i} + 2\hat{j}\right)}{\sqrt{13}}$]

5. ఇవ్వబడిన ఈ రెండు సదిశ రాశుల సదిశ లబ్ధముల యొక్క సదిశ రాశి గుణకమును కనుగొనుము.

$\vec{A} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ మరియు $\vec{B} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$?

[జవాబు: $5\hat{i} + 21\hat{j} + 22\hat{k}$

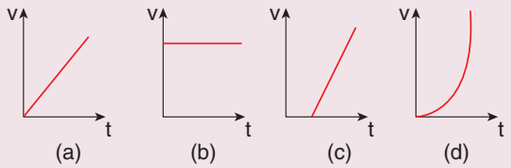


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 100 11-07-2022 17:54:55

**6.** సమాంతర వ్యాప్తి గరిష్ట ఎత్తునకు నాలుగు రెట్లు పొందుటకు వస్తువును క్షితిజ సమాంతరమునకు ఎంత కోణముతో ప్రక్షేపకము చేయవలయును.

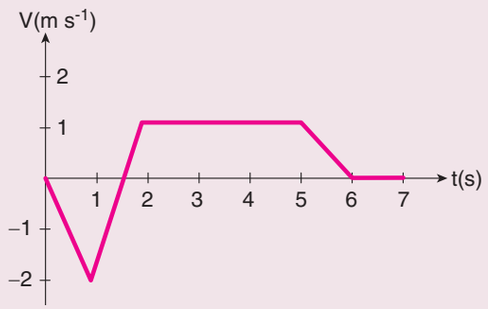
[జవాబు: $\theta = 45°$]

**7.** క్రింది ఇవ్వబడిన దిశావేగము – కాలము గ్రాఫులో గుర్తించబడిన కణము యొక్క చలనముల రకములను వర్గీకరించుము.




[జవాబు: (a) $\vec{a}$ = స్థిరం (b) $\vec{v}$ = స్థిరం (c) $\vec{a}$ = స్థిరం కాని మొదటి గ్రాఫులో కంటే ఎక్కువ (d) $\vec{a}$ స్థిరం]

**8.** ధనాత్మక x– అక్ష దిశలో చలించు కణము దిశావేగము కాలము గ్రాఫులో చూపబడినది. 0 నుండి 7 సెకనుల వరకు గల కాల వ్యవధులలో ఆ కణము యొక్క చలనమును విశ్లేషణం చేయుము. ఇంకను 0 నుండి 2 సెకనుల వరకు కణము పొందిన స్థానభ్రంశము మరియు ఆ కణము ప్రయాణించిన దూరమును కనుగొనుము.




[జవాబు: ప్రయాణించిన దూరము=1.75 m, స్థానభ్రంశము = -1.25 m]

**9.** ఒక వస్తువు క్షితిజ సమాంతరముతో $\theta$ కోణములో ప్రక్షేపకము చేయబడినది. ఈ సంఘటన ఆధారంగా చేసుకొని క్రింది వాటిని జతపరుచుము.

(అ) $v_x$ – తక్కువగును మరియు ఎక్కువగును.

(ఆ) $v_y$ – స్థిరముగా యుండును.

(ఇ) త్వరణము – మార్పు చెందును

(ఈ) స్థానభ్రంశము – ఎల్లప్పుడు క్రింది వైపు పనిచేయును.

[జవాబు: $v_x$ =స్థిరముగా యుండును,
$v_y$ = తక్కువగును మరియు ఎక్కువగును
త్వరణము – ఎల్లప్పుడు క్రింది వైపు పనిచేయును.
స్థానభ్రంశము – మార్పు చెందును.

**10.** నేలపైన యున్న ఒక నీటి ఫౌంటెన్ దాని చుట్టు యున్న ప్రాంతము నందు నీటిని చల్లుచున్నది. నీటి ఫౌంటెన్ నుండి వెలువడు నీటి వేగము $v$ అయిన నీరు చల్లిన వైశాల్యమును కనుగొనుము.

[జవాబు: వైశాల్యము = $\frac{\pi v^4}{g^2}$]

**11.** క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికలో వేర్వేరు గ్రహములలో ప్రక్షేపకము చెందిన సమాంతర వ్యాప్తి చూపబడినది. అన్ని వస్తువులు ఒకే కోణములోను సమ దిశావేగములోను ప్రక్షేపకము చేయబడినది. ఈ వివరముల నుండి చాలా ఎక్కువ మరియు చాలా తక్కువ గురుత్వ త్వరణము కలిగిన గ్రహములను కనుగొనుము మరియు గ్రహము యొక్క గురుత్వ త్వరణము (g) ఆధారముగా చేసుకొని ఆరోహణ క్రమములో వ్రాయుము.

| గ్రహము | సమాంతర వ్యాప్తి |
|---|---|
| బృహస్పతి | 50 m |
| భూమి | 75 m |
| అంగారకుడు | 90 m |
| బుధుడు | 95 m |

[జవాబు: $g_{\text{బృహస్పతి}}$, $g_{\text{బుధుడు}}$]

**12.** A మరియు B సదిశరాశుల ఫలిత సదిశ, A సదిశ రాశికి లంబముగా యున్నది. ఇంకను ఫలిత సదిశరాశి యొక్క పరిమాణము B సదిశరాశి పరిమాణములో సగముగా యున్నది. అయిన A మరియు B సదిశరాశికి మధ్యగల కోణపు విలువ ఎంత?

అ) **30°** ఆ) 45°

ఇ) **150°** ఈ) 120°

[జవాబు: $\theta = 150°$]



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 101 11-07-2022 17:54:57

**13.** క్రింద ఇవ్వబడిన సదిశరాశుల అంశములను పోల్చుము?

a) $T\hat{j} - mg\hat{j} = ma\hat{j}$ b) $\vec{T} + \vec{F} = \vec{A} + \vec{B}$

c) $\vec{T} - \vec{F} = \vec{A} - \vec{B}$ d) $T\hat{j} + mg\hat{j} = ma\hat{j}$

[జవాబు: (a) $T - mg = ma$

(b) $T_x + F_x = A_x + B_x$ etc.]

**14.** $\vec{A} = 5\hat{i} - 3\hat{j}$, $\vec{B} = 4\hat{i} + 6\hat{j}$ సదిశరాశులను భుజములుగా కలిగిన త్రిభుజము యొక్క వైశాల్యమును లెక్కించుము.

[జవాబు: వైశాల్యము = 21]

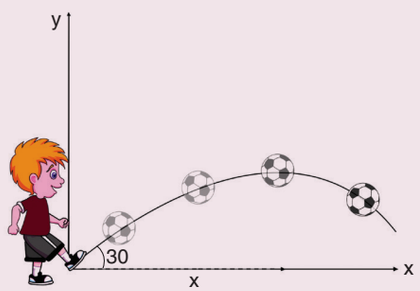
**15.** ఒక పూర్తి భ్రమణము చేయుటకు భూమి తీసుకొన్న కాలం 24 గంటలు. ఈ స్థితి యందు భూమి 1 గంట కాలంలో పొందిన కోణీయ స్థానభ్రంశమును లెక్కించుము. సమాధానమును రేడియన్ మరియు డిగ్రీ రెండింటి యందు తెలుపుము.

[జవాబు: $\theta = 15° or \frac{\pi}{12}$]

**16.** ఒక వస్తువు 30° ల ప్రక్షేపక కోణముతో వేయబడినది. దాని ప్రారంభ దిశావేగము 5 m $s^{-1}$ అయితే ప్రక్షేపక వస్తువు పొందిన గరిష్ట ఎత్తు మరియు సమాంతర వ్యాప్తి ఎంత?

[Ans: ఎత్తు = 0.318 m వ్యాప్తి =2.21 m]

**17.** ఒక కాలి బంతి ఆటగాడు 20 m $s^{-1}$ దిశావేగముతో క్షితిజ సమాంతరముతో 30° కోణముతో ఒక బంతిని తన్నుతాడు. బంతి యొక్క చలనము పటంలో చూపబడియున్నది. (goal post) అతని నుండి 40 m దూరములో యున్నది. బంతి goal కు చేరునా?




[జవాబు: బంతి goal ని పొందదు. ఎందుకనగా సమాంతర వ్యాప్తి =35.3 m]

**18.** 100 m ఎత్తుగల ఒక భవనము యొక్క శిఖరము నుండి 10 m $s^{-1}$ దిశావేగముతో ఒక ప్రక్షేపక వస్తువు సమాంతరముగా వేయబడినది. ప్రక్షేపక వస్తువు పొందిన సమాంతర వ్యాప్తి ఎంత?

[జవాబు: R= 45 m]

**19.** ఒక వస్తువు $\frac{\pi}{12}$ rad $s^{-1}$ అను కోణీయ వేగముతో ఏకరీతి వృత్తాకార చలనములో చలించుచున్నది. t = 0 సె కాలములో ఆ వస్తువు θ = 0 బిందువు నుండి వృత్తాకార చలనము ఏర్పరచుచున్నది అని అనుకొనుము. 4 సెకనుల తరువాత ఆ వస్తువు యొక్క కోణీయ స్థానభ్రంశము ఎంత?

[జవాబు: 60°]

**20.** x– అక్షమును తూర్పు దిశగాను y– అక్షమును ఉత్తరము దిశగాను z– అక్షమును లంబముగా పై వైపు దిశయందు తలచి క్రింది వాటిని సదిశ పద్ధతిలో తెలుపుము.

అ) 5 m ఈశాన్యము మరియు 2 m పై వైపు గల దిశలో

ఆ) 4 m ఆగ్నేయము మరియు 3 m పై వైపుగల దిశలో

ఇ) 2 m వాయు మరియు 4 m పై వైపుగల దిశలో

[జవాబు: (అ) $\frac{5(\hat{i}+\hat{j})}{\sqrt{2}} + 2\hat{k}$ (ఆ) $\frac{4(\hat{i}-\hat{j})}{\sqrt{2}} + 3\hat{k}$

(ఇ) $(-\hat{i}+\hat{j})\sqrt{2} + 4\hat{k}$ ]

**21.** చంద్రుడు భూమిని సుమారుగా 27 రోజులకు ఒక సారి పూర్తి భ్రమణము చేయుచున్నది. ఈ స్థితియందు చంద్రుడు ఒక రోజుకి భూమిని చుట్టు కోణపు విలువ ఎంత.

[జవాబు: 13°3']

**22.** m ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు యొక్క కోణీయ త్వరణము $\alpha = 0.2 rad\, s^{-2}$. 3 సెకనులో ఆ వస్తువు ఎంత కోణీయ స్థానభ్రంశము చెందును. (వస్తువు శూన్య దిశా వేగముతో శూన్య కోణముతో తన చలనమును ప్రారంభము చేయుచున్నది అని అనుకొనుము)

[Ans: 0.9 rad (లేదా) 51°]



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 102 11-07-2022 17:54:59

## సూచన పుస్తకములు


1. Charles Kittel, Walter Knight, Malvin Ruderman, Carl Helmholtz and Moyer, *Mechanics,* 2nd edition, Mc Graw Hill Pvt Ltd,
2. A.P.French, *Newtonian Mechanics,* Viva-Norton Student edition
3. SomnathDatta, *Mechanics,* Pearson Publication
4. H.C.Verma, *Concepts of physics* volume 1 and Volume 2, Bharati Bhawan Publishers
5. Serway and Jewett, *Physics for scientist and Engineers with modern physics*, Brook/Coole publishers, Eighth edition
6. Halliday, Resnick & Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley Publishers, 10th edition



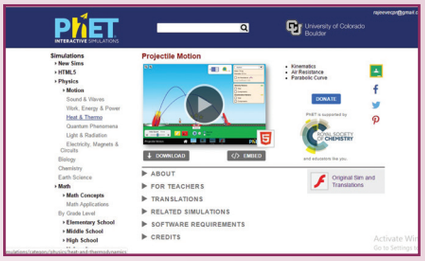

11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 103 11-07-2022 17:54:59

# అంతర్జాల కృత్యము

## ప్రక్షేపక వస్తువు చలనము

గురిచూసి వేయుము

ఈ కృత్యము ద్వారా ప్రక్షేపక వస్తువు యొక్క దిశావేగము, ప్రక్షేపక కోణము మరియు క్షితిజ వ్యాప్తిల మధ్యగల సంబంధాలను తెలుసుకొనవచ్చును.



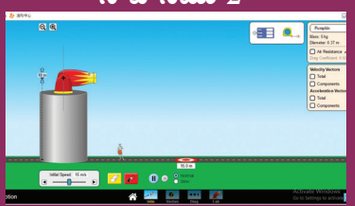

**సోపానములు:**

- క్రింది ఇవ్వబడిన URL లేక QR Code నుపయోగించి PhET – Projectile Motion అనే అంతర్జాల పేజీకి వెళ్ళవలెను. 'Intro' అను ఆప్షన్‌ను క్లిక్ చేసి కృత్యమును ప్రారంభించవలెను.
- ఎరుపు రంగులో నున్న shoot button ను నొక్కవలెను. బీరంగి నుండి వెలువడే బంతి దాని లక్ష్యాన్ని చేరవలెను.
- స్థూపము (cylinder) యొక్క ఎత్తును మార్చుటకు 'up & down' ను క్లిక్ చేయవలెను. బంతి యొక్క వేగమును అధికరించుటకు (లేక) తగ్గించుటకు ఎడమవైపు కుడివైపు గల button లను నొక్కవలెను.
- లక్ష్య పెట్టి (target box) ను సరిచేసి లక్ష్యాన్ని చేరిన కాలము, వ్యాప్తి మరియు ఎత్తులను కొలువవలెను. బీరంగి నుండి వెలువడే బంతి యొక్క వ్యాప్తిని Meter tape సహాయంతో కొలువవలెను. దిశావేగము మరియు త్వరణమును కనుగొనుటకు కుడివైపు పై భాగములో నున్న పెట్టెలను క్లిక్ చేయవలెను.

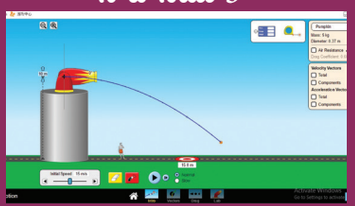
**సోపానము 1**



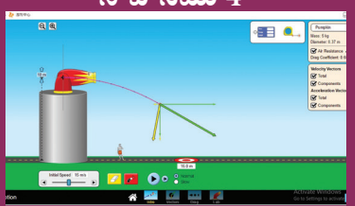

**సోపానము 2**



**సోపానము 3**



**సోపానము 4**



**Timeline Project's URL:**

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_en.html

RB4JY

* పటములు గుర్తించుటకు మాత్రమే

* **Flash Player** or **Java Script** అవసరమైతే ఉపయోగించుకోండి.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_2_Part_II.indd 104 11-07-2022 17:55:01

అధ్యాయము

# 3

# చలన నియమములు
## (LAWS OF MOTION)

"ఆది యందు యాంత్రిక శాస్త్రముండెను" – వోన్‌లావే

### అభ్యసనా లక్ష్యాలు

ఈ అధ్యాయము నుండి విద్యార్థులు తెలుసుకొనునవి

- న్యూటన్ నియమాలు
- న్యూటన్ నియమాలకు మధ్య తర్కరీతి సంబంధము
- స్వేచ్ఛా వస్తువు యొక్క చిత్రము మరియు సంబంధిత సమస్యలు
- ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము
- చలనములో ఘర్షణ బలం యొక్క పాత్ర
- అభికేంద్ర బలము మరియు అపకేంద్ర బలము
- అభికేంద్ర బల మూలము

## 3.1 పరిచయం (INTRODUCTION)

ప్రపంపచములోని ప్రతి ఒక్క వస్తువు మరొక వస్తువుతో పరస్పర సంబంధము కలిగియున్నది. చల్లటి గాలి వృక్షములతోను, వృక్షాలు భూమితోను పరస్పర సంబంధమును కలిగియున్నవి. నిజానికి ప్రతి జీవి ప్రకృతితో సంబంధమును కలిగియున్నది. మిగతా జీవులు ప్రకృతితో కలిగియున్న సంబంధమునకు. మానవులు ప్రకృతితో కలిగియున్న సంబంధము వ్యత్యాసమైనది. ఎందుకనగా మానవ సమాజము ప్రకృతి చర్యలను అర్థము చేసుకొని వాటిని శాస్త్రీయంగా వివరించుచున్నది.

మానవ చరిత్రలో అత్యంత పరిశోదనలో చెప్పబడినట్లు విజ్ఞాన సంబంధ ప్రశ్నలు వస్తు చలనమును గూర్చియే 'వస్తువు ఎలా కదులుచున్నది'? మరియు ఎందుకు కదులుచున్నది? ఇలాంటి ఆసక్తికర ప్రశ్నలే మానవ సముదాయాన్ని ప్రాచీన కాలం నుండి ఆధునిక సాంకేతిక కాలమైన 21 వ శతాబ్దానికి నడిపినది.

ఒక వస్తువు కదులుటకు ఏదో ఒకటి ఆ వస్తువును లాగుటయో లేక నెట్టుటయో కారణమగును. ఉదాహరణకు ఒక పుస్తకము నిశ్చల స్థితిలో ఉన్నది. ఏదో ఒక బాహ్య శక్తి ఆ పుస్తకముపై పనిచేయనంత వరకు పుస్తకము కదలదు. వస్తువుల్ని కదల్చడానికి వాటిపై ఏదో ఒక బాహ్య శక్తి పనిచేయాలి. 2500 సం॥ పూర్వము ప్రఖ్యాత తత్వవేత్త అగు అరిస్టాటిల్ (Aristotle) బలం చలనాన్ని కలిగిస్తున్నదని తెలిపిరి. ఈ విషయం లౌకిక జ్ఞానం ఆధారంగా చెప్పబడినదియే కానీ ఎలాంటి శాస్త్రీయ పరిశోధనల ఆధారంగా చెప్పబడినది కాదు. ఇది శాస్త్రీయంగా ఆమోదించబడియుండాలి.

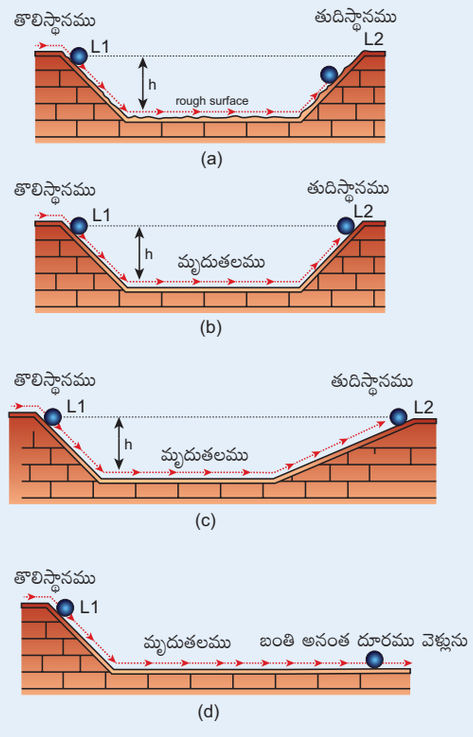
15 వ శతాబ్దములో గెలీలియో (Galileo) క్రమేణా చేసిన పరిశోధనల ద్వారా అరిస్టాటిల్ ప్రతిపాదనను సవాలు చేసిరి. ఫలితంగా చలనానికి బలం అవసరములేదని తెలిపిరి.

గెలీలియో చిన్న చిన్న పరిశోధనల ద్వారా తన ప్రతిపాదనలను వివరించిరి. పటము 3.1 (అ) లో చూపినట్లు ఒక బంతి నిర్ధిష్ట కోణములోనున్న వాలు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 105 19-03-2022 20:31:48

తలము పై నుండి జారి అడుగు భాగానికి చేరి కొంత దూరము ముందుకు దొర్లి అదే కోణములోనున్న మరొక తలము గుండా పైకి ఎగిరినది. పటము 3.1 (ఆ) లో చూపినట్లు వాటి తలమును మరింత మృదువుగా చేసిన తర్వాత ఈ పరిశోధనను మరలా చేసినపుడు వాలు తలము నుండి బంతి ఎంత ఎత్తు నుండి జారినదో అంతే ఎత్తుకు మరొక వాలు తలము గుండా పైకి ఎగురుచున్నది. మొదటి వాలు తలము ($L_1$) మరియు రెండవ వాలు తలము ($L_2$) పటము 3.1 (ఇ) ద్వారా చూపబడినది. తరువాత వాలు కోణాన్ని తగ్గించి మొదటి వాలు తలము గుండా అదే ఎత్తు నుండి బంతిని జారవిడిచినపుడు కొంత దూరము దొర్లి రెండవ తలము గుండా ప్రారంభ ఎత్తు కొలతకే ఎగిరినది. వాలు కోణాన్ని పూర్తిగా శూన్యము (Zero) చేసినపుడు బంతి క్షితిజ సమాంతరంగా పయనించుచునే ఉండుటను పటము 3.1 (ఈ) ద్వారా చూచెదము. ఒక వేళ




**పటము 3.1** రెండవ తలముపై గెలీలియో ప్రయోగం అ) మొదటిలోనున్న అదే వాలు కోణము ఆ) మృదుతలము అధికరించినప్పుడు ఇ) వాలు కోణము తగ్గినప్పుడు ఈ) వాలు కోణము శూన్యమైనప్పుడు.

అరిస్టాటిల్ ప్రతిపాదన నిజమైనచో బంతి వాలు తలము గుండా క్రిందికి జారకుండా నిశ్చలముగా ఉండియుండవలెను. ఎందుకనగా బంతిపై ఎలాంటి బలము ప్రయోగింపబడలేదు. ఈ పరిశోధన ద్వారా గెలీలియో, చలనానికి బలం అవసరము లేదని నిరూపించెను. కావున ఎలాంటి బలం లేకుండానే చలనం జరుగుచున్నది. తద్వారా తెలియునది, అరిస్టాటిల్ బలాన్ని చలనాన్ని జతచేయగా గెలీలియో బలాన్ని చలనం నుండి వేరుచేసెను.

ZU6LA

## 3.2 న్యూటన్ నియమములు (NEWTON'S LAWS)

గెలీలియో, కెప్లర్ మరియు కోపర్నికస్ లాంటి విజ్ఞాన శాస్త్రవేత్తల ప్రతిపాదనలను విశ్లేషించి చలనాన్ని గూర్చిన లోతైన భావాలను న్యూటన్ తన మూడు నియమాల ద్వారా వెలిబుచ్చెను.

### 3.2.1 న్యూటన్ మొదటి నియమము (Newton's First Law)

**ఒక వస్తువుపై ఎలాంటి బాహ్య బలము ప్రయోగించనంత వరకు ఆ వస్తువు యొక్క విరామ స్థితిలోను, స్థిర వేగంలోను *(constant velocity)* ఎలాంటి మార్పు ఉండదు.**

స్వయంగా వస్తువు కదలలేకపోవు ధర్మాన్నే జడత్వము (Inertia) అందురు. జడత్వము అనునది ఒక వస్తువు దాని మార్పును ప్రతిఘటించుటయే అగును. పరిస్థితుల ఆధారంగా జడత్వము మూడు విధాలు.

1. **విరామ జడత్వము (Inertia of rest):** నిశ్చల స్థితిలోనున్న ఒక బస్సు (Bus) ఉన్నట్టుండి ముందుకు కదులునపుడు ప్రయాణికులు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 106 19-03-2022 20:31:49



**పటము 3.2** పటము 3.2 విరామ జడత్వం వలన ప్రయాణికులు వెనుకకు నెట్టబడటం అనుభవిస్తారు

వెనక్కు నెట్టబడుచున్నారు. బస్సు కదులునపుడు ప్రయాణికుల శరీరము విరామ స్థితిలోనే కొనసాగుటయే ఇందుకు కారణము. ఇది పటము 3.2 ద్వారా చూపబడినది. తన విరామ స్థితిని తానే మార్చుకోలేని వస్తువు యొక్క స్థితిని విరామ జడత్వము అందురు.

**2. చలన జడత్వము (Inertia of motion):** ప్రయాణించుచున్న ఒక బస్సు ఉన్నట్టుండి ఆగినపుడు ప్రయాణికులు ముందుకు నెట్టబడుచున్నారు. ప్రయాణికుల శరీరము చలన స్థితిలోనే కొనసాగుతుండుటయే ఇందుకు కారణము. ఒక వస్తువు దాని స్థిర వేగం నుండి మార్చుకోలేని స్థితినే చలన జడత్వము అందురు. ఇది పటము 3.3 ద్వారా చూపబడినది.

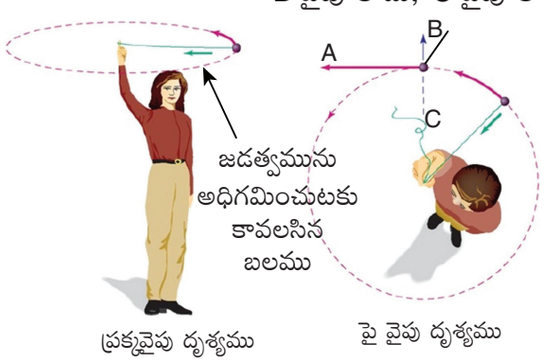


**పటము 3.3** చలన జడత్వం వలన ప్రయాణికులు ముందుకు నెట్టబడటం అనుభవిస్తారు.

**3. దిశా జడత్వము (Inertia of direction):** దారానికి కట్టబడిన ఒక రాయి వృత్తాకారంగా పరిభ్రమించుచుండగా ఉన్నట్టుండి దారం తెగినపుడు వృత్తాకార కక్ష్యలో పరిభ్రమించకుండా పటము 3.4 లో చూపినట్లు స్పర్శరేఖ దిశగా (tangent) వెళ్ళును. ఎందుకనగా వస్తువుపై బాహ్య బలము పనిచేయనంత వరకు ఆ వస్తువు దాని స్థితిని మార్చుకోజాలదు. ఈ స్థితినే దిశా జడత్వము అందురు.

ఒక వస్తువు యొక్క నిశ్చల స్థితి లేక మార్పులేని గమన వేగాన్ని స్థిర వేగం అనిన అది అర్థవంతమైనది కాదు. కాబట్టి భౌతిక శాస్త్రంలో అన్ని చలనాలు, చట్రము (Frame) ఆధారంగానే నిర్వచించబడాలి. న్యూటన్ మొదటి నియమము కొన్ని భౌతిక చట్రములకు మాత్రమే వర్తించును. ఆ చట్రములను జడత్వ చట్రములు (inertial frames) అని అందురు.




**పటము 3.4** దిశ జడత్వం వలన వృత్త స్పర్శరేఖ దిశలో చలించే రాయి.

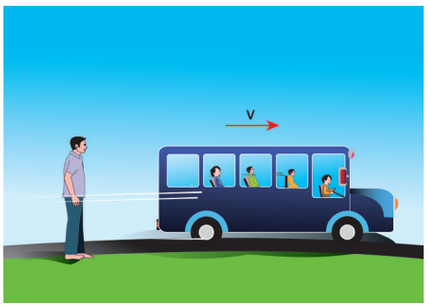


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 107 19-03-2022 20:31:49

### జడత్వ చట్రములు *(Inertial Frames)*

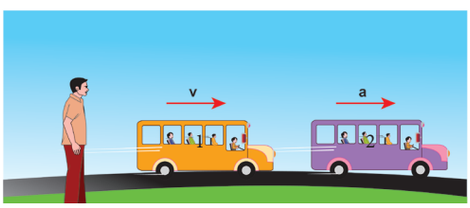
జడత్వ చట్రములో గల ఒక వస్తువుపై ఎలాంటి బలము పనిచేయనపుడు అది స్థిర వేగంతో కదులుచుండును. కానీ ఒక వస్తువుపై బల ప్రయోగము జరిగినదా లేదా అని తెలుసుకోవడం ఎలా? భూమిపైనున్న అన్ని వస్తువులు భూమ్యాకర్షణ శక్తికి లోనగుచున్నది. ఆదర్శ సంధర్భాల్లో ఒక వస్తువు అంతరాళంలో (ఇతర వస్తువులకు చాలా దూరంగా) ఉన్నప్పుడు మాత్రమే స్వేచ్ఛా వస్తువు (free body) అగును. ఆ వస్తువునకు న్యూటన్ నియమము పూర్తిగా వర్తించును. అంతరాళాన్ని ఒక జడత్వ చట్రముగా చెప్పవచ్చును. కానీ నిజానికి అలాంటి జడత్వ చట్రము సాధ్యము కానిది.

పరిశోధనా ప్రయోజనం కొరకు భూమిని ఒక జడత్వ చట్రముగా భావించెదము. ఎందుకనగా పరిశోధనా కేంద్రంలో మేజాపై ఉంచబడిన ఒక వస్తువు ఎల్లప్పుడూ విరామ స్థితిలోనే ఉన్నట్లు పరిగణించబడుచున్నది. ఎందుకనగా ఆ వస్తువు ఎల్లప్పుడూ క్షితిజ సమాంతరంగానే ఉండును. స్థితిజ సమాంతర దిశలో వస్తువుపై ఎలాంటి బలము ప్రయోగింపజాలదు. కాబట్టి అన్ని ప్రయోగాలకు మరియు గణనాలకు పరిశోధనశాల ఒక జడత్వ చట్రముగా పరిగణించవచ్చును. మనం ఈ నిర్ణయానికి వచ్చుటకు స్థితిజ సమాంతర చలనాన్ని మాత్రమే లెక్కించితిమి. నిజానికి ఆ వస్తువుపై స్థితిజ సమాంతర బలం ప్రయోగింపబడలేదు. మనం లంబంగా పనిచేయు బలాన్ని లెక్కించకూడదు. మారుగా రెండు బలాలు (క్రింది దిశగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలం మరియు పై దిశగా పనిచేయు అభిలంబ బలము) పనిచేసి వస్తువు యొక్క స్థిర బలాన్ని (net free) నిలువు దిశలో సున్న (zero) గా చేయుచున్నది. న్యూటన్ మొదటి నియమము నిశ్చల స్థితిలోనున్న వస్తువులకు వర్తించునే కాని చలనంలో నున్న వస్తువులకు వర్తించదు. దిశావేగంలో మార్పులేకుండా స్థిర వేగంతో ఒక రైలు ప్రయాణించుచున్నదని అనుకొనెదము. స్థిర వేగంతో ప్రయాణించుచున్న రైలులోనున్న ప్రయాణికులకు రైలు వెలుపల బయటి విరామంలో నున్న వస్తువు దిశావేగంలో మార్పులేకుండా చలించుచున్నట్లు కనబడును. ఎందుకనగా ఇక్కడ రైలు ఒక జడత్వ చట్రముగా నున్నది. అన్ని జడత్వ చట్రములు ఒకదానితోనొకటి మారని దిశావేగంతో కదులుచుండును. ఒక జడత్వ చట్రములో విరామ స్థితిలోనున్న ఒక వస్తువు మరొక జడత్వ చట్రములో చలనంలో ఉన్నట్లు (దిశా వేగంలో మార్పులేకుండా) కనబడును. పటము 3.5 లో చూపినట్లు రోడ్డుపై నిలబడియున్న ఒక వ్యక్తి స్థిర వేగానికి తగ్గట్లు '$v$' అను ఏకరీతి దిశలో ఒక కారు ప్రయాణించుచున్నది. రోడ్డుపై నిలబడియున్న వ్యక్తి స్థిర వేగంతో ప్రయాణించు కారు, రెండునూ జడత్వ చట్రములే అగును.




**పటము 3.5** వ్యక్తి మరియు వాహనమనునవి జడత్వ చట్రములు

ఏకరీతి దిశావేగంతో పయనించుచున్న రైలు బండిలో సున్నితమైన (మృదువైన) మేజాపై ఒక వస్తువు ఉన్నట్లు అనుకొనెదము. రైలు ఉన్నట్టుండి కదులునపుడు ఎలాంటి బల ప్రయోగము జరగకుండానే మేజాపైనున్న వస్తువు వ్యతిరేఖ దిశలో కదిలినట్లు కనబడును. ఇది న్యూటన్ మొదటి నియమానికి వ్యతిరేఖంగా నున్నది. తద్వారా మనకు తెలియునది ఏమనగా రైలుబండి ఒక జడత్వ చట్రము కాదు. పటము 3.6 లో చూపినట్లు $\vec{a}$ వేగవృద్ధితో పయణించు రెండవ కారు జడత్వములేని చట్రము (non-inertial frame) అగును.




**పటము 3.6** కారు 2 అనునది జడత్వముకాని చట్రము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 108 19-03-2022 20:31:50

ఇలాంటి త్వరణం చెందిన చట్రములను జడత్వముకాని చట్రములందురు. భ్రమణ చట్రము కూడా జడత్వములేని చట్రమే అగును. ఎందుకనగా భ్రమణమునకు త్వరణము (acceleration) అవసరము. ఈ భావన ప్రకారము భూమి ఒక జడత్వ చట్రము కాదు. ఎందుకనగా భూమి స్వీయ భ్రమణము మరియు నిర్దిష్ట కక్ష్యా చలనమును కలిగియున్నది. రోజువారి స్థితిలో భూమి యొక్క భ్రమణ ఫలాన్ని ఉపేక్షించవచ్చును. ఉదాహరణకు విసరబడిన వస్తువుపై లేక పరిశోధన శాలలో ఉంచబడిన లోలకం యొక్క ఆవర్తనకాలంలో భూభ్రమణ ఫలితము అతి తక్కువగానే ఉండును. కావున ఇలాంటి స్థితులలో భూమిని ఒక జడత్వ చట్రముగా పరిగణించవచ్చును. అదే సమయంలో ఉపగ్రహ చలనము మరియు వాయుమండల చలనములో భూమిని ఒక జడత్వ చట్రముగా పరిగణించరాదు. ఎందుకనగా భూభ్రమణము వీటిపై బలమైన ప్రభావమును చూపుచున్నది.

## 3.2.2 న్యూటన్ రెండవ నియమము (Newton's Second Law)

ఒక వస్తువుపై పనిచేయు బలము ఆ వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగ మార్పుకు సమానంగా ఉండును.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (3.1)$$

క్లుప్తంగా చెప్పాలంటే ఎప్పుడు ఒక వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగంలో మార్పు ఏర్పడునో అప్పుడు ఆ వస్తువుపై బలము పనిచేయుచున్నట్లు అర్థము. ఒక వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగము $\vec{p} = m\vec{v}$ అనేక సందర్భాలలో వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి స్థిరంగానే ఉండును. ఇలాంటి సందర్భాలలో పై సమీకరణము క్రింది సరళ రూపానికి సవరించబడినది.

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}.$$

$$\vec{F} = m\vec{a}. \qquad (3.2)$$

ఒక వస్తువు ఎప్పుడు వేగవృద్ధి పొందుచున్నదో అప్పుడు ఆ వస్తువుపై బల ప్రయోగము జరిగినది అని పై సమీకరణము వివరించుచున్నది. బలము $\vec{F}$ మరియు వేగవృద్ధి $\vec{a}$ ఎల్లప్పుడూ ఒకే దిశలో ఉండును. న్యూటన్ నియమము ప్రాథమికంగా అరిస్టాటిల్ నియమము నుండి వేరుపడినది. న్యూటన్ అభిప్రాయము ప్రకారము చలనానికి బలం అవసరము లేదు. స్థిరచలనం నుండి మార్చుటకు మాత్రమే బలం అవసరమగుచున్నది. న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని జడత్వ చట్రములో మాత్రమే ఉపయోగించగలం అను విషయాన్ని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకొనవలెను. జడత్వము లేని చట్రాలకు ఈ నియమములో కొన్ని మార్పులు అవసరమగుచున్నది.

SI ప్రమాణ పద్ధతి ప్రకారము బలము యొక్క ప్రమాణము న్యూటన్ 'N' అగును.

ఒక కిలో ద్రవ్యరాశి గల వస్తువుపై ప్రయోగించబడిన బలం దాని ప్రయోగ దిశలో ఏర్పరచిన వేగవృద్ధి $1\ m\ s^{-2}$ అయిన అది ఒక న్యూటన్ (N) అగును.

### జారెడు వస్తువును గూర్చి న్యూటన్ మరియు అరిస్టాటిల్ అభిప్రాయము (Aristotle vs. Newton's approach on sliding object)

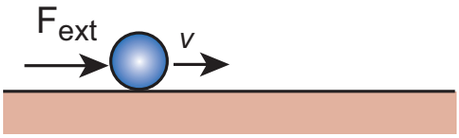
భాగము 3.1 లో వివరించబడిన వాలు తలము మరియు బంతి పరిశోధనకు కావలసిన వివరణను న్యూటన్ రెండవ నియమము తెలుపుచున్నది. ఆ పరిశోధనలో త్వరణాన్ని లెక్కించినపుడు బంతి సమతలానికి చేరిన తర్వాత కొంత దూరం దొర్లి తర్వాత విరామ స్థితికి చేరుకుంటున్నది. దీనికి కారణము బంతి యొక్క దిశావేగానికి వ్యతిరేఖ దిశలో ఏర్పడు త్వరణమే అగును. ఈ త్వరణమే దిశావేగాన్ని తగ్గించి వస్తు చలనాన్ని నిరోధించుచున్నది. కాగా అరిస్టాటిల్ అభిప్రాయము ప్రకారము ఒక వస్తువు వాలు తలము నుండి సమతలం వైపు జారునపుడు సమతలానికి చేరిన వెంటనే కొంత దూరము దొర్లి విరామ స్థితికి చేరుకుంటున్నది. ఎందుకనగా ఆ వస్తువుపై ఎలాంటి బల ప్రయోగము జరుగలేదు. ప్రారంభములోనే అరిస్టాటిల్ వస్తు త్వరణాన్ని పూర్తిగా నిషేధించిరి.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 109 19-03-2022 20:31:50

**అరిస్టాటిల్**

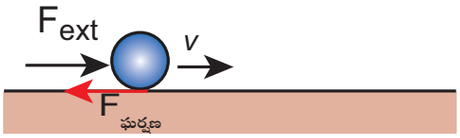
వస్తువు స్థిర వేగంతో కదలడానికి దానిపై బాహ్యబలం ప్రయోగించవలెను.




**స్థిర బలం = $F_{ext}$**

**గెలీలియో మరియు న్యూటన్**

ఒక వస్తువు స్థిర వేగంతో కదులునపుడు దాని స్థిర బలం సున్న (zero) అగును.




**స్థిర బలము = 0 (సున్న)**

**పటము 3.7** అరిస్టాటిల్, గెలీలియో మరియు న్యూటన్ అభిప్రాయము.

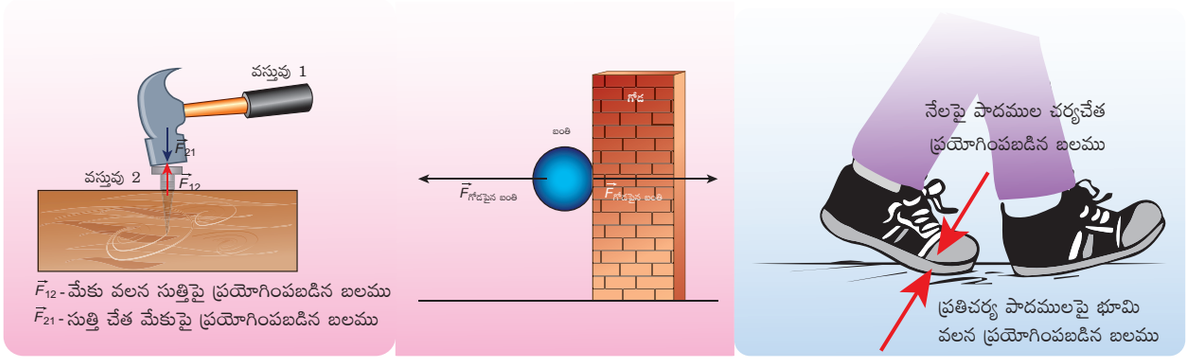
## 3.2.3 న్యూటన్ మూడవ నియమము (Newton's Third Law)

పటము 3.8 (a) లో చూపినట్లు వస్తువు 1, వస్తువు 2 ($\vec{F}_{21}$) పై బలాన్ని ప్రయోగించినపుడు, ఆ బలానికి సమాన మరియు వ్యతిరేఖ బలాన్ని వస్తువు 2, వస్తువు 1 ($\vec{F}_{12}$) పై ప్రయోగించును. ఈ రెండు బలాలు రెండు వస్తువులు సంధించు రేఖ గుండా వెలువడును.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

బలాలు సమాన మరియు వ్యతిరేఖ జతలుగా ఏర్పడుచున్నదని న్యూటన్ మూడవ నియమము నిర్ధారించుచున్నది. స్వేచ్ఛాబలం లేక ఒకే బలం అనునది ప్రకృతిలో ఆవిర్భవించునది లేదు. న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారము చర్యాబలం (action force) కు సమానమైన ప్రతిచర్యాబలం (reaction force) ఉన్నది. ఇక్కడ చర్య మరియు ప్రతిచర్య బలాలు ఒకే వస్తువుపై పనిచేయుటలేదు. మారుగా వేర్వేరు వస్తువులపై పనిచేయుచున్నవి. వాటిలో ఏదేని ఒక బలాన్ని చర్యగా అనుకొనిన మరొక బలం ప్రతిచర్య అగును. న్యూటన్ మూడవ నియమము జడత్వము మరియు జడత్వము లేని చట్రములకు వర్తించును.

ఈ చర్య ప్రతిచర్య బలాలు కారణ మరియు ఫలిత (cause and effect) బలాలు కావు. అనగా మొదటి వస్తువు రెండవ వస్తువుపై బలాన్ని ప్రయోగించి అదే తరుణంలో రెండవ వస్తువు మొదటి వస్తువుపై సమాన ప్రతిచర్యా బలాన్ని ప్రయోగించుచున్నది.




(a) (b) (c)

**పటము 3.8** న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రదర్శన (a) సుత్తి మరియు చీల (b) బంతి గోడ నుండి ఎగురుట (c) ఘర్షణతో నేలపై నడవడం



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 110 19-03-2022 20:31:51

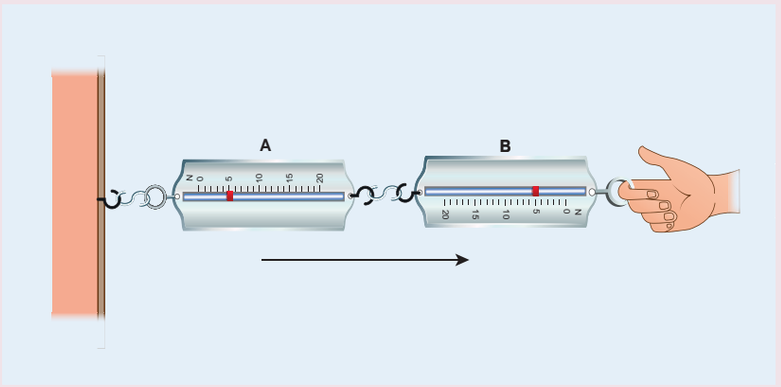
## కార్యకలాపము (ACTIVITY) (చేసి చూద్దాం)

**న్యూటన్ మూడవ నియమ ధృవీకరణ:**

పటములో చూపినట్లు రెండు స్ప్రింగ్ త్రాసులను (spring) ఒకదానితోనొకటి జతచేసి మొదటి స్ప్రింగ్ త్రాసు మొనను ధృడ దండమునకు జతచేసి రెండవ స్ప్రింగు త్రాసు యొక్క మొనను చేతితో లాగుము.

ఇప్పుడు రెండు త్రాసులలో చూపించు కొలతలను గుర్తించుకొనండి.

ఈ పరిశోధనను పలుమార్లు చేసి కొలతలను పొందుపరచండి.




**గమనిక**

త్రాసు B త్రాసు A పై ప్రయోగించు బలము వలన త్రాసు A లో కొలత లభించుచున్నది. త్రాసు B పై ప్రయోగించబడిన వ్యతిరేఖ బలం కారణంగా త్రాసు B లో కొలత లభించినది. న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారము బలాలు ఒకదానితోనొకటి సమానంగా ఉండును.

1JBKT

## 3.2.4 న్యూటన్ నియమాలను గూర్చి చర్చించుట (Discussion on Newton's Laws)

1. న్యూటన్ నియమాలు అన్నియూ సదిశ నియమాలు (vector laws) $\vec{F} = m\vec{a}$అనునది ఒక సదిశ సమీకరణము మరియు ఇది అదిశ (scalar) సమీకరణములకు సమానమగును. కార్టీషియన్ నిరూపక పద్ధతి ప్రకారము ఈ సమీకరణమును విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} = ma_x\hat{i} + ma_y\hat{j} + ma_z\hat{k}.$$

ఇరువైపులా పోల్చగా మనకు లభించు అదిశ సమీకరణములు

$F_x = ma_x$ ఇక్కడ x అక్షదిశలో నున్న త్వరణము పనిచేయు బలము x- అక్షముపై ఆధారపడియున్నది.

$F_y = ma_y$ ఇక్కడ y అక్ష దిశలోనున్న త్వరణము y- అక్షముపై పనిచేయు బలముపై ఆధారపడియుండును.

$F_z = ma_z$ ఇక్కడ z అక్ష దిశలోనున్న త్వరణము z- అక్షముపై పనిచేయు బలముపై ఆధారపడియుండును.

పై సమీకరణముల నుండి మనము తెలుసుకొనునది, y అక్షములోని బలము x అక్ష దిశలోని త్వరణము మార్చజాలదు. అదే విధంగా $a_y$ మరియు $a_x$ లను $F_z$ ప్రభావితము చేయజాలదు. ఈ వివరణ సమస్యలను పరిష్కరరించడానికి తోడ్పడును.

2. ఒక నిర్ధిష్ట సమయము t లో వస్తు త్వరణము ఆ సమయంలో ఆ వస్తువుపై పనిచేయు బలాన్ని చూచించునే కాని ఆ సమయానికి ముందు పనిచేసిన బలాన్ని చూచించునది కాదు. దీనిని ఈ క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 111 19-03-2022 20:31:53

$$\vec{F}(t) = m\vec{a}(t)$$

వస్తు త్వరణం ముందుగానే ప్రయోగించబడిన బలంపై ఆధారపడియుండదు. ఉదాహరణకు క్రికెట్ ఆటలో స్పిన్ బౌలర్ లేదా ఫాస్ట్ బౌలర్ విసిరిన బంతి చేతినుండి వెలువడిన పిదప భూమ్యాకర్షణ శక్తిని మరియు గాలి ఘర్షణ బలాన్ని మాత్రమే అనుభూతి చెందును. ఈ సమయంలో బంతి యొక్క త్వరణం అది ఏ విధంగా (వేగంగానో లేక మెల్లగానో) విసరబడిన తీరుపై ఆధారపడియుండదు.

3. సాధారణంగా బల దిశ అనునది చలన దిశకు మారుగా ఉండును. కొన్ని సమయాలలో బల దిశలోనే వస్తువు చలించినప్పటికీ అన్ని వేళలా ఇది నిజం కాదు. దానికి తగ్గ ఉదాహరణలను క్రింద చూచెదము.

**దశ - 1: ఏక దిశలో బలము మరియు చలనము (Force and motion in the same direction)**

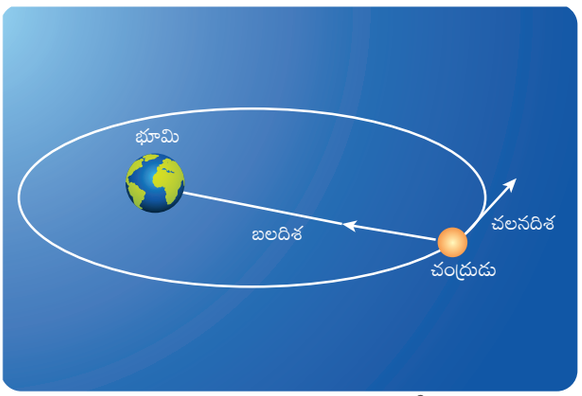
ఒక ఆపిల్ పండు భూమిపై పడునప్పుడు దాని చలన దిశ (దిశావేగము) ఆ పండుపై పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ (క్రింది వైపుకు) శక్తి వైపు అమరియున్నది. ఇది పటము 3.9 (అ) ద్వారా చూపబడినది.




**పటము 3.9** (అ) ఒకేదిశలో బలము మరియు చలనము

**దశ - 2 : వేర్వేరు దిశలలో బలము మరియు చలనము (Force and motion not in the same direction)**

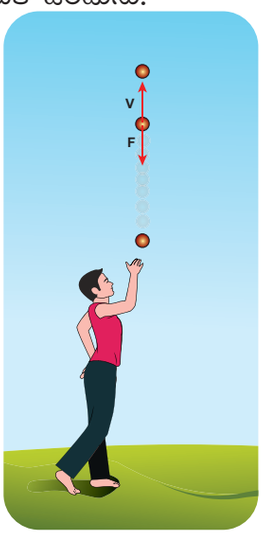
భూమి నుండి ఒక బలం చంద్రున్ని తాకుచున్నది. కానీ చంద్రుడు భూమి చుట్టూ దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో భ్రమించుచున్నది. ఈ దశలో బలదిశ చలనదిశకు మారుగా ఉండడాన్ని పటము 3.9 (ఆ) ద్వారా చూపబడినది.




**పటము 3.9** (ఆ) భూమి చుట్టూ దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో భ్రమణం చెందు చంద్రుడు.

**దశ - 3 : వ్యతిరేఖ దిశలో బలము మరియు చలనము(Force and motion in opposite direction)**

పటము 3.9 (ఇ) లో చూపినట్లు ఒక వస్తువును నిలువుగా పైకి విసిరినపుడు వస్తు చలనదిశ పైకి (లంబంగా) ఉండును, మరియు భూమ్యాకర్షణ శక్తి క్రిందికి ఉండును.



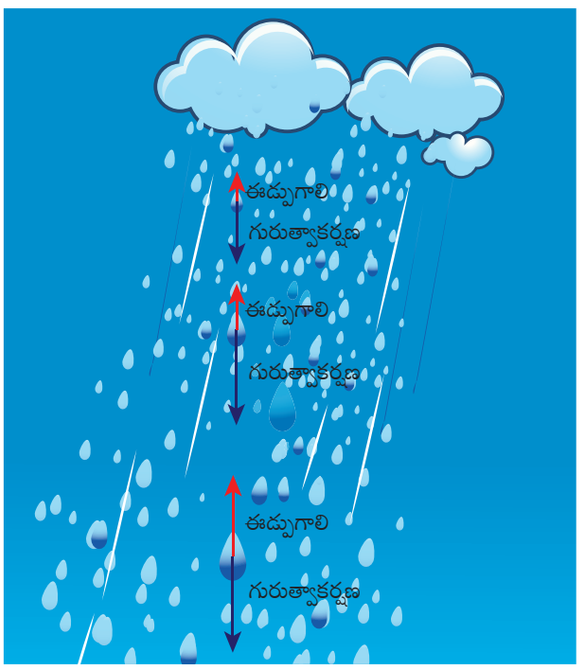

**పటము 3.9** (ఇ) వ్యతిరేఖ దిశలో బలము మరియు చలనము.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 112 19-03-2022 20:31:53

**దశ - 4 : ఫలిత బలం శూన్యం అయిననూ చలనము ఉండును (Zero net force, but there is motion)**

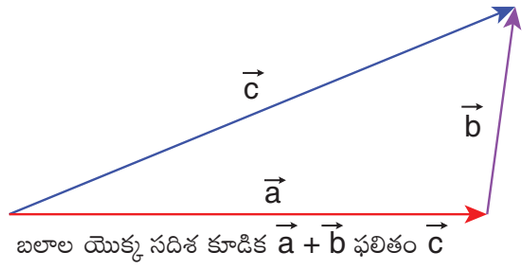
మేఘం నుండి వెలువడిన వర్ష బిందువు క్రిందికి పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ శక్తిని మరియు లంబంగా పనిచేయు లాగు బలము (drag force) ను పొందుచున్నది. వర్ష బిందువు క్రిందకు వచ్చునపుడు గాలి యొక్క లాగు బలం పెరుగుతూ వెళ్ళి ఒక దశలో భూమ్యాకర్షణ శక్తిని నిరర్ధకము చేయుచున్నది. ఇది పటము 3.9(ఈ) ద్వారా చూపబడినది.




**పటము 3.9** (ఈ) నికర బలం శూన్యం మరియు శూన్యము కాని అంతిమ వేగము.

4. ఒక వేళ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots . \vec{F}_n$ అగు అనేక బలాలు ఒకే వస్తువుపై పనిచేయునపుడు దాని మొత్తం బలము ($\vec{F}_{\text{నికర}}$) విడివిడి బలాల కూడికకు సమానము. ఆ ఫలిత బలము ($\vec{F}_{\text{నికర}}$) వస్తు త్వరణం ఏర్పరచును.

$$\vec{F}_{\text{నికర}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n$$




బలాల యొక్క సదిశ కూడిక $\vec{a} + \vec{b}$ ఫలితం $\vec{c}$

**పటము 3.10** బలాల సదిశ కూడిక

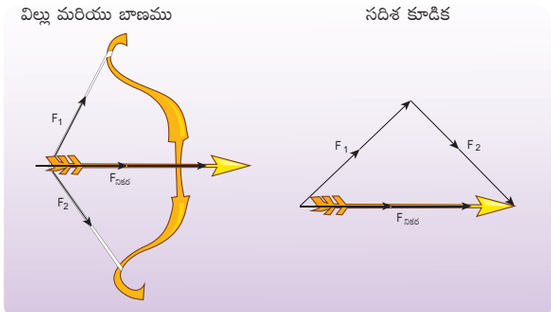
ఈ దశలో న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$\vec{F}_{\text{నికర}} = m\vec{a}$$

త్వరణ దిశ ఫలిత బల దిశలో పనిచేయును.

**ఉదాహరణ**

విల్లు మరియు బాణము




**పటము 3.11** విల్లు మరియు బాణము – బాణముపై ఫలిత బలం

5. ఈ క్రింది విధముగా కూడా న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని వ్రాయవచ్చును. $\left(\vec{a} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)$, వస్తువుపై బలము

$$\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

ఈ వ్యక్తీకరణము నుండి మనం తెలుసుకొనునది, న్యూటన్ రెండవ నియమము ప్రాథమికంగా రెండవ క్రమ సాధారణ అవకలన



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 113 19-03-2022 20:31:54

సమీకరణము అగును. ఒక వస్తువుపై బలము పనిచేయుచున్నప్పుడు రెండవ ఉత్పన్న స్థాన సదిశ సున్న (0) గా ఉండదు.

6. వస్తువుపై ఎలాంటి బలము పనిచేయనపుడు న్యూటన్ రెండవ నియమము, $m\frac{d\vec{v}}{dt}=0$.

ఇక్కడ దిశావేగము స్థిరంగా ఉన్నదని తెలియుచున్నది. తద్వారా న్యూటన్ రెండవ నియమము మొదటి నియమముతో ఉన్నది. కానీ వస్తువుపై ఎలాంటి బలము పనిచేయనప్పుడు న్యూటన్ రెండవ నియమము మొదటి నియమముగా మారుచున్నదో! అనుకొనుట సమంజసము కాదు. ఎందుకనగా న్యూటన్ రెండవ నియమము మరియు మొదటి నియమము ఒకదానిపై మరొకటి ఆధారపడినవి కాదు. జడత్వపరంగా ఒక్కటైనప్పటికీ ఉత్పన్న పరంగా వేరుపడియున్నది.

7. న్యూటన్ రెండవ నియమము కారణము మరియు ఫలిత సంబంధము అగును. బలము కారణముగను మరియు త్వరణం ఫలితముగను ఉన్నది. పద్ధతి ప్రకారము సమీకరణములో ఫలితము ఎడమవైపు, కారణము కుడివైపు వ్రాయవలెను. న్యూటన్ రెండవ నియమము

$$m\vec{a}=\vec{F} \text{ or } \frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}$$

## 3.3 న్యూటన్ నియమముల అనువర్తనములు (APPLICATION OF NEWTON'S LAWS)

### 3.3.1 స్వేచ్ఛావస్తు పటము (Free Body Diagram)

న్యూటన్ నియమాలను ఉపయోగించి వస్తు చలనమును విశ్లేషించడానికి స్వేచ్ఛావస్తు పటము మంచి ఉపకరణముగా ఉన్నది.

స్వేచ్ఛావస్తు పటమును గీయుటకు క్రిందివ్వబడిన విధులను పాటించవలెను.

1. వస్తువుపై పనిచేయు బలాన్ని గుర్తించడం.
2. వస్తువును ఒక బిందువుగా గుర్తించడం.
3. వస్తువుపై పనిచేయు బలాలను సూచించు విధముగా సదిశా రేఖలను గీయడం.

స్వేచ్ఛావస్తు పటమును గీయునపుడు వస్తువుపై లేక వ్యవస్థపై పనిచేయు బలాన్ని మాత్రమే గీయవలెను కానీ వస్తువు ఏర్పరచు బలాన్ని గీయకూడదు.

**ఉదాహరణ 3.1**

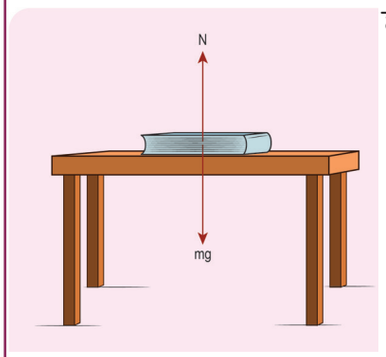
m ద్రవ్యరాశి గల ఒక పుస్తకము మేజాపై విరామ స్థితిలోనున్నది. అయిన (1) పుస్తకముపై పనిచేయు బలాలు ఏవి? (2) పుస్తకము వెలిబుచ్చు బలాలు ఏవి? (3) పుస్తకము యొక్క స్వేచ్ఛావస్తు పటమును గీయుము.

**సాధన:**

(1) పుస్తకముపై రెండు బలాలు పనిచేయుచున్నవి.

(i) క్రింది దిశగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ శక్తి (mg)

(ii) పుస్తకముపై మేజా యొక్క తలము లంబంగా పనిచేయు సాధారణ సంబంధ బలము (Normal contact force - N) పటములో చూపినట్లు




స్వేచ్ఛావస్తు పటము




**గమనిక**

స్వేచ్ఛావస్తు పటములో అభిలంబ బల పరిమాణము మరియు భూమ్యాకర్షణ బల పరిమాణము సమానము. రెండు సదిశల పొడవు కూడా సమానమే.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 114 19-03-2022 20:31:55

(2) న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారము పుస్తకము రెండు ప్రతిచర్యా బలాలను ఏర్పరచుచున్నది.

(i) పుస్తకము భూమ్యాకర్షణ బలానికి తగినట్లు సమాన వ్యతిరేఖ బలాన్ని నిలువు దిశగా వెలువరించుచున్నది.

(ii) పుస్తకము మేజా తలముపై క్రింది దిశగా పనిచేయు అభిలంబ బలానికి సమాన వ్యతిరేఖ బలాన్ని వెలువరించుచున్నది.

**గమనిక**

న్యూటన్ మూడవ నియమాన్ని ఉపయోగించునపుడు గుర్తుంచుకొనవలసిన ముఖ్యాంశము ఏమనగా, భూమి పుస్తకముపై క్రింది దిశగా ప్రయోగించు భూమ్యాకర్షణ బలము మరియు దీనికి సమానంగా పుస్తకముపై మేజా ప్రయోగించు వ్యతిరేఖ బలము ఒకదానితోనొకటి సమన్వయపడుట వలన పుస్తకము విరామ స్థితిలో నున్నదని భావించకూడదు. ఎందుకనగా చర్య మరియు ప్రతిచర్య రెండునూ ఒకే వస్తువు పై పనిచేయదు.

(3) పుస్తకము యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రము పటము ద్వారా చూపబడినది.

## ఉదాహరణ 3.2

2.5 kg మరియు 100 kg ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువులపై 5 N బలము పనిచేయుచున్నది. అయిన ఒక్కొక్క వస్తువు యొక్క త్వరణం ఎంత?

**సాధన:**

న్యూటన్ రెండవ నియమము నుండి (పరిమాణ క్రమంగా), F = ma

2.5 kg, ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు యొక్క త్వరణం

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5}{2.5} = 2\ m\ s^{-2}$$

100 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు యొక్క త్వరణం

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5}{100} = 0.05\ m\ s^{-2}$$

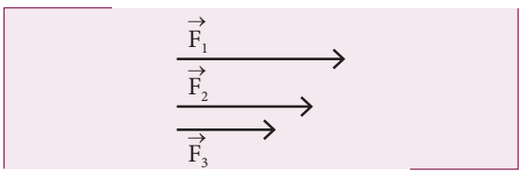
**గమనిక**

రెండు వస్తువుల పైననూ సమాన బలం ప్రయోగించినప్పటికీ త్వరణం మార్పు ఉన్నది. ఎందుకనగా త్వరణం ద్రవ్యరాశికి విలోమాను పాతంలో ఉండును. ఒకే రకమైన బలం ద్రవ్యరాశి అధికంగా ఉన్న వస్తువు యొక్క త్వరణం తక్కువగాను, ద్రవ్యరాశి తక్కువగానున్న వస్తువు యొక్క త్వరణం అధికముగా ఉన్నది.

ఆపిల్ పండు క్రింద పడినపుడు భూమ్యాకర్షణ శక్తికి లోనగుచున్నది. న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారము సమాన వ్యతిరేఖ బలాన్ని భూమిపై ప్రయోగించుచున్నది. ఈ రెండు బలాలు సమానంగా ఉన్నప్పటికీ త్వరణంలో మార్పు ఉన్నది. ఆపిల్ కన్నను భూమి అత్యధిక ద్రవ్యరాశిని కలిగియున్నది. కావున ఆపిల్ అధిక త్వరణం, భూమి తక్కువ త్వరణం పొందుచున్నది. అతి తక్కువ త్వరణం పొందుట వలన ఆపిల్ క్రిందికి పడినపుడు భూమి విరామ స్థితిలోనున్నట్లు కనబడుచున్నది.

## ఉదాహరణ 3.3

ఇవ్వబడిన మూడు బలాలలో ఏది అధిక బలము $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ క్రిందివ్వబడినది.




**సాధన:**

బలము ఒక సదిశ (vector) మరియు సదిశ పరిమాణము దాని పొడవుచే గుర్తించబడుచున్నది. ఇంకను $\vec{F}_1$ మిగిలిన రెండింటి కన్ననూ పొడవుగా ఉన్నది. కాబట్టి మూడింటిలో $\vec{F}_1$ పొడవైనది అగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 115 19-03-2022 20:31:56

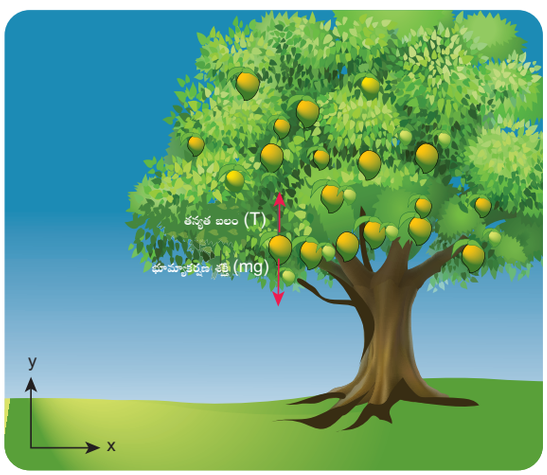
## ఉదాహరణ 3.4

ఒకప్రామాను నుండి వ్రేలాడు 400 gm ద్రవ్యరాశి గల మామిడి పండుపై న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించుము.

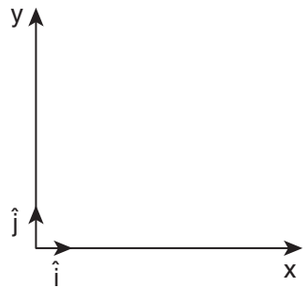
**సాధన:**

గమనిక: న్యూటన్ నియమాన్ని ఉపయోగించుటకు ముందు ఈ క్రింది దశలను అనుసరించవలెను.

1) సమస్యను విశ్లేషించుటకు తగిన జడత్వ సమన్వయ వ్యవస్థ (inertial coordinate system) ను ఎన్నుకొనుము. చాలా వరకు మనము భూమిని ఒక జడత్వ సమన్వయ వ్యవస్థగా తీసుకొనుచున్నాము.
2) న్యూటన్ నియమాన్ని ఉపయోగించబోవు వ్యవస్థను గుర్తించవలెను. ఆ వ్యవస్థ ఒకటి లేక అంతకు పైబడిన వస్తువులను కలిగియుండవచ్చును.
3) స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రమును గీయండి.
4) వ్యవస్థపై పనిచేయు బలాన్ని గుర్తించి స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రమును గీసిన తర్వాత న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించండి. సమీకరణముకు ఎడమ వైపున వ్యవస్థపై పనిచేయు బలాన్ని సదిశా సంజ్ఞామానంగాను, కుడివైపున ద్రవ్యరాశి మరియు త్వరణం వ్రాయాలి. ఇక్కడ త్వరణం కూడా సదిశ సంజ్ఞామానంగా సూచించాలి.
5) త్వరణం ఇవ్వబడినచో బలాన్ని లెక్కించవచ్చును. ఒక వేళ బలం ఇవ్వబడినచో వేగ వృద్ధిని లెక్కించవచ్చును. పై దశలను అనుసరించగా




పటములో చూపినట్లు జడత్వ సమన్వయ వ్యవస్థ తలముపై ఉన్నదనుకొనెదము.

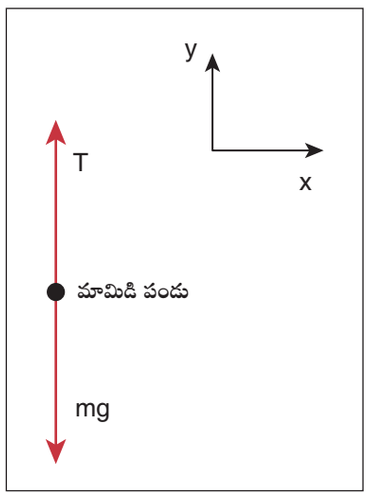



మామిడి పండుపై పనిచేయు బలాలు

i) y అక్షమునకు వ్యతిరేఖముగా క్రింది వైపుకు భూమి మామిడి పండుపై ఏర్పరచు భూమ్యాకర్షణ శక్తి

ii) y అక్షము గుండా పై దిశగా పనిచేయు తన్యత (Tension) (మామిడి పండును అంటి పెట్టుకుని ఉన్న కాండము)

మామిడి పండు యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రము క్రింది పటము ద్వారా చూపబడినది.




$$\vec{F}_g = mg\left(-\hat{j}\right) = -mg\hat{j}$$

ఇక్కడ mg అనునది భూమ్యాకర్షణ బల పరిమాణము మరియు $\left(-\hat{j}\right)$ అనునది y అక్షమునకు వ్యతిరేఖ దిశలోనున్న ప్రమాణ సదిశ.

$$\vec{T} = T\hat{j}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 116 19-03-2022 20:31:57

ఇక్కడ T అనునది తన్యత బలం (tension force) పరిమాణము మరియు $\left(\hat{j}\right)$ అనునది y అక్ష దిశలో ప్రమాణ సదిశ

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_g + \vec{T} = -mg\hat{j} + T\hat{j} = \left(T - mg\right)\hat{j}$$

న్యూటన్ రెండవ నియమము నుండి $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ మామిడి పండు (జడత్వ సమన్వయ వ్యవస్థ) విరామ స్థితిలో ఉన్నది. కావున వేగవృద్ధి సున్న (zero) అగును $(\vec{a} = 0)$

కావున $\vec{F}_{net} = m\vec{a} = 0$

$$\left(T - mg\right)\hat{j} = 0$$

పై సమీకరణము నుండి ఇరువైపులా పోల్చగా మనకు లభించునది $T - mg = 0$

కావున మామిడి పండుపై పనిచేయు తన్యత బలం $T = mg$

మామిడి పండు ద్రవ్యరాశి $m = 400g$ మరియు $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

పండుపై పనిచేయు తన్యత

$T = 0.4 \times 9.8 = 3.92$ N

## ఉదాహరణ 3.5

ఇద్దరు వ్యక్తులు రెండు వేర్వేరు ద్విచక్ర వాహనాలలో ప్రయాణించుచున్నారు. వారిలో ఒక తలము నుండి స్థిర వేగంతో ప్రయాణించుచుండగా మరొక వ్యక్తి తలము నుండి $\vec{a}$ త్వరణం ప్రయాణించుచున్నాడు. అయిన ఈ ఇద్దరిలో ఎవరు న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించగలరు?

**సాధన:**

తలము నుండి $\vec{a}$ అను వేగవృద్ధితో ప్రయాణించు వ్యక్తి న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించ జాలడు. ఎందుకనగా త్వరణం $\vec{a}$ (జడత్వ చట్రములో లేదు) ఉన్నది. కానీ మొదటి వ్యక్తి ఈ నియమాన్ని ఉపయోగించగలడు. ఎందుకనగా తలముపై స్థిర వేగంతో ప్రయాణించుచున్నాడు. (జడత్వ చట్రములో కలడు).

## ఉదాహరణ 3.6

ఒక కణము యొక్కస్థాన సదిశ $\vec{r} = 3t\hat{i} + 5t^2\hat{j} + 7\hat{k}$. అయిన స్థిర బలము యొక్క దిశను కనుగొనుము?

**సాధన:**

కణము యొక్క గమన వేగము,

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \frac{d}{dt}(3t)\hat{i} + \frac{d}{dt}\left(5t^2\right)\hat{j} + \frac{d}{dt}(7)\hat{k}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = 3\hat{i} + 10t\hat{j}$$

కణ త్వరణం

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 10\hat{j}$$

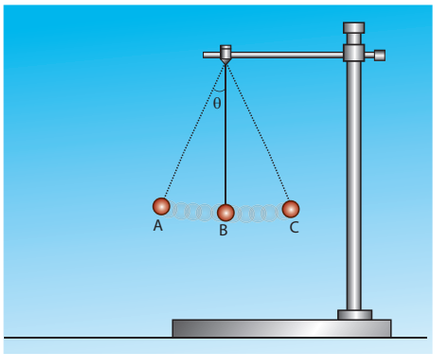
ఇక్కడ కణము y అక్ష దిశలో త్వరణం పొందుచున్నది. న్యూటన్ రెండవ నియమము ప్రకారము స్థిర బలము కూడా y అక్ష దిశలోనే పనిచేయుచున్నది. ఇంకనూ x అక్ష దిశలో కణము స్థిర వేగాన్ని కలిగియున్నది మరియు z అక్ష దిశలో ఎలాంటి గమన వేగము లేదు. ఇక్కడ x మరియు z అక్ష దిశలలో స్థిర బలం లేదు.

## ఉదాహరణ 3.7

తీగతో కట్టబడిన డోలక గుండును ఒక స్థాండుకు వ్రేలాడదీయబడియున్నదని అనుకొనుము. దాని డోలనము పటములో చూపబడినది.

అ) డోలక గుండుపై పనిచేయు బలాలు ఏవి?

ఆ) డోలక గుండు పొందు త్వరణం కనుగొనుము?




**సాధన:**

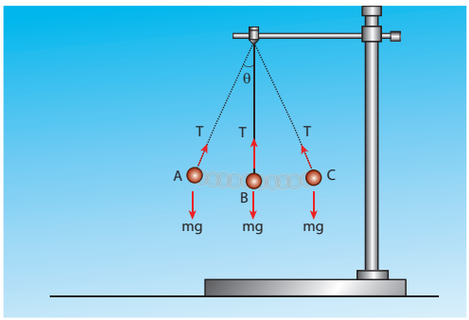
డోలక గుండుపై రెండు బలాలు పనిచేయుచున్నది.



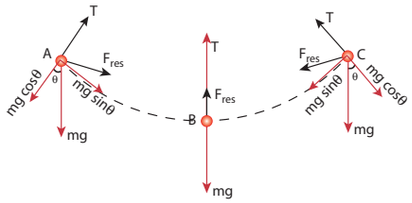
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 117 19-03-2022 20:31:59

(i) క్రింది దిశగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ శక్తి (mg)

(ii) డోలక గుండుపై తీగ ప్రయోగించు బిగుతు (T) ఈ బిగుతును డోలక గుండు యొక్క స్థానము నిర్ధారించుచున్నదని క్రింది పటము ద్వారా చూపబడినది.




పై పటములో చూపినట్లు డోలక గుండు వృత్తాకార కక్ష్యలో చలించుచున్నది. కావున ఇది అభికేంద్రక త్వరణం పొందుచున్నది. A మరియు C బిందువు వద్ద క్షణికకాల విరామ స్థితిలో ఉండి, తర్వాత B బిందువు వైపు కదులునపుడు దాని దిశావేగము పెరుగుచున్నది. కావున కక్ష్యలో డోలక గుండు స్పర్శరేఖీయ త్వరణాన్ని (tangential acceleration) పొందుచున్నది. క్రింది పటములో చూపినట్లు భూమ్యాకర్షణ శక్తిని (mg cosθ, mg sinθ) గా విభజించవచ్చును.

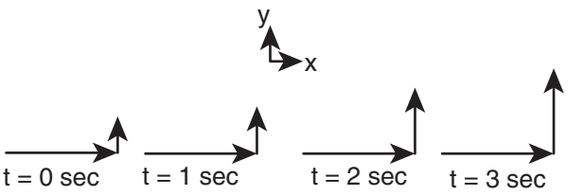



**గమనిక**

డోలక గుండు ఫలిత బలం (resultant force) దిశలో ఊగలేదు అనునది గమనించవలెను. A మరియు C బిందువులలో తన్యత T = mg cosθ మిగతా బిందువులలో తన్యత, T అనునది mg cosθ కన్నా అధికము. ఎందుకనగా డోలక గుండు శూన్యేతర అభికేంద్రక త్వరణం పొందుచున్నది. B బిందువు వద్ద ఫలిత బలం పై దిశగా పనిచేయును. ఈ డోలక గుండు చలనాన్ని అసమరీతి వృత్తాకార చలనము (non uniform circular motion) గా చెప్పవచ్చును. ఎందుకనగా డోలక గుండు అభికేంద్రక మరియు స్పర్శరేఖీయ త్వరణం కలిగియున్నది.

## ఉదాహరణ 3.8

తలముపై ఒక కణము యొక్క గమన వేగము క్రింది పటములో ఇవ్వబడినది. ఆ కణముపై పనిచేయు బలదిశను కనుగొనుము.




**సాధన:**

కణ గమన వేగము $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$. పటములో చూపినట్లు కణము xy తలములో కదులుచున్నది. z అక్ష దిశలో గమన వేగము సున్న ($v_z = 0$) అగును. x మూలకము నందు కణ గమన వేగము ($v_x$) మరియు y మూలకము నందు కణ గమన వేగము ($v_y$) అగును. t = 0 సెకను నుండి t = 3 సెకను మధ్యనున్న సమయములో y అక్ష దిశలో సదిశ యొక్క పొడవు పెరుగుటను గమనించవచ్చును. కావున y అక్ష దిశలో సమయమునకు తగినట్లు గమన వేగము యొక్క y మూలకము పెరుగుచున్నది. న్యూటన్ రెండవ నియమము ప్రకారము y అక్ష దిశలో కణము వేగవృద్ధిని పొందుచున్నది. కావున y-అక్ష దిశలో కణముపై బలము పనిచేయును మరియు x–అక్ష సదిశ పొడవులో ఎలాంటి మార్పు లేకుండా మారని దిశావేగముతో కదులుచున్నది. కావున x అక్ష దిశలో స్థిరబలం సున్న అగును.

## ఉదాహరణ 3.9

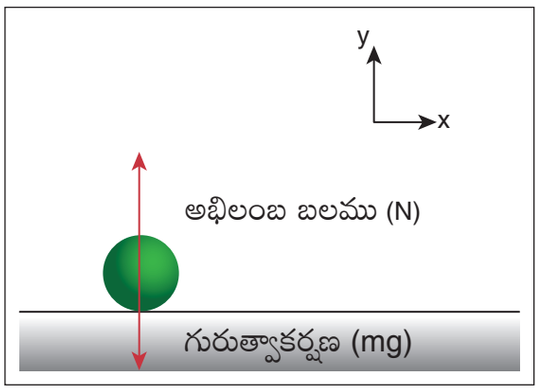
భూమిపై విరామములో నున్న ఒక వస్తువుపై న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించి ఫలితాన్ని విశ్లేషించండి.

**సాధన:**

భూ తలము (జడత్వ సమన్వయ వ్యవస్థ) లో వస్తువు విరామ స్థితిలో నున్నది. ఇక్కడ వస్తువుపై రెండు బలాలు పనిచేయుచున్నవి.



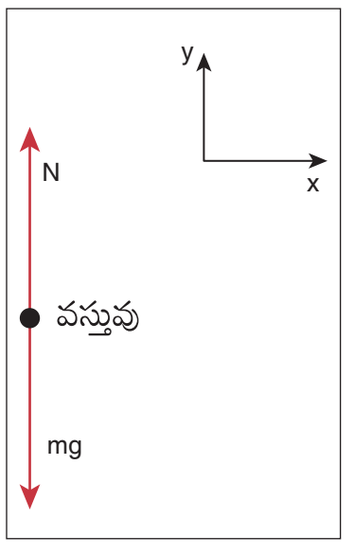
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 118 19-03-2022 20:32:00




i) క్రింది దిశగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ శక్తి (y అక్షమునకు వ్యతిరేఖ దిశలో)

ii) భూ తలానికి లంబంగా అభిలంబ బలము (Normal force) పని చేయుచున్నది (y అక్షము మీదుగా)

వస్తువు యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రము




$$\vec{F}_g = -mg\hat{j}$$

$$\vec{N} = N\hat{j}$$

స్థిర బలం $\vec{F}_{net} = -mg\hat{j} + N\hat{j}$

బంతిపై ఎలాంటి త్వరణం లేదు. కావున $\vec{a} = 0$ న్యూటన్ రెండవ నియమము ప్రకారము $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$)

$\vec{a} = 0, \vec{F}_{net} = -mg\hat{j} + N\hat{j}$ కావున

$$(-\text{mg} + \text{N})\ \hat{j} = \text{C}$$

ఇరువైపులా మూలకములను పోల్చగా మనకు లభించునది

$$-mg + N = 0$$

$$N = mg$$

తద్వారా వస్తువు విరామ స్థితిలో ఉన్నప్పుడు అభిలంబ బల పరిమాణము గురుత్వాకర్షణ బలానికి సమానంగా ఉండును.

## ఉదాహరణ 3.10

2 kg ద్రవ్యరాశి గల కణము క్రింది రెండు బలాల అనుభూతి చెందినది. $\vec{F}_1 = 5\hat{i} + 8\hat{j} + 7\hat{k}$ మరియు $\vec{F}_2 = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$ అయిన కణము యొక్క త్వరణం ఎంత?

**సాధన:**

న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించి $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ ఇవ్వబడిన సమీకరణము నుండి $\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. పై సమీకరణము నుండి త్వరణం $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m}$e

$$\vec{F}_{net} = (5+3)\hat{i} + (8-4)\hat{j} + (7+3)\hat{k}$$

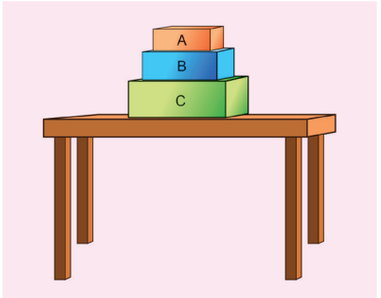
$$\vec{F}_{net} = 8\hat{i} + 4\hat{j} + 10\hat{k}$$

$$\vec{a} = \left(\frac{8}{2}\right)\hat{i} + \left(\frac{4}{2}\right)\hat{j} + \left(\frac{10}{2}\right)\hat{k}$$

$$\vec{a} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$$

## ఉదాహరణ 3.11

పటములో చూపబడిన A, B మరియు C అను దిమ్మెపై పనిచేయు బలాలను కనుగొనుము.






11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 119 19-03-2022 20:32:02

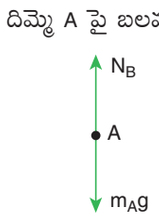
**సాధన:**

**దిమ్మె A పై పనిచేయు బలాలు:**

(i) క్రింది వైపుకు పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము ($m_A g$)

(ii) దిమ్మె పై దిశగా B ఏర్పరచు అభిలంబ బలము ($N_B$)

దిమ్మె A యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రము క్రింది పటము ద్వారా చూపబడినది.

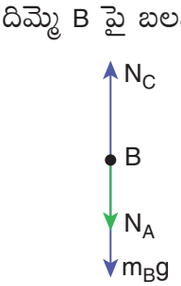



**దిమ్మె B పై పనిచేయు బలములు**

(i) భూమి ఏర్పరచు భూమ్యాకర్షణ బలము ($m_B g$)

(ii) దిమ్మె A ($N_A$) ఏర్పరచు క్రింది వైపుగా పనిచేయు బలము.

(iii) దిమ్మె C పై దిశగా ఏర్పరచు అభిలంబ బలము ($N_C$)

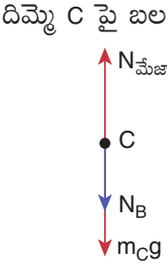



**దిమ్మె C పై పనిచేయు బలములు:**

(i) క్రింది వైపుకు పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము ($m_C g$)

(ii) దిమ్మె B క్రింది దిశగా ఏర్పరచు బలము ($N_B$)

(iii) మేజా పై దిశగా ఏర్పరచు బలము ($N_{\text{మేజా}}$)




## ఉదాహరణ 3.12

బండికి కట్టబడియున్న గుఱ్ఱము విరామ స్థితిలో ఉన్నదనుకొనుము. గుఱ్ఱము ముందుకు కదిలినచో బండి కూడా అదే దిశలో కదులును. గుఱ్ఱపు బండిని $F_h$ అను బలముతో ముందుకు లాగుచున్నట్లయితే న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారము ఆ బండి కూడా సమాన వ్యతిరేఖ బలంతో వెనుకకు $F_c = F_h$ లాగుచుండును.

**సాధన:**

న్యూటన్ రెండవ మరియు మూడవ నియమాన్ని తప్పుగా ఉపయోగించడం వలన భిన్నాభిప్రాయము ఏర్పడుచున్నది. న్యూటన్ నియమమును ఉపయోగించుటకు మునుపటి వ్యవస్థను గూర్చి తెలియవలెను. ఒక్కసారి వ్యవస్థను గుర్తించిన పిదప, దానిపై పనిచేయు బలాలను తెలుసుకోవడానికి వీలగును. వ్యవస్థ బలాన్ని ఏర్పరచుచున్నదని భావించరాదు. ఒక అసమాన బలం వ్యవస్థపై పనిచేయుచున్న యెడల ఫలిత బలదిశలో త్వరణం పొందుచున్నది. క్రింది దశలను అనుసరించడం మూలంగా గుఱ్ఱము మరియు బండి యొక్క బలాన్ని విశ్లేషించవచ్చును.

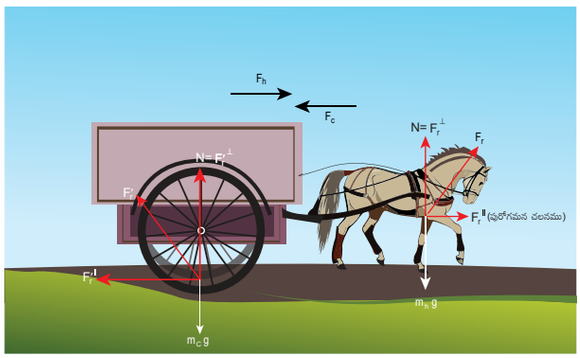
ఇప్పుడు బండి + గుఱ్ఱము ఒక వ్యవస్థ అనుకొనిన బలం గుఱ్ఱం వలననో, బండి వలననో ఏర్పడుచున్నదని భావించకూడదు. అంత:బలాలు రెండింటి పైనను పనిచేయుచుండును. న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారం ఒక వ్యవస్థ యొక్క అంత:బలము శూన్యము మరియు ఇది త్వరణంను పెంచజాలదు. ఒక వేళ నేలపై నుండి వ్యవస్థపై ఒక బలము పనిచేయుచున్నచో అక్కడ బాహ్యబలము పనిచేయుచున్నది. వ్యవస్థపై పనిచేయు ఇతర బాహ్యబలాలను లెక్కించకుండా గుఱ్ఱం + బండి యొక్క బలము శూన్యమని నిర్ధారించకూడదు. దారి గుఱ్ఱాన్ని ముందుకు నెట్టడం వలన బండి త్వరణం పొందుచున్నది. ఒక వేళ బాహ్య బలం



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 120 19-03-2022 20:32:03

వ్యవస్థపై పనిచేయు చున్నట్లయితే న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించవలయునే కాని మూడవ నియమాన్ని కాదు.

క్రింది పటము విశదీకరించును.



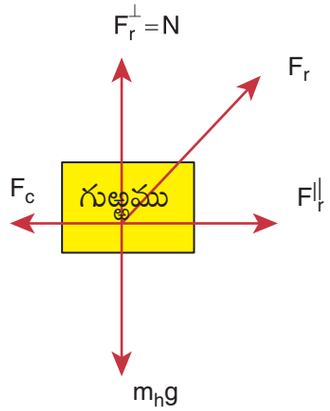

గుఱ్ఱాన్ని ఒక వ్యవస్థ అనుకొనిన, ఆ వ్యవస్థపై మూడు బలాలు పనిచేయుచుండును.

(i) క్రింది వైపుకు పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ శక్తి $(m_h g)$

(ii) దారి ఏర్పరచు బలము $(F_r)$

(iii) బండి ఏర్పరచు వ్యతిరేఖ బలం $(F_c)$

క్రింది పటము ద్వారా చూపబడినది




$F_r$ – గుఱ్ఱముపై దారి ఏర్పరచు బలము

$F_c$ – బండి గుఱ్ఱముపై ఏర్పరచు బలము

$F_r^{\perp}$ – లంబ మూలకము యొక్క $F_r = N$

$F_r^{\parallel}$ – $F_r$ యొక్క సమాంతర మూలకము (ముందుకు కదులుటకు కారణమగుచున్నది).

గుఱ్ఱము (road) రహదారిపై ప్రయోగించు బలాన్ని లంబంగాను మరియు సమాంతరంగాను విడదీయవచ్చును. లంబకోణము క్రింది దిశగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ శక్తిని సమన్వయ పరచును మరియు సమాంతర కోణము ముందు దిశగా పనిచేయును. ఈ బలము (backward force $(F_c)$) కన్నా అధికము కావున ముందువైపుకు ఒక బలం పనిచేసి గుఱ్ఱాన్ని ముందుకు నడుపుచున్నది..

బండిని ఒక వ్యవస్థగా భావించిన దానిపై మూడు బలాలు పనిచేయును.

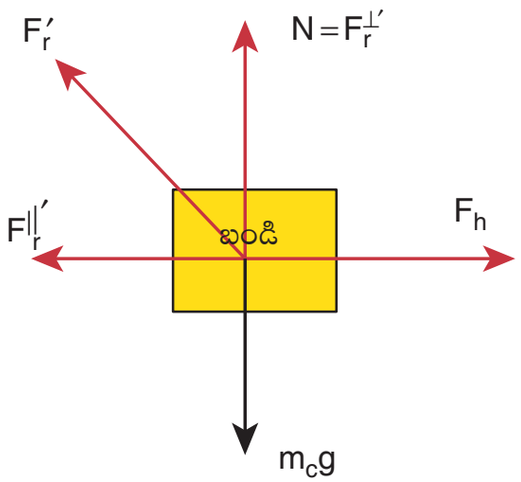
(i) క్రింది దిశగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము $(m_c g)$

(ii) రహదారి ఏర్పరచు బలము $(F_r')$

(iii) గుఱ్ఱము ఏర్పరచు బలము $(F_h)$

పటములో చూపినట్లు

బండిపైన బలము




రహదారి ఏర్పరచు బలాన్ని $(\vec{F_r'})$ లంబ మరియు సమాంతర మూలకాలుగా విడదీయవచ్చును. లంబ మూలకము క్రింది దిశగా పనిచేయు గురుత్వాకర్షణను $(m_c g)$ నిరోధించును సమాంతర మూలకము వెనుకకు మరియు గుఱ్ఱము $(\vec{F_r'})$ ఏర్పరచు బలము ముందుకు పనిచేయును. కావున అసమతుల్య బలము ముందుకు పనిచేసి బండిని ముందుకు నడిపించును.



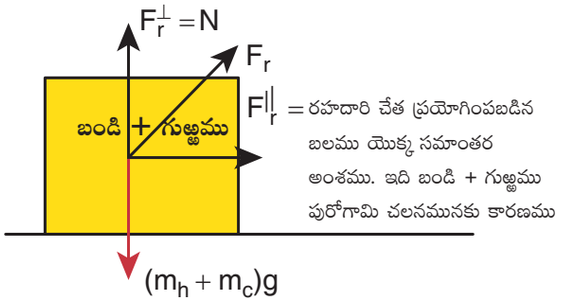
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 121 19-03-2022 20:32:04

బండి + గుఱ్ఱమును ఒక వ్యవస్థగా అనుకొనిన, దానిపై రెండు బలాలు పనిచేయును.

(i) క్రింది దిశగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము $(m_h + m_c)g$

(ii) వ్యవస్థపై దారి ($F_r$) ఏర్పరచు బలము

పటములో చూపబడినది




(iii) ఒక వేళ దారి ($F_r$) వ్యవస్థ (బండి + గుఱ్ఱము) పై ఏర్పరచు బలాన్ని లంబ మరియు సమాంతర మూలకాలుగా విడదీసిన, లంబ మూలకము ఒక అభిలంబ బలము అగును మరియు ఇది క్రింది దిశగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ శక్తిని $(m_h + m_c)$ g ను నిరోధించును. సమాంతర మూలకము సమతుల్యముగా ఉండదు మరియు ఈ బలం వలన వ్యవస్థ (బండి + గుఱ్ఱము) ముందుకు వెళ్ళును.

## ఉదాహరణ 3.13

ఒక కణము యొక్క స్థానము $y = ut - \frac{1}{2}gt^2$.

(అ) కణముపై పనిచేయు బలము ఏది?

(ఆ) కణము యొక్క ద్రవ్యవేగము (momentum) ఎంత?

**సాధన:**

బలాన్ని కనుగొనడానికి ఆ వస్తువు యొక్క త్వరణం కనుగొనవలెను.

$$\text{త్వరణం } a = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\text{లేక } a = \frac{dv}{dt}$$

ఇక్కడ

$v$ = అనునది y దిశలో కణ గమన వేగము

$$v = \frac{dy}{dt} = u - gt$$

కణ ద్రవ్యవేగము = mv = m (u-gt).

$$a = \frac{dv}{dt} = -g$$

వస్తువుపై పనిచేయు బలము $F = ma = -mg$

ఈ వ్యతిరేక సూచిక బలము అక్షమునకు వ్యతిరేఖ దిశలో పనిచేయుటను చూపుచున్నది. ఇంకనూ ఇదే బలము వస్తువు యొక్క ప్రక్షేపక చలనముపై పనిచేయుచున్నది.

### 3.3.2 వాలు తలములో కణ చలనము (Particle Moving in an Inclined Plane)

m ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు $\theta$ కోణముతో ఘర్షణ లేని వాలు తలముపై పటము 3.12 లో చూపినట్లు జారుచున్నదనుకొనెదము. ఆ వస్తువుపై పనిచేయు బలాలు క్రింది వాటిని నిర్ధారించుచున్నవి.

(అ) వస్తు త్వరణం యొక్క త్వరణం
(ఆ) పైకి చేరుకున్నప్పుడు వస్తువు యొక్క వేగము

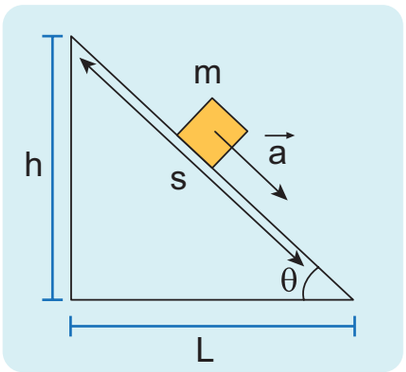
వస్తువుపై పనిచేయు బలము

(i) క్రింది దిశగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము (mg)

(ii) వాలు తలములో వస్తువుపై పనిచేయు అభిలంబ బలము (N)



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 122 19-03-2022 20:32:06




**పటము 3.12** వాలు తలములో వస్తువు చలనము

వస్తువు యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు పటాన్ని గీయడానికి ఆ వస్తువును (పటము 3.12 లో చూపినట్లు) బిందు ద్రవ్యరాశి (point mass) గా భావించవలెను. పటము 3.13 (ఆ) లో చూపినట్లు చలనము వాలు తలములో జరుగుట వలన ఆ వాలు తలానికి సమాంతర సమన్వయ వ్యవస్థతను ఎన్నుకొనవలెను.

పటము 3.13 (ఆ) లో చూపినట్లు $mg\sin\theta$ కణము వాలు తలానికి సమాంతరంగాను, $mg\cos\theta$ కోణము వాలు తలానికి లంబంగాను పనిచేయుచున్నది.

పటము 3.13 (ఇ) లో చూపినట్లు తలానికి లంబంగా భూమ్యాకర్షణ బలము (mg) ఏర్పరచు కోణము, వాలు కోణము $\theta$ కు సమానము..

y అక్షము గుండా ఎలాంటి త్వరణం లేదు. y అక్ష దిశలో న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించగా

$$-mg\cos\theta\hat{j} + N\hat{j} = 0 \text{ (త్వరణము లేదు)}$$

ఇరువైపులా మూలకాలను పోల్చగా

$N - mg\cos\theta = 0$

$$N = mg\cos\theta$$

తలము ఏర్పరచు అభిలంబ బల పరిమాణము $mg\cos\theta$ కు సమానంగా ఉండును.

వస్తువు x అక్ష దిశలో త్వరణంతో జారుచుండును. న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని x అక్షంలో ఉపయోగించగా

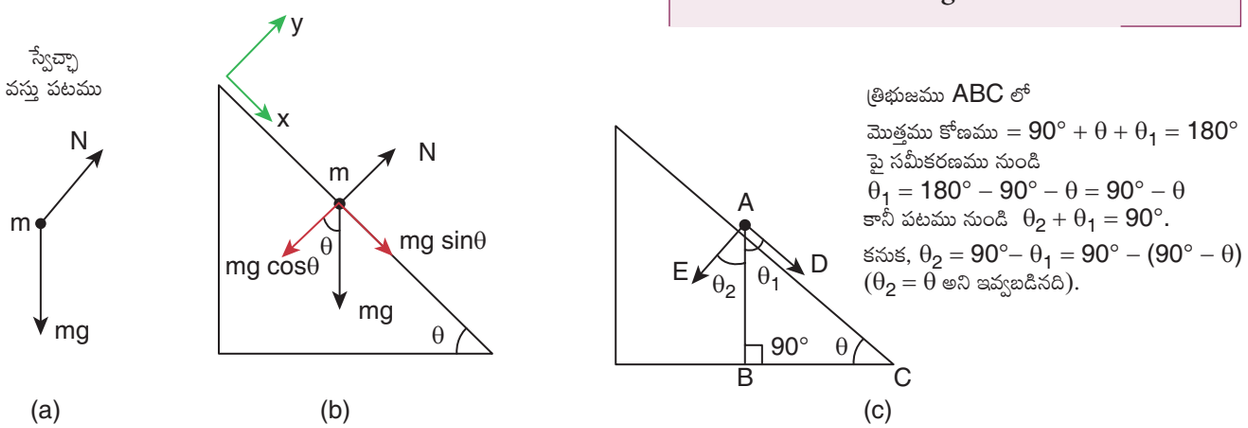
$$mg\sin\theta\hat{i} = ma\hat{i}$$

ఇరువైపులా మూలకాలను పోల్చగా

$$mg\sin\theta = ma$$

జారుచున్న వస్తువు యొక్క త్వరణం

$$a = g\ sin\theta$$




(a) (b) (c)

**పటము 3.13** (అ) (ఆ) (ఇ) అ) స్వేచ్ఛా వస్తువు పటము (ఆ) mg ని సమాంతర మరియు లంబ అంశములుగా విడదీయుము. (ఇ) కోణము $\theta_2$ అనునది $\theta$ కి సమానం.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 123 19-03-2022 20:32:08

త్వరణం వాలు కోణము $\theta$ పై ఆధారపడియున్నదని గమనించవలెను. $\theta$ కోణము $90^0$ లో ఉన్నట్లయితే వస్తువు లంబంగా, త్వరణం $a = g$ గా ఉండును.

ఒక వస్తువు పైకి చేరుకొనునపుడు దాని వేగాన్ని కనుగొనుటకు న్యూటన్ యొక్క గతిజ సమీకరణము ఉపయోగపడును. చలనములో ఉన్నంతవరకు త్వరణం స్థిరంగా ఉండును.

$$v^2 = u^2 + 2as \text{ x అక్ష దిశగా} \quad (3.3)$$

త్వరణం $g \sin\theta$ కు సమానమగును. విరామ స్థితి నుండి కదులునపుడు ప్రారంభ వేగము (u) సున్నకు సమానము. ఇక్కడ వాలు తలము యొక్క పొడవు ఇవ్వబడినది.

పైకి చేరుకొనునపుడు వేగము (v) (సమీకరణము 3.3 నుండి)

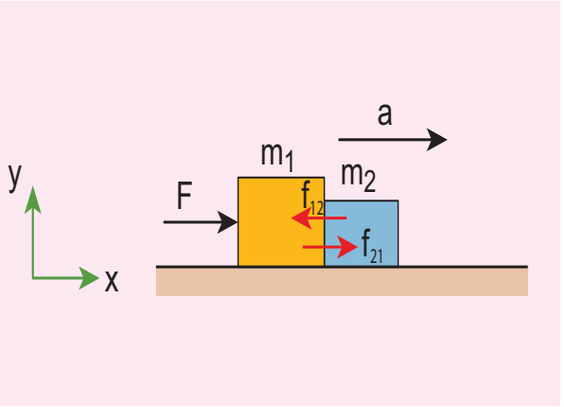
$$v = \sqrt{2sg\ sin\theta} \quad (3.4)$$

**గమనిక**

ఇక్కడ వాలు తలముతో పాటు ఒక సమన్వయ వ్యవస్థను ఎన్నుకొంటిమి. క్షితిజ సమాంతర తలానికి సమన్వయ వ్యవస్థకు సమాంతరంగా ఎన్నుకొనినను అదే ఫలితము లభించును. కాని గణిత పద్ధతి కాస్త కఠినముగనుండును. ఇవ్వబడిన సమస్యకు తగినట్లు జడత్వ సమన్వయ వ్యవస్థను ఎన్నుకొనుట ముఖ్యము.

### 3.3.3 స్థితిజ సమాంతర తలములో సంధించు రెండు వస్తువులు (Two Bodies in Contact on a Horizontal Surface)

పటము 3.14 లో చూపినట్లు $m_1$ మరియు $m_2$ ($m_1 > m_2$) అను ద్రవ్యరాశులు గల రెండు దిమ్మెలు ఘర్షణ లేని సున్నితమైన క్షితిజ సమాంతర తలముపై సంధించుచున్నవని భావించుము.




**పటము 3.14** (అ) రెండు దిమ్మెల యొక్క ద్రవ్యరాశులు $m_1$ మరియు $m_2$ ($m_1 > m_2$) ఘర్షణ లేని సున్నితమైన క్షితిజ సమాంతర తలముపై నుంచుట.

F అను క్షితిజ సమాంతర బలాన్ని ప్రయోగించునపుడు రెండు దిమ్మెలు త్వరణము 'a' తో బల దిశలో కదులుచున్నది.

త్వరణము $\vec{a}$ ను కనుగొనడానికి న్యూటన్ రెండవ నియమమును ఉపయోగించవలెను. మిశ్రమ ద్రవ్యరాశి $(m = m_1 + m_2)$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

x అక్ష దిశలో రెండు ద్రవ్యరాశుల చలనాన్ని ఎన్నుకొనిన

$$F\hat{i} = ma\hat{i}$$

పై సమీకరణము నందు ఇరువైపులా మూలకములను పోల్చగా

$$F = ma \quad \text{where } m = m_1 + m_2$$

ఒక వస్తువు యొక్క వేగవృద్ధి

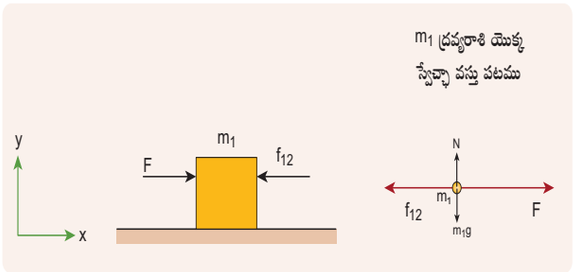
$$\therefore a = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad (3.5)$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 124 19-03-2022 20:32:09

చలనము వలన $m_1$ దిమ్మె $m_2$ పై ఏర్పరచు బలము తత్సంబంధ బలము (contact force) ($\vec{f}_{21}$). న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారము $m_2$ దిమ్మె $m_1$ పై సమాన వ్యతిరేఖ బలాన్ని ($\vec{f}_{12}$) ఏర్పరచును.

**పటము** 3.14 (ఆ) లో $m_1$ దిమ్మె యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రము చూపబడినది.




**పటము 3.14** (ఆ) $m_1$ ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు పటము.

$$\therefore F\hat{i} - f_{12}\hat{i} = m_1 a\hat{i}$$

పై సమీకరణము నందలి మూలకములను ఇరువైపులా పోల్చగా, మనకు లభించునది.

$$F - f_{12} = m_1 a$$

$$f_{12} = F - m_1 a \qquad (3.6)$$

సమీకరణము (3.5) లోని త్వరణం విలువను (3.6) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$f_{12} = F - m_1\left(\frac{F}{m_1 + m_2}\right)$$

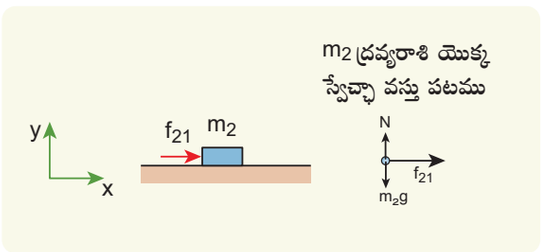
$$f_{12} = F\left[1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$f_{12} = \frac{Fm_2}{m_1 + m_2} \qquad (3.7)$$

సమీకరణము (3.7) నుండి $f_{12}$ సంబంధ బల (contact force) పరిమాణము $m_2$ ద్రవ్యరాశి పై ఆధారపడియుండి ప్రతిచర్య బలాన్ని ఇచ్చుచున్నది. ఈ బలము x అక్షమునకు వ్యతిరేఖ దిశలో పనిచేయుచుండును.

సదిశా సంజ్ఞామానంలో $m_1$ ద్రవ్యరాశిపై ప్రతిచర్య బలము $\vec{f}_{12} = -\frac{Fm_2}{m_1 + m_2}\hat{i}$

$m_2$ ద్రవ్యరాశిపై ఒకే ఒక్క బలం x అక్షముపై పనిచేయుచున్నది. ఇది $\vec{f}_{21}$ గా చూపబడినది. ఈ బలము $m_1$ ద్రవ్యరాశిచే ప్రయోగించబడినది. $m_2$ ద్రవ్యరాశి యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్ర పటము 3.14 (ఇ) ద్వారా చూపబడినది.




**పటము 3.14** (ఇ) $m_2$ ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు పటము

ద్రవ్యరాశి $m_2$ పై న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించగా $f_{21}\hat{i} = m_2 a\hat{i}$

పై సమీకరణము నుండి మూలకాలను ఇరువైపులా పోల్చగా

$$f_{21} = m_2 a \qquad (3.8)$$

సమీకరణము (3.5) ను సమీకరణము (3.8) లో ప్రతిక్షేపించగా మనకు లభించునది $f_{21} = \frac{Fm_2}{m_1 + m_2}$

ఈ దశలో సంబంధ బల పరిమాణము

$f_{21} = \frac{Fm_2}{m_1 + m_2}$ బల దిశ x అక్షము గుండా ఉండును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 125 19-03-2022 20:32:12

సదిశా సంజ్ఞామానము ప్రకారము $m_2$ ద్రవ్యరాశిపై $m_1$ ద్రవ్యరాశి ఏర్పరచు బలము

$$\vec{f}_{21} = \frac{Fm_2}{m_1 + m_2}\hat{i}$$

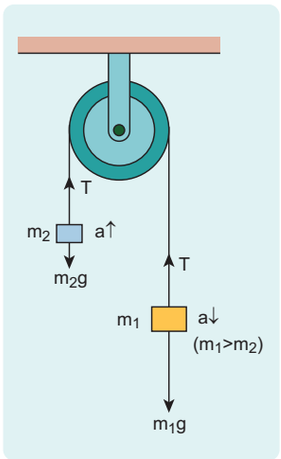
ఇక్కడ $\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$ అనునది న్యూటన్ మూడవ నియమాన్ని ధృవీకరించుచున్నది.

## 3.3.4 జతచేయబడిన వస్తువుల చలనము (Motion of Connected Bodies)

త్రాడుతో వస్తువులు కట్టబడునపుడు బలము F స్థితిజ సమాంతరంగానో లేక నిలువుగానో లేక వాలు తలము గుండానో ప్రయోగించబడుచున్నది. ఇది తీగలో తన్యత (tension) T ను ఏర్పరచి త్వరణం ప్రభావితం చేయుచున్నది. ఈ స్థితిని వేర్వేరు దశలలో చూచెదము.

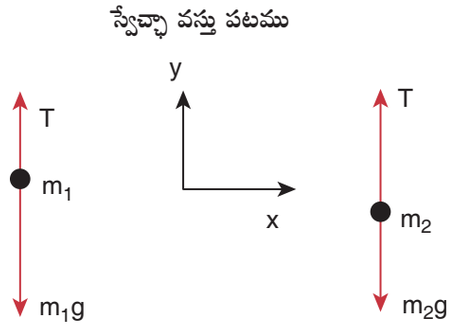
**దశ -1 :** నిటారు చలనము (Vertical motion)

దిమ్మెలు $m_1$ మరియు $m_2$ ద్రవ్యరాశి ($m_1 > m_2$) గల రెండు దిమ్మెలు తేలికైన తీగకు కట్టి వాటిని కప్పీ సహాయముతో వ్రేలాడదీయబడియుండడాన్ని పటము 3.15 చూపుచున్నది.




**పటము 3.15** కప్పీ పైన తీగతో కలపబడిన రెండు దిమ్మెలు

తీగ యొక్క తన్యత $T$ మరియు త్వరణం $a$ అని భావించెదము. వ్యవస్థ విడవడునపుడు ద్రవ్యరాశి $m_1$ నిలువుగాను, ద్రవ్యరాశి $m_2$ క్రింది దిశగాను కదులును. $m_1$ ద్రవ్యరాశిపై గల బలము $m_2$ ద్రవ్యరాశిని పైకి లాగుటకు ఉపయోగపడుచున్నది. పై దిశ y అక్షము అగును. ద్రవ్యరాశుల స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రము పటము 3.16 ద్వారా చూపబడినది.




**పటము 3.16** $m_1$ మరియు $m_2$ ద్రవ్యరాశి యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు పటము

న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించగా ($m_2$ ద్రవ్యరాశిపై)

$$T\hat{j} - m_2 g\hat{j} = m_2 a\hat{j}$$

పై సమీకరణము నందు ఎడమ వైపున్న విలువ $m_2$ ద్రవ్యరాశిపై పనిచేయు బలము, కుడివైపు $m_2$ ద్రవ్యరాశి పరిమాణము $m_2$ యొక్క త్వరణం (y అక్ష దిశలో) ఉండును.

ఇరువైపులా మూలకాలను పోల్చగా

$$T - m_2 g = m_2 a \qquad (3.9)$$

అదే విధముగా $m_1$ ద్రవ్యరాశిపై రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించండి.

$$T\hat{j} - m_1 g\hat{j} = -m_1 a\hat{j}$$

అయిన $m_1$ ద్రవ్యరాశి క్రింది దిశగాను $(-\hat{j})$ దాని త్వరణం $(-\hat{j})$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 126 19-03-2022 20:32:13

ఇరువైపులా పై సమీకరణము నందలి మూలకములను పోల్చగా

$$T - m_1 g = -m_1 a$$

$$m_1 g - T = m_1 a \qquad (3.10)$$

సమీకరణము (3.9) ను (3.10) తో కూడగా

$$m_1 g - m_2 g = m_1 a + m_2 a$$

$$(m_1 - m_2) g = (m_1 + m_2) a \qquad (3.11)$$

సమీకరణము 3.11 నుండి రెండు ద్రవ్యరాశుల త్వరణం

$$a = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) g \qquad (3.12)$$

రెండు బలాలు సమానము ($m_1 = m_2$)

$$a = 0$$

తద్వారా మనకు తెలియునది ద్రవ్యరాశులు సమాన వ్యవస్థ మొత్తము స్థిరముగా ఉన్నప్పుడు త్వరణము పనిచేయదు.

తీగపై పనిచేయు తన్యతను కనుగొనుటకు సమీకరణము 3.12 లోని త్వరణంని (3.9) ప్రతిక్షేపించగా

$$T - m_2 g = m_2 \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

$$T = m_2 g + m_2 \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) g \qquad (3.13)$$

సమీకరణమునకు కుడివైపున (RHS) $m_2 g$ ను సామాన్య పదముగా తీసుకొనిన

$$T = m_2 g \left( 1 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)$$

$$T = m_2 g \left( \frac{m_1 + m_2 + m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)$$

$$T = \left( \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

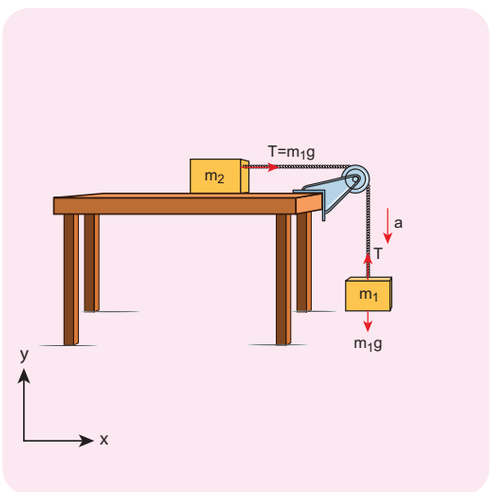
సమీకరణము 3.12 త్వరణం యొక్క పరిమాణము.

$m_1$ ద్రవ్యరాశి యొక్క త్వరణ సదిశ $\vec{a} = -\left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) g \hat{j}$

$m_2$ ద్రవ్యరాశి యొక్క త్వరణ సదిశ $\vec{a} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) g \hat{j}$

**దశ-2 :** క్షితిజ సమాంతర చలనము (Horizontal motion)

$m_2$ ద్రవ్యరాశి క్షితిజ సమాంతర మేజాపై నున్నది మరియు ద్రవ్యరాశి $m_1$ కప్పీ సహాయముతో పటము 3.17 లో చూపినట్లు వ్రేలాడదీయబడియున్నది.




**పటము 3.17** క్షితిజ సమాంతర చలనంలోని దిమ్మెలు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 127 19-03-2022 20:32:16

రెండు దిమ్మెలు సాగు గుణంలేని తీగతో కలుపబడియున్నది. $m_1$ ద్రవ్యరాశి త్వరణంతో $(a)$ క్రింది దిశగా చలించిన $m_2$ ద్రవ్యరాశి కూడా అదే త్వరణం $(a)$ తో నిలువుగా చలించును.

$m_2$ ద్రవ్యరాశిపై పనిచేయు బలాలు

(i) క్రింది వైపుకు పనిచేయు గురుత్వాకర్షణ బలం (భూమ్యాకర్షణ) $(m_2g)$

(ii) తలముపై వైపుకు ఏర్పరచు అభిలంబ బలము (N)

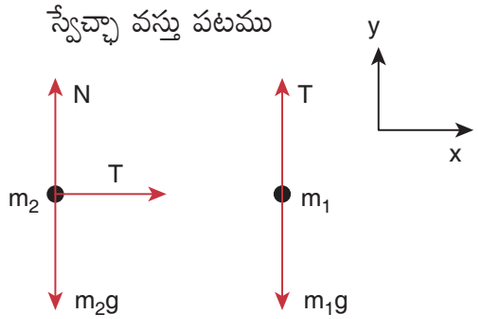
(iii) తీగ ఏర్పరచు తన్యత (T)

$m_1$ ద్రవ్యరాశిపై పని చేయు బలాలు

(i) క్రిందివైపుకు పనిచేయు గురుత్వాకర్షణ బలం $(m_1g)$

(ii) తీగపై వైపు ఏర్పరచు తన్యత (T)

రెండు ద్రవ్యరాశుల యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రము పటము 3.18 ద్వారా చూపబడినది.




**పటము 3.18** $m_1$ మరియు $m_2$ ద్రవ్యరాశుల యొక్క చిత్రము.

$m_1$ పై న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించగా

$$T\hat{j} - m_1g\hat{j} = -m_1a\hat{j} \text{ (y అక్ష దిశగా)}$$

పై సమీకరణము నందు మూలకాలను ఇరువైపులా పోల్చగా

$$T - m_1g = -m_1a \qquad (3.14)$$

$m_2$ పై న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించగా

$$T\hat{i} = m_2a\hat{i} \text{ (x అక్ష దిశలో)}$$

పై సమీకరణము నందు ఇరువైపులా మూలకాలను పోల్చగా,

$$T = m_2a \qquad (3.15)$$

$m_2$ ద్రవ్యరాశికి y అక్ష దిశలో ఎలాంటి వేగవృద్ధి లేదు.

$$N\hat{j} - m_2g\hat{j} = 0$$

పై సమీకరణము నందలి మూలకాలను ఇరువైపులా పోల్చగా

$$N - m_2g = 0$$

$$N = m_2g \qquad (3.16)$$

సమీకరణము (3.15) ను సమీకరణము (3.14) లో ప్రతిక్షేపించిన తన్యతను కనుగొనవచ్చును.

$$m_2a - m_1g = -m_1a$$

$$m_2a + m_1a = m_1g$$

$$a = \frac{m_1}{m_1 + m_2}g \qquad (3.17)$$

తీగలో తన్యతను కనుగొనడానికి సమీకరణము (3.17) ను సమీకరణము (3.15) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$T = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}g \qquad (3.18)$$

రెండు దశలలో చలనాన్ని పోల్చగా సమద్రవ్యరాశి గల వస్తువులు కట్టబడియున్న తీగ యందు తీగ క్షితిజ సమాంతరంగా చలించునపుడు దానిపై పనిచేయు తన్యతలో సగము నిటారుగా చలించునపుడు ఆ తీగపై ఉండును.

ఈ నిర్ణయం వ్యాపార రంగంలో ముఖ్యపాత్ర వహించుచున్నది. కన్వేయర్ బెల్టు (conveyor belts) లలో ఉపయోగించు (నిటారు చలనము) తీగలు, క్రేన్లు మరియు లిఫ్ట్ (lift) లలో (క్షితిజ సమాంతర చలనము) ఉపయోగించు తీగల కన్నను అధిక కాలము పనిచేయును.

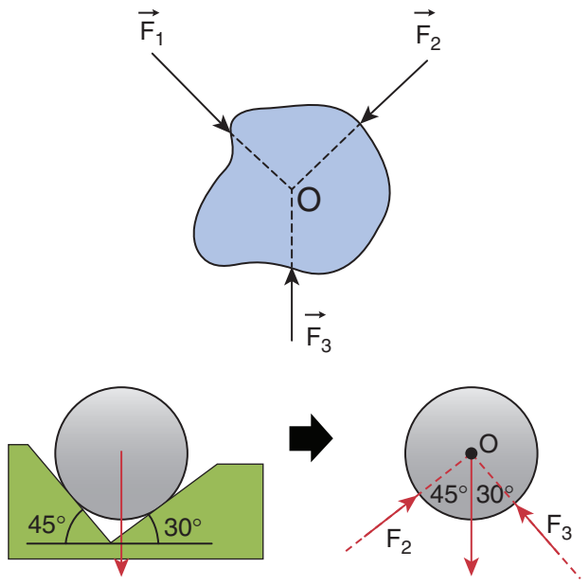


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 128 19-03-2022 20:32:19

### 3.3.5 అనుషక్త (ఏకకాలిక) బలాలు మరియు లామీ సిద్ధాంతము (Concurrent Forces and Lami's Theorem)

ఒక సామాన్య బిందువు వద్ద బలరేఖలు పనిచేసినట్లయితే, ఆ బలముల సేకరణను ఏకకాలిక బలములందురు. పటము 3.19 ఏకకాలిక బలములకు ఉదాహరణ.

ఏకకాలిక బలాలు ఒకే తలముపై ఉండవలెనని అవశ్యము లేదు. ఒక వేళ ఒకే తలముపై ఉన్నట్లయితే అవి ఏకకాలిక మరియు ఏకతల (coplanar) బలాలు అగును.

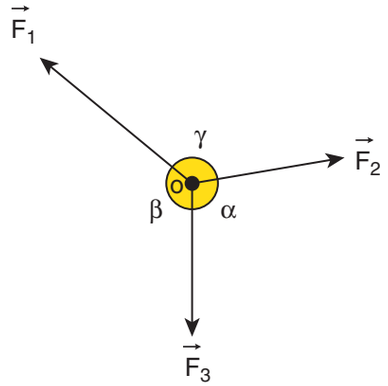



**పటము 3.19** ఏకకాలిక బలాలు (అనుషక్త బలాలు)

## 3.4 లామి సిద్ధాంతము (LAMI'S THEOREM)

మూడు ఏకకాలిక (concurrent) మరియు ఏకతల (coplanar) బలాలు ఒక సమతుల్య వ్యవస్థ అయిన లామీ సిద్ధాంతము ప్రకారము వ్యవస్థలోనున్న ఒక్కొక్క బల పరిమాణము మిగిలిన రెండు బలాల మధ్య కోణము $\theta$ కు అనుపాతంలో ఉండును. ఈ మూడు బలాల నిష్పత్తి సమానమగును.

పటము 3.20 లో చూపినట్లు $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ మరియు $\vec{F}_3$ అను మూడు ఏకకాలిక మరియు ఏకరీతి బలాలు సాధారణ బిందువు '0' వద్ద పనిచేయుచున్నవి. లామీ సిద్ధాంతము ప్రకారము బిందువు సమతుల్యం అయిన




**పటము 3.20** 'O' వద్ద పనిచేయు మూడు ఏకకాలిక మరియు ఏకతల బలాలు $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ మరియు $\vec{F}_3$

$$|\vec{F}_1| \propto \sin\alpha$$

$$|\vec{F}_2| \propto \sin\beta$$

$$|\vec{F}_3| \propto \sin\gamma$$

కావున, $$\frac{|\vec{F}_1|}{\sin\alpha} = \frac{|\vec{F}_2|}{\sin\beta} = \frac{|\vec{F}_3|}{\sin\gamma} \qquad (3.19)$$

లామీ సిద్ధాంతము స్థిర సమతుల్య వస్తువుపై పనిచేయు బలాన్ని విశ్లేషించుటకు ఉపయోగపడును.

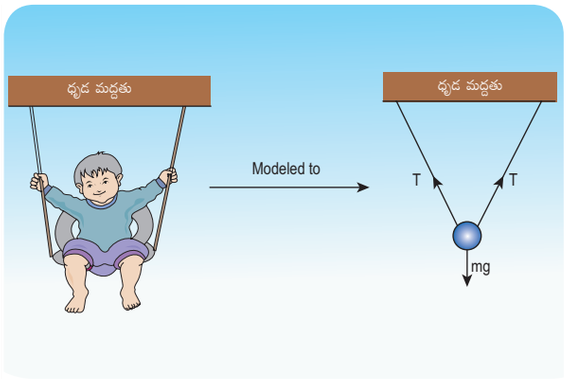
### లామీ సిద్ధాంత అనువర్తనము (Application of Lami's Theorem)

#### ఉదాహరణ 3.14

విరామ స్థితిలోనున్న రెండు సమాన తీగలతో చేయబడిన ఊయలలో ఒక బాలుడు కూర్చొని ఉన్నాడు. ఊయలలో ఊగునపుడు ఆ బాలునిపై పనిచేయు బలాలను కనుగొనుము. లామీ సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి ఆ తీగపై పనిచేయు తన్యతను కనుగొనుము.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 129 19-03-2022 20:32:20

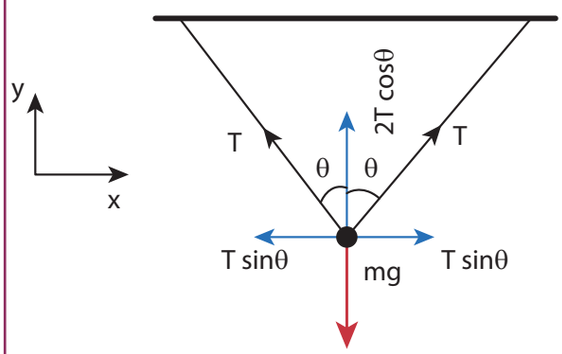



**సాధన:**

పటములో చూపినట్లు బాలుని రెండు తీగలతో కట్టబడి వ్రేలాడుచున్న వస్తువుగా భావించుము. ఇక్కడ బాలునిపై మూడు బలాలు పనిచేయుచున్నది.

i) $y$ అక్షమునకు వ్యతిరేఖ దిశలో క్రింది వైపుకు పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము $(mg)$
ii) రెండు తీగల యందు తన్యత (T)

పటములో చూపినట్లు ఈ బలాలు ఏకకాలిక మరియు ఏకరీతి బలాలు అగును.




లామీ సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి

$$\frac{T}{\sin(180-\theta)} = \frac{T}{\sin(180-\theta)} = \frac{mg}{\sin(2\theta)}$$

ఇక్కడ $\sin(180-\theta) = \sin\theta$ మరియు $\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$

మనకు లభించునది $\dfrac{T}{\sin\theta} = \dfrac{mg}{2\sin\theta\cos\theta}$

ఒక్కొక్క గొలుసు యొక్క తన్యత $T = \dfrac{mg}{2\cos\theta}$

**గమనిక**

$\theta = 0°$ గా ఉన్నప్పుడు గొలుసు నిటారుగాను మరియు ఒక్కొక్క గొలుసుపై తన్యత $T = \dfrac{mg}{2}$ అగును.

## 3.5 పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము (LAW OF CONSERVATION OF TOTAL LINEAR MOMENTUM)

ప్రకృతిలో నిత్యత్వ నియమము ప్రముఖ పాత్ర వహించుచున్నది. నిత్యత్వ నియమము ప్రముఖ పాత్ర వహించుచున్నది. నిత్యత్వ నియమాన్ని ఉపయోగించి వస్తువు యొక్క చలన గతిజ స్థితిని విశ్లేషించవచ్చును. యాంత్రిక గతిజ శాస్త్రంలో మూడు నిత్యత్వ నియమములు కలవు. అవి శక్తి నిత్యత్వ నియమము, పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము న్యూటన్ రెండవ మరియు మూడవ నియమాన్ని జతచేసి పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని ఉత్పన్నం చేయవచ్చును.

రెండు కణాలు ఒకదానితోనొకటి సంఘర్షించునపుడు ఒకదానిపై మరొకటి సమాన వ్యతిరేఖ బలాలను ఏర్పరచును. న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారము కణము 2 పై కణము 1 ఏర్పరచు బలము $\vec{F}_{21}$ కు సమాన మరియు వ్యతిరేఖ బలాన్ని $\vec{F}_{12}$ కణము 1పై కణము 2 ఏర్పరచును.

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \qquad (3.20)$$

కణ ద్రవ్యవేగ నియమము ప్రకారము ఒక్కొక్క కణముపై (న్యూటన్ రెండవ నియమము) బలాన్ని క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$\vec{F}_{12} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \quad \text{and} \quad \vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}. \qquad (3.21)$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 130 19-03-2022 20:32:22

ఇక్కడ $\vec{p}_1$ అనునది కణము 2 ఏర్పరచు బలము $\vec{F}_{12}$ చే మార్పుకు లోనైన కణము 1 యొక్క ద్రవ్యవేగము. అదే విధంగా $\vec{p}_2$ అనునది కణము 2 యొక్క ద్రవ్యవేగము. ఇది బలము $\vec{F}_{21}$ చే మార్పుకు లోనైనది.

సమీకరణము (3.21) ను సమీకరణము (3.20) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} \qquad (3.22)$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0 \qquad (3.23)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right) = 0$$

తద్వారా $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ = స్థిర సదిశ (ఎల్లప్పుడూ)

$\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ అనునది రెండు కణాల ($\vec{p}_{tot} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$) పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగము. దీనిని ఒక వ్యవస్థ యొక్క పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగముగా చెప్పవచ్చును. పై ఫలితము ద్వారా పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగ నియమమును క్రింది విధంగా ప్రతిపాదించవచ్చును.

ఒక వ్యవస్థపై ఎలాంటి బాహ్య బలాలు పనిచేయనపుడు ఆ వ్యవస్థ ($\vec{p}_{tot}$) యొక్క పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగము ఎల్లప్పుడూ స్థిర సదిశగా ఉండును. మరో విధంగా చెప్పాలంటే ఒక వ్యవస్థ యొక్క పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగము సకాలంలో నిత్యత్వమై ఉండును. నిత్యత్వ నియమము అనునది $\vec{p}_1$ మరియు $\vec{p}_2$ లో ఏదేని మార్పు ఏర్పడినప్పటికీ మొత్త ద్రవ్యవేగము $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ స్థిర సదిశగా ఉండును.

$\vec{F}_{12}$ మరియు $\vec{F}_{21}$ అను బలాలు వ్యవస్థ యొక్క అంతఃబలాలుగా పిలువబడును. ఎందుకనగా అవి రెండు కణాల మధ్య మాత్రమే పనిచేయును. ఆ రెండు కణాలపై ఎలాంటి బాహ్య బలము పనిచేయుట లేదు. ఇలాంటి దశలో వ్యవస్థ యొక్క పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగము స్థిర సదిశ అగును.

## ఉదాహరణ 3.15

క్రిందివ్వబడిన వస్తువులపై పనిచేయు అంత: మరియు బాహ్య బలాలను గుర్తించండి.

(అ) భూమి ఒక వ్యవస్థ

(ఆ) భూమి మరియు సూర్యుడు ఒక వ్యవస్థ

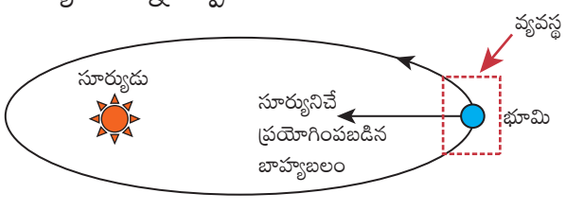
(ఇ) నడుచునపుడు మన శరీరము ఒక వ్యవస్థ

(ఈ) మన శరీరము + భూమి ఒక వ్యవస్థ

**సాధన:**

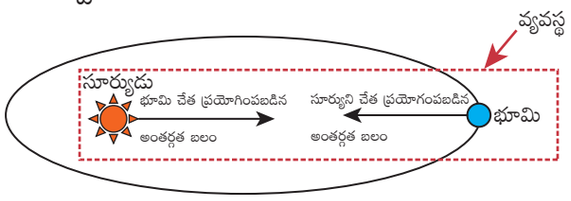
**(అ) భూమి ఒక వ్యవస్థ (Earth alone as a system)**

భూమి సూర్యుని చుట్టూ గురుత్వాకర్షణ బలం కారణంగా నిర్దిష్ట కక్ష్యలో తిరుగుచున్నది. భూమిని ఒక వ్యవస్థ అనుకొనిన సూర్యుని గురుత్వాకర్షణ బలం ఒక బాహ్య బలం అగును. చంద్రున్ని పరిధిలోనికి తీసుకొనిన, చంద్రుడు కూడా భూమిపై బాహ్య బలాన్ని ఏర్పరచును.




**(ఆ) (భూమి + సూర్యుడు) ఒక వ్యవస్థ ((Earth + Sun) as a system)**

ఈ దశలో రెండు బాహ్య బలాలు చర్య మరియు ప్రతిచర్య బలాలుగా పనిచేయుచున్నవి. అందులో ఒకటి సూర్యుడు భూమిపై ప్రయోగించు గురుత్వ బలము మరొకటి భూమి సూర్యునిపై ప్రయోగించు గురుత్వ బలము.

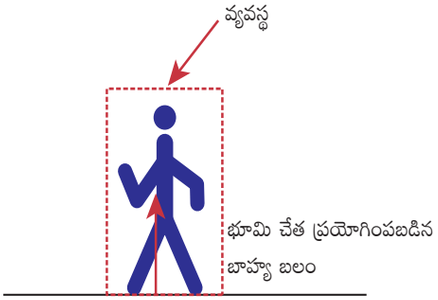



**(ఇ) మన శరీరము ఒక వ్యవస్థ (Our body as a system)**

మనము నడిచేటప్పుడు భూమిపై ఒక బలాన్ని ఏర్పరచుచున్నాము మరియు భూమి మన శరీరముపై సమాన వ్యతిరేఖ బలాన్ని ప్రయోగించుచున్నది. మనము మన శరీరమును మాత్రము ఒక వ్యవస్థగా భావించిన, భూమి శరీరముపై ఏర్పరచు బలము బాహ్యబలము అగును.



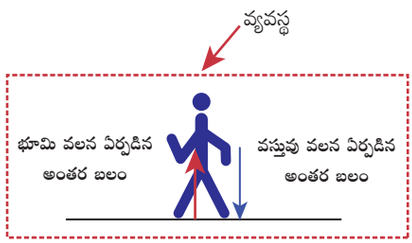
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 131 19-03-2022 20:32:25




**మన శరీరము ఒక వ్యవస్థ**

### (ఈ) (మన శరీరము + భూమి) ఒక వ్యవస్థ ((Our body + Earth) as a system)

ఈ దశలో వ్యవస్థపై రెండు అంత: బలాలు పనిచేయుచున్నవి. అందులో ఒకటి మన శరీరము భూమిపై ఏర్పరచు బలము, మరొకటి మన భూమి శరీరముపై ఏర్పరచు సమాన వ్యతిరేఖ బలము.

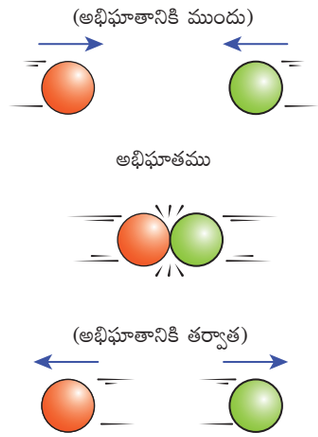



**మన శరీరము + భూమి ఒక వ్యవస్థ**

ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము యొక్క అర్థము

1. సరళ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము ఒక సదిశా నియమము. ఇది పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగము యొక్క పరిమాణము మరియు దిశ స్థిరంగా ఉండుటను సూచించుచున్నది. కొన్ని స్థితులలో ద్రవ్యవేగ మొత్తము సున్న (0) అగును.
2. ఒక కణము యొక్క చలనాన్ని తెలుసుకొనుటకు మనము న్యూటన్ రెండవ నియమమైనను లేక ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమమైనను ఉపయోగించవచ్చును. న్యూటన్ రెండవ నియమము ఈ ప్రక్రియలో పాల్గొను బలాలను నిర్దిష్టంగా గుర్తించుటకు ఉపయోగపడుచున్నది. నిజ పరిస్థితులలో దీనిని పేర్కొనుట అసాధ్యము. కానీ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమానికి ప్రక్రియలో పాల్గొను ఏ ఒక్క బల వివరణ అవసరము లేదు. కావున ఈ నియమము సౌఖ్యముగను, ముఖ్యమైనదిగను ఉన్నది.

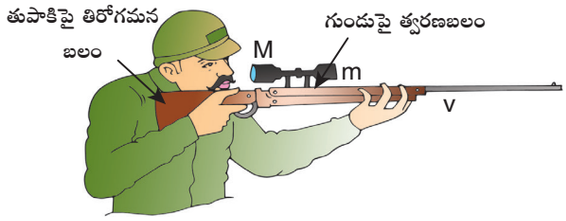
ఉదాహరణకు రెండు వస్తువులు ఒకదానితోనొకటి సంఘర్షించుకొనపుడు ఆ రెండు వస్తువులు ఒకదినిపై నొకటి ఏర్పరచు బలాన్ని గుర్తించడం అసాధ్యము. కానీ అభిఘాతము సమయంలో సరళ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని ఉపయోగించుట సాధ్యము.




రెండు కణాల యొక్క అభిఘాతాలు ఉదాహరణములు

**ఉదాహరణ**

- ఒక తుపాకీ ప్రేలుతున్నట్లు భావించండి. ఇక్కడ తుపాకీ + గుండు ఒక వ్యవస్థ అగును. తుపాకీ + గుండు విరామ స్థితిలో ఉన్నందున వ్యవస్థ యొక్క పూర్తి ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము సున్న (0) అగును. ప్రేలుటకు ముందు గుండు యొక్క ద్రవ్యవేగము $\vec{p}_1$ మరియు తుపాకీ యొక్క ద్రవ్యవేగము $\vec{p}_2$ గా తీసుకొనుము. ఇవి విరామ స్థితిలో నున్నవి.




పటము $\vec{p}_1 = 0, \vec{p}_2 = 0.$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 132 19-03-2022 20:32:26

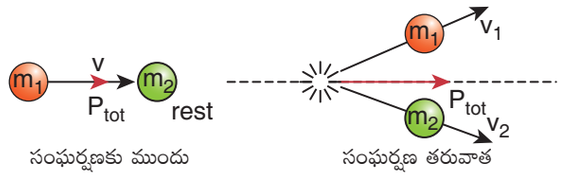
కావున మొత్తం ద్రవ్యవేగము $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$.

సరళ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము ప్రకారము ప్రేలిన తర్వాత కూడా పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగము సున్న (zero) గా ఉండవచ్చును.

తుపాకీ ప్రేల్చినపుడు స్ప్రింగుపై ఏర్పడు బలము ముందు దిశగా ఉండును. గుండు యొక్కద్రవ్యవేగము $\vec{p}_1$ నుండి $\vec{p}_1$ కు మారుచుండును. ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము కారణంగా తుపాకీ యొక్క ద్రవ్యవేగము కూడా $\vec{p}_2$ నుండి $\vec{p}_2$ కు మారుచుండును. ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము $\vec{p}_1' + \vec{p}_2' = 0$ తద్వారా $\vec{p}_1' = -\vec{p}_2'$ తుపాకీ యొక్క ద్రవ్యవేగము గుండు యొక్క ద్రవ్య వేగానికి సమానంగాను మరియు వ్యతిరేఖ దిశలోను ఉండును. ప్రేలిన వెంటనే తుపాకీ $\left(-\vec{p}_2'\right)$ ద్రవ్య వేగముతో వెనక్కు నెట్టబడడానికి కారణము ఇదియే. ఇది పున:స్థితి ద్రవ్యవేగము (recoil momemtum) గా పిలువబడుచున్నది. ఇది ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమమునకు చక్కటి ఉదాహరణ అగును.

S8G1X

- రెండు కణాలు ఉన్నట్లు అనుకొనుము. ఒకటి విరామంలోను మరొకటి మొదటి కణము వెంబడి చలించుచున్నది. (ఇందులో ఏది విరామంలోనున్న కణము). ఆ రెండు కణములు ఒకదానితోనొకటి ఢీకొన్న పిదప స్వేచ్ఛా దిశలో చలించుచున్నది. ఈ దశలో ఢీకొనడానికి (ఘర్షణకు) ముందు వ్యవస్థ యొక్క పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగము చలించు కణము యొక్క ప్రారంభ సరళ ద్రవ్యవేగమునకు సమానంగా ఉండును. ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము ప్రకారము ఘర్షణ తరువాత కూడా పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగము ముందు దిశలోనే ఉండునని క్రింది పటము వివరించుచున్నది.



సంఘర్షణకు ముందు  సంఘర్షణ తరువాత

నిర్దిష్ట లెక్కింపు దశ 4.4 లో ఇవ్వబడినది. దీని నుండి మనకు తెలియునది మొత్తం ద్రవ్యవేగ సదిశ అభిఘాతం ముందు మరియు అభిఘాతానికి తరువాత కూడా ఒకే దిశలో ఉండును. తద్వారా అభిఘాత ముందు మరియు తరువాత ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము స్థిరముగా ఉండును. అభిఘాత సమయములో ప్రతియొక్క కణము మరొక కణముపై బలాన్ని ప్రయోగించుచున్నది. ఇక్కడ రెండు కణములు ఒక వ్యవస్థ అగును. కావున ఇవి అంత: బలాలు మరియు పూర్తి సరళ ద్రవ్యవేగము అంత: బలాలచే ప్రభావితము చేయబడదు.

## 3.5.1 ప్రచోదనం (Impulse)

అతి తక్కువ కాలంలో అత్యధిక బలం ఒక వస్తువుపై పనిచేసిన ఆ బలాన్ని ప్రచోదన బలము *(impulsive force)* అందురు.

F అను బలము, ఒక వస్తువుపై అతి తక్కువ విరామ ($\Delta t$) సమయంలో, న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించి

$$F dt = dp$$

ప్రారంభ సమయము $t_i$ మరియు అంతిమ సమయము $t_f$ ను ఏకీకృతం చేసిన లభించునది.

$$\int_i^f dp = \int_{t_i}^{t_f} F\, dt$$

$$p_f - p_i = \int_{t_i}^{t_f} F\, dt$$

$p_i$ అనునది $t_i$ అను సమయంలో వస్తువు యొక్క ప్రారంభ ద్రవ్యవేగము.

$p_f$ అనునది $t_f$ అను సమయంలో వస్తువు యొక్క అంతిమ ద్రవ్యవేగము.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 133 19-03-2022 20:32:27

$p_f - p_i = \Delta p =$ విరామ సమయంలో వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగములో మార్పు $t_f - t_i = \Delta t$.

సమగ్రము $\int_{t_i}^{t_f} F\,dt = J$ అనునది ప్రచోదనగా పిలువబడుచున్నది మరియు ఇది వస్తు ద్రవ్యవేగ మార్పునకు సమానము.

విరామ సమయంలో వస్తువు విరామములో నుండిన.

$$\int_{t_i}^{t_f} F\,dt = F\int_{t_i}^{t_f} dt = F\left(t_f - t_i\right) = F\Delta t$$

$$F\,\Delta t = \Delta p \qquad (3.24)$$

ఈ సమీకరణము (3.24) ప్రచోదన ద్రవ్యవేగ సమీకరణముగా చెప్పబడుచున్నది.

స్థిర బలానికి, ప్రచోదన బలం $J = F\Delta t$ విరామ సమయంలో $(\Delta p)$ వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగ మార్పుకు $\Delta t$ సమానంగా ఉండును.

ప్రచోదన ఒక సదిశా పరిమాణము. దీని ప్రమాణము Ns.

అతి తక్కువ విరామ సమయంలో ఒక వస్తువుపై సరాసరి బలం ప్రయోగించిన దాని నిర్వచనము.

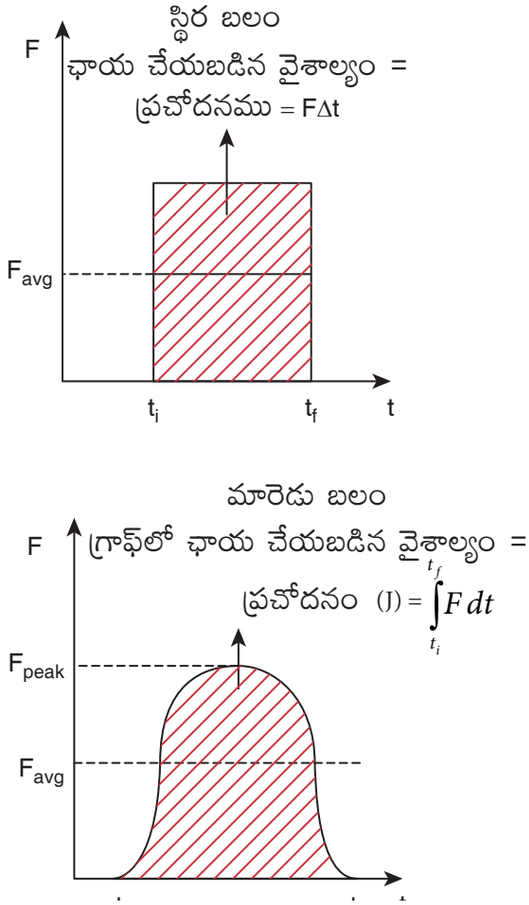
$$F_{avg} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \qquad (3.25)$$

సమీకరణము (3.25) నుండి $\Delta t$ తక్కువగా ఉన్నప్పుడు ఆ వస్తువుపై పనిచేయు బలము అధికముగా ఉండును. ఎప్పుడు వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగము మారునో, అప్పుడు సరాసరి బలం అధిక బలంగా మారును.

ప్రచ్యోదనాన్ని సరాసరి బలంగా కూడా వ్రాయవచ్చును. $\Delta p$ అనునది వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగ మార్పు అయిన ప్రచోదనము(J)కు సమానముగా ఉండును.

$$J = F_{avg}\Delta t \qquad (3.26)$$

పటము 3.21 లో స్థిర బల ప్రచోదనము మరియు మారెడు బల ప్రచోదనము రేఖా చిత్రము ద్వారా చూపబడినది.




**పటము 3.21** స్థిరబల ప్రచోదన మరియు మారెడు బల ప్రచోదనము

వివరణ:

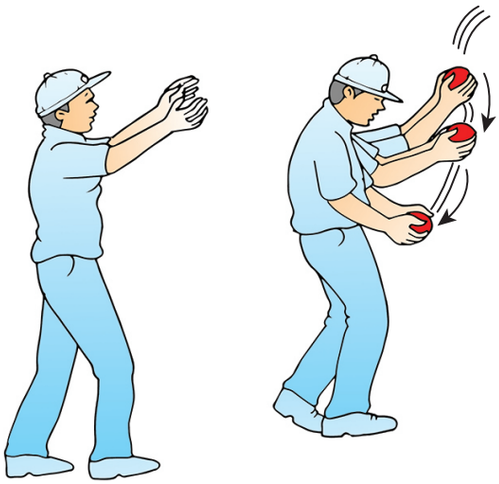
1. క్రికెట్ ఆటగాడు వేగంగా వచ్చే బంతిని పట్టుకొనునప్పుడు అతని చేతులను బంతి వచ్చు దిశలో కొద్ది కొద్దిగా క్రిందికి దించడానికి గల కారణము ఏమి?

   క్రికెట్ ఆటగాడు బంతిని పట్టుకున్న తర్వాత చేతులను క్రిందికి దించకుండా వెంటనే పట్టుకొనిన బంతి వెంటనే విరామ స్థితికి వచ్చును. బంతి ద్రవ్యవేగము కూడా విరామ స్థితికి వచ్చును. దీనివలన చేతిపై బంతి ఏర్పరచు సరాసరి



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 134 19-03-2022 20:32:29

బలము అధిక ప్రచోదనను ఇచ్చును కావున చేతులు వేగంగా ఢీకొనబడి నొప్పి పుట్టును. దీనిని నివారించుటకే అతడు తన చేతులను కొద్దికొద్దిగా క్రిందికి దించుచున్నాడు.



2. వేగముగా ప్రయాణించు కారు ప్రమాదమునకు గురియగునపుడు దాని ద్రవ్యవేగము అతి తక్కువ సమయంలో అధిక వేగంతో తగ్గుచున్నది. ఇది ప్రయాణికులకు అపాయాన్ని తెచ్చును. ఎందుకనగా ప్రయాణికుడిపై ఈ ద్రవ్యవేగము మార్పు అధిక బలాన్ని ఏర్పరచును. ప్రాణహాని కలిగించు ఈ ఫలితము నుండి ప్రయాణికులను కాపాడుటకు తగినట్లు కార్లు తయారు చేయబడుచున్నవి. ఈ గాలి సంచులు (Airbags) ప్రయాణికులు అధిక బలాన్ని పొందడం నుంచి నిరోధించుచున్నది.

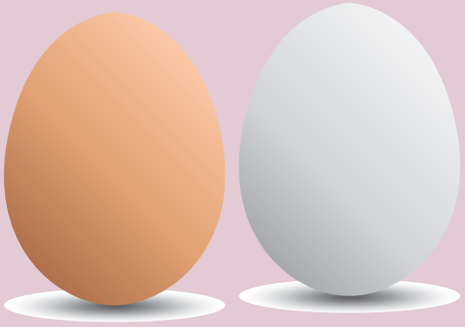



3. ద్విచక్ర వాహనాలలో అమర్చబడియున్న ఘాత శోషణలు (shock absorbers) కారులోని గాలి సంచుల వలె పనిచేయును. మిట్టపల్లాలలో ద్విచక్ర వాహనం వెళ్ళునప్పుడు ఉన్నట్టుండి ఒక బలము వాహనముపై ఏర్పడును. ఈ బలం వెంటనే ప్రయాణికులను తాకకుండా తాకిడి సమయాన్ని పెంచుటకు ఘాతశోషణలు (shock absorbers) ఉపయోగపడును. కావున ప్రయాణికులు అధిక బలం పొందటం నుంచి కాపాడబడుచున్నారు. ఘాతములో ఎదుర్కొను వ్యవస్థ సరిగా పనిచేయని వాహనములలో ప్రయాణించుట ప్రమాదకరమగును.

4. ఇనుకతో నింపిన తలముపై (గార) దూకుట కంటెను కాంక్రీటు తలముపై దూకుట ప్రమాదకరము. ఎందుకనగా ఇసుక నింపిన తలము మన శరీరము విరామ స్థితిను చేరు సమయాన్ని పెంచుచున్నది. కానీ కాంక్రీటు తలము ఉన్నట్టుండి శరీరము విరామ స్థితికు వచ్చుటకు కారణమై శరీరముపై అధిక బల ప్రయోగము జరుగుటకు కారణముగానున్నది.

KLURW

ప్రచోదనము



ఒక గుడ్డును విసిరి వేసినప్పుడు నీవు దానిని విరగకుండా భద్రముగా పట్టుకొనగలవా? ఎట్లు?

## ఉదాహరణ 3.16

10 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు 15 $m\ s^{-1}$ వేగముతో గోడను గుద్దుకొని

a) 0.03 సె

b) 10 సె



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 135 19-03-2022 20:32:29

ల విరామం సమయంలో విరామ స్థితిని చేరుచున్నది. అయిన ఆ వస్తువుపై పనిచేయు ప్రచోదనము మరియు సరాసరి బలాన్ని లెక్కించండి.

**సాధన:**

వస్తువు యొక్క ప్రారంభ ద్రవ్యవేగము $p_i = 10 \times 15 = 150\ k\,gm\,s^{-1}$

వస్తువు యొక్క అంతిమ ద్రవ్య వేగము $p_f = 0$

$$\Delta p = 150 - 0 = 150\ kg\ ms^{-1}$$

(అ) ప్రచోదన $J = \Delta p = 150\,N\,s.$

(ఆ) ప్రచోదన $J = \Delta p = 150\,N\,s$

(అ) సరాసరి బలం $F_{avg} = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{150}{0.03} = 5000\,N$

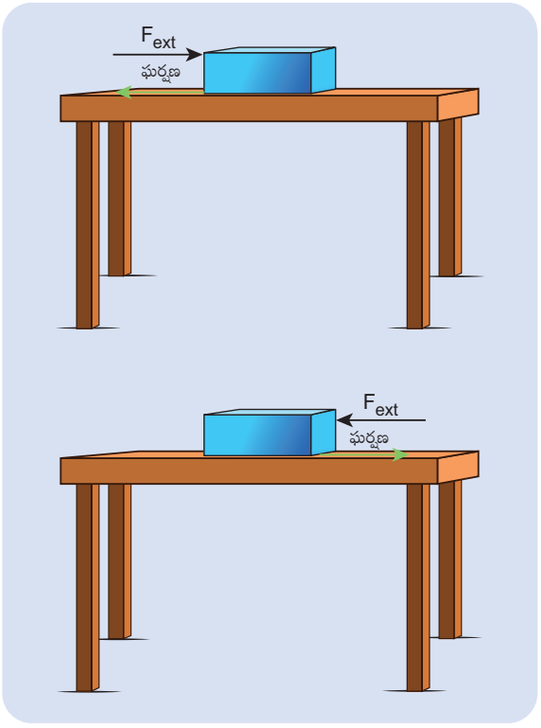
(ఆ) సరాసరి బలం $F_{avg} = \dfrac{150}{10} = 15\,N$

ఇందులో ప్రచోదనము సమానమైనప్పటికీ సరాసరి బలం వేరుగాయున్నదని తెలియుచున్నది.

## 3.6 ఘర్షణ (FRICTION)

### 3.6.1 ఉపోద్ఘాతము: (పరిచయం) (Introduction)

ఒక మేజాపై విరామ స్థితిలోనున్న వస్తువుపై తేలికైన బలాన్ని ప్రయోగించిన ఆ వస్తువు చలించదు. ఎందుకనగా మేజా ఆ వస్తువుపై ప్రయోగించు వ్యతిరేఖ బలము మనమిచ్చిన బలముకన్నా అధికముగా ఉండిన ఎలాంటి బలము ఏర్పడదు. ఈ బలాన్ని ఘర్షణ బలం *(frictional force)* అందురు. ఆ ఘర్షణ బలం వస్తువు మరియు వస్తువున్న మేజా తలములకు మారుగా సాపేక్ష చలనాన్ని *(relative motion)* ఎదుర్కొను విధంగా అమరియుండును. వస్తువుపై మనం ప్రయోగించు బలం కొద్దికొద్దిగా పెరుగునపుడు ఒక నిర్ధిష్ట బలానికి వస్తు చలనము ప్రారంభమగును.




**పటము 3.22** ఘర్షణ బలము

సాపేక్ష చలనము *(relative motion)*: వస్తువు ఉంచబడిన మేజాకు సమాన బలాన్ని వస్తువుపై ప్రయోగించిన ఆ వస్తువు ఉన్న తలాన్ని బట్టి వస్తు చలనము పెరగవచ్చును. ఈ సాపేక్ష బలానికి వ్యతిరేఖంగా వస్తువున్న తలము, మనము ప్రయోగించు బలానికి వ్యతిరేఖ దిశలో వస్తువుపై ఘర్షణ బలాన్ని ప్రయోగించును. ఘర్షణ బలం ఎల్లప్పుడూ వస్తువు ఉన్న తలానికి సమానంగా ఆ వస్తువుపై పనిచేయుము. ఘర్షణ బలం రెండు విధాలు. అవి 1. స్థిర ఘర్షణ (Static friction) 2. గతిజ ఘర్షణ (Kinetic friction).

### 3.6.2 స్థిర ఘర్షణ (Static Friction ($\vec{f}_s$))

స్థిర ఘర్షణ ఒక తలములో ఉంచబడిన వస్తు చలనాన్ని నిరోధించు విధంగా అమరు బలమగును. తలములో విరామ స్థితిలోనున్న వస్తువుపై రెండు బలాలు పనిచేయును. అవి అతివేగముగా పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ శక్తి మరియు నిటారుగా పనిచేయు అభిలంబ బలం. వస్తువుపై పనిచేయు ఈ రెండు బలాలు మొత్తము సున్న (0) అగును. దీని ఫలితంగా వస్తువు విరామ స్థితిలో నుండును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 136 19-03-2022 20:32:31

ఒక తలములో విరామ స్థితిలోనున్న వస్తువుపై తలానికి సమానముగా బాహ్యబలం $F_{ext}$ పనిచేయునపుడు, ఆ తలము ఈ బాహ్యబలానికి సమానమైన వ్యతిరేఖ బలాన్ని వస్తువుపై ప్రయోగించి దాని చలనాన్ని నిరోధించి విరామ స్థితిలో ఉండటానికి ప్రయత్నించుచున్నది. దీని నుండి బాహ్యబలము ఘర్షణ బలము సమానము మరియు ఎదురెదురుగా పనిచేయునని తెలియుచున్నది. కావున తలానికి సమానంగా ఏ విధ చలనము ఏర్పడదు. కానీ వస్తువుపై పనిచేయు బాహ్యబలాన్ని కొద్దికొద్దిగా పెంచునపుడు నిర్ధిష్ట ఎల్లకుపైన వస్తువున్న తలము, బాహ్యబలాన్ని సమానము చేయజాలదు మరియు వ్యతిరేఖ ఘర్షణ బలం ప్రయోగించజాలదు. కావున వస్తువు తలముపై జారనారంభించును. ఇదియే వస్తువున్న తలము వస్తువుపై ఏర్పరచు స్థిర ఘర్షణ బలం అగును. పరిశోధన రీతిలో ఈ స్థిర ఘర్షణ బలం అనునది అనుభావిక సూత్రము (empirical formula) ప్రకారం క్రింది గణిత సంబంధాన్ని కలిగియున్నది.

$$0 \le f_s \le \mu_s N, \qquad (3.27)$$

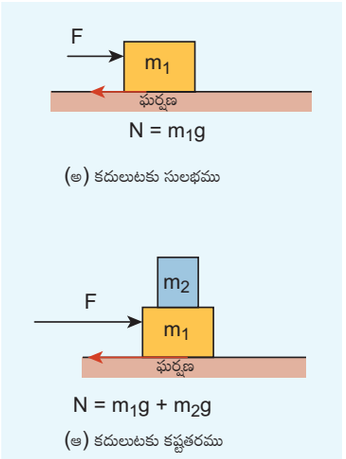
ఇక్కడ $\mu_s$ అనునది స్థిర ఘర్షణ గుణకమగును. ఇది ఒకదానినొకటి తాకు రెండు తలాల గుణాన్ని సంబంధించినదగును. N అనునది వస్తువున్న తలము, వస్తువుపై ఏర్పరచు కొన్ని సమయములలో ఈ అభిలంబ బలము mg కు సమానమగును. కానీ ఎల్లపుడూ $mg$ కు సమానంగా ఉండవలసిన అవశ్యము లేదన్నది గుర్తించుకోవలెను.

స్థిర ఘర్షణ బలం, సున్న నుండి $\mu_s N$ వరకు ఎలాంటి విలువనైను పొందియుండవచ్చుననునది సమీకరణము 3.27 మనకు తెలుపుచున్నది.

ఎలాంటి బాహ్యబలం పనిచేయనపుడు విరామ స్థితిలోనున్న వస్తువుపై పనిచేయు ఘర్షణ బలం $f_s$ యొక్క విలువ సున్న అగును ($f_s = 0$) విరామ స్థితిలోనున్న వస్తువుపై ఆ వస్తువు ఉంచబడిన తలానికి సమానంగా బాహ్యబలం పనిచేయునపుడు ఆ వస్తువుపై తలము ప్రయోగించు బలానికి, స్థిర ఘర్షణ బాహ్యబలానికి సమానమగును. ($f_s = F_{ext}$) ఉన్నప్పటికీ $f_s$ యొక్క విలువ $\mu_s N$. కన్నను తక్కువగా ఉండును.

వస్తువు తలముపై జారునపుడు ఆ వస్తువుపై పనిచేయు స్థిర ఘర్షణ బలం ($f_s$) గరిష్టంగా ఉండును.

స్థిర ఘర్షణ మరియు గతిజ ఘర్షణ (తరువాత విశదీకరించబడును) రెండునూ వస్తువుపై పనిచేయు బలంపై ఆధారపడియుండును. వస్తువు, ఆ వస్తువున్న తలాన్ని ఎంత బలిష్టంగా నొక్కుచున్నదో దానికి తగినట్లు వస్తువుపై పనిచేయు అభిలంబ బలము అధికమగునని దీని ఫలితంగా వస్తువును కదల్చుట కఠినమగుచున్నది. ఇది పటము 3.23 (అ) మరియు 3.24 (ఆ) ద్వారా చూపబడినది. ఇంకనూ స్థిర ఘర్షణ బలం వస్తువు మరియు వస్తువున్న తలము రెండింటిని తాకు తలము యొక్క కొలతకు సంబంధించినది కాదు.




**పటము 3.23** స్థిర ఘర్షణ మరియు గతిజ ఘర్షణ అ) సులభంగా కదలిక ఆ) కష్టతరమైన కదలిక

## ఉదాహరణ 3.17

2 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు తలములో విరామ స్థితిలో నున్నదనుకొనుము. వస్తువు మరియు తలానికి మధ్య స్థిర ఘర్షణ గుణకము $\mu_s = 0.8$ అయిన ఆ తలముపై వస్తువును కదల్చడానికి కావలసిన బలము ఎంత?

**సాధన:**

వస్తువు విరామ స్థితిలో ఉన్నందున, వస్తువుపై పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలం, తలము వస్తువుపై ప్రయోగించు అభిలంబ బలముచే సమతుల్యం (balance) చేయబడుచున్నది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 137 19-03-2022 20:32:32

$$N = mg$$

గరిష్ట స్థిర ఘర్షణ బలము $f_s^{max} = \mu_s N = \mu_s mg$

$$f_s^{max} = 0.8 \times 2 \times 9.8 = 15.68\,N$$

కావున తలముపై ఉన్న వస్తువును కదల్చడానికి కావలసిన బాహ్యబలము క్రిందివ్వబడిన గరిష్ట విరామలేని ఘర్షణ బలము కన్ననూ అధికముగా ఉండును.

$$F_{ext} > 15.68\,N$$

## ఉదాహరణ 3.18

50 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు తలముపై విరామ స్థితిలో దానిపై 5 N బలము ప్రయోగించినప్పటికీ అది కదలలేదు. అయిన ఆ వస్తువుపై పనిచేయు ఘర్షణ బలం ఏమి?

**సాధన:**

ఒక వస్తువు విరామ స్థితిలో వున్నప్పుడు బాహ్యబలము మరియు స్థిర ఘర్షణ బలము సమానంగా మరియు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖంగాను ఉండును.

ఈ రెండు బలాల పరిమాణము సమానము $f_s = F_{ext}$

వస్తువుపై పనిచేయు స్థిర ఘర్షణ బలము

$$f_s = 5N.$$

ఘర్షణ బలం యొక్క దిశ $F_{ext}$. యొక్క దిశకు వ్యతిరేఖముగా ఉండును.

## ఉదాహరణ 3.19

7 kg మరియు 5 kg ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువులు తేలిన రెండు తీగలతో కప్పి పటములో చూపినట్లు కలుపబడియున్నది. తలముల మధ్య (వస్తువు మరియు మేజా) స్థిర ఘర్షణ గుణకము 0.9 తలముపై యున్న 7 kg ద్రవ్యరాశి గల $m_1$ వస్తువు కదులునా? అటుల కదలలేదనిన $m_2$ ద్రవ్యరాశి యొక్క విలువ గల $m_1$ ద్రవ్యరాశి చలనము ప్రారంభమగును.

**సాధన:**

పటములో చూపినట్లు $m_1$ ద్రవ్యరాశిపై నాలుగు బలాలు పనిచేయుచున్నది.

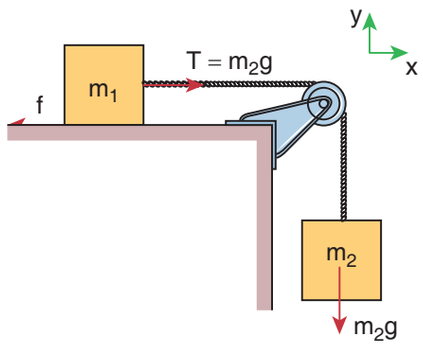
అ) y అక్షమునకు వ్యతిరేఖంగా క్రింది వైపుకు పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ శక్తి ($m_1 g$)

ఆ) y అక్షమునకు అనుకూలంగా పై దిశగా పనిచేయు (N)

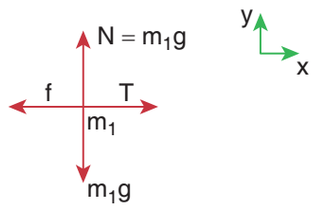
ఇ) x అక్షమునకు అనుకూలంగా $m_2$ ద్రవ్యరాశి ఏర్పరచు తన్యత బలం

ఈ) x అక్షమునకు వ్యతిరేఖంగా పనిచేయు ఘర్షణ బలం

ఇక్కడ $m_1$ ద్రవ్యరాశికి నిటారు చలనము లేదు, కావున $m_1 g = N$




$m_1$ ద్రవ్యరాశి గల స్వేచ్ఛా వస్తువు పటము




తలముపై $m_1$ ద్రవ్యరాశి కదులుచున్నదోయని గుర్తించి, $m_1$ ద్రవ్యరాశి ఉన్న తలము ఆ ద్రవ్యరాశిపై ప్రయోగించు గరిష్ట స్థిర ఘర్షణ బలాన్ని కనుగొనవలెను. ద్రవ్యరాశి $m_1$ పై పనిచేయు తన్యత గరిష్ట స్థిర ఘర్షణ కన్న సమానంగానో లేదా అధికంగానో ఉండిన వస్తువు కదులును.

$$f_s^{max} = \mu_s N = \mu_s m_1 g$$

$$f_s^{max} = 0.9 \times 7 \times 9.8 = 61.74\ N$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 138 19-03-2022 20:32:34

తన్యత $T = m_2 g = 5 \times 9.8 = 49\ N$

$$T < f_s^{max}$$

$m_1$ ద్రవ్యరాశి యొక్క తన్యత గరిష్ట స్థిర ఘర్షణ కన్నను తక్కువగా ఉన్నది. కావున $m_1$ ద్రవ్యరాశి చలించదు.

$m_1$ ద్రవ్యరాశి కదల్చడానికి $T > f_s^{max}$ ఇక్కడ $T = m_2 g$

$$m_2 = \frac{\mu_s m_1 g}{g} = \mu_s m_1$$

$$m_2 = 0.9 \times 7 = 6.3\ kg$$

$m_2$ యొక్క ద్రవ్యరాశి 6.3 kg కన్నను అధికముగానున్న $m_1$ ద్రవ్యరాశి క్రిందికి జారును. తలముపై ఎలాంటి ఘర్షణ లేనప్పుడు $m_2$ ద్రవ్యరాశి 1 kg గా ఉన్నప్పటికీ $m_1$ ద్రవ్యరాశి కదులుననునది గుర్తించుకొనవలెను.

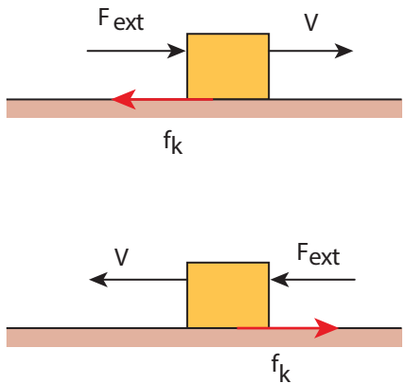
పట్టిక 3.1 లో జంట వస్తువుల స్థిర ఘర్షణ గుణకము విలువలు ఇవ్వబడినవి. అతి తక్కువ స్థిర ఘర్షణ గుణకాన్ని కలిగియుండునని గుర్తుంచుకొనవలెను. కావున మంచుగడ్డ వేరొక మంచుగడ్డపై సులువుగా కదులును.

**పట్టిక 3.1 జంట వస్తువుల స్థిర ఘర్షణ గుణకము**

| వస్తువు | స్థిర ఘర్షణ గుణకము |
|---|---|
| అద్దము మరియు అద్దము | 1.0 |
| మంచు గడ్డ ముక్క + మంచు గడ్డ ముక్క | 0.10 |
| స్టీల్ + స్టీల్ | 0.75 |
| కొయ్య + కొయ్య | 0.35 |
| రబ్బరు టైరు + పొడి కాంక్రీటు దారి | 1.0 |
| రబ్బరు టైరు + తడి కాంక్రీటు దారి | 0.7 |

## 3.6.3 గతిజ ఘర్షణ (Kinetic Friction)

ఒక వస్తువుపై పనిచేయు బాహ్యబలము గరిష్ట స్థిర ఘర్షణ బలముకన్ననూ అధికముగా ఉన్న యెడల ఆ వస్తువు క్రిందికి జారుటకు ప్రారంభమగును. వస్తువు జారునపుడు తలము ఏర్పరచు ఘర్షణ బలాన్ని గతిజ ఘర్షణ బలం $\vec{f}_k$ (జారుడు ఘర్షణ అని కూడా) తెలుపబడుచున్నది. ఒక వస్తువుని స్థిర వేగంతో కదల్చడానికి ఆ వస్తువుపై పనిచేయు గతిజ ఘర్షణ బలాన్ని సమానంగా మరియు దానికి వ్యతిరేఖ దిశలోను ఒక బలాన్ని వస్తువుపై ప్రయోగించాలి.




**పటము 3.24** గతిజ ఘర్షణ

గతిజ ఘర్షణ బల పరిమాణము క్రింది సమీకరణము ద్వారా పరిశోధనల ఆధారంగా కనుగొనబడినది.

$$f_k = \mu_k N \qquad (3.28)$$

ఇక్కడ $\mu_k$ అనునది గతిజ ఘర్షణ బల గుణకము మరియు N అనునది తలము వస్తువుపై ఏర్పరచు అభిలంబ బలము,

మరియు $\mu_k < \mu_s$

తద్వారా మనకు తెలియునది ఏమనగా చలనంలో ఉన్న వస్తువును చలనంలోనే కొనసాగడాని కన్ననూ ఆ వస్తువులో చలనాన్ని ఏర్పరచుట కఠినము.

స్థిర మరియు గతిజ ఘర్షణ విశిష్ట లక్షణాలు క్రింది పట్టిక 3.2 ద్వారా ఇవ్వబడినది.

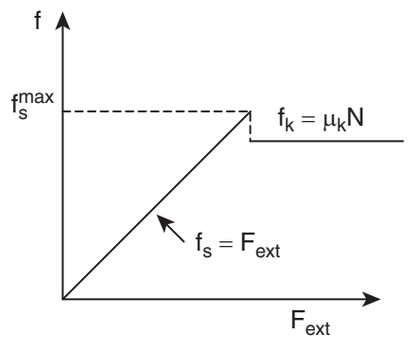


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 139 19-03-2022 20:32:36

**పట్టిక 3.2 స్థిర మరియు గతి ఘర్షణ యొక్క విశిష్ట లక్షణాలు**

| స్థిర ఘర్షణ | గతి ఘర్షణ: |
|---|---|
| ప్రారంభ చలనాన్ని వ్యతిరేఖించును. | ఇది తలాన్ని బట్టి సాపేక్ష చలనాన్ని వ్యతిరేఖించును. |
| స్వేచ్ఛా ఉపరితల సంబంధాన్ని కలిగియుండును. | స్వేచ్ఛా ఉపరితల సంబంధాన్ని కలిగియుండును. |
| పరస్పర సంబంధములో వస్తువుల లక్షణముపై $\mu_s$ ఆధారపడియయుండును. | $\mu_k$ అనునది వస్తు లక్షణము మరియు ఉపరితల ఉష్ణోగ్రతపై ఆధారపడియుండును. |
| ప్రయోగింపబడు బల పరిమాణముపై ఆధారపడియుండును. | ప్రయోగింపబడు బల పరిమాణముపై ఆధారపడియుండును. |
| సున్న నుండి $\mu_s N$ విలువలను క్రింది విధముగా తీసుకొనవచ్చును. $f_s^{max} > f_k$ $\mu_s > \mu_k$ | ఇది ఎప్పటికీ సున్న కాజాలదు. వేగము (నిజమైన $v < 10\ ms^{-1}$) అధికముగా ఉన్ననూ ఎల్లప్పుడూ $\mu_k N$ కు సమానముగా ఉండును. |
| | స్థిర ఘర్షణ గుణకము కన్ననూ గతి ఘర్షణ గుణకము తక్కువగా ఉండును. |

వస్తువుపై పనిచేయు బాహ్యబలం ఆధారంగా ఏర్పడు స్థిర ఘర్షణ బలం మరియు గతిజ ఘర్షణ బలం మార్పును రేఖా చిత్రము 3.25 ద్వారా చూపబడినది.




**పటము 3.25** పనిచేయు బాహ్య బలంతో స్థిర మరియు గతిజ ఘర్షణ బలాలలో మార్పు

పటము 3.25 నుండి స్థిర ఘర్షణ బలము గరిష్ట విలువను పొందే వరకు బాహ్యబలం వస్తువుపై అభిలంబ బలం అధికమగును. వస్తువు చలనము ప్రారంభమగునపుడు గతిజ ఘర్షణ బలము గరిష్ట స్థిరబలం కన్ననూ తక్కువ విలువనే పొందుచున్నది. ఇంకనూ గతిజ ఘర్షణ బలం ఒక స్థిర విలువను పొందటంతో పాటు అది వస్తువుపై పనిచేయు బాహ్యబలానికి సంబంధించినది కాదు అనునది గుర్తించకొనవలెను.

**గమనిక**

స్థిర ఘర్షణ బలము $f_s = \mu_s N$ అనునది సదిశా సంబంధము కాదు. ఎందుకనగా అభిలంబ బలం $N$ మరియు స్థిర ఘర్షణ బలం $f_s$ చీరెండూ ఒకే దిశలో పనిచేయవు. ఇంకనూ $f_s$ యొక్క పరిమాణము అభిలంబ బలాన్ని $\mu_s$ ఇంతలుగా ఉన్నప్పటికీ ఈ రెండూ ఒకే దిశలో పనిచేయవు. ఈ అభిప్రాయము గతిజ ఘర్షణకు కూడా వర్తించును.

### 3.6.4 వస్తువును కదల్చడానికి లాగడం సులభంగా ఉండునా? లేక నెట్టడం సులభంగా వుండునా? (To Move an Object - Push or pull? Which is easier?)

ఒక వస్తువు నిర్ధిష్ట కోణంలో $\theta \left(0 \text{ to } \frac{\pi}{2}\right)$ నెట్టబడునపుడు బాహ్యబలము $F$ అనునది $F \sin\theta$ తలమునకు సమాంతరంగా, మరియు $F \cos\theta$ తలమునకు లంబంగా పటము 3.26 లో చూపబడినట్లు వుండును. వస్తువుపై పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము $mg + F\cos\theta$ అగును. ఇది వస్తువుపై పనిచేయు అభిలంబ బలాన్ని అధికము చేయును. నిలువు దిశలో త్వరణం లేనప్పటికీ అభిలంబ బలం N క్రింది సమీకరణంనకు సమానము.



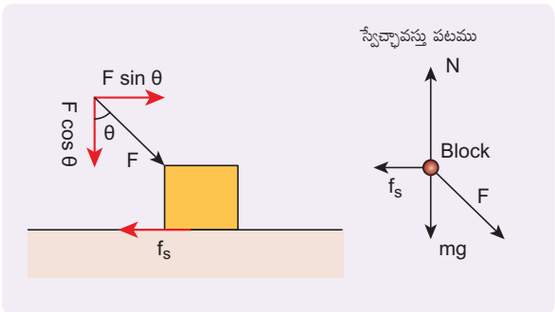
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 140 19-03-2022 20:32:37

$$N_{push} = mg + F\cos\theta \qquad (3.29)$$

ఫలితంగా గరిష్ట స్థిర ఘర్షణ కూడా అధికమగును.

$$f_s^{max} = \mu_s N_{push} = \mu_s \left(mg + F\cos\theta\right) \qquad (3.30)$$

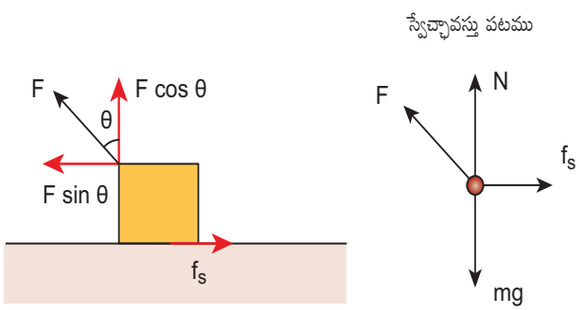
సమీకరణము (3.30) వస్తువును కదల్చడానికి అధిక బాహ్యబలం అవసరమగుచున్నదని చూపుచున్నది.




**పటము 3.26** θ కోణములో వస్తువు కదల్చుట

ఒక వస్తువు θ కోణంలో లాగబడినపుడు పటములో 3.27 చూపునట్లు బాహ్యబలం రెండుగా ఉండును. వస్తువుపై పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము

$$N_{pull} = mg - F\cos\theta \qquad (3.31)$$

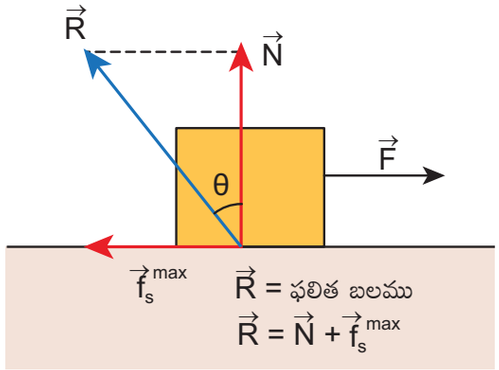



**పటము 3.27** $\theta$ కోణముతో వస్తువును కదల్చుట

సమీకరణము (3.31) ద్వారా అభిలంబ బలము $N_{push}$ కన్నను తక్కువగానున్నదని తెలియుచున్నది. సమీకరణము (3.27) మరియు (3.31) నుండి వస్తువును కదల్చడానికి నెట్టడానికన్ననూ లాగుట సులభంగా ఉండును.

## 3.6.5 ఘర్షణ కోణము (Angle of Friction)

ఘర్షణ కోణము అనునది అభిలంబ బలము (N) మరియు అభిలంబ ఫలిత బలము (R) మరియు గరిష్ట ఘర్షణ బలానికి ($f_s^{max}$) మధ్యనున్న కోణము అగును.




**పటము 3.28** ఘర్షణ కోణము

పటము 3.28 నుండి ఫలిత బలము $R = \sqrt{\left(f_s^{max}\right)^2 + N^2}$ ఫలిత బలం

$$\tan\theta = \frac{f_s^{max}}{N} \qquad (3.32)$$

ఘర్షణ సంబంధము నుండి, $f_s^{max} = \mu_s N$ అయిన వస్తువు జారుట ప్రారంభమగును.

$$\text{లేక } \frac{f_s^{max}}{N} = \mu_s \qquad (3.33)$$

సమీకరణము (3.32) మరియు (3.33) నుండి స్థిర ఘర్షణ గుణకము.

$$\mu_s = \tan\theta \qquad (3.34)$$



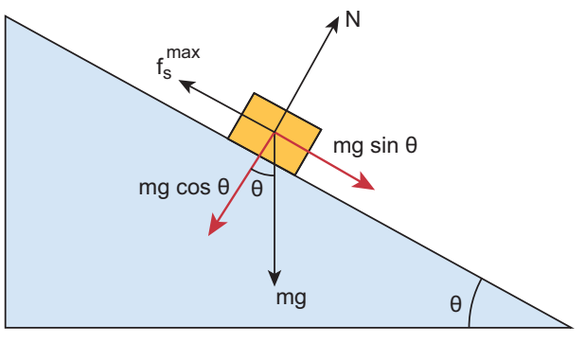
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 141 19-03-2022 20:32:38

**స్థిర ఘర్షణ గుణకము ఘర్షణ కోణ స్పర్శ రేఖకు సమానము**

GBV47

## 3.6.6 విశ్రమ కోణము (వాలు కోణము) (Angle of Repose)

పటము 3.29 లో చూపినట్లు వస్తువు ఒక వాలు తలముపై ఉన్నదనుకొనుము. తలము క్షితిజ సమాంతరంగా ఏర్పరచు కోణము $\theta$ అనుకొనుము. $\theta$ యొక్క భిన్న కోణమునకు వాలు తలములోనున్న వస్తువు కదలదు. $\theta$ యొక్క విలువను కొద్దికొద్దిగా పెంచునపుడు ఒక నిర్ధిష్ట విలువ వద్ద వాలు తలములోనున్న వస్తువు కదులుటకు ప్రారంభించును. ఆ నిర్ధిష్ట కోణమునే విరామ కోణము అందురు. వాలు తలములోనున్న వస్తువు జారుడు కోణం గుండా కదులును. ఆ కోణమే విరామ కోణము అందురు.




**పటము 3.29** విశ్రమ కోణము

వస్తువుపై అనేక బలాలు పనిచేయుచున్నదనుకొనుము. భూమ్యాకర్షణ శక్తి mgను రెండుగా విభజింపవచ్చును. వాలు తలానికి సమాంతరంగా $(mg\sin\theta)$ మరియు తలానికి వ్యతిరేఖంగా లంబంగా పనిచేయు $(mg\cos\theta)$

వాలు తలానికి సమాంతరంగా పనిచేయు $(mg\sin\theta)$ మూలము వస్తువును క్రింది వైపుకు కదలుటకు ప్రారంభమగును.

వాలు తలానికి లంబంగా పనిచేయు $(mg\cos\theta)$ అభిలంబ బలం (N) ను సమతుల్యపరచును.

$$N = mg\cos\theta$$

వస్తువు కదలుటకు ముందు స్థిర ఘర్షణ బలం

$$f_s = f_s^{max} = \mu_s N = \mu_s mg\cos\theta \qquad (3.35)$$

ఈ ఘర్షణ విలువ క్రింది సమీకరణమునకు మధ్య సంబంధము

$$f_s^{max} = mg\sin\theta \qquad (3.36)$$

సమీకరణము (3.35) మరియు (3.36) ను భాగించిన

$$\mu_s = \sin\theta / \cos\theta$$

ఘర్షణ కోణ నిర్వచనము నుండి

$$\tan\theta = \mu_s \qquad (3.37)$$

ఇక్కడ $\theta$ అనునది ఘర్షణ కోణము

కావున విరామ కోణము మరియు ఘర్షణ కోణము ఒకదానికొకటి సమానము. కానీ వీటి మధ్య బేధము ఏమనగా విరామ కోణాన్ని వాలు తలములో మాత్రమే ఉపయోగించవచ్చును. కానీ ఘర్షణ కోణాన్ని ఏ తలములోనైనను ఉపయోగించవచ్చును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 142 19-03-2022 20:32:40

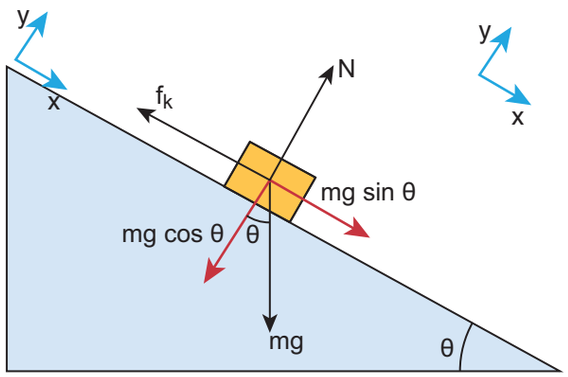
## ఉదాహరణ 3.20

60°కోణముతో ఉన్న వాలుతలముపై $m$ ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు $\frac{g}{2}$ ద్రవ్యరాశితో క్రింది దిశగా జారుచుండిన ఆ వస్తువు యొక్క గతిజ ఘర్షణ గుణకమును కనుగొనుము?

**సాధన:**

వస్తువు వాలుతలములో జారునపుడు గతిజ ఘర్షణ ఏర్పడుచున్నది.

వస్తువుపై తలానికి లంబంగా పనిచేయు అభిలంబ బలము (normal force) క్రింది వైపుకు పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము మరియు తలానికి సమాంతరంగా పనిచేయు గతిజ ఘర్షణ బలము.




x-అక్షము దిశగా

$$mg\sin\theta - f_k = \text{ma}$$

కానీ $a = g/2$

$$mg\sin 60° - f_k = mg/2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\,mg - f_k = mg/2$$

$$f_k = mg\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$f_K = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)mg$$

y- అక్ష దిశలో ఎలాంటి బలము పనిచేయలేదు. కావున అభిలంబ బలము (N) $mg\cos\theta$ అను మూలముచే సమతుల్యం చేయబడుచున్నది.

$$mg\cos\theta = N = mg/2$$

$$f_K = \mu_K N = \mu_K\, mg/2$$

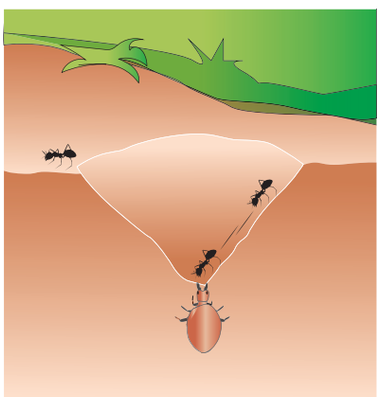
$$\mu_K = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)mg}{\frac{mg}{2}}$$

$$\mu_K = \sqrt{3}-1$$

## 3.6.7 విశ్రమ కోణము యొక్క అనువర్తనములు (Application of Angle of Repose)

1. చీమలను ఆహారంగా భుజించు ఒక రకమైన కీటకము (Antlions) ఇసుకలో చిన్నచిన్న గుంటలను ఏర్పరచియుండును. ఆ గుంటలలో చీమలు జారిపడి తప్పించుకోలేక గుంట అడుగు భాగంలో దాగియున్న కీటకానికి ఆహారమగుచున్నది. గుంటలు యొక్క వాలు కోణము విరామ కోణానికి సమానంగా ఉండే విధంగా ఏర్పరచబడి యుండడాన్ని పటము 3.30 లో చూడవచ్చును.





**పటము 3.30** గండు చీమల ఇసుక త్రోవ



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 143 19-03-2022 20:32:43

2. పిల్లలు ఉత్సాహంగా ఆడుకొను జారుడు బండి (slidingboard) పటము 3.31 లో చూపబడినది. జారుడు బండి యొక్క వాలు కోణము దాని జారెడు విరామ కోణము అధికంగా ఉన్నప్పుడు ఆడుకొనుట సులభమగును. అదే సమయంలో జారుడు కోణము అత్యంత అధికముగా ఉన్న జారి ఆటలాడు పిల్లలు అమిత వేగంతో నేలపై చేరును. ఇది పిల్లలకు నొప్పి ఏర్పరచును.

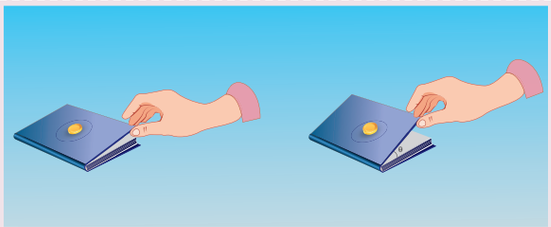


**పటము 3.31** జారుడు బండి

### కార్యాచరణ (లేదా) కృత్యము

**ఘర్షణ గుణకాన్ని కొలుచుట (Measuring the coefficients of friction)**

ధృడమైన అట్టతో చేయబడిన పుస్తకమును తీసుకొనుము. ఒక నాణెమును అట్టపై ఉంచి పటములో చూపినట్లు పుస్తకపు అట్ట యొక్క వాలు కోణాన్ని కొద్దికొద్దిగా పెంచండి. వాలు కోణము విరామ కోణాన్ని సమంగా చేరినపుడు పుస్తక తలము యొక్క బాహ్యకోణము ($mg \sin \theta$) యొక్క సమాంతర మూలకము ఘర్షణ బలానికి సమానమగును. కావున నాణెము జారుటకు ప్రారంభమగును. వాలు కోణాన్ని కొలిచి ఆకారము యొక్క (tangent) గుణకాన్ని తీసుకొనుము. ఇది తలానికి మరియు నాణెమునకు మధ్య స్థిర ఘర్షణ గుణకాన్ని ఇచ్చును. అదే విధానాన్ని రబ్బరు (eraser) వంటి ఇతర వస్తువులతో స్థిర ఘర్షణ గుణకము వేరువేరుగా ఉండును.



**గమనిక**

జారుడు బిందువు $\tan\theta_s = \mu_s$ గతిజ ఘర్షణ గుణకాన్ని లెక్కించుటకు నాణెము జారనారంభమయిన పిదప వాలును తగ్గించవలెను. ఇక్కడ / నాణెము / రబ్బరు ఏకరీతి కోణముతో కదులును. ఇప్పుడు గతిజ ఘర్షణ గుణకము నుండి కోణమును లెక్కించుము.

$$\mu_K = \tan\theta_k$$

గమనించదగినది $\theta_K < \theta_S$

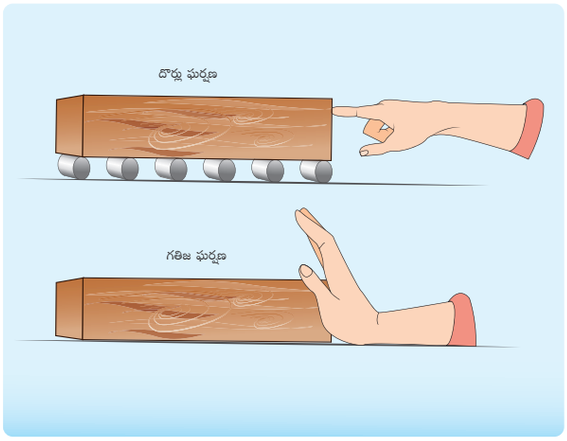
## 3.6.8 దొర్లెడు ఘర్షణ (Rolling Friction)

మానవ నాగరికతాభివృద్ధిలో చక్రము కనుగొనబడడం ప్రముఖ పాత్ర వహించినది. సూట్కేసుల అడుగు భాగంలో చక్రాలను అమర్చి వాటిని మోయడానికి బదులుగా సులభంగా లాగడాన్ని చూచియున్నాము. తలముపై ఒక వస్తువు కదులుచున్న యెడల అది ప్రాథమికంగా ఆ తలముపై జారుచుండును. కాని ఇక్కడ చక్రములు దొర్లడం వలన వస్తువు కదులుచున్నది. చక్రము తిరుగునపుడు చక్రము యొక్క ఏ బిందువు తలమును తాకుచున్నదో ఆ బిందువు ఎల్లప్పుడూ విరామంలో ఉండును. చక్రానికి తలానికి మధ్య ఎలాంటి సాపేక్ష చలనము లేదు. అదే విధంగా వస్తువు చక్రాలు లేకుండా తలముపై కదులునపుడు అక్కడ సాపేక్ష చలనము ఏర్పడుచున్నది. దీని ఫలితంగా అధిక ఘర్షణ బలం ఏర్పడుచున్నది. పటము 3.32 దొర్లుడు



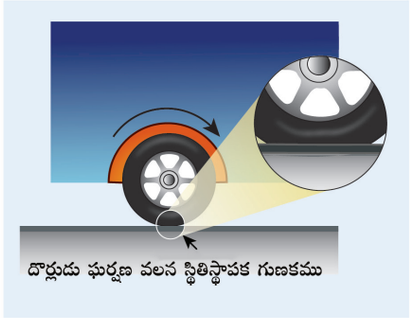
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 144 19-03-2022 20:32:43

ఘర్షణకు మరియు చలన ఘర్షణకు మధ్య భేదాన్ని చూపుచున్నది.




**పటము 3.32** దొర్లెడి మరియు గతిజ ఘర్షణ

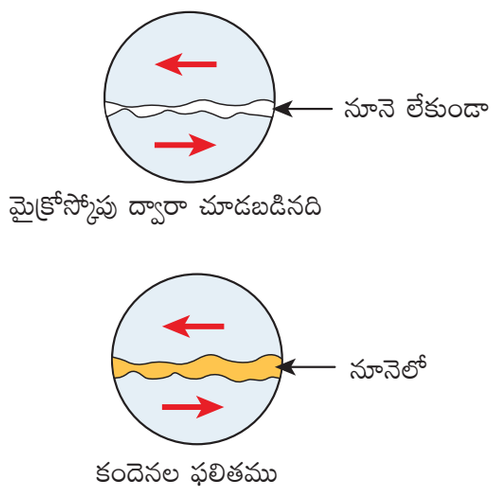
అరుదైన సమయాలలో మాత్రమే దొర్లుడు ఘర్షణ తలాన్ని తాకు బిందువు విరామలో ఉండును. కానీ నిజానికి అలా ఉండుట లేదు. వస్తువు యొక్క సాగెడు గుణం కారణంగా తలాన్ని తాకు బిందువు తలానికి నొక్కబడి అతి తక్కువ ఘర్షణను పొందుచున్నది. ఇది పటము 3.33 ద్వారా చూపబడినది. కావున వాహన చక్రానికి రహదారి తలానికి మధ్య ఘర్షణ బలం ఏర్పడుచున్నది. ఈ ఘర్షణ గతిజ ఘర్షణ కన్ననూ అతి తక్కువగా ఉండును.




**పటము 3.33** దొర్లెడు ఘర్షణ

## 3.6.9 ఘర్షణను తగ్గించు పద్ధతులు (Methods to Reduce Friction)

ఘర్షణ బలము మంచి మరియు చెడు, రెండింటి ఫలితాలు ఇచ్చును. కొన్ని సమయములలో ఘర్షణ అత్యంత అవశ్యమగును. ఘర్షణ కారణముగనే మనము నడవ గలుగుచున్నాము. వాహనముల చక్రములకు రహదారి తలానికి మధ్య ఏర్పడు ఘర్షణ బలమే వాహనాలు ముందుకు వెళ్ళుటకు కారణము. వాహనముల బ్రేకు వ్యవస్థ (braking system) లో గతిజ ఘర్షణ ముఖ్యపాత్ర వహించుచున్నది. మనము ముందుగానే చదివిన విధంగా రెండు తలాల మధ్య సాపేక్ష చలనము ఏర్పడునపుడు ఘర్షణ బలము ఏర్పడుచున్నది. కర్మాగారాలలో ఉపయోగించు పెద్ద పెద్ద యంత్రాలలో వేర్వేరు భాగాల మధ్య ఏర్పడు సాపేక్ష చలనము అధిక ఉష్ణాన్ని పెంచి యంత్రము యొక్క పనితీరును తగ్గించుచున్నది. యంత్రాలలో గతిజ ఘర్షణను తగ్గించడానికి కందెనలు (lubricants) ను ఉపయోగిస్తారు. ఇది పటము 3.34 ద్వారా చూపబడినది.



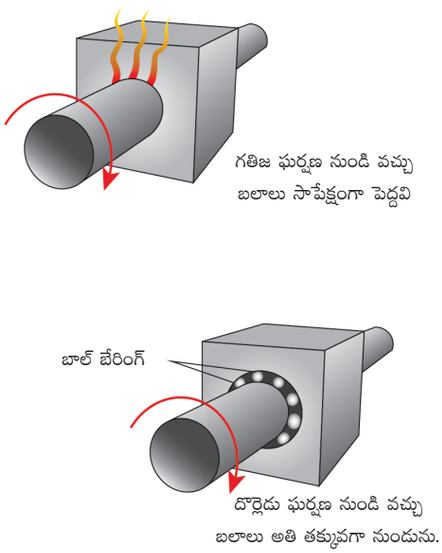

**పటము 3.34** కందెనలు ఉపయోగించి గతిజ ఘర్షణలు తగ్గించుట

బాల్ బేరింగ్స్ (Ball bearings) యంత్రాలలో గతిజ ఘర్షణను తగ్గించుటకు ఉపయోగపడుచున్నది. (పటము 3.35). ఒక వేళ రెండు తలాల మధ్య ఉంచిన, సాపేక్ష చలన సమయంలో గతిజ ఘర్షణ తగ్గి ఘర్షణ పెరుగుచున్నది. మనము ముందుగానే చదివిన విధంగా చలన ఘర్షణ గతిజ ఘర్షణ



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 145 19-03-2022 20:32:44

కన్ననూ తక్కువగా ఉండును. కావున యంత్రాలు రక్షించబడి అధిక కాలము మన్నికైనవిగా ఉండును.



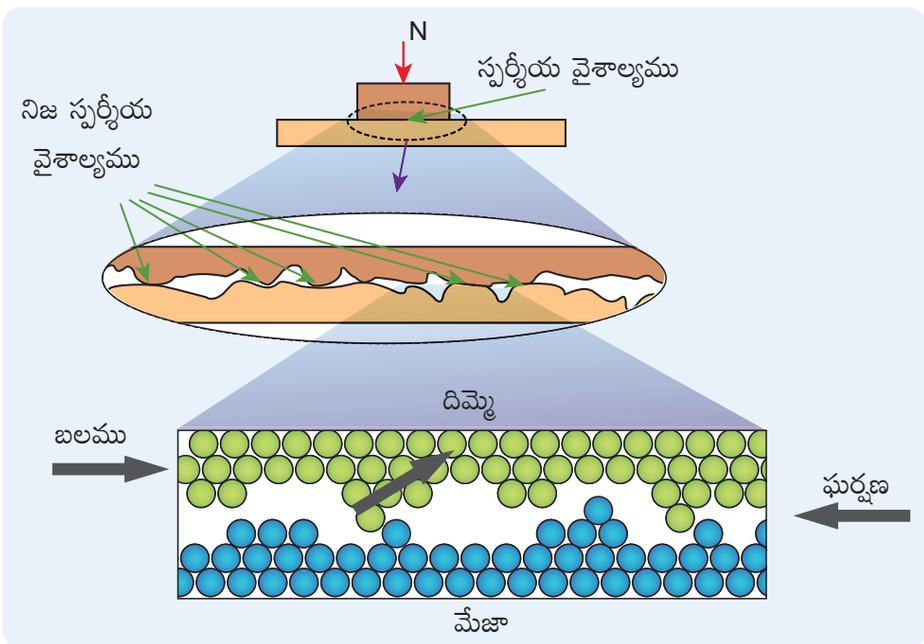

**పటము 3.35** బాల్ బేరింగ్‌ను ఉపయోగించి గతిజ ఘర్షణ తగ్గించుట:

న్యూటన్ మరియు గెలీలియో కాలంలో ఘర్షణ బలము కూడా ప్రకృతి స్థిర బలాలు (natural force) (భూమ్యాకర్షణ బలం లాగా) గానే పరిగణించబడినది. కానీ 20 వ శతాబ్దములో అణువు, ఎలక్ట్రాను మరియు ప్రోటాను లను గూర్చిన అవగాహనపై అభిప్రాయమును మార్చినది. ఘర్షణ బలము రెండు తలములలోని అణువుల మధ్య గల విద్యుదయస్కాంత బలమే అగును. పూర్తిగా సున్నితమైన తలముపైననూ సూక్ష్మ స్థాయిలో (microscopic level) హెచ్చు తగ్గులను గుర్తించవచ్చును. ఇది పటము 3.36 వివరించుచున్నది.

**ఆలోచింపవలసిన విషయములు**

**నీళ్ళు చిందిన టైల్స్ నేలపై నడిచినప్పుడు మీరు జారిపోయే అవకాశం ఉంది. ఎందులకు?**





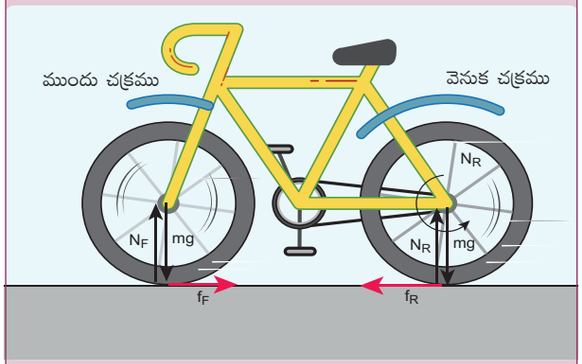

**పటము 3.36** సూక్ష్మదర్శక స్థాయి వద్ద తలముపైన హెచ్చుతగ్గులు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 146 19-03-2022 20:32:45

### సైకిల్ చలనములో ఘర్షణ బలము (Frictional force in the motion of a bicycle)

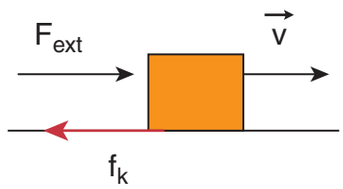
ఒక సైకిలు ముందుకు చలించునపుడు ముందు చక్రము మరియు వెనుక చక్రముల యొక్క ఘర్షణ బల దిశను కనుగొనుము.




మనము సైకిల్‌ను త్రొక్కునపుడు తలాన్ని వెనుకకు నెట్టుచున్నాము మరియు ముందు చక్రము యొక్క సంబంధ బలము వెనుకకు పనిచేయును. కావున ఘర్షణ బలము వెనుక చక్రాన్ని ముందుకు నెట్టుచున్నది. కానీ ముందు చక్రము ధృడ అక్షము సహాయముతో వెనుక చక్రానికి కలుపబడియుండును. కావున ముందు దిశగా పనిచేయు వెనుక చక్రము ముందు చక్రాన్ని ముందు దిశగా కదుల్చును. కావున ఘర్షణ బలము వెనుకకు పనిచేయును. రెండు చక్రాలలో పనిచేయునది స్థిర ఘర్షణ బలమే కాని గతిజ ఘర్షణ బలము కాదన్న విషయాన్ని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకొనవలెను. చక్రాలు జారునపుడు మాత్రమే గతిజ ఘర్షణ బలము పనిచేయుచున్నది. స్థిర ఘర్షణతో పాటు దొర్లుడు ఘర్షణ చేరుట వలన చక్రములు వెనుక దిశలో దొర్లుచున్నవి.

### ఉదాహరణ 3.21

ఒక వస్తువు క్షితిజ సమాంతర తలముపై స్థిర వేగముతో కదులుచున్నట్లు భావించుము. ఆ వస్తువుపై బాహ్య బలము పనిచేసి స్థిర వేగంతో కదులుచునే ఉన్నట్లు చేసిన, ఆ వస్తువుపై పనిచేయు స్థిర బలాన్ని తెలుపండి?




**సాధన:**

ఒక వస్తువు స్థిర వేగంతో ప్రయాణించుచున్న యెడల ఆ వస్తువు యొక్క వేగవృద్ధి సున్న అగును. న్యూటన్ రెండవ నియమము ప్రకారము ఆ వస్తువుపై ఎలాంటి స్థిర బలము పనిచేయుట లేదు. బాహ్య బలము గతిజ ఘర్షణచే సమతుల్యం చేయబడుచున్నది.

**గమనిక**

ఇక్కడ వస్తువుపై ఎలాంటి బలము పనిచేయుట లేదని నిర్ణయించరాదు. నిజానికి వస్తువుపై రెండు బలాలు పనిచేయుచున్నవి. అవి రెండు ఒకదానితోనొకటి సమతుల్యం చేయబడడం వలన వస్తువుపై పనిచేయు స్థిర బలము సున్న.

## 3.7 వృత్తాకార చలనము యొక్క గతి శాస్త్రము (DYNAMICS OF CIRCULAR MOTION)

ముందు భాగములో న్యూటన్ నియమాలను ఉపయోగించి వస్తువు యొక్క రేఖీయ చలనము (రేఖీయ చలనము) (linear motion) ను విశ్లేషించుటను గూర్చి చదివియున్నాము. ఇప్పుడు న్యూటన్ నియమాలను వృత్తాకార చలనములకు ఉపయోగించుట ఎలా అని తెలుసుకొనుట అవస్యము. వృత్తాకార చలనము మన నిత్య జీవితంలో గమనించే సాధారణ చలన రకాలకు చెందినదియే. ఒక కణముపై బాహ్య బలము పనిచేసినను లేక పనిచేయకున్నను అది సరేఖీయ చలనములోనే ఉండును. కానీ వృత్తాకార చలనానికి బలము అవస్యము. వృత్తాకార చలనానికి న్యూటన్ మొదటి నియమము వర్తించదు. మరో విధంగా చెప్పాలంటే బలము లేకుండా ప్రకృతిలో వృత్తాకార చలనము అసాధ్యము. ఈ బలము వస్తువు యొక్క దిశావేగాన్ని మూడు విధాలుగా మార్చుచున్నది.

1. దిశా వేగ దిశను మార్చకుండానే వేగ పరిమాణము మార్చదగును. ఈ దశలో కణము వేగవృద్ధితో ఒకే దిశలో చలించుచుండును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 147 19-03-2022 20:32:45

**ఉదాహరణలు**

కణము నిటారుగా క్రిందికి పడటం, రహదారిపై వేగవృద్ధితో ప్రయాణించు ద్విచక్ర వాహనము.

2. దిశా వేగ పరిమాణాన్ని మార్చకుండా దాని దిశను మాత్రము మార్చుట. ఈ చలనాన్ని సమ వృత్తాకార చలనము (uniform circular motion') గా పిలువబడుచున్నది.
3. దిశావేగ పరిమాణము (వేగము) మరియు దిశలో మార్పు ఏర్పడిన అది వృత్తాకారము కాని చలనము (non circular motion) ఏర్పడును. ఉదాహరణకు ఊయల ఊగడము, లోలకము, దీర్ఘ వృత్తాకార కక్ష్యలో సూర్యున్ని చుట్టివచ్చు గ్రహములు.

ఈ క్రింది భాగములో సమచలనము (uniform motion) మరియు అసమ చలనాన్ని (non-uniform motion) గూర్చి నేర్చుకొనెదము.

## 3.7.1 అభికేంద్ర బలము (Centripetal force)

ఒక కోణము సమ వృత్తాకార చలనములో ఉండిన అక్కడ అభికేంద్ర వేగవృద్ధి వృత్త కేంద్రము వైపు పనిచేయుచుండును. జడత్వ చట్రము ప్రకారము వేగవృద్ధి ఉన్నట్లయితే అక్కడ ఖచ్చితంగా ఒక బలము పనిచేయుచుండును. ఈ బలాన్నే అభికేంద్ర బలము అందురు.

అధ్యాయము 2 లో చదివినట్లు వస్తువు యొక్క వృత్తాకార చలనములో అభికేంద్ర వేగవృద్ధి $a=\frac{v^2}{r}$ అగును. మరియు ఇది వృత్త కేంద్రము వైపుకు పనిచేయును. న్యూటన్ రెండవ నియమము ప్రకారము అభికేంద్ర బలము

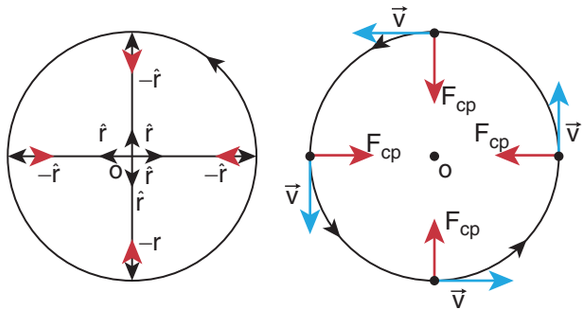
$$F_{cp}=m a_{cp}=\frac{mv^2}{r}$$

అభికేంద్ర బలము అనునది కేంద్రము బలమును పొందుటయే

సదిశా సూచిక ప్రకారము $\vec{F}_{cp}=-\frac{mv^2}{r}\hat{r}$

సమ వృత్తాకార చలనము $\vec{F}_{cp}=-m\omega^2 r\,\hat{r}$

పటము 3.38 లో చూపినట్లు $-\hat{r}$ యొక్క దిశ వృత్త కేంద్రము దిశగా ఉండును. మరియు ఇది అభికేంద్ర బల దిశను సూచించును.




**పటము 3.38** అభికేంద్ర బలం

అభికేంద్ర బలము మిగిలిన బలాలైన భూమ్యాకర్షణ బలము మరియు స్ప్రింగు బలము వలె ప్రకృతి బలము కాదు. ఇది కేంద్రము వైపుకు పనిచేయు బలము. భూమ్యాకర్షణ శక్తి లాగు బలము ఘర్షణ బలము, కూలుంబ్ బలము వలె ఏదేని బలమే అభికేంద్ర బలము వలె పనిచేయుచున్నది.

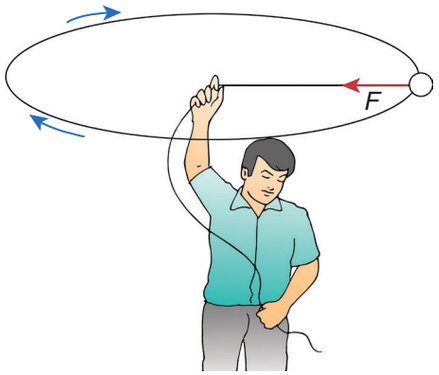
1. తేలికైన దారం యొక్క మొనకు రాయిని కట్టి గిరగిరా త్రిప్పునపుడు ఆ తీగపై ఏర్పడు తన్యతా బలం అభికేంద్ర బలాన్ని ఏర్పరచుచున్నది. ఉద్యానవనంలో ఉండు రంగుల రాట్నం యొక్క చలనములో రాట్నాన్ని మోసే ఇనుప కడ్డీల తన్యత అభికేంద్ర బలము అగును.
2. భూమి చుట్టూ పరిభ్రమించు ఉపగ్రహ చలనములో భూమి ఏర్పరచు భూమ్యాకర్షణ బలమే అభికేంద్రక బలము అగును. ఉపగ్రహ చలనాన్ని న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించిన

$$F=\text{భూమ్యాకర్షణ శక్తి}=\frac{mv^2}{r}$$

ఇక్కడ $r$- అనునది భూకేంద్రము నుండి ఉపగ్రహమునకున్న దూరము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 148 19-03-2022 20:32:46

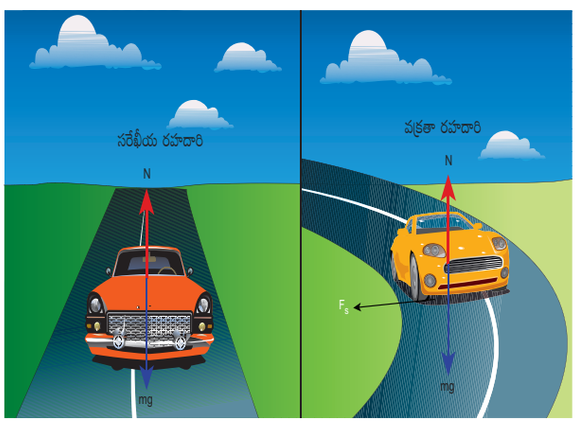





**పటము 3.39** వస్తువులను గిరగిర త్రిప్పడం

m-ఉపగ్రహ ద్రవ్యరాశి
v-ఉపగ్రహ వేగము

3. ఒక కారు వృత్తాకారంగా ప్రయాణించునపుడు కారు చక్రానికి మరియు రహదారికి మధ్య ఏర్పడు ఘర్షణ బలము కారణంగా అభికేంద్ర బలము ఏర్పడుచున్నది.



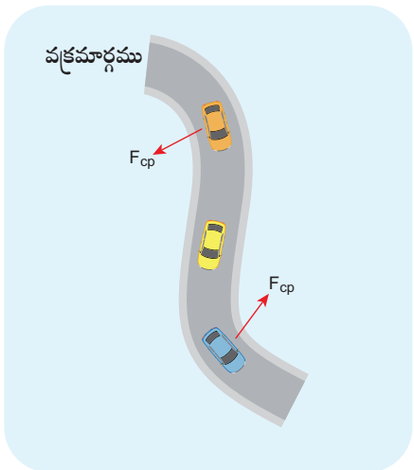

**పటము 3.40** వృత్తాకార ట్రాక్ పై కారు

ఈ దశలో న్యూటన్ రెండవ నియమము

$$\text{ఘర్షణ బలము} = \frac{mv^2}{r}$$

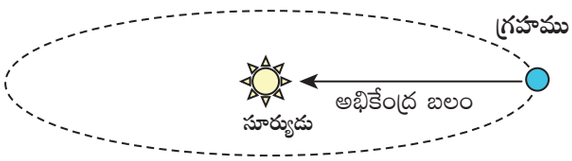
m-కారు యొక్క ద్రవ్యరాశి
v-కారు యొక్క వేగము
r-దారి మలుపు యొక్క వ్యాసార్ధము

మలుపు దారులగుండా కారు ప్రయాణించునపుడు కూడా రహదారి తలానికి మరియు కారు చక్రానికి మధ్య గల ఘర్షణ బలము వలన అభికేంద్ర బలాన్ని పొందుచున్నది. ఇది పటము 3.41 ద్వారా చూపబడినది.




**పటము 3.41** రోడ్డుకు మరియు టైర్‌కు మధ్య ఘర్షణ బలం వలన అభికేంద్ర బలం

4. గ్రహములు సూర్యుని చుట్టూ కక్ష్యలో తిరుగునపుడు సూర్యుని కేంద్రము దిశగా అభికేంద్ర బల అనుభూతిని పొందుచున్నవి. ఇక్కడ సూర్యుని గురుత్వాకర్షణ బలము గ్రహాలపై అభికేంద్ర బలముగా పనిచేయుచున్నది పటము 3.42 లో చూపినట్లు గ్రహము




**పటము 3.42** సూర్యుని గురుత్వం వలన గ్రహ కక్ష్యలపై అభికేంద్ర బలం



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 149 19-03-2022 20:32:49

న్యూటన్ రెండవ నియమము ప్రకారము

గ్రహాలపై సూర్యుని గురుత్వాకర్షణ బలము $= \dfrac{mv^2}{r}$

## ఉదాహరణ 3.22

0.25 kg ద్రవ్యరాశి గల రాయి తీగకు కట్టబడిన దాని సమ వృత్తాకార చలనము $2\,\text{m s}^{-1}$ వ్యాసార్ధము 3 m అయిన ఆ రాయిపై పనిచేయు తన్యతా బల పరిమాణము ఎంత?

**సాధన:** $F_{cp} = \dfrac{mv^2}{r}$

$$F_{cp} = \frac{\frac{1}{4}\times(2)^2}{3} = 0.333 \text{ N.}$$

## ఉదాహరణ 3.23

చంద్రుడు వృత్తాకార కక్షలో భూమిని చుట్టివచ్చుటకు పట్టు కాలము 27.3 రోజులు. అయిన చంద్రుడు పొందు అభికేంద్ర త్వరణమును లెక్కింపుము? (భూ వ్యాసార్ధము $6.4 \times 10^6$ m)

**సాధన:**

అభికేంద్ర త్వరణము $a = \dfrac{v^2}{r}$ ఈ సమీకరణము చంద్రుని వేగానికి సంబంధించినది.

$$\omega^2 R_m = a_m$$

$a_m$ అనునది భూమ్యాకర్షణ వలన చంద్రుని యొక్క అభికేంద్ర త్వరణమగును.

$\omega$ అనునది కోణీయ వేగము

$R_m$ అనునది భూమికి చంద్రునికి మధ్య దూరము. ఇది భూ వ్యాసార్ధము కన్నా 60 రెట్లు అధికము.

$$R_m = 60R = 60 \times 6.4 \times 10^6 = 384 \times 10^6\, m$$

కోణీయ వేగము $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ మరియు T = 27.3 రోజులు $= 27.3 \times 24 \times 60 \times 60$ సెకను

$= 2.358 \times 10^6$ సెకను

పై విలువలను సమీకరణములో ప్రతిక్షేపించగా

వేగవృద్ధి $a_m = \dfrac{\left(4\pi^2\right)\left(384\times10^6\right)}{\left(2.358\times10^6\right)^2} = 0.00272 \text{ m s}^{-2}$

భూమి వైపుగా చంద్రుని యొక్క అభికేంద్ర త్వరణము $0.00272 \text{ m s}^{-2}$

**గమనిక** ఈ గణనము న్యూటన్‌చే గణించబడినది. అధ్యాయము 6 లో దీనిని ఉపయోగించెదము.

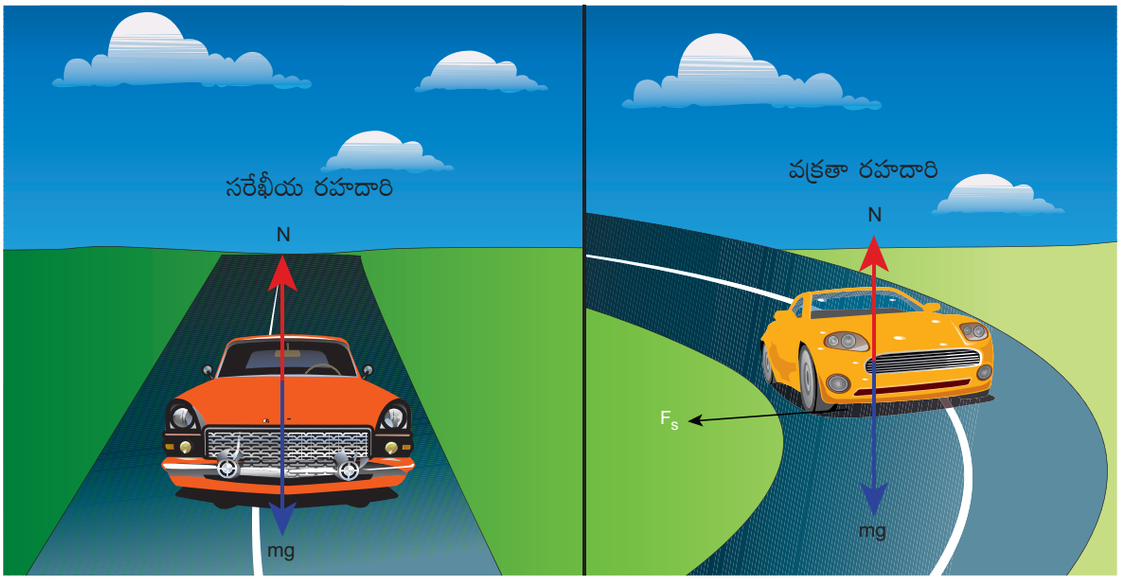
### 3.7.2 సమ వృత్తాకార రోడ్డుపై పయనించు వాహనము (Vehicle on a leveled circular road)

వాహనము మలుపు దారులలో ప్రయాణించునపుడు ఆ వాహనము పై అభికేంద్ర బలము పనిచేయుచున్నది. వాహన చక్రము మరియు దారి తలముకు మధ్య ఏర్పడు ఘర్షణ బలము కారణంగా అభికేంద్ర బలము ఏర్పడుచున్నది. 'm' ద్రవ్యరాశి గల వాహనము 'r' వ్యాసార్ధము గల వృత్తాకార కక్ష్యలో 'v' వేగముతో పయణించుచుండిన ఆ వాహనముపై మూడు బలాలు పనిచేయుచుండును. అవి పటము 3.43 ద్వారా చూపబడినది.

1. క్రింది వైపుకు పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము (mg)
2. నిటారుగా పనిచేయు అభిలంబ బలము (N)
3. దారి సమతలముపై లోనికి పనిచేయు ఘర్షణ బలము ($F_s$)



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 150 19-03-2022 20:32:51




**పటము 3.43** సమవృత్తాకార రోడ్డుపై వాహనము మీద పనిచేయు బలాలు.

ఒక వేళ దారి సమాంతరముగా ఉండిన భూమ్యాకర్షణ బలము మరియు అభిలంబ బలము సమానంగాను మరియు వ్యతిరేఖంగాను ఉండును. అభికేంద్ర బలము చక్రమునకు మరియు దారి తలమునకు మధ్య పనిచేయు స్థిర ఘర్షణ బలముచే ఏర్పడి వృత్తాకార మార్గ కేంద్రము వైపుకు పనిచేయును.

$$\frac{mv^2}{r} = F_s$$

మనము ముందు విభాగములో నేర్చుకొనినట్లు స్థిర ఘర్షణ బలము సున్న నుండి గరిష్ఠ విలువ వరకు పెరుగును.

$$F_s \leq \mu_s mg.$$

ఇక్కడ రెండు నిబంధనలు సాధ్యమగును

a) అయిన $\frac{mv^2}{r} \leq \mu_s mg$, లేక $\mu_s \geq \frac{v^2}{rg}$ లేక $\sqrt{\mu_s rg} \geq v$ (సురక్షిత మలుపు)

దారిపై వాహనము మలుపు తిరుగుటకు కావలసిన అభికేంద్ర బలానికి స్థిర ఘర్షణ ఇచ్చుచున్నది. చక్రమునకు మరియు దారి తలముకు మధ్య గల స్థిర ఘర్షణ గుణకము కారు సురక్షితంగా మలుపు తిరగడానికి కావలసిన గరిష్ఠ బలాన్నిచ్చుచున్నది.

b) అయిన $\frac{mv^2}{r} > \mu_s mg$, లేక $\mu_s < \frac{v^2}{rg}$ (జారును)

కావలసిన అభికేంద్ర బలాన్ని స్థిర ఘర్షణ ఏర్పరచలేక పోయినచో వాహనము జారును.

## ఉదాహరణ 3.24

10 m వ్యాసార్ధము 0.81 స్థిర ఘర్షణ గుణకము గల సమవృత్తాకార దారి ఉన్నట్లు అనుకొనుము. మూడు కార్లు (A, B మరియు C) వరుసగా $7\ m\ s^{-1}, 8\ m\ s^{-1}$ మరియు $10\ ms^{-1}$ వేగముతో ప్రయాణించుచున్నది. అయిన ఏ కారు సమవృత్తాకార రోడ్డుపై జారును? ($g = 10\ m\ s^{-2}$)

**సాధన:**

సురక్షితంగా మలుపు తిరుగు స్థితిలో కారు యొక్క వేగము ($v$) అనునది $\sqrt{\mu_s rg}$ కు తక్కువగానో లేక సమముగానో ఉండవలెను.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 151 19-03-2022 20:32:53

$$v \le \sqrt{\mu_s rg}$$

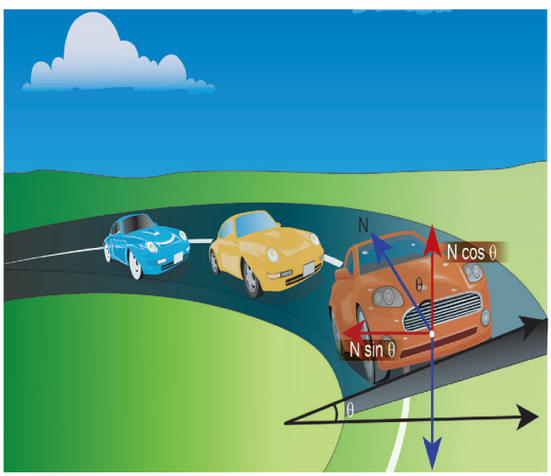
$$\sqrt{\mu_s rg} = \sqrt{0.81 \times 10 \times 10} = 9 m s^{-1}$$

కారు C యొక్క వేగము (V) $\sqrt{\mu_s rg}$ కన్ననూ అధికము.

కారు A మరియు B సురక్షితంగా మలుపు తిరుగును. కానీ కారు C యొక్క వేగము $\sqrt{\mu_s rg}$ అధికముగా ఉన్నందున అది జారును.

## 3.7.3 గట్టు కట్టుట (Banking of Tracks)

సమవృత్తాకార రోడ్డు యందు వాహనము జారుట స్థిర ఘర్షణ గుణకమైన $\mu_s$ పై ఆధారపడియున్నది. ఈ స్థిర ఘర్షణ గుణకము తలము యొక్క స్థితిని బట్టి అమరియుండును. దీనిని నివారించుటకు మలుపులలో దారి లోపలి వైపుతో పోల్చిన వెలుపల వైపు ఎత్తుగా ఉండును. ఇది పటము 3.44 ద్వారా చూపబడినది. ఇది రోడ్డుకు గట్టు కట్టుట (banking of roads or tracks) అని పిలువబడుచున్నది. వంపు తలము ఏర్పరచు కోణమును గట్టు కోణము (banking angle) అందురు.




**పటము 3.44** రోడ్డు యొక్క బాహ్య కొనను కొంచెము అధికరించినప్పుడు జారడం ఆపును

రోడ్డు తలము $\theta$ కోణముతో క్షితిజ సమాంతర తలాన్ని ఏర్పరచుచున్నట్లు భావించుము. ఇప్పుడు అభిలంబ బలము కూడా నిలువుగా $\theta$ కోణమును ఏర్పరచుచున్నది. కారు మలుపు తిరుగునపుడు దానిపై రెండు బలాలు పనిచేయుచుండును.

a) క్రింది వైపుకు పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము mg

b) తలానికి లంబంగా పనిచేయు అభిలంబ బలము N

అభిలంబ బలాన్ని రెండు మూలకాలుగా విభజించవచ్చును. అవి పటము 3.46 లో చూపినట్లు $N\cos\theta$ మరియు $N\sin\theta$ అగును. $N\cos\theta$ మూలకము భూమ్యాకర్షణ 'mg' బలాన్ని సమతుల్యం చేయగా $N\sin\theta$ కావలసిన అభికేంద్ర బలాన్ని ఇచ్చుచున్నది. న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించి

$$N\cos\theta = mg$$

$$N\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

సమీకరణములను భాగించగా మనకు లభించునది

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

ఏటవాలు కోణము $\theta$ మరియు రోడ్డు మలుపు యొక్క వ్యాసార్ధము కారు సురక్షితంగా మలుపు తిరుగుటకు కావలసిన వేగాన్ని నిర్దేశించుచున్నది. ఏటవాలుగా అమరియుండుట వలన కారు గరిష్ట వేగముతో వెళ్ళినప్పటికీ జారడం నుండి కాపాడుటకు కావలసిన అదనపు అభికేంద్ర బలాన్ని ఇచ్చుచున్నది. అదే సమయంలో కారు యొక్క వేగము తగ్గించబడి ఘర్షణ బలము పెరిగి అభికేంద్ర బలాన్ని తగ్గించి లోవైపుకు జారడాన్ని నిరోధించుచున్నది. ఒక వేళ కారు యొక్క ప్రయాణ వేగము అత్యధికముగానున్న, కారు జారడం నుండి ఘర్షణ బలము నివారించజాలదు.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 152 19-03-2022 20:32:55

## ఉదాహరణ 3.25

20 m వ్యాసార్ధము గల వృత్తాకార దారి $15^0$ కోణముతో ఏటవాలుగానున్నది. అయిన ఎంత వేగముతో ప్రయాణించిన కారు సురక్షితముగ మలుపు తిరుగవచ్చును?

**సాధన:**

$$v = \sqrt{(rg\tan\theta)} = \sqrt{20\times 9.8\times \tan 15^\circ}$$

$$= \sqrt{20\times 9.8\times 0.26} = 7.1 \text{ m s}^{-1}$$

ఈ రోడ్డు యందు కారు యొక్క సురక్షిత ప్రయాణ వేగము $7.1 \text{ m s}^{-1}$

## 3.7.4 అపకేంద్ర బలము (Centrifugal Force)

వృత్తాకార చలనము రెండు వివిధ చట్రములచే విశ్లేషించబడుచున్నది. ఒకటి జడత్వ చట్రము (ఇది విరామలో లేక సమచలనంలో ఉండవచ్చును) ఇవి న్యూటన్ నియమాలకు అనుగుణంగా ఉండును. మరొకటి భ్రమణ నిర్దేశిత చట్రము (rotating frame of reference) ఇది త్వరణము కలిగిన జడత్వము కాని చట్రము. ఈ రెండు చట్రములను ఉపయోగించి వృత్తాకార చలనమును విశ్లేషించిన వైవిధ్య ఫలితమును పొందెదము. భ్రమణ సూచికా చట్రము నందు న్యూటన్ మొదటి మరియు రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించవలెనన్న, మనకు మిథ్యా (pseudo) బలముగా పిలువబడు అపకేంద్ర బలము అవశ్యము. భ్రమణ చట్రములో గల వస్తువుపై ఈ అపకేంద్ర బలము పనిచేయును. అపకేంద్ర బలాన్ని అవగాహన చేసుకొనుటకు కొన్ని దశలు, వివరణలు క్రిందివ్వబడినవి.

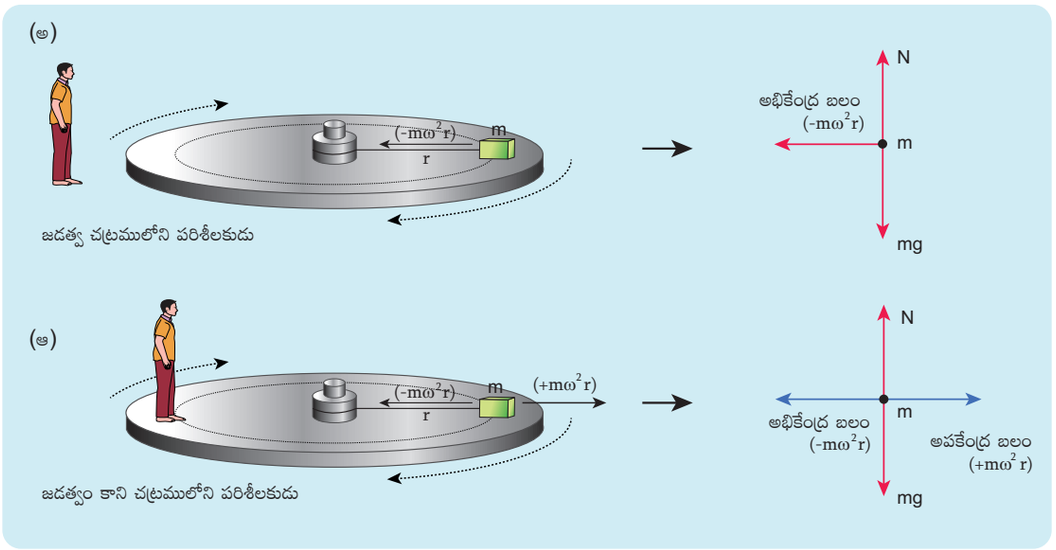
సుడి లేక అగాధ చలనము (whirling motion) లో ఒక రాయి తేలికపాటి తీగకు కట్టబడియున్నదనుకొనుము. జడత్వ చట్రములో రాయి యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగము $\omega$ (విరామలో). $\omega$ కోణీయ వేగముల రాయితే పాటు భ్రమణంలోనున్న మరొక చట్రము నుండి రాయిని చూచునపుడు ఆ రాయి విరామలో ఉన్నట్లు కనబడును. భ్రమణ చట్రమును బట్టి, కేంద్ర బిందువు గుండా పనిచేయు అభికేంద్ర బలము $-m\omega^2 r$ తో దానికి సమాన వ్యతిరేఖ దిశలో వెలుపలకు పనిచేయు $+m\omega^2 r$ అను బలము రాయిపై పనిచేయుచున్నది. కావున భ్రమణ చలనంలో ఉన్న చట్రమా ఆధారంగా రాయిపై పనిచేయు మొత్తం బలము సున్న అగును. $(-m\omega^2 r + m\omega^2 r = 0)$ ఇక్కడ వెలుపలకు పనిచేయు $+m\omega^2 r$ అను బలానికి అపకేంద్ర బలము అని పేరు. అపకేంద్రము యొక్క అర్థము కేంద్రము నుండి వెలుపలకు వెళ్ళుట అగును. భ్రమణ చట్రములో గల కణము యొక్క చలనాన్ని విశ్లేషించినపుడు దానిపై అపకేంద్ర బలము పనిచేయుచుండును. ఈ అపకేంద్ర బలము రాయి కట్టబడియున్న తేలికైన తీగపై కలుగు తన్యత వలన ఏర్పడుచున్నది. మిథ్యా బలానికి (Pseudo Force) మూలస్థానము లేదు. భ్రమణ చట్రములో వృత్తాకార చలన సమస్యలను పరిష్కరించబడి కణము యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రమును గీయునపుడు అపకేంద్ర బలమును గూడా సూచించవలెను. ఇది పటము 3.45 ద్వారా చూపబడినది.

## 3.7.5 అపకేంద్ర బల ఫలితములు (Effects of Centrifugal Force)

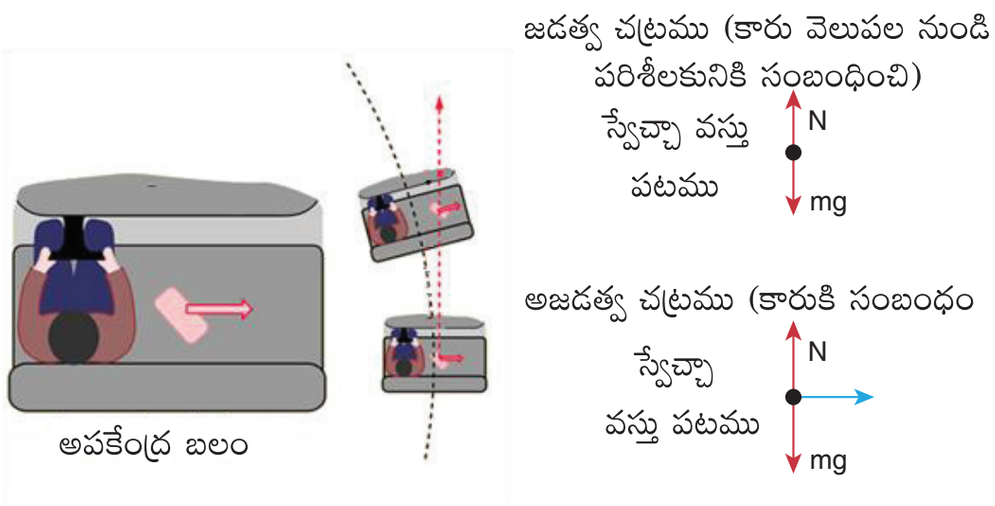
అపకేంద్ర బలము ఒక మిథ్యా బలము అయినప్పటికీ దాని ఫలితము నిజము. కారు మలుపులో తిరుగునపుడు కారులో కూర్చొనియున్నవారు ఒక బాహ్యబలాన్ని అనుభూతి చెందుచున్నారు. ఆ బలము వారిని వెలుపలికి నెట్టును. ఆ బాహ్య బలమును అపకేంద్ర బలము అందురు. వ్యక్తికి సీటుకు మధ్య తగినంత ఘర్షణ బలం ఉన్నప్పుడు ఆ బలం వ్యక్తి వెలుపలకి నెట్టబడడం నుండి నివారించుచున్నది. సరేఖీయ మార్గంలో పయణించు కారు ఉన్నట్టుండి మలుపు తిరుగునపుడు కారు లోపల అస్థిరంగా ఉన్న వస్తువు దిశా జడత్వము (inertia of direction) కారణంగా సరేఖీయ మార్గములోనే చలనాన్ని చూపును. ఈ చలనాన్ని జడత్వ చట్రము నుండి చూచునపుడు పటము 3.46 లో చూపినట్లు సరేఖీయ చలనముగనే కనబడును. కానీ భ్రమణ చట్రము నుండి చూచినపుడు చలనము వెలుపల దిశగా జరుగుచున్నట్లు కనబడును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 153 19-03-2022 20:32:56




**పటము 3.45** కణము యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రము అపకేంద్ర బలం




**పటము 3.46** అపకేంద్ర బలాల ఫలితములు.

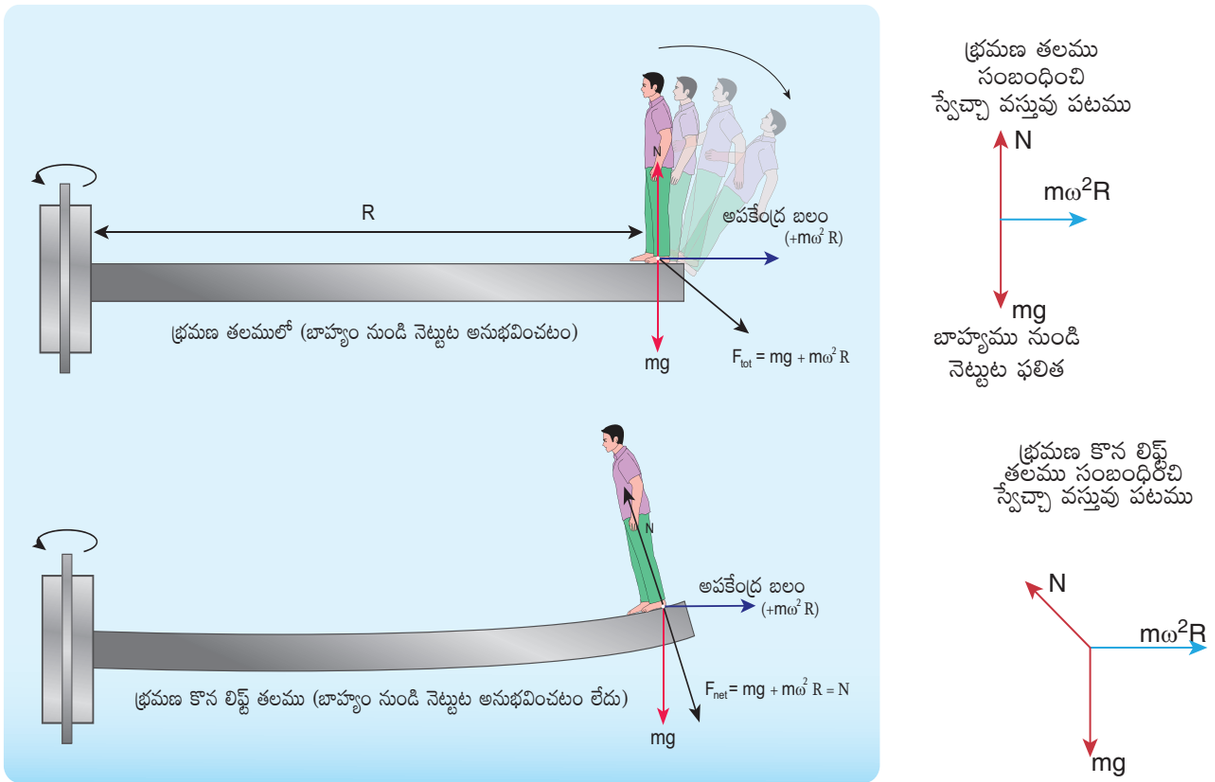
ఒక వ్యక్తి భ్రమణ తలముపై నిలబడియున్నాడు. అప్పుడతను అపకేంద్ర బలము కారణముగా వెలుపలివైపుకి నెట్టబడుచున్నాడు. నిలబడియున్న వ్యక్తికి, తలముకు మధ్య పనిచేయు ఘర్షణ బలము అపకేంద్ర బలాన్ని సమతుల్యం చేయదగిన బలముగా లేదు. దీనిని నివారించుటకుయే ఏటవాలుగా అమరియుండుట వలన ఈ ఘర్షణ నిలబడియున్న వ్యక్తిపై అభిలంబ బలాన్ని ప్రయోగించి అతడు దూరంగా విసరబడడం నుండి కాపాడుచున్నది. ఇది పటము 3.47 లో చూపబడినది.

**హెచ్చరిక!**

బస్సులో ప్రయాణించునపుడు తెరిచియుంచబడిన ద్వారము లేక మెట్లపై ప్రయాణము చేయుట అత్యంత ప్రమాదకరము. ఉన్నట్టుండి మలుపు తిరుగునపుడు అపకేంద్ర బలము కారణంగా వ్యక్తి వెలుపలకు విసరబడుచున్నాడు. అపకేంద్ర బలము ఒక మిథ్యా బలమైనప్పటికీ దాని ఫలితములు నిజమగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 154 19-03-2022 20:32:57




**పటము 3.47** భ్రమణ తలములో బాహ్య అపకేంద్ర బలాలు

## 3.7.6 భూభ్రమణము కారణంగా ఏర్పడు అపకేంద్ర బలము (Centrifugal Force due to Rotation of the Earth)

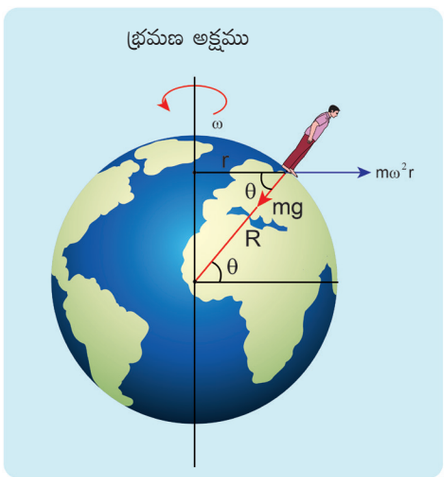
భూమి ఒక జడత్వ చట్రము భావించబడినప్పటికీ ఇది నిజము కాదు. భూమి తన కక్ష్యలో కోణీయ వేగము $\omega$ తో పరిభ్రమించుచున్నది. భూమిపైనున్న ఏ వస్తువైనను (భ్రమణ చట్రము) అపకేంద్ర బలాను భూతిని చెందుచున్నది. అపకేంద్ర బలము భ్రమణ కక్ష్యకు పూర్తి వ్యతిరేఖ దిశలో పనిచేయుచున్నది. ఇది పటము 3.48 ద్వారా చూపబడినది.

భూ ఉపరితలముపై నిలబడియున్న వ్యక్తి యొక్క అపకేంద్ర బలము $F_{cf} = m\omega^2 r$

పటము 3.48 భూమి యొక్క ఉపరితలముపై ఒక వ్యక్తి మీద పనిచేయు అపకేంద్ర బలం ఇక్కడ r అనునది వ్యక్తికి భ్రమణ కక్ష్యకు మధ్య గల లంబ దూరము. పటము 3.48 లో చూపినట్లు లంబ కోణ త్రిభుజమును (right angle triangle) ఉపయోగించిన దూరము $r = R\cos\theta$

ఇక్కడ $R$ = భూవ్యాసార్ధము

మరియు $\theta$ = భూమి యొక్క ఉపరితలముపై వ్యక్తి మీద పనిచేయు అపకేంద్ర బలము




**పటము 3.48** భూమి యొక్క ఉపరితలముపై ఒక వ్యక్తి మీద పనిచేయు అపకేంద్ర బలము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 155 19-03-2022 20:32:58

## ఉదాహరణ 3.26

చెన్నైలో నిలబడియున్న 60 kg బరువు గల వ్యక్తి అనుభూతి చెందు అపకేంద్ర బలాన్ని లెక్కించుము? (చెన్నై యొక్క అక్షాంశము $13^\circ$ గా ఇవ్వబడినది).

**సాధన:**

అపకేంద్ర బలము $F_c = m\omega^2 R\cos\theta$

భూమి యొక్క కోణీయ వేగము $(\omega) = \frac{2\pi}{T}$,

T అనునది భూమి యొక్క కాలము (24 గంటలు)

$$\omega = \frac{2\pi}{24\times60\times60} = \frac{2\pi}{86400}$$
$$= 7.268\times10^{-5} \text{ వ్యాసార్ధ సెకను}^{-1}$$

భూవ్యాసార్ధము R = 6400 కి.మీ = $6400 \times 10^3$ m

చెన్నై యొక్క అక్షాంశము = $13^\circ$

$$F_{cf} = 60\times\left(7.268\times10^{-5}\right)^2\times6400\times10^3 \times\cos(13^\circ) = 1.9678\,N$$

60 కి.గ్రా బరువు గల వ్యక్తి ఇంచుమించు 2 N అపకేంద్ర బలాన్ని పొందుచున్నాడు. 60 కి.గ్రా బరువు గల వ్యక్తిపై భూమ్యాకర్షణ శక్తి ఏర్పరచు బలము = mg = 60 × 9.8 = 588N ఈ బలము అపకేంద్ర బలము కన్ననూ అత్యధిక బలమైనది.

### 3.7.7 అభికేంద్ర బలము మరియు అపకేంద్ర బలము (Centripetal Force Versus Centrifugal Force)

పట్టిక 3.4 ద్వారా అభికేంద్ర మరియు అపకేంద్ర బలాల విశిష్ట లక్షణాలు పోల్చబడినవి.

**పట్టిక 3.4** అభికేంద్ర మరియు అపకేంద్ర బలాల విశిష్ట లక్షణాలు

| అభికేంద్ర బలము | అపకేంద్ర బలము |
|---|---|
| ఇది ఒక నిజ బలము. ఇది వస్తువుపై బాహ్య కారకాలైన గురుత్వ లేక భూమ్యాకర్షణ బలము, తీగలోని తన్యత, అభిలంబ బలము మొ॥ వాటిచే ఏర్పడును. | ఇది ఒక మిథ్యా బలము. ఇది భూమ్యాకర్షణ బలము, తీగలోని తన్యత, అభిలంబ బలము మొ॥ చే ఏర్పడదు. |
| ఇది జడత్వ మరియు జడత్వముకాని వ్యవస్థలు రెండింటిలోను పనిచేయును. | ఇది భ్రమణ చట్రములు (జడత్వము కాని చట్రము) లో పనిచేయును. |
| ఇది వృత్తాకార చలనములో భ్రమణ అక్షము వైపుకు లేక వృత్త కేంద్రము వైపుకు పనిచేయును. | వృత్తాకార చలనము నందు వృత్త కేంద్రము నుండి లేక భ్రమణ అక్షము నుండి వెలుపలికి పనిచేయును. |
| $\left\|F_{cp}\right\| = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$ | $\left\|F_{cf}\right\| = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$ |
| రెండు వస్తువుల పరస్పర సంబంధము వలన అభికేంద్ర బలము ఏర్పడును. ఇది నిజ బలము మరియు ఫలితము నిజమైనది. | ఇది మిథ్యా బలమైనప్పటికీ ఫలితము నిజముగానుండును. జడత్వము నుండి ఏర్పడును మరియు ఇది పరస్పర సంబంధము వలన ఏర్పడినది కాదు. |
| | జడత్వ చట్రములో జడత్వ చలనము భ్రమణ చలనములో అపకేంద్ర బలముగను పనిచేయును. |
| జడత్వ చట్రములో స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రమును గీయునపుడు అభికేంద్ర బలమును సూచించవలెను. | జడత్వ చట్రములలో అపకేంద్ర బలము ఉండదు. భ్రమణ చట్రముల స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రమును గీయునపుడు అభికేంద్ర మరియు అపకేంద్ర బలము రెండింటిని సూచించవలెను. |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 156 19-03-2022 20:33:00

## సారాంశము

- అరిస్టాటిల్ అభిప్రాయము ప్రకారము చలనము : చలనానికి బలము అవశ్యము.
- గెలీలియో అభిప్రాయము ప్రకారము చలనము: చలనానికి బలము అవసరము లేదు.
- వస్తువు యొక్క జడత్వము ద్రవ్యరాశితో కొలువబడుచున్నది.
- న్యూటన్ మొదటి నియమము ప్రకారము బాహ్య బలము పనిచేయనంత వరకు వస్తువు విరామ స్థితిలోనే ఉండును.
- న్యూటన్ రెండవ నియమము ప్రకారము వస్తు ద్రవ్యవేగాన్ని మార్చడానికి బాహ్య బలము అవశ్యము. గణిత పూర్వకంగా నిర్వచించబడినది $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
- న్యూటన్ మొదటి మరియు రెండవ నియమములు జడత్వ చట్రములకు మాత్రమే వర్తించును.
- జడత్వ చట్రములోనున్న వస్తువుపై ఎలాంటి బలము పనిచేయనంత వరకు ఆ వస్తువు స్థిర వేగంతో కదులుచుండును.
- న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారము ప్రతి బలానికి సమాన వ్యతిరేక బలము ఉండును. ఈ బలాలను చర్య మరియు ప్రతిచర్య బలాలు అందురు.
- స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రమును గీయుటకు
  - వస్తువును గుర్తించి, దానిపై పనిచేయు బలాన్ని గుర్తించవలెను.
  - వస్తువు ఏర్పరచు బలము పరిగణనలోనికి తీసుకొనబడదు.
  - బల పరిమాణము ఆధారంగా దిశను సూచించవలెను.
- ఒక వ్యవస్థపై ఎలాంటి స్థిర బాహ్య బలము పనిచేయని యెడల ఆ వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం ద్రవ్యవేగము స్థిర సదిశ అగును.
- వ్యవస్థలో పనిచేయు అంత:బలాలు ఆ వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం ద్రవ్యవేగాన్ని మార్చజాలదు.
- లామీ సిద్ధాంతము ప్రకారము ఏకకాలిక బలాలు వస్తువుపై పనిచేసి ఆ వస్తువును సమతాస్థితికి తెచ్చునపుడు ఒక్కొక్క బలము, ఒక్కొక్క బల నిష్పత్తికి మరియు వ్యతిరేఖ కోణము sin కు సమానము.
- వస్తువుపై పనిచేయు ప్రచోదన బలము ఆ వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగ మార్పుకు సమానము. అతి తక్కువ సమయంలో వస్తువుపై ఏర్పడు బలాన్ని గణించుట సాధ్యముకాదు, కాని ప్రచోదనం గణించుట సాధ్యమగును.
- స్థిర ఘర్షణ బలము ఎల్లప్పుడూ వస్తువు విరామ నుండి చలించడాన్ని వ్యతిరేఖించును. దీని విలువలు సున్న నుండి $\mu_s N$ వరకు వుండును. బాహ్య బలము $\mu_s N$ కన్ననూ అధికమైనపుడు వస్తువు కదులును.
- వస్తువు చలనము ప్రారంభమగునపుడు గతిజ ఘర్షణ బలపడును. ఒక వస్తువు స్థిర వేగముతో కదలవలెనన్న గతిజ శక్తికి మించి బాహ్య బలము పనిచేయవలెను.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 157 19-03-2022 20:33:00

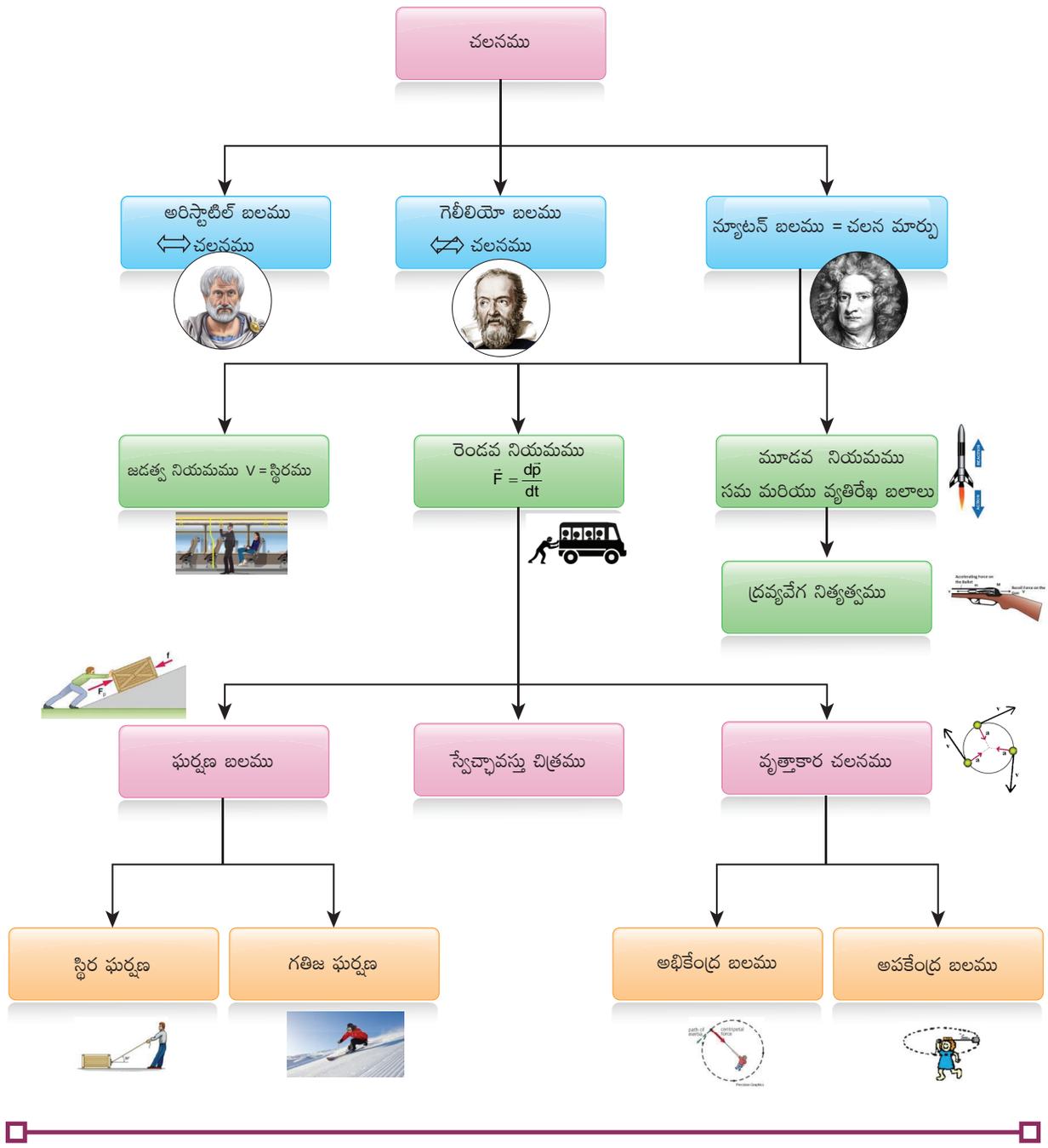
## సారాంశము

- స్థిర మరియు గతిజ ఘర్షణ కన్ననూ దొర్లెడు ఘర్షణ చాలా తక్కువ. దీని కారణముగా రోలర్ కోస్టర్ (roller coaster) చక్రములపై అమర్చబడియుండును. ఉదాహరణకు : లాగుడు సూట్కేసు (Rolling suitcase)
- రెండు తలములు ఒకదానితోనొకటి తాకుట వలన అణువుల మధ్య ఏర్పడు విద్యుదయస్కాంత సంబంధము ఘర్షణ ఆవిర్భవానికి కారణము.
- ఎప్పుడు ఒక మలుపులో చలనముండునో అక్కడ మలుపు కేంద్రము వైపు అభికేంద్ర బలము పనిచేయుచుండును. సమ వృత్తాకార చలనములో అభికేంద్ర బలము వృత్త కేంద్రము వైపుకు పనిచేయును.
- అభికేంద్ర బలము ఒక ప్రత్యేక బలము కాదు. ఏ ఒక్క ప్రకృతి బలమైనను అభికేంద్ర బలముగా పనిచేయును. గ్రహ చలనములో సూర్యుని గురుత్వాకర్షణ బలము అభికేంద్ర బలముగా పని చేయుచున్నది. తీగకు కట్టబడిన రాయి యొక్క తిర్యక్ (whirling) చలనములో అపకేంద్ర బలము తీగతో ఏర్పడుచున్నది. చంద్రుడు భూమి చుట్టు పరిభ్రమించునపుడు, చంద్రుడు పొందు భూమ్యాకర్షణ బలము అపకేంద్ర బలము అగును.
- భ్రమణ చట్రములో చలనాన్ని విశ్లేషించడం ద్వారా అపకేంద్ర బలము ఏర్పడుచున్నది. భ్రమణ చట్రములో వస్తువు యొక్క జడత్వ చలనము అపకేంద్ర బలము అగును.
- అభికేంద్ర మరియు అపకేంద్ర బలాల పరిమాణము $m\omega^2 r$ అగును. కానీ అభికేంద్ర బలము వృత్తాకార చలన కేంద్రము వైపుకు అపకేంద్ర బలము అభికేంద్ర బలానికి వ్యతిరేఖ దిశలో పనిచేయును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 158 19-03-2022 20:33:00

# భావనా చిత్రము






11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 159 19-03-2022 20:33:01

## I. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

**1.** మలుపు దారిలో కారు ఉన్నట్టుండి ఎడమ వైపుకు తిరిగినపుడు ప్రయాణికులు కుడివైపుకు నెట్టబడడానికి కారణము

(అ) దిశా జడత్వము

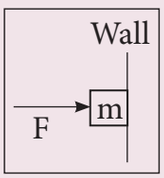
(ఆ) జడత్వ చలనము

(ఇ) విరామ జడత్వము

(ఈ) జడత్వములేని స్థితి

**2.** క్రింది పటములో చూపినట్లు m ద్రవ్యరాశి గల గోడ నిశ్చలంగా ఉండగా F అను క్షితిజ సమాంతర బలము గోడపై పనిచేయు స్థితిలో F యొక్క కనిష్ట విలువ.

(IIT JEE 1994)




(అ) mg కన్నను తక్కువ

(ఆ) mg కు సమానము

(ఇ) mg కన్ననూ అధికము

(ఈ) కనుగొనుటకు వీలుకాదు

**3.** x అక్ష దిశలో ప్రయాణించు వాహనమునకు ఉన్నట్టుండి బ్రేకు వేసిన

(అ) x అక్ష వ్యతిరేఖ దిశలో వాహనముపై ఘర్షణ బలము పనిచేయును.

(ఆ) x అక్ష దిశలో వాహనముపై ఘర్షణ బలము పనిచేయును.

(ఇ) వాహనముపై ఎలాంటి ఘర్షణ బలము పనిచేయదు.

(ఈ) ఘర్షణ బలము క్రింది వైపుకు పనిచేయును.

**4.** ఒక పుస్తకము మేజాపై విరామ స్థితిలో నున్నది మరియు పుస్తకముపై భూమి యొక్క సాధారణ బలాన్ని ప్రయోగించుచున్నది. ఇది ప్రతిచర్య బలం అనుకొనిన న్యూటన్ మూడవ నియమము ప్రకారము చర్యా బలము ఏది?

(అ) భూమి పుస్తకముపై ఏర్పరచు భూమ్యాకర్షణ బలము.

(ఆ) పుస్తకము భూమిపై ఏర్పరచు గురుత్వాకర్షణ బలము.

(ఇ) మేజాపై పుస్తకము ఏర్పరచు సాధారణ బలము (అభిలంబ బలము)

(ఈ) పైవేవీ కావు

**5.** $m_1$ మరియు $m_2$ అను రెండు ద్రవ్యరాశులు ఏకరీతి బలము $m_1 < m_2$ పొందిన, వాటి త్వరణ నిష్పత్తి $\frac{a_1}{a_2}$ is

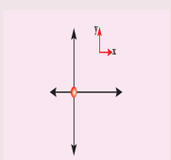
(అ) 1

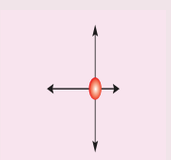
(ఆ) 1కన్నా తక్కువ

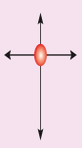
(ఇ) 1 కన్నా ఎక్కువ

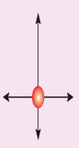
(ఈ) పైవన్నీ

**6.** y అక్షమునకు వ్యతిరేఖ దిశలో కణము పొందు స్థిర త్వరణమునకు తగ్గ స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రమును ఎన్నుకొనుము.

అ) 


ఆ) 

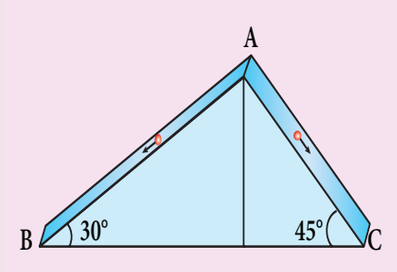
ఇ) 

ఈ) 

**7.** m ద్రవ్యరాశి గల మూలకము సున్నితమైన ద్వంద్వ వాలు తలముపై (పటములో చూపినట్లు) జారుచుండిన



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 160 19-03-2022 20:33:01




(అ) AB దిశలో అధిక త్వరణాన్ని పొందును.

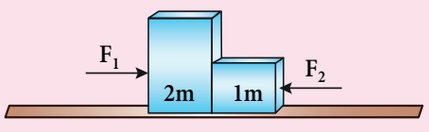
(ఆ) AC దిశలో అధిక త్వరణాన్ని పొందును.

(ఇ) ఇరువైపులా సమ త్వరణము

(ఈ) ఇరువైపులా త్వరణము లేదు.

**8.** 1m మరియు 2m అను రెండు ద్రవ్యరాశులు సున్నితమైన క్షితిజ సమాంతర తలముపై ఉన్నవి. మొదటగా $F_1$ బలము ఎడమ వైపు నుండి ప్రయోగించబడినది. తరువాత $F_2$ బలము కుడివైపు నుండి ప్రయోగించబడినది. అయిన వస్తువులు తాకు తలములో ఇరు దశలలోను ప్రయోగ బలము సమానము అయిన $F_1 : F_2$

(Physics Olympiad 2016)




అ) 1:1 ఆ) 1:2

ఇ) 2:1 ఈ) 1:3

**9.** స్థిర వేగముతో ప్రయాణించు కోణముపై పనిచేయు బలము

అ) ఎల్లప్పుడూ సున్న

ఆ) సున్నయగు అవశ్యము లేదు

ఇ) సున్న కాదు

ఈ) నిర్ధారించ జాలదు

**10.** $\theta$ కోణముతో వాలి యున్న తలముపై m ద్రవ్యరాశి జారుటారంభించినపుడు. వాలు తలముపై స్థిర ఘర్షణ గుణకము $\mu_s$ అయిన ద్రవ్యరాశి పొందు గరిష్ఠ స్థిర ఘర్షణ

(అ) mg

(ఆ) $\mu_s$mg

(ఇ) $\mu_s$mg sin$\theta$

(ఈ) $\mu_s$ mg cos $\theta$

**11.** గరుకైన తలముపై స్థిర వేగముతో వస్తువు కదులునపుడు

(అ) వస్తువుపై ఫలిత బలం సున్న

(ఆ) వస్తువుపై ఎలాంటి బలము పనిచేయదు

(ఇ) వస్తువుపై బాహ్య బలాలు మాత్రమే పనిచేయును

(ఈ) వస్తువుపై గతి ఘర్షణ మాత్రమే పనిచేయును.

**12.** గరుకైన వాలు తలముపై వస్తువు విరామలో ఉన్నప్పుడు,

(అ) వస్తువుపై పనిచేయు స్థితి మరియు గతి ఘర్షణ సున్న

(ఆ) స్థిర ఘర్షణ సున్న మరియు గతి ఘర్షణ సున్న కాదు

(ఇ) స్థిర ఘర్షణ సున్న కాదు మరియు గతి ఘర్షణ సున్న

(ఈ) స్థిర మరియు గతి ఘర్షణలు సున్న కాదు

**13.** అపకేంద్ర బలము ఏర్పడునది

(అ) జడత్వ చట్రాలలో మాత్రము

(ఆ) భ్రమణ చట్రాలలో మాత్రము

(ఇ) ఏదేని త్వరణ చట్రాలలో

(ఈ) జడత్వ మరియు జడత్వము కాని చట్రములు రెండింటిలోను



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 161 19-03-2022 20:33:02

14. ఇవ్వబడిన వాటిలో సరియైన ప్రతిపాదనను ఎన్నుకొనుము.

(అ) అభికేంద్ర మరియు అపకేంద్ర బలాల చర్య ప్రతిచర్య జతలు

(ఆ) అభికేంద్ర బలము ఒక సహజ బలం

(ఇ) అపకేంద్ర బలము గురుత్వాకర్షణ బలము నుండి ఏర్పడును

(ఈ) వృత్తాకార చలనములో కేంద్రము నుండి వెలుపలకు అపకేంద్ర బలము పనిచేయగా కేంద్రము వైపుకు అభికేంద్ర బలము పనిచేయును.

15. ఒక వ్యక్తి ధృవము నుండి భూమధ్య రేఖ వైపు కదులునపుడు అతనిపై పనిచేయు అపకేంద్ర బలము

(అ) అధికమగును

(ఆ) తగ్గును

(ఇ) మార్పులేదు

(ఈ) పెరిగి మరల తగ్గును

**జవాబులు**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1) అ | 2) ఇ | 3) అ | 4) ఇ | 5) ఇ |
| 6) ఇ | 7) ఆ | 8) ఇ | 9) ఆ | 10) ఈ |
| 11) అ | 12) ఇ | 13) ఆ | 14) ఈ | 15) అ |

## II. క్లుప్తముగా జవాబులిమ్ము

1. జడత్వమును వివరించి జడత్వ చలనము విరామ జడత్వము మరియు దిశా జడత్వమునకు రెండేసి ఉదాహరణలిమ్ము.
2. న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ప్రతిపాదించుము.
3. ఒక న్యూటన్ నిర్వచించుము.
4. ద్రవ్యవేగ మార్పు ప్రేరణ అని సూచించుము.
5. స్వేచ్ఛా వస్తు పటాన్ని ఉపయోగించి వస్తువును నెట్టుట కన్ననూ లాగుట సులభమని తెలుపుము.
6. ఘర్షణ రకాలను వివరించుము. ఘర్షణను తగ్గించుటకు కొన్ని పద్ధతులను తెలుపుము.
7. మిథ్యా బలమనగా అర్థము నిమ్ము.
8. స్థిర మరియు గతి ఘర్షణల అనుభావిక నియమాలను వివరించుము.
9. న్యూటన్ మూడవ నియమాన్ని తెలుపుము.
10. జడత్వ చట్రములనగానేమి?
11. సమ వృత్తాకార దారిపై ఏ స్థితిలో కారు దొర్లును?

## III. విపులముగా జవాబులిమ్ము

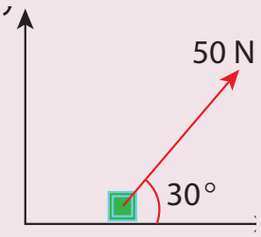
1. సరళ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమాన్ని నిరూపించుము. దీని నుపయోగించి గుండును పేల్చిన తుపాకీ యొక్క పున:స్థితి వేగాన్ని కనుగొనుము.
2. సమకాలిక బలాలు ఏవి? లామీ సిద్ధాంతమును వివరించుము.
3. తీగకు కట్టబడియున్న దిమ్మెల చలనాన్ని వివరించుము i) లంబ చలనము ii) క్షితిజ సమాంతర చలనము.
4. ఘర్షణ ఏర్పడుటను విశదముగా వివరించుము. దీనిని ఘర్షణ కోణము మరియు విరామ కోణము సమానంగా గల వాలు తలముపై సూచించుము.
5. న్యూటన్ యొక్క మూడు నియమాలను వివరించి వాటి ముఖ్యత్వమును తెలుపుము.
6. అభికేంద్ర బలము మరియు అపకేంద్ర బలాల మధ్య వ్యత్యాసమును మరియు సంబంధమును వివరించుము.
7. అపకేంద్ర బలాన్ని విశదముగా వివరించి ఉదాహరణలిమ్ము.
8. భ్రమణ ఘర్షణను వివరించుము.
9. విరామ కోణమును కొలుచు పద్ధతులను తెలుపుము.
10. మలుపులు ఏటవాలుగా ఉండుట యొక్క ఆవశ్యకతను తెలుపుము.
11. భూమి వైపుకు చంద్రుని అభికేంద్ర త్వరణాన్ని లెక్కింపుము.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 162 19-03-2022 20:33:02

## IV. సంఖ్యాపరమైన సమస్యలు

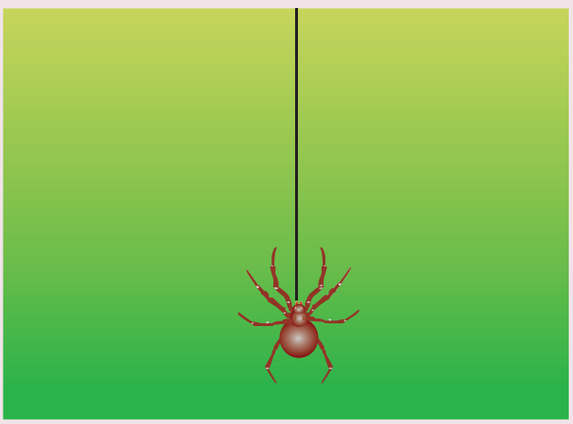
**1.** 20 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల వస్తువుపై 50N బలము పనిచేయుచున్నది. పటములో చూపినట్లు x మరియు y దిశలలో వస్తువు యొక్క త్వరణాన్ని లెక్కింపుము.



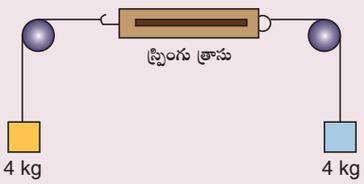

జవాబు: $a_x$=2.165 $ms^{-2}$; $a_y$=1.25 $ms^{-2}$

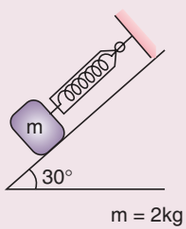
**2.** 50 గ్రా ద్రవ్యరాశి గల సాలెపురుగు వ్రేలాడుచున్నది క్రింది పటములో చూపబడినట్లయిన తీగపై తన్యతను లెక్కింపుము

జవాబు: $T$=0.49$N$



**3.** పటములో చూవబడిన స్ప్రింగు త్రాసు నందు చూపు కొలత ఎంత?




జవాబు: సున్న, 9.8 N

**4.** మేజాపై భౌతిక శాస్త్ర పుస్తకములు క్రమ వరుసలో +1 అధ్యాయము 1 మరియు 2 +2 అధ్యాయము 1 మరియు 2 ఉంచబడియున్నవి.

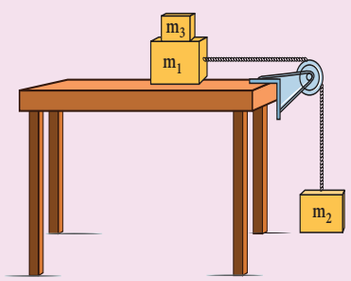
అ) ఒక్కొక్క పుస్తకముపై పనిచేయు బలాన్ని గుర్తించి స్వేచ్ఛా వస్తు పటాన్ని గీయుము.

ఆ) ఒక్కొక్క పుస్తకము మరొక పుస్తకముపై వెలువరుచు బలాన్ని గుర్తించుము.

**5.** ఒక తీగకు కట్టబడిన గుండు ముందుకు వెనుకకు డోలనము చేయుచున్నది. గుండుపై పనిచేయు బలాన్ని మూలకాలుగా విభజించి $\theta$. కోణము వద్ద డోలన గుండు పొందు త్వరణాన్ని లెక్కింపుము.

జవాబు: స్పర్శీయ త్వరణము = g $\sin\theta$ ; అభికేంద్ర త్వరణము = $\frac{(T-mg\,cos\theta)}{m}$.

**6.** మేజా చివరిలో ఉంచబడిన ఘర్షణ రహిత కప్పీ గుండా $m_1$ మరియు $m_2$ ద్రవ్యరాశులు తీగతో కట్టబడియున్నవి. మేజా నుండి $\mu_s m_1$ ద్రవ్యరాశి యొక్క స్థిర ఘర్షణ గుణకము $m_3$ ద్రవ్యరాశి జారకుండుటకు అవశ్యమగు కనిష్ఠ ద్రవ్యరాశి $m_3$ ను లెక్కింపుము. ఇక్కడ $m_1$=15 కి.గ్రా $m_2$=10 కిగ్రా $m_3$=25 కి.గ్రా మరియు $\mu_s$ =0.2

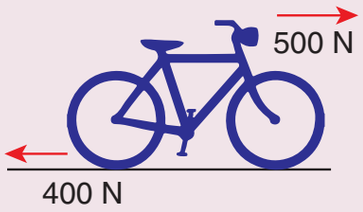


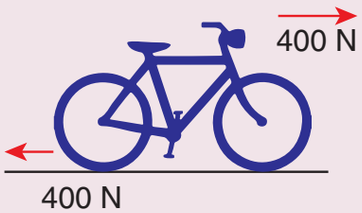

జవాబు: $m_3 = \frac{m_2}{\mu_s} - m_1$, మిళిత ద్రవ్యరాశులు $m_1+m_3$ జారును.

**7.** పటము 1 మరియు 2 లో చూపినట్లు 25 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల సైకిలు యొక్క త్వరణాన్ని లెక్కింపుము.



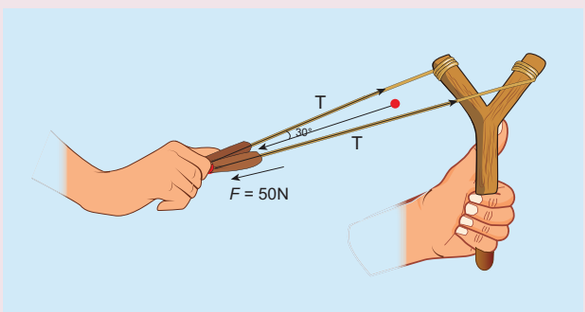
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 163 19-03-2022 20:33:03




జవాబు : a=4 $ms^{-2}$ సున్న

**8.** స్లైడ్ షాట్ పై లామీ సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి ఒక్కొక్క తీగపై తన్యతను లెక్కింపుము.




జవాబు: $T$= 28.868 న్యూ.

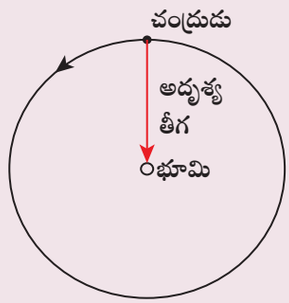
**9.** కాలి బంతికి (football) ఆటగాడు 0.8 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల బంతిని తన్నినపుడు 12 $ms^{-1}$ వేగముతో వెళ్ళినది. బంతిని తన్నుటకు 1 నిమిషములో అరవైలో ఒక వంతు సమయము మాత్రమే పట్టెను. అయిన సరాసరి బలాన్ని కనుగొనుము.

జవాబు: 576 న్యూ

**10.** 1 మీ పొడవు గల తీగకు 2 కి.గ్రా బరువు గల రాయి కట్టబడియున్నది. తీగ తట్టుకోగల గరిష్ఠ తన్యత 200 న్యూ అయిన వృత్తాకార చలనములో రాయి పొందు గరిష్ఠ వేగము?

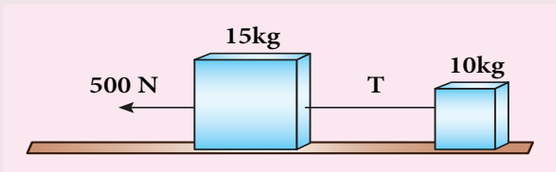
జవాబు: $v_{max}=10ms^{-1}$

**11.** భూమికి చంద్రునికి మధ్య గల గురుత్వాకర్షణ బలము వాటి మధ్య గల అదృశ్య తీగచే చేరుచున్నదని భావించుము. భూ అభికేంద్ర బలము వలన అదృశ్య తీగపై ఏర్పడు తన్యతను కనుగొనుము? (చంద్రుని ద్రవ్యరాశి = 7.34 × $10^{22}$ కి.గ్రా భూమికి చంద్రునికి మధ్య దూరము = 3.84 × $10^{8}$ m)




జవాబు: $T \approx 2 \times 10^{20}$ న్యూ.

**12.** 15 కి.గ్రా మరియు 10 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల వస్తువులు సున్నితమైన ఉపరితలముపై తేలికపాటి తీగతో కలుపబడియున్నవి. పటములో చూపినట్లు 15 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశిపై F=500 N స్థితిజ సమాంతర బలము పనిచేయుచున్నది. అయిన తీగపై పనిచేయు తన్యతను లెక్కింపుము




జవాబు: $T = 200N$.

**13.** చర్యకు తగ్గ ప్రతిచర్య జరుగునని పెద్దలు చెప్పడం వినియున్నాము. ఇక్కడ మానవ చర్యలను సూచించును. అయిన మానవ చర్యలకు న్యూటన్ మూడవ నియమాన్ని ఉపయోగించుట సరియగునా? న్యూటన్ నియమము ప్రకారము 'చర్య' అనగానేమి? న్యూటన్ నియమాల ఆధారంగా మీ వాదనను తెలుపుము?

జవాబు: న్యూటన్ మూడవ నియమము మానవులచే చేయబడు భౌతిక బల చర్యలకు మాత్రమే వర్తించును. మారుగా మానవ మనో: చర్యలకు ఆలోచనలకు వర్తించదు.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 164 19-03-2022 20:33:04

**14.** 10 m వ్యాసార్ధము గల వృత్తాకార దారిలో 50 $ms^{-1}$ వేగముతో కారు మలుపు తిరిగిన ఆ కారులో నున్న 60 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల వ్యక్తిపై పనిచేయు అపకేంద్ర బలాన్ని లెక్కింపుము.

జవాబు: 15,000 న్యూ

**15.** పొడవాటి కర్ర ఉపరితలముపై విరామలో నున్నది. కర్ర నుండి 10 మీ దూరములో ఒక వ్యక్తి నిలబడియున్నాడు. ఆ కర్రపై 0.5 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల వస్తువును విసురుటకు అవశ్యమగు కనిష్ఠ వేగమెంత? (గతి ఘర్షణ గుణకము 0.7 అనుకొనుము)

జవాబు : 11.71 మీ. $సె^{-1}$

## పరిశీలనకు


1. Charles Kittel, Walter Knight, Malvin Ruderman, Carl Helmholtz and Moyer, *Mechanics,* 2nd edition, Mc Graw Hill Pvt Ltd,
2. A.P.French, *Newtonian Mechanics,* Viva-Norton Student edition
3. SomnathDatta, *Mechanics,* Pearson Publication
4. H.C.Verma, *Concepts of physics* volume 1 and Volume 2, Bharati Bhawan Publishers
5. Serway and Jewett, *Physics for scientist and Engineers with modern physics*, Brook/Coole publishers, Eighth edition
6. Halliday, Resnick & Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley Publishers, 10th edition





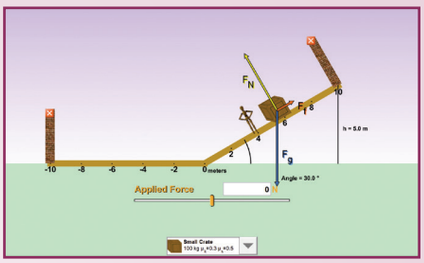
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 165 19-03-2022 20:33:04



## అంతర్జాల కృత్యము

### శక్తి చలనము

ఈ కృత్యము ద్వార మనము గతిజ శక్తి మరియు స్థితిజ శక్తిని అర్థము చేసుకొనవచ్చును.



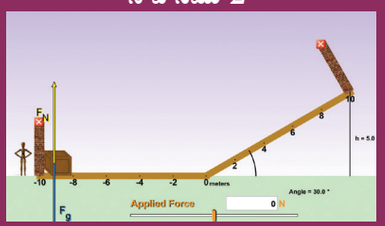

**సోపానములు:**

- బ్రౌజర్‌ను తెరచి, పని, సామార్థ్యము మరియు శక్తిపై PhET అనుకరణను (simulation) తెరచుటకు యివ్వబడిన URL ను టైపు చేయవలెను.
- గతిజశక్తి మరియు స్థితిజశక్తిలోని మార్పును పరిశీలించుటకు ఎత్తును ఎంపిక చేసుకొనవలెను.
- ద్రవ్యరాశిని మార్చడం ద్వారా ఏర్పడు మార్పును కూడా పరిశీలింపవచ్చును.
- గతిజశక్తి మరియు స్థితిజశక్తిలోని మార్పును పరిశీలించుటకు మీ సొంత ఐచ్చిక ఘర్షణ లేదా ఆటస్థలమును మీరు కూడా సృష్టింపవచ్చును.

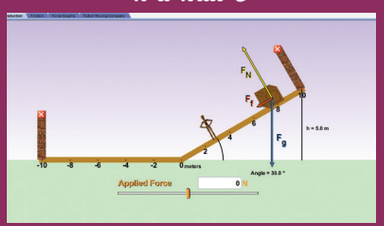
సోపానము 1



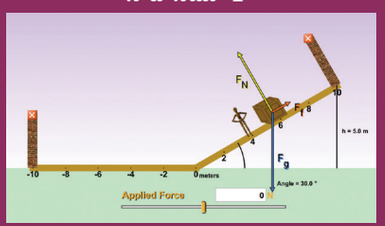

సోపానము 2




సోపానము 3




సోపానము 4




**PhET simulation's URL:**

https://phet.colorado.edu/en/simulation/ramp-forces-and-motion

* చిత్రములు సూచనలకు మాత్రమే
* బ్రౌజర్‌కి అవసరమైనచో, **Flash Player** or **Java Script** ను అనుమతింపవచ్చును.

BG1H9



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_3.indd 166 19-03-2022 20:33:05

అధ్యాయము

# 4

# పని, శక్తి మరియు సామర్థ్యము (WORK, ENERGY AND POWER)

*"పదార్థమే శక్తి, శక్తియే కాంతి, మనమంతా కాంతి జీవులం."* – ఆల్బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్

## అభ్యసనా లక్ష్యములు

**ఈ పాఠ్యభాగములో విద్యార్థులు తెలుసుకొను అంశాలు**

- పని యొక్క నిర్వచనం
- స్థిర మరియు చర బలములు చేయుపని
- వివిధ శక్తి రూపాలు
- శక్తి నిత్యత్వ నియమము
- లంబ వృత్తాకార చలనము
- సామర్థ్యము యొక్క నిర్వచనం
- వివిధ రకాల అభిఘాతాలు

8GPTA

## 4.1 పరిచయం (INTRODUCTION)

"పని" అను పదం నిత్యజీవితములో విభిన్న సందర్భాలలో ఉపయోగించబడుచున్నది. ఇది శారీరక మరియు మానసిన పనిని సూచిస్తుంది. వాస్తవానికి ఏదైనా కార్యాచరణమును సాధారణముగా పని అని పిలుస్తారు. కానీ భౌతికశాస్త్రంలో పని అనే పదం ఖచ్చితమైన నిర్వచనము గల భౌతికరాశిగా పరిగణించబడినది. వస్తువు మీద బలం ప్రయోగించినపుడు ఆ వస్తువు బలం దిశలో స్థాన భ్రంశాన్ని పొందితే పని జరిగినట్లు పేర్కొంటారు. పని చేయడానికి శక్తి అవసరం. సాధారణముగా పని చేయడానికి కావలసిన పఠిమను శక్తి అని నిర్వచిస్తారు. కావున పని మరియు శక్తి ఒకే మితిని కలిగియుంటాయి. భౌతిక శాస్త్రంలో శక్తి అనునది యాంత్రిక శక్తి, విద్యుత్ శక్తి, ఉష్ణశక్తి, అణుశక్తి వంటి వివిధ రూపాల్లో లభ్యమగును. అనేక యంత్రాలు ఒక రూపములో గ్రహించిన శక్తిని మరొక రూపంలో విడుదల చేస్తాయి. ఈ పాఠ్యాంశము నందు ముఖ్యముగా యాంత్రిక శక్తి యొక్క రెండు రూపాలైన గతిజశక్తి మరియు స్థితిజ శక్తుల గూర్చి అభ్యసిద్దాం (అధ్యయనం చేద్దాం). తరువాత క్రమంలో చర్చించు రాశి అనునది పనిచేసే రేటు లేదా శక్తి విడుదల చేసే రేటు అగును. "పని చేసే రేటుని సామర్థ్యము అందురు". క్రికెట్ ఆటలో బ్యాట్‌ను శక్తి వంతముగా కదల్చుట బంతిని వేగంగా కొట్టడాన్ని సూచిస్తుంది. పని, శక్తి మరియు సామర్థ్యము వంటి భౌతిక రాశులను మరియు వాటి భౌతిక ప్రాముఖ్యతను గూర్చి మంచి అవగాహనను పెంపొందించుకోవడమే ఈ పాఠ్యాంశము యొక్క ముఖ్య ఉద్దేశ్యము.

### 4.1.1 పని (WORK)

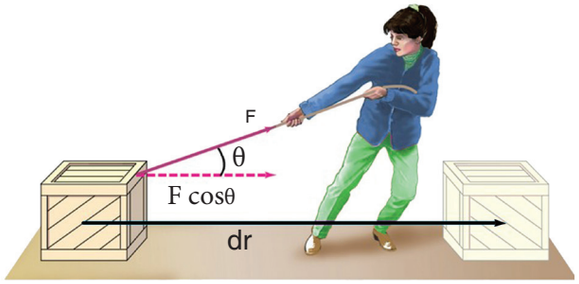
పటము 4.1 లో సూచించిన విధముగా ఒక వస్తువు మీద పనిచేయబడిన ($\vec{F}$) అను బలము దానిని ($d\vec{r}$) దూరం స్థానభ్రంశం చెందింది అనుకొందాము.

గణిత పరంగా వస్తువు మీద బలము వల్ల చేయబడిన పని (W) క్రింది విధంగా వ్రాయబడినది.

$$W = \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad (4.1)$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 167 01-07-2022 12:07:30




**పటము 4.1 బలము చేత చేయబడిన పని**

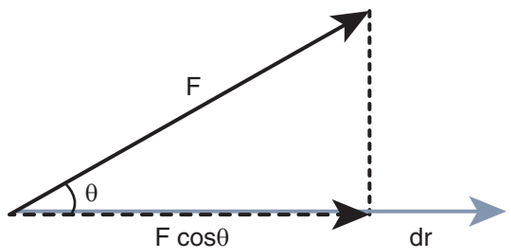
ఇక్కడ $\vec{F}\cdot d\vec{r}$ ల లబ్ధము ఒక అదిశాలబ్ధం (లేదా బిందుల లబ్ధం) రెండు సదిశల అదిశాలబ్ధం ఒక అదిశ అగును (విభాగం 2.5.1) కావున చేయబడిన పని అనునది ఒక అదిశరాశి ఇది పరిమాణమును మాత్రమే కలిగి దిశను కలియుండదు. SI పద్ధతిలో, పనికి ప్రయాణం N m (or) జౌల్ (J) దీని మితి ఫార్ములా $[ML^2T^{-2}]$ అగును.

సమీకరణము (4.1) నుండి,

$$W = F\,dr\cos\theta \qquad (4.2)$$

దీనిని పటము 4.2 ని ఉపయోగించి అర్థం చేసుకొనవచ్చు ($\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\theta$ కావున) ఇక్కడ, $\theta$ అనునది వస్తువు మీద పనిచేయబడిన బలమునకు మరియు ఆ వస్తువు స్థానభ్రంశమునకు మధ్యగల కోణము.

బలము చేత చేయబడిన పని అనునది, బలము (F) స్థానభ్రంశము (dr) మరియు వాటి మధ్య గల కోణము ($\theta$) ల మీద ఆధారపడి ఉంటుంది.



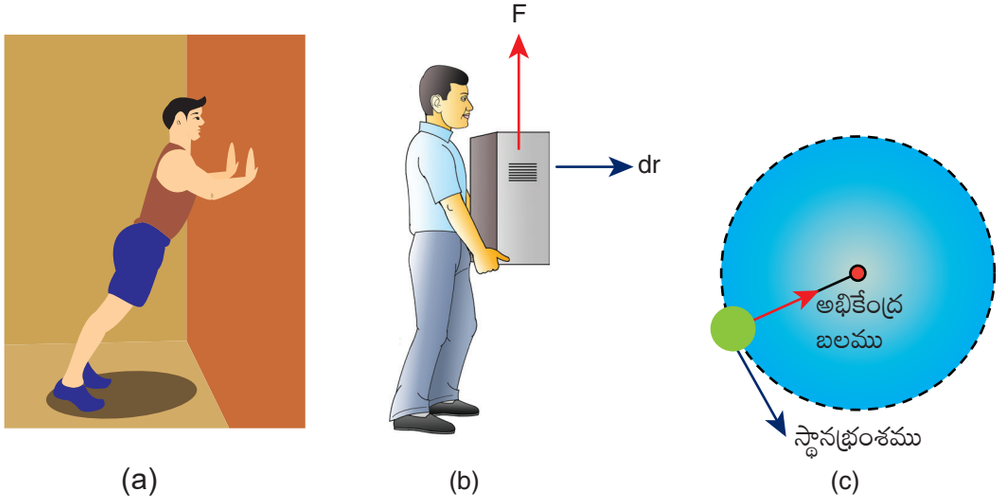

$w = (F\cos\theta)dr$

**పటము 4.2 చేయబడిన పనిని లెక్కించుట**

క్రింది సందర్భాల్లో చేయబడిన పని శూన్యం అగును.

(i) **బలము శూన్యము అయినపపుడు ($F = 0$):** ఉదాహరణకి నునుపైన క్షితిజ సమాంతర తలముపై చలిస్తున్న వస్తువుపై క్షితిజ సమాంతర బలం పని చేయనప్పటికినీ (ఘర్షణ బలం లేదు కాబట్టి) అది ఎక్కువ స్థానభ్రంశాన్ని పొందును. (ఇది ఆదర్శవంతమైన పరిస్థితి).

(ii) **స్థాన భ్రంశము శూన్యము అయినపుడు ($\mathbf{dr = 0}$) :** ఉదాహరణకి, దృఢమైన గోడమీద బలము ప్రయోగించినపుడు బలము అనునది ఎటువంటి స్థానభ్రంశమును ఏర్పరచదు. కావున పటము 4.3(a)లో సూచించిన విధముగా చేయబడిన పని శూన్యము అగును.




(a) (b) (c)

**పటము 4.3 శూన్య పని చేయు వివిధ సంధర్భాలు**



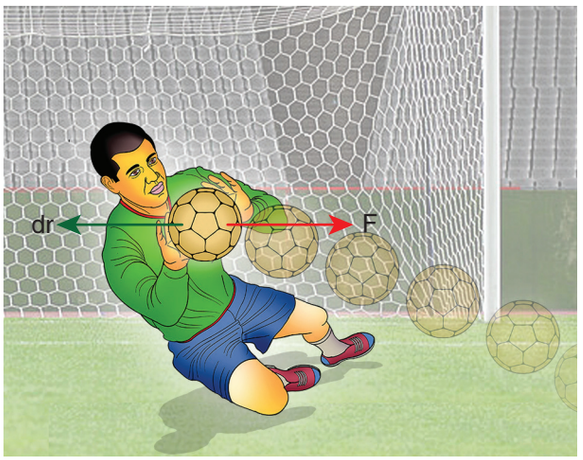
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 168 01-07-2022 12:07:31

(iii) **బలం మరియు స్థానభ్రంశం పరస్పరం లంబదిశల్లో ఉన్నప్పుడు ($\theta = 90^o$):** పటము 4.3 (b) లో సూచించిన విధముగా క్షితిజ సమాంతర (horizontal) దిశలో కదులుతున్న వస్తువుపై గురుత్వాకర్షణ బలం (mg) వల్ల జరిగిన పని శూన్యం. ఎందుకనగా బలం స్థాన భ్రంశానికి లంబంగా పనిచేస్తుంది. పటము 4.3(c) లో సూచించిన విధముగా వృత్తాకార చలనములో అభికేంద్ర బలము అనునది వృత్తాకారములో తిరుగుతున్న వస్తువు మీద పనిచేయదు. ఎందుకంటే అది ఎప్పుడూ స్థానభ్రంశమునకు లంబముగా ఉండును.

పట్టిక 4.1 లో పొందుపరిచిన విధంగా ఇవ్వబడిన బలము (F) మరియు స్థానభ్రంశము (dr) మరియు వాటి మధ్య గల కోణము ($\theta$) అనునది చేయబడిన పని విలువను నిర్ణయిస్తుంది.

బలము వల్ల చేయబడిన ఋణాత్మక పనికి చాలా ఉదాహరణలు ఉన్నవి. కాలి బంతి ఆటలో గోల్‌కీపర్ (goalkeeper) అతని వైపు వచ్చు బంతిని బలం ఉపయోగించి పట్టుకొంటాడు. ఆ బలము అనునది బంతి యొక్క దిశకు వ్యతిరేక దిశలో బంతి అతని చేతిలో విరామస్థితికి వచ్చు వరకు ప్రయోగించబడినది. పటము 4.4 లో సూచించిన విధముగా బలం ప్రయోగించిన సమయములో అతను బంతి మీద వ్యతిరేక పని చేస్తున్నాడు. ఈ పాఠ్య భాగములో ముందు ముందు అనేక ఋణాత్మక పనికి సంబంధించిన సందర్భాలు తెలుసుకొంటారు.

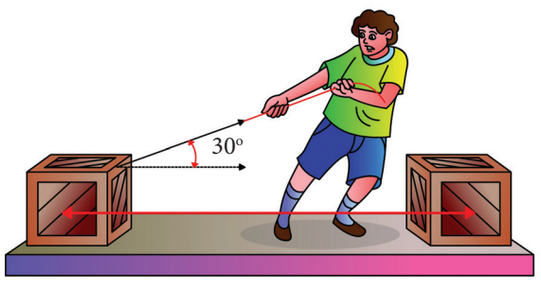
RWE2M




**పటము 4.4 ఋణాత్మక పని**

## ఉదాహరణ 4.1

ఒక పెట్టె 25 N ల బలము చేత 15 m స్థానభ్రంశము చెందునట్లు లాగబడినది. బలము, స్థానభ్రంశానికి మధ్య గల కోణము $30^o$ అయిన బలము వల్ల చేయబడిన పనిని కనుగొనుము.




**సాధన:**

బలము, F = 25 N

స్థానభ్రంశము, dr = 15 m

**పట్టిక 4.1:** కోణము ($\theta$) మరియు పని యొక్క స్వభావము

| కోణము ($\theta$) | cos$\theta$ | పని |
|---|---|---|
| $\theta = 0^o$ | 1 | ధనాత్మకం, గరిష్ఠం |
| $0 < \theta < 90^o$ (అల్పకోణం) | $0 < \cos\theta < 1$ | ధనాత్మకం |
| $\theta = 90^o$ (లంబకోణం) | 0 | శూన్యం |
| $90^o < \theta < 180^o$ | $-1 < \cos\theta < 0$ | ఋణాత్మకం |
| $\theta = 180^o$ | -1 | ఋణాత్మకం, గరిష్ఠం |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 169 01-07-2022 12:07:32

F మరియు dr మధ్య గల కోణం, $\theta = 30^{o}$
చేయబడిన పని, $W = F\,dr\cos\theta$

$$W = 25\times15\times\cos30^{\circ} = 25\times15\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$W = 324.76\ J$$

## 4.1.2 స్థిర బలము వలన చేయబడిన పని (Work done by a constant force)

ఒక వస్తువు మీద F అను స్థిర బలము పనిచేయునపుడు, బలము వలన (dr) అను కనీస స్థానభ్రంశమును ఏర్పరుచుటకు చేయబడిన స్వల్ప (కనీస) పని (dW) కు సంబంధించిన సమీకరణము,

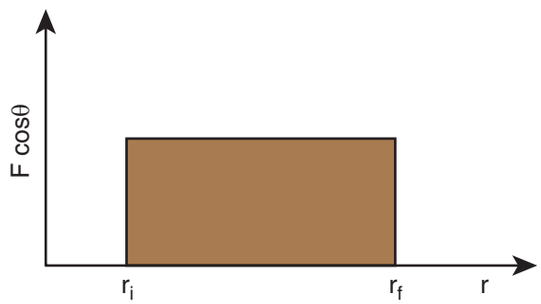
$$dW = \left(F\cos\theta\right)\,dr \qquad (4.3)$$

ప్రారంభ (తొలి) స్థానం $\mathbf{r}_i$ నుండి అంతిమ (తుది) స్థానం $\mathbf{r}_f$ వరకు స్థానభ్రంశము చెందించుటకు చేయబడు మొత్తం పని,

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW \qquad (4.4)$$

$$W = \int_{r_i}^{r_f}\left(F\cos\theta\right)\,dr = \left(F\cos\theta\right)\int_{r_i}^{r_f} dr = (F\cos\theta)\left(r_f - r_i\right) \qquad (4.5)$$

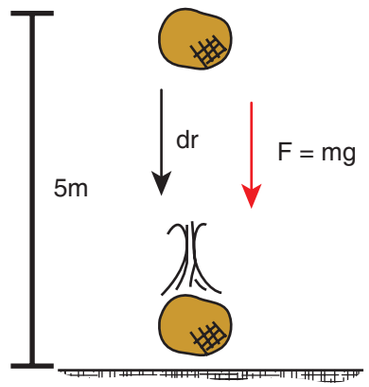
స్థిర బలం వలన చేయబడిన పని రేఖాచిత్రములో చూపబడినది. క్రిందయున్న రేఖా చిత్రములోని వైశాల్యం స్థిరబలం వలన చేయబడిన పనిని సూచిస్తుంది.




**పటము 4.5** స్థిర బలం వలన చేయబడిన పని.

## ఉదాహరణ 4.2

2 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు 5 m ల ఎత్తు నుండి నేలపైకి జారవిడవబడినది. గురుత్వాకర్షణ బలం వల్ల వస్తువు మీద చేయబడిన పని ఎంత ? (గాలి, నిరోధకత ఉపేక్షించబడినది, $g = 10\,m\,s^{-2}$ అని తీసుకోండి)




**సాధన:**

ఈ సందర్భంలో వస్తువు మీద పనిచేసే బలమనునది క్రింది వైపు గురుత్వాకర్షణ బలం $m\vec{g}$ అగును. ఇది స్థిర బలము.

గురుత్వాకర్షణ బలం వల్ల చేయబడిన పని

$$W = \int_{r_i}^{r_f}\vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$W = \left(F\cos\theta\right)\int_{r_i}^{r_f} dr = (mg\cos\theta)\,(r_f - r_i).$$

మరలా వస్తువు అనునది పటంలో సూచించిన విధముగా క్రింది వైపు గురుత్వాకర్షణ బలం $(\vec{F} = m\vec{g})$ యొక్క దిశలో కదులుతున్నది. కావున, వాటి మధ్య గల కోణము $\theta = 0^{\circ}$; $\cos0^{\circ} = 1$ మరియు స్థానభ్రంశం $\left(r_f - r_i\right) = 5\,m$

$$W = mg\left(r_f - r_i\right)$$

$$W = 2\times10\times5 = 100\ J$$

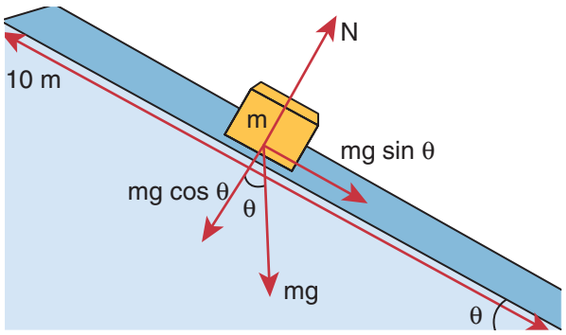
వస్తువు మీద గురుత్వాకర్షణ బలం చేత చేయబడిన పని ధనాత్మకము.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 170 01-07-2022 12:07:34

## ఉదాహరణ 4.3

Aపటములో చూపిన విధముగా ద్రవ్యరాశి $m$=1 kg గల ఒక వస్తువు $\theta = 30°$ వాలు కోణము గల 10 m పొడవు గల ఏటవాలు తలములో పై నుండి క్రిందికి జారవిడవబడినది. గురుత్వాకర్షణ బలం మరియు సాధారణ బలం వల్ల వస్తువు మీద చేయబడిన పనిని కనుగొనుము. గురుత్వ త్వరణం $g = 10\ m\ s^{-2}$ అనుకొనుము.




**సాధన:**

ఏటవాలు తలములో వస్తువు పొందిన త్వరణం $g\sin\theta$ అని మునుపటి పాఠ్యభాగములో కనుగొన్నాము.

న్యూటన్ రెండవ నియమము ప్రకారం ఏటవాలు తలంలో వస్తువు మీద పనిచేయు బలము $F = mg\sin\theta$. ద్రవ్యరాశి కదులుతున్నంత సేపు బలము మారదు (స్థిరం) అని గుర్తించాలి.

గురుత్వాకర్షణ బలం యొక్క సమాంతర భాగం $(mg\ \sin\theta)$ చేత చేయబడిన పని

$$W = \vec{F}.d\vec{r} = Fdr\cos\phi$$

ఇక్కడ $\phi$ అనునది బలము $(mg\ \sin\theta)$ మరియు చలన దిశ (dr) కి మధ్యగల కోణమగును. ఈ సందర్భంలో బలము $(mg\ \sin\theta)$ మరియు స్థానభ్రంశము $(d\vec{r})$ అనునవి ఒకే దిశలో ఉన్నవి. కావున $\phi = 0$ మరియు $\cos\phi = 1$

$$W = F\ dr = (mg\ \sin\theta)\ (dr)$$
(dr = వాలు తలము పొడవు)

$$W = 1 \times 10 \times \sin(30°) \times 10 = 100 \times \frac{1}{2} = 50\ J$$

$mg\ \cos\theta$ అను పదము మరియు సాధారణ బలము $N$ అనునవి వస్తువు చలన దిశకు లంబముగా ఉండడం వలన అవి ఏ పని చేయవు.

## ఉదాహరణ 4.4

2 kg ల ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువుని నేల నుండి పైకి విసిరిన 5 m ల ఎత్తుకి చేరి తిరిగి భూమికి వచ్చి చేరినది (గాలి నిరోధము ఉపేక్షించబడినది). కనుగొనుము

(a) వస్తువు 5 m ల ఎత్తుని చేరినపుడు భూమ్యాకర్షణ బలం వలన చేయబడిన పని.
(b) వస్తువు మరలా భూమిని చేరినప్పుడు భూమ్యాకర్షణ బలం వల్ల చేయబడిన పని
(c) భూమ్యాకర్షణ వల్ల పై వైపు మరియు క్రింది వైపు గమనములో చేయబడిన మొత్తం పనిని మరియు ఫలితము యొక్క భౌతిక ప్రాముఖ్యతను తెలుపుము.

**సాధన:**

వస్తువు పై వైపుకి పోవునపుడు స్థానభ్రంశము పై వైపు దిశలో, భూమ్యాకర్షణ బలం క్రింది వైపు దిశలో పని చేస్తుంది. కావున స్థానభ్రంశానికి భూమ్యాకర్షణ బలానికి మధ్యగల కోణం 180° అగును.

(a) పై వైపు గమనములో భూమ్యాకర్షణ బలము వలన చేయబడిన పని.

ఇక్కడ $dr = 5m$ మరియు $F = mg$

$$W_{పైకి} = Fdr\ cos\theta = mgdr\ \cos180°$$

$$W_{పైకి} = 2 \times 10 \times 5 \times (-1) = -100\ J.$$
$$[\cos 180° = -1]$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 171 01-07-2022 12:07:36

(b) వస్తువు క్రింది వైపుకి పడినపుడు భూమ్యాకర్షణ బలం మరియు స్థానభ్రంశం రెండూ ఒకే దిశలో ఉన్నందువల్ల భూమ్యాకర్షణ బలానికి స్థానభ్రంశానికి మధ్యగల కోణము $\theta = 0°$ అగును.

$$W_{\text{క్రిందికి}} = F dr \cos 0°$$
$$W_{\text{క్రిందికి}} = 2 \times 10 \times 5 \times (1) = 100 \text{ J}$$
$$[\cos 0° = 1]$$

(c) వస్తువు యొక్క పూర్తి ప్రయాణము (పై వైపు మరియు క్రింది వైపు చలనం) లో భూమ్యాకర్షణ బలం వలన చేయబడిన మొత్తం పని

$$W_{\text{మొత్తం}} = W_{\text{పైకి}} + W_{\text{క్రిందికి}}$$
$$= -100 \text{ joule} + 100 \text{ joule} = 0$$

దీని నుండి భూమ్యాకర్షణ బలమనునది వస్తువుకి ఎటువంటి శక్తిని బదిలీ చేయదు అని తెలియుచున్నది. వస్తువు పైకి విసిరినపుడు బాహ్యకారకము వల్ల వస్తువుకి శక్తి బదిలీ చేయబడుతుంది. అదే విధంగా వస్తువు తిరిగి వచ్చి భూమిని చేరినపుడు వస్తువు పొందిన శక్తి భూ ఉపరితలానికి బదిలీ అగును (i.e. భూమికి వెదజల్లుతుంది).

## ఉదాహరణ 4.5

ఒక వెయిట్‌లిఫ్టర్ (weight lifter) 250 kg ద్రవ్యరాశిని 5000 N బలము తో 5 m ఎత్తుకి ఎత్తినపుడు.

(a) వెయిట్ లిఫ్టర్ చేసిన పని ఎంత?
(b) భూమ్యాకర్షణ బలం వలన చేయబడిన పని ఎంత?
(c) వస్తువు పైన చేసిన నికర పని ఎంత?

**సాధన:**

(a) వెయిట్ లిఫ్టర్ ద్రవ్యరాశి ఎత్తినపుడు బలము, స్థానభ్రంశము ఒకే దిశలో వుండడం వల్ల వాటి మధ్యగల కోణం $\theta = 0^0$ కావున వెయిట్ లిఫ్టర్ చేసిన పని.

$$W_{\text{weight lifter}} = F_w h \cos\theta = F_w h (\cos 0^0)$$
$$= 5000 \times 5 \times (1) = 25{,}000 \text{ J} = 25 \text{ kJ}$$

(b) వెయిట్ లిఫ్టర్ ద్రవ్యరాశిని ఎత్తినప్పుడు గురుత్వాకర్షణ బలం క్రిందికి పనిచేయడం వల్ల బలము స్థానభ్రంశము వ్యతిరేక దిశలో ఉండును. కావున వాటి మధ్య గల కోణం $\theta = 180^0$

$$W_{\text{గురుత్వాకర్షణ}} = F_g h \cos\theta = mgh(\cos 180^0)$$
$$= 250 \times 10 \times 5 \times (-1)$$
$$= -12{,}500 \text{ joule} = -12.5 \text{ kJ}$$

(c) వస్తువు మీద చేయబడిన నికర పని ( లేదా మొత్తం పని)

$$W_{\text{నికర పని}} = W_{\text{weight lifter}} + W_{\text{గురుత్వాకర్షణ}} =$$
$$= 25 \text{ kJ} - 12.5 \text{ kJ} = +12.5 \text{ kJ}$$

### 4.1.3 చరబలం వలన చేయబడు పని (Work done by a variable force)

చరబలం F యొక్క అంశము ఒక వస్తువుపై పనిచేయునపుడు dr అను స్వల్ప స్థానభ్రంశమును ఏర్పరచుటకు బలము వలన చేయబడిన స్వల్ప పని (dW) కైన సంబంధము

$$dW = (F \cos\theta) dr$$
[F cos θ అనునది F అను చరబలం యొక్క అంశం అగును]

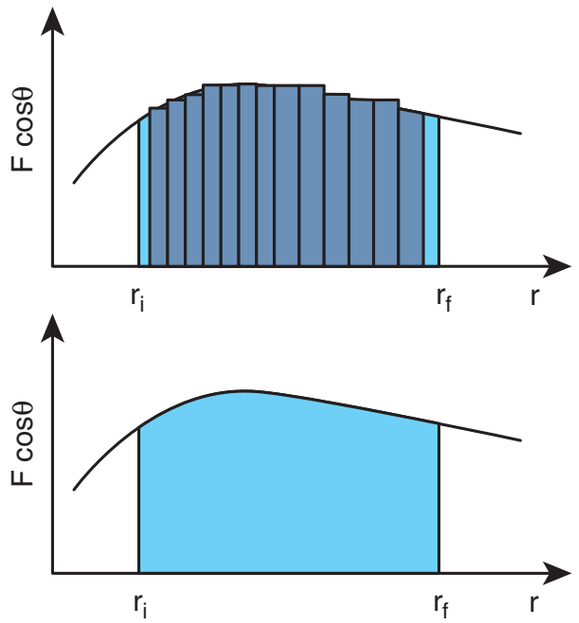
ఇక్కడ, F మరియు θ లు చలరాశులు అగును. తొలి స్థానం $r_i$ నుండి తుది స్థానం $r_f$ వరకు స్థానభ్రంశం ఏర్పరచుటకు చేయబడిన మొత్తం పనికైన సంబంధము.

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW = \int_{r_i}^{r_f} F \cos\theta \, dr \qquad (4.6)$$

చర బలము వలన చేయబడిన పని పటం 4.6 లోని రేఖాచిత్రము మూలముగా చూపబడినది. క్రింది రేఖా పటం నందు వైశాల్యము చర బలము వలన చేయబడిన పనిని సూచిస్తుంది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 172 01-07-2022 12:07:38




**పటము 4.6** చరబలము వలన చేయబడిన పని

## ఉదాహరణ 4.6

ప్రారంభ విరామ స్థితిలో ఉన్న ఒక వస్తువు మధ్య $F = k\,x^2$ అను చరబలం పనిచేయబడినది. వస్తువు అనునది $x = 0$ m నుండి $x = 4$ m వరకు స్థానభ్రంశం చెందునపుడు బలము వల్ల చేయబడిన పనిని కనుగొనుము.(స్థిర రాశి $k = 1\ \text{N m}^{-2}$ అనుకొనుము)

**సాధన:**

చేసిన పని

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx = k\int_0^4 x^2\,dx = \frac{64}{3}\ \text{N m}$$

## 4.2 శక్తి (ENERGY)

పనిచేయడానికి కావలసిన సామర్థ్యము శక్తి అని నిర్వచింపబడును. అనగా చేసిన పని అనునది శక్తిని బయలుపరుచుట అగును. అందువలననే పని మరియు శక్తి రెండూ ఒకే మితిని కలిగియుంటాయి. $(ML^2T^{-2})$

**పని ⇔ శక్తి**

ఒక వివిక్త వ్యవస్థకి శక్తి యొక్క ముఖ్యమైన అంశం ఏమనగా, ఒక వివిక్త వ్యవస్థకి అన్ని రూపాల శక్తుల మొత్తము, అనగా మొత్తం శక్తి అనునది ఏ ప్రక్రియలోను ఏ రకమైన అంతర్గత మార్పులు ఏర్పడినను మారకుండా ఉండును. దీని అర్థం ఒక రూపములో అదృశ్యమైన శక్తి మరొక రూపంలో తిరిగి కనబడుతుంది. దీనిని శక్తి నిత్యత్వ నియమము అంటారు. ఈ పాఠ్యాంశములో మనం యాంత్రిక శక్తి గురించి మాత్రమే చర్చించెదము. యాంత్రిక శక్తి రెండు రకాలుగా వర్గీకరించబడినది.

1. గతిజశక్తి
2. స్థితిజ శక్తి

ఒక వస్తువు తన చలనము వలన పొందిన శక్తిని గతిజ శక్తి అందురు. ఒక వస్తువు తన స్థితి వలన పొందిన శక్తిని స్థితిజ శక్తి అందురు.

శక్తి యొక్క SI ప్రమాణం చేయబడిన పని యొక్క ప్రమాణము ఒకటే అవుతుంది. అనగా N m (లేదా) జౌల్ (J) శక్తి యొక్క మితి చేయబడిన పని యొక్క మితి కూడా ఒకే విధంగా వుంటుంది. శక్తి యొక్క మితి $[ML^2T^{-2}]$ శక్తి యొక్క ఇతర ప్రమాణాలు మరియు వాటి SI విలువలు పట్టిక 4.2 లో చూపబడినది.

**పట్టిక 4.2 శక్తి యొక్క ఇతర ప్రమాణాలకి సమానమైన SI విలువలు**

| ప్రమాణం | సమతుల్య జౌల్ విలువలు |
|---|---|
| 1 ఎర్గ్ (CGS ప్రమాణం) | $10^{-7}$ J |
| 1 ఎలక్ట్రాన్ వోల్ట్ (eV) | $1.6\text{x}10^{-19}$ J |
| 1 కెలోరి (cal) | 4.186 J |
| 1 కిలోవాట్ గంట (kWh) | $3.6\text{x}10^{6}$ J |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 173 01-07-2022 12:07:39

## 4.2.1 గతిజ శక్తి (Kinetic energy)

గతిజ శక్తి అనునది ఒక వస్తువు దాని చలనము వలన పొందిన శక్తి అగును. గమనంలో ఉన్న అన్ని వస్తువులు గత్తిజ శక్తిని కలిగివుంటాయి. చలనములో ఉన్న వస్తువు పని చేయగలిగిన సామర్థ్యంను కలిగివుంటుంది. ఉదాహరణకి ఒక మేకు మీద విరామ స్థితిలో ఉంచిన సుత్తి, మేకుని చెక్కలోనికి నెట్ట లేదు. అదే సమయములో పటము 4.7 లో సూచించిన విధముగా ఆ సుత్తితో మేకుని కొట్టినపుడు అది మేకుని చెక్కలోనికి నెట్టుతుంది. ఒక వస్తువు విరామస్థితిలో ఉన్నప్పుడు చలించడానికి చేసిన పని యొక్క పరిమాణముగా గతిజశక్తి కొలవబడుచున్నది. విరామ స్థితిలో వున్న వస్తువుని చలింపచేయడానికి చేసిన పని యొక్క పరిమాణము వస్తువు ద్రవ్యరాశి మరియు దిశావేగము మీద ఆధారపడి ఉంటుంది. చలనంలో లేని వస్తువు గతిజశక్తిని కలిగివుండదు.

## 4.2.2 పని – గతిజ శక్తి సిద్ధాంతము (Work–Kinetic Energy Theorem)

పని మరియు శక్తి సమతుల్యమైనవి. ఇది గతిజ శక్తికి వర్తించును. దీనిని నిరూపించుటకు m ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు ఘర్షణ లేని సమతలము నందు విశ్రాంతిలో యుండునట్లు అనుకొనుము.

(F) అను స్థిర బలము వలన అదే దిశలో (s) అను స్థానభ్రంశము ఏర్పరచుటకు చేయబడిన పని

$$W = Fs \qquad (4.7)$$

స్థిర బలమునకు సమీకరణము,

$$F = ma \qquad (4.8)$$

మూడవ చలన సమీకరణము (విభాగం 2.10.3 ని చూడండి) ఈ విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$$

విలువను సమీకరణము (4,8) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$F = m\left(\frac{v^2 - u^2}{2s}\right) \qquad (4.9)$$

సమీకరణము (4.9) ని (4.7) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$W = m\left(\frac{v^2}{2s}s\right) - m\left(\frac{u^2}{2s}s\right)$$

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \qquad (4.10)$$

**గతిజశక్తి యొక్క సమాసము ( సమీకరణం ):**

పైనున్న సమీకరణములో $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ అనునది (v) వేగముతో చలించు (m) ద్రవ్యరాశి కలిగిన వస్తువు యొక్క గతిజశక్తిని సూచిస్తుంది.

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (4.11)$$

వస్తువు యొక్క గతిజశక్తి ఎల్లప్పుడూ ధనాత్మకముగా యుండును. సమీకరణము (4.10) మరియు (4.11) ల నుండి

$$\Delta KE = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \qquad (4.12)$$

కావున, $W = \Delta KE$



**పటము** 4.7 గతిజశక్తి – ప్రదర్శన



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 174 01-07-2022 12:07:40

పటము గతిజ శక్తి యొక్క చిత్ర ప్రదర్శన సమీకరణము ( 4.12 ) లో కుడివైపు గల సమాసము వస్తువు గతిజ శక్తిలో మార్పు ($\Delta KE$) ను తెలుపును.

వస్తువు మీద బలం వలన చేయబడిన పని వస్తువు యొక్క గతిజశక్తి మార్పును సూచిస్తుంది. దీనినే పని గతిజశక్తి సిద్ధాంతము అందురు.

**పని గతిజశక్తి సిద్ధాంతమనునది క్రింది వానిని సూచిస్తుంది.**

1. వస్తువు మీద బలము వలన చేయబడిన పని ధనాత్మకముగా ఉండిన దాని గతిజశక్తి అధికమగును.
2. వస్తువు మీద బలము వలన చేయబడిన పని ఋణాత్మకముగా ఉండిన దాని గతిజశక్తి తగ్గును.
3. వస్తువు మీద బలము వలన ఏ పని చేయబడలేదు ( జరగలేదు ) అనిన దాని గతిజశక్తి మారదు. అనగా వస్తువు ద్రవ్యరాశి స్థిరముగా ఉన్నప్పుడు, వస్తువు సమ (స్థిర) వడితో చలిస్తుందని సూచిస్తుంది.

## 4.2.3 ద్రవ్యవేగము మరియు గతిజశక్తి మధ్యగల సంబంధము (Relation between Momentum and Kinetic Energy)

m ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు $\vec{v}$ దిశా వేగముతో చలిస్తున్నది అనుకొనుము. దీని రేఖీయ ద్రవ్యవేగము $\vec{p} = m\vec{v}$ మరియు దీని గతిజశక్తి $KE = \frac{1}{2}mv^2$

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\vec{v}.\vec{v}) \quad (4.13)$$

సమీకరణము ( 4.13 ) యొక్క లవము మరియు హారమును ద్రవ్యరాశి m చేత గుణించగా

$$KE = \frac{1}{2}\frac{m^2(\vec{v}.\vec{v})}{m}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(m\vec{v}).(m\vec{v})}{m} \quad [\vec{p} = m\vec{v}]$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\vec{p}.\vec{p}}{m}$$

$$= \frac{p^2}{2m}$$

$$KE = \frac{p^2}{2m} \quad (4.14)$$

ఇక్కడ $|\vec{p}|$ అనునది ద్రవ్యవేగము యొక్క పరిమాణము అగును. రేఖీయ ద్రవ్యవేగము యొక్క పరిమాణమును ఈ విధంగా పొందవచ్చును.

$$|\vec{p}| = p = \sqrt{2m\ (KE)} \quad (4.15)$$

గతిజశక్తి మరియు ద్రవ్యరాశి ఇచ్చిన ద్రవ్యవేగము యొక్క పరిమాణము మాత్రమే కనుగొనవచ్చును. కానీ ద్రవ్యవేగ దిశను కనుగొనలేము. ఎందుకనగా గతిజశక్తి మరియు ద్రవ్యరాశి అనునవి అదిశరాశులు.

### ఉదాహరణ 4.7

2 kg మరియు 4 kg ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువులు 20 kg m $s^{-1}$ అనే సమ ద్రవ్యవేగముతో చలిస్తున్నప్పుడు,

(a) అవి సమగతిజ శక్తి కలిగివుంటాయా?
(b) అవి సమవడి కలిగివుంటాయా?

**సాధన:**

(a) వస్తువు గతిజశక్తి $KE = \frac{p^2}{2m}$

2 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు గతిజ శక్తి

$$KE_1 = \frac{(20)^2}{2\times 2} = \frac{400}{4} = 100\,J$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 175 01-07-2022 12:07:42

4 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు గతిజశక్తి

$$KE_2 = \frac{(20)^2}{2\times 4} = \frac{400}{8} = 50\,J$$

$KE_1 \neq KE_2$ అగును. అనగా రెండు వస్తువులు సమ ద్రవ్యవేగమును కలిగియుండినను, వాటి గతిజశక్తి సమానము కాదు, దృఢ వస్తువు తేలిక వస్తువు కన్నా తక్కువ గతిజశక్తిని కలిగి వుంటుంది. ఎందుకనగా గతిజశక్తి అనునది ద్రవ్యరాశికి విలోమానుపాతములో ఉండును. $(KE \propto \frac{1}{m})$

(b) ద్రవ్యవేగము $p = mv$ కావున రెండు వస్తువులు సమవడిని కలిగివుండవు.

## 4.2.4 స్థితిజశక్తి (Potential Energy)

ఒక వస్తువు యొక్క స్థితిజ శక్తి అనునది చుట్టు ప్రక్కల ఉన్న వాటిని ఆధారంగా దాని స్థితి మరియు అమరికకు సంబంధించినది. ఎందుకనగా వస్తువు మీద పని చేయు వివిధ బలాలు వాటి స్థితి మరియు అమరికకు సంబంధించినవే.

$P$ అనే బిందువు వద్ద గల ఒక వస్తువు యొక్క స్థితిజ శక్తి అనునది ఆ వస్తువుని తొలి బిందువు $O$ (తొలి స్థానం) నుండి తుది బిందువు $P$ (తుది స్థానం) వరకు స్థిర దిశావేగంతో జరుపుటకు బాహ్యబలము చేత చేయబడిన పని మొత్తముగా నిర్వచించబడినది. $O$ అనే తొలి బిందువు వద్ద స్థితిజ శక్తి శూన్యము అని తీసుకొనవలెను.

గణిత పరంగా స్థితిజ శక్తి $U = \int \vec{F}_a . d\vec{r}$ (4.16)

ఇక్కడ సమాకలన అవధి (Integration limit) తొలి స్థాన బిందువు O నుండి తుది స్థాన బిందువు P వరకు అమరియున్నది.

స్థితిజ శక్తి పలు రకాలు. ఒక్కొక్క రకము ఒక ప్రత్యేక బలముతో సంబంధము కలిగియుండును. ఉదాహరణకి,

(i) గురుత్వాకర్షణ బలము వలన వస్తువు పొందిన శక్తి అనునది గురుత్వాకర్షణ స్థితిజ శక్తి అగును

(ii) స్ప్రింగ్ బలము మరియు దీనికి సమానమైన బలముల వలన పొందు శక్తి స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తి అగును.

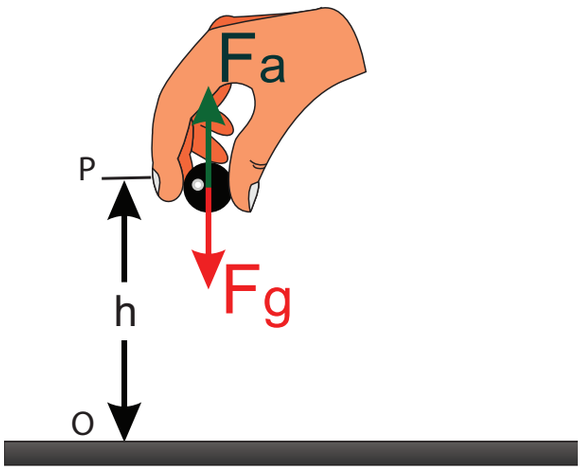
(iii) స్థిర విద్యుత్ బలము వలన పొందుశక్తి స్థిర విద్యుత్ స్థితిజ శక్తి అగును.

నిత్యత్వ బలముల గూర్చి పాఠ్యభాగము 4.2.7 నందు మరలా విపులముగా తెలుసుకొందాం. ఇప్పుడు మనము గురుత్వాకర్షణ స్థితిజశక్తి మరియు స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తుల గురించి విపులముగా చర్చిద్దాం.

## 4.2.5 భూ ఉపరితలము దగ్గర స్థితిజశక్తి

భూమి నుండి $h$ఎత్తులో గల గురుత్వాకర్షణ స్థితిజశక్తి (U) అనునది వస్తువుని భూమి నుండి $h$ ఎత్తుకి స్థిర వేగంతో తీసుకొని పోవడానికి అవసరమైన పని యొక్క మొత్తంనకు సమానమగును.

పటము 4.8లో $m$ ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు భూమి నుండి h ఎత్తుకి భూమ్యాకర్షణ బలంకి వ్యతిరేకముగా చలిస్తున్నది అని అనుకొనుము.




పటము 4.8 గురుత్వాకర్షణ స్థితిజశక్తి

వస్తువు మీద పనిచేయు గురుత్వాకర్షణ బలం $\vec{F}_g$ అనునది $\vec{F}_g = -mg\,\hat{j}$ ( బలమనునది y దిశలో ఉన్నందున Unit vector $\hat{j}$ ఇక్కడ ఉపయోగించబడుచున్నది). ఇక్కడ ఋణ గుర్తు బలము క్షితిజ లంబ దిశలో క్రింది వైపుకి పనిచేయడాన్ని సూచిస్తుంది. వస్తువుని త్వరణంలేని క్రమంలో (లేదా స్థిర వేగంతో) జరిపినపుడు, గురుత్వాకర్షణ బలం $\vec{F}_g$ కి సమానమైన



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 176 01-07-2022 12:07:43

పరిమాణము, వ్యతిరేక దిశ కలిగిన $\vec{F}_a$ అనే బాహ్య అనువర్తన బలాన్ని వస్తువు మీద ప్రయోగించవలెను. అనగా $\vec{F}_a = -\vec{F}_g$ ఇది $\vec{F}_a = +mg\,\hat{j}$ ని సూచిస్తుంది. ధనాత్మక గుర్తు ప్రయోగించబడిన బలము క్షితిజ లంబ దిశలో పై వైపుకి వున్నదని సూచిస్తుంది. కావున వస్తువుని పైకి ఎత్తినపుడు దాని దిశావేగము మారదు మరియు దాని గతిజశక్తి కూడా స్థిరము.

$h$ ఎత్తులో గురుత్వాకర్షణ స్థితిజశక్తి (U) అనునది వస్తువుని నేల నుండి $h$ ఎత్తుకి తీసుకొని పోవడానికి కావలసిన పని మొత్తంకి సమానమగును.

$$U = \int \vec{F}_a . d\vec{r} = \int_0^h \left|\vec{F}_a\right| \left|d\vec{r}\right| \cos\theta \quad (4.17)$$

స్థానభ్రంశం అనువర్తిత బలము రెండూ ఒకే పైవైపు దిశలో ఉండడం వలన, వాటి మధ్య గల కోణము $\theta = 0°$ అగును. కావున $\cos 0^0 = 1$ మరియు $\left|\vec{F}_a\right| = mg$ మరియు $\left|d\vec{r}\right| = dr$.

$$U = mg\int_0^h dr \quad (4.18)$$

$$U = mg\left[r\right]_0^h = mgh \quad (4.19)$$

వస్తువులో నిక్షిప్తమైన స్థితిజశక్తి అనునది బాహ్యబలము చేత చేయబడిన ధనాత్మక విలువ కలిగిన పని అని నిర్వచించబడినది. భౌతికంగా ఇది సూచించునవి ఏమనగా బాహ్యబలాన్ని ప్రయోగింపచేసే కారకం వస్తువుకి శక్తిని బదిలీ చేయును మరియు అవి స్థితిజశక్తిగా నిల్వచేయబడును. వస్తువుని $h$ ఎత్తునుండి వదిలినపుడు నిల్వచేయబడిన స్థితిజశక్తి గతిజశక్తిగా మారును.

**గమనిక**

- ఒక వస్తువు మీద బాహ్యబలము పనిచేయునపుడు ఆ వస్తువు ఏ విధంగా శూన్య త్వరణం ( స్థిర వేగం) తో చలిస్తుంది?

  బాహ్య అనువర్తిత బలానికి సరిసమానమైన (ఖచ్చితమైన) వ్యతిరేక దిశలో మరొక బలం పనిచేసిన ఇది సాధ్యమే. ఇవి రెండూ సమాన విలువ కలిగి ఒకదానికొకటి వ్యతిరేక దిశలో పనిచేయడం వల్ల వస్తువు మీద పనిచేయు ఫలిత నికర బలం శూన్యమగును. కావున వస్తువు శూన్యత్వరణంతో చలించును.
- మనము స్థితిజ శక్తిని నిర్వచించునపుడు వస్తువు అనునది ఎందు వలన స్థిర దిశావేగముతో చలిస్తుంది?

  వస్తువు అనునది స్థిర దిశావేగముతో చలించదు. ఎందుకనగా అది తొలి మరియు తుది స్థానాల్లో వివిధ వేగములను కలిగివుంటుంది. పని గతిజశక్తి సిద్ధాంతము ప్రకారము బాహ్య బలము అనునది అధిక గతిజ శక్తిని ఇస్తుంది. అయితే మనము స్థితిజ శక్తిని భూమ్యాకర్షణ బలం, స్ప్రింగ్ బలం మరియు కూలూంబ్ బలములకు ఆపాదించవచ్చును (చేర్చవుచ్చు). అందువలన వస్తువుని తొలిస్థానం నుండి తుది స్థానం వరకు కదిల్చినప్పుడు బాహ్య కారకము ఏ గతిజ శక్తిని ఇవ్వదు.

## ఉదాహరణ 4.8

2 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువుని నేల నుండి 5 m ఎత్తులో వుంచినపుడు $\left(g = 10\,m\,s^{-2}\right)$.

(a) వస్తువులో నిల్వచేయబడిన స్థితిజశక్తిని లెక్కించుము?

(b) ఈ స్థితిజ శక్తి ఎక్కడ నుండి వస్తుంది?

(c) వస్తువుని అంత ఎత్తుకి తీసుకొని పోవడానికి ఎంత బాహ్య బలము పని చేయబడుతుంది?

(d) వస్తువుని 'h' ఎత్తుకి తీసుకొని పోవునపుడు దానిమీద పనిచేసిన నికర బలం ఎంత?



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 177 01-07-2022 12:07:45

**సాధన:**

(a) స్థితిజ శక్తి $U = mgh = 2 \times 10 \times 5 = 100$ J
ఇక్కడ ధనాత్మక గుర్తు ద్రవ్యరాశిలో నిక్షిప్తమైన శక్తిని సూచిస్తుంది.

(b) ఈ స్థితిజ శక్తి అనునది, బాహ్య బలాన్ని ప్రయోగింపచేయు బాహ్య కారకము నుండి ద్రవ్యరాశికి బదిలీ చేయబడుతున్నది.

(c) వస్తువుని 5 m ఎత్తుకి తీసుకొనిపోవడానికి కావలసిన బాహ్య అనువర్తిత బలం $\vec{F}_a = -\vec{F}_g$

$$\vec{F}_a = -\left(-mg\hat{j}\right) = mg\hat{j}$$

$\hat{j}$ అనునది క్షితిజ లంబ పై వైపు దిశలో పనిచేయు ఏకాంక సదిశ (unit vector) ను సూచిస్తుంది.

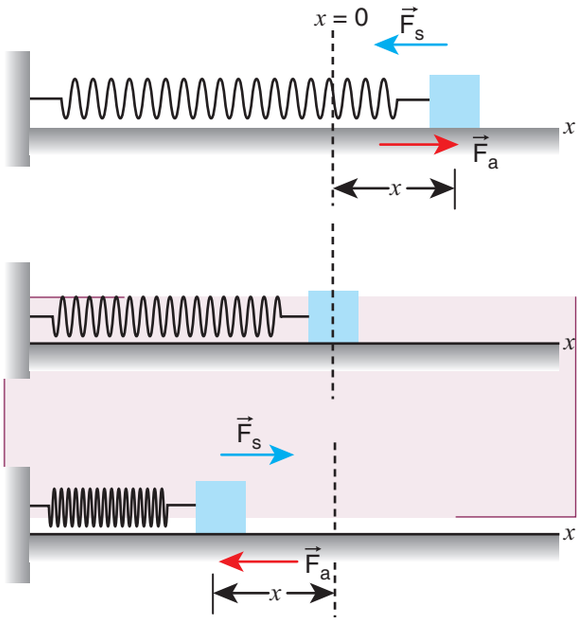
(d) స్థితిజ శక్తి నిర్వచనం ప్రకారం వస్తువనునది స్థిర దిశావేగంతో చలించవలెను. కావున వస్తువు మీద పనిచేయు నికర బలం శూన్యము.

$$\vec{F}_g + \vec{F}_a = 0$$

## 4.2.6 స్థితి స్థాపక స్థితిజ శక్తి (Elastic Potential Energy)

ఒక స్ప్రింగ్‌ని సాగదీసినపుడు అందులో పున:స్థాపక బలం ఏర్పడును (అభివృద్ధి అగును) స్ప్రింగ్‌ని సాగదీసినపుడు లేదా కుదించినపుడు (సంపీడనం చెందించినపుడు) విరూప బలము వల్ల స్ప్రింగ్ పొందిన స్థితిజ శక్తి స్థితిస్థాపక స్థితిజ శక్తి అనబడును. స్ప్రింగ్ యొక్క పున:స్థాపక బలానికి వ్యతిరేకమైన అనువర్తిత బలము చేత చేయబడిన పని స్ప్రింగ్‌లో స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తిగా నిల్వచేయబడుతుంది.

ఒక స్ప్రింగ్ ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ పరిగణలోకి తీసుకొనబడినది పటము 4.9 లో సూచించిన విధంగా నునుపైన క్షితిజ సమాంతర బల్లమీద $m$ అనే ద్రవ్యరాశి ఉంచబడినది అనుకొందాము. ఇక్కడ $x = 0$ అనునది సమతాస్థితి స్థానం. స్ప్రింగ్ యొక్క ఒక కొన దృఢమైన గోడకి మరొక కొన ద్రవ్యరాశికి బిగించబడినది.




**పటము 4.9** స్ప్రింగ్ యొక్క స్థితిజశక్తి ( స్థితి స్థాపక స్థితిజ శక్తి)

స్ప్రింగ్ అనుది సమతాస్థితిలో ఉన్నంత వరకు దాని స్థితిజ శక్తి శూన్యమగును. ఇప్పుడు ఒక బాహ్య బలము $\vec{F}_a$ స్ప్రింగ్ ద్రవ్యరాశి మీద ప్రయోగింపచేసినపుడు బలము యొక్క దిశలో ($x$) దూరము సాగును.

స్ప్రింగ్ బలము $\vec{F}_s$ అని పిలువబడు ఒక పున:స్థాపక బలం స్ప్రింగ్‌లో ఏర్పడి ద్రవ్యరాశిని దాని తొలిస్థానంకి తీసుకొని రావడానికి ప్రయత్నించును. ఈ అనువర్తిత బలము మరియు స్ప్రింగ్ బలము రెండూనూ పరిమాణంలో సమానంగాను దిశలో వ్యతిరేకముగా వుండును. అనగా $\vec{F}_a = -\vec{F}_s$ హుక్స్ నియమము ప్రకారం స్ప్రింగ్‌లో ఏర్పడిన పున:స్థాపక బలం అనునది

$$\vec{F}_s = -k\vec{x} \qquad (4.20)$$

పై సమీకరణములోని ఋణాత్మక గుర్తు అనునది స్ప్రింగ్ బలము ఎప్పుడూ స్థానభ్రంశం $\vec{x}$ కి వ్యతిరేక దిశలో ఉండునని సూచిస్తుంది



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 178 01-07-2022 12:07:46

మరియు $k$ అనునది బల స్థిరాంకం అగును. కావున అనువర్తిత బలం $\vec{F}_a = +k\vec{x}$ ధనాత్మక గుర్తు అనువర్తిత బలం స్థానభ్రంశం యొక్క దిశలో ఉండునని సూచిస్తుంది. స్ప్రింగ్ బలము స్థానభ్రంశం $\vec{x}$ మీద ఆధారపడి వుండడం వలన ఇది చరబలానికి ఒక ఉదాహరణ అగును. స్ప్రింగ్ $d\vec{x}$ అనే స్వల్ప దూరానికి సాగదీయబడినదని తీసుకొనుము. స్ప్రింగ్ అనువర్తిత బలం వల్ల $\vec{x}$ స్థాన భ్రంశం చెందించడానికి చేయబడిన పని స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తిగా నిల్వచేయబడును.

$$U = \int \vec{F}_a . d\vec{r} = \int_0^x \left|\vec{F}_a\right| \left|d\vec{r}\right| \cos\theta$$
$$= \int_0^x F_a \, dx \cos\theta \qquad (4.21)$$

అనువర్తిత బలం $\vec{F}_a$ మరియు స్థానభ్రంశం $d\vec{r}$ (అనగా ఇక్కడ $dx$) అనునవి ఒకే దిశలో ఉండును. తొలి స్థానాన్ని సమతాస్థితి స్థానం లేదా సరాసరి స్థానంగా తీసుకొనిన $x=0$ అనునది సమాకలనం యొక్క దిగువ అవధి అగును.

$$U = \int_0^x kx\,dx \qquad (4.22)$$

$$U = k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x \qquad (4.23)$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (4.24)$$

తొలిస్థానం శూన్యము కాకపోతే మరియు ద్రవ్యరాశిని స్థానం $x_i$ నుండి $x_f$ వరకు జరిపినపుడు స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తి

$$U = \frac{1}{2}k\left(x_f^2 - x_i^2\right) \qquad (4.25)$$

సమీకరణం (4,24) మరియు (4.25) ల నుండి, పరిశీలించనది ఏమనగా సాగదీయబడిన స్ప్రింగ్ యొక్క స్థితిజశక్తి బలస్థిరాంకం $k$ మరియు సాగదీయబడిన లేదా కుదించిన $x$ మీద ఆధారపడి వుండును.

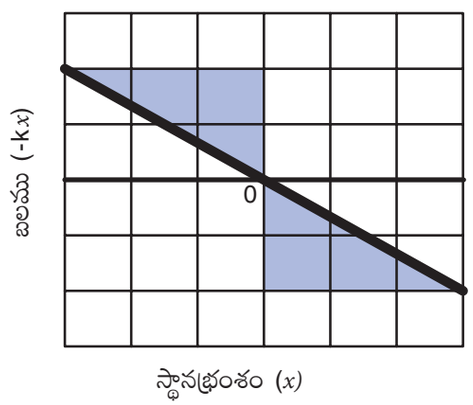



స్ప్రింగ్‌లో నిల్వచేయబడిన స్థితిజశక్తి అనునది స్ప్రింగ్‌కి అనుసంధానించిన (వ్రేలాడదీసిన లేదా తగిలించిన) ద్రవ్యరాశి మీద ఆధారపడదు.

**స్ప్రింగ్ యొక్క బలము స్థానభ్రంశం రేఖాచిత్రం:**

పున:స్థాపక స్ప్రింగ్ బలము మరియు స్థానభ్రంశం $F = -kx$ అనే రేఖీయ సంబంధం కలిగివుండడం వల్ల మరియు అవి వ్యతిరేక దిశలో వుండడం వల్ల $F$ మరియు $x$ మధ్యగల రేఖా చిత్రమనునది పటం 4.10 లో సూచించిన విధంగా రెండు మరియు నాల్గవ పాదంలో మాత్రమే అమరిన సరళరేఖగా వున్నది. ఒక F - $x$ రేఖాచిత్రం గీయడం ద్వారా స్థితిస్థాపక స్థితిజశక్తిని సులభంగా కనుగొనవచ్చును. ఛాయ చేసిన వైశాల్యం (త్రిభుజం) అనునది స్ప్రింగ్ బలము చేత చేయబడిన పనిని సూచిస్తుంది.

$$\text{వైశాల్యం} = \frac{1}{2}(\text{ఆధారం})(\text{ఎత్తు}) = \frac{1}{2}\times(x)\times(kx).$$
$$= \frac{1}{2}kx^2$$



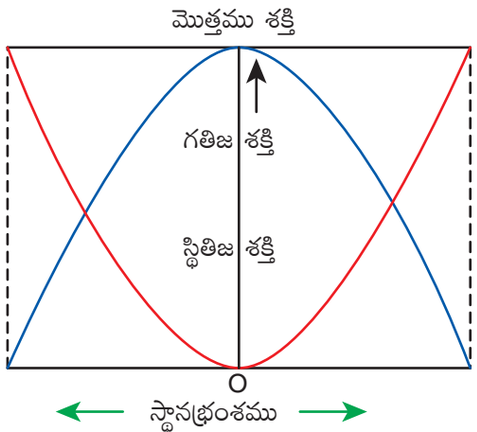

**పటము 4.10** స్ప్రింగ్ యొక్క బలము – స్థానభ్రంశం రేఖాచిత్రం.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 179 01-07-2022 12:07:49

### స్ప్రింగ్ యొక్క స్థితిజశక్తి – స్థానభ్రంశం రేఖాచిత్రం

ఒక కుదించిన లేదా పొడిగించిన స్ప్రింగ్ తనలో నిల్వచేయబడిన స్థితిజశక్తిని దానితో అనుసంధానించిన ద్రవ్యరాశి యొక్క గతిజశక్తిగా మార్చును. స్థితిజశక్తి – స్థానభ్రంశం రేఖాచిత్రము పటము 4.11 లో సూచించబడినది.




**పటము 4.11** స్ప్రింగ్ ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థ యొక్క స్థితిజశక్తి – స్థానభ్రంశం రేఖాచిత్రం

ఘర్షణ లేని పరిస్థితులలో శక్తి అనునది వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం శక్తి స్థిరముగా వుండేటట్లు గతిజశక్తి నుండి స్థితిజశక్తికి మరియు స్థితిజశక్తి నుండి గతిజ శక్తికి మరలా మరలా మారుతూ వుండును. సమతాస్థితి ( సగటు ) స్థానం వద్ద.

$$\Delta KE = \Delta U \qquad (4.26)$$

## ఉదాహరణ 4.9

రెండు స్ప్రింగ్‌లు A మరియు B వాని యొక్క స్ప్రింగ్ స్థిరాంకాలు $k_A > k_B$ అగునట్లు ఉన్నవి. వాటిని సమబలాల చేత సాగదీసిన ఏ స్ప్రింగ్ మీద ఎక్కువ పని జరుగుతుంది?

**సాధన:**

$$F = k_A x_A = k_B x_B$$

$$x_A = \frac{F}{k_A}; \quad x_B = \frac{F}{k_B}$$

స్ప్రింగ్ మీద చేయబడిన పని స్ప్రింగ్‌లో స్థితిజశక్తిగా నిల్వ చేయబడుతుంది.

$$U_A = \frac{1}{2} k_A x_A^2 \; ; \quad U_B = \frac{1}{2} k_B x_B^2$$

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{k_A x_A^2}{k_B x_B^2} = \frac{k_A \left(\frac{F}{k_A}\right)^2}{k_B \left(\frac{F}{k_B}\right)^2} = \frac{\frac{1}{k_A}}{\frac{1}{k_B}}$$

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{k_B}{k_A}$$

$k_A > k_B$ అయిన $U_B > U_A$ అగును. అందువలన A కన్నా B మీద ఎక్కువ పని చేయవలెను.

## ఉదాహరణ 4.10

m ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు స్ప్రింగ్‌కి వ్రేలాడదీయబడినది అనువర్తిత బలం వలన అది సమతాస్థితి స్థానం నుండి 25 cm దూరం సాగదీయబడినది.

(a) స్ప్రింగ్ ద్రవ్యరాశి వ్యవస్థలో నిల్వచేయబడిన స్థితిజశక్తిని లెక్కించుము?

(b) సాగదీయునపుడు స్ప్రింగ్ బలము చేత చేయబడిన పని ఎంత?

(c) స్ప్రింగ్‌ని అదే 25 cm కొలతకి కుదించినపుడు నిల్వచేయబడిన స్థితిజశక్తి మరియు సంపీడనం చెందునపుడు (కుదించునపుడు) స్ప్రింగ్ బలం వలన చేయబడిన పనిని లెక్కించుము. (స్ప్రింగ్ స్థిరాంకం $k = 0.1\ N\ m^{-1}$)

**సాధన:**

స్ప్రింగ్ స్థిరాంకం, $k = 0.1\ N\ m^{-1}$

స్థాన భ్రంశం, $x = 25\ cm = 0.25\ m$

(a) స్ప్రింగ్‌లో నిల్వచేయబడిన స్థితిజశక్తి

$$U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (0.25)^2 = 0.0031 J$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 180 01-07-2022 12:07:50

(b) స్ప్రింగ్ బలము $\vec{F}_s$ వలన చేయబడిన పని $W_s$ విలువ

$$W_s = \int_0^x \vec{F}_s \cdot d\vec{r} = \int_0^x \left(-k\,x\hat{i}\right)\cdot\left(dx\,\hat{i}\right)$$

స్ప్రింగ్ బలము $\vec{F}_s$ ఋణాత్మక $x$ అక్షం దిశలో పనిచేయును అదే సమయంలో సాగదీయడం ధనాత్మక $x$ అక్షం దిశలో పనిచేయును.

$$W_s = \int_0^x (-kx)\,dx = -\frac{1}{2}kx^2$$

$$W_s = -\frac{1}{2}\times 0.1\times(0.25)^2 = -0.0031\,J$$

బాహ్యకారకము చేత చేయబడిన పని వలన స్థితిజశక్తిని నిర్వచించవచ్చు. స్థితిజశక్తిలోని ధనాత్మక గుర్తు శక్తి అనునది కారకం నుండి వస్తువుకి బదిలీ కావడాన్ని సూచిస్తుంది. కానీ పున:స్థాపక బలం వలన చేయబడిన పని ఈ సందర్భంలో ఋణాత్మక విలువను కలిగి వుంటుంది. ఎందుకనగా పున:స్థాపక బలమునునది స్థానభ్రంశం యొక్క దిశకు వ్యతిరేక దిశలో పనిచేస్తుంది.

(c) కుదించినపుడు (సంపీడనంలో) కూడా అదే విలువ కలిగిన స్థితిజశక్తి వస్తువులో నిల్వచేయబడుతుంది. $U = \frac{1}{2}kx^2 = 0.0031\,J.$

సంపీడనం చెందునపుడు పున:స్థాపక స్ప్రింగ్ బలము వలన చేయబడిన పని

$$W_s = \int_0^x \vec{F}_s.d\vec{r} = \int_0^x \left(k\,x\hat{i}\right).\left(-dx\,\hat{i}\right)$$

సంపీడన సందర్భంలో స్ప్రింగ్ పున:స్థాపక బలం ధనాత్మక $x$- అక్షం దిశలో పనిచేయును. మరియు స్థానభ్రంశం ఋణాత్మక $x$ అక్షం దిశలో వుండును.

$$W_s = \int_0^x (-kx)\,dx = -\frac{1}{2}kx^2 = -0.0031\,J$$

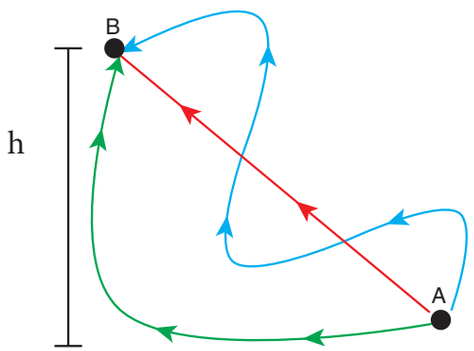
## 4.2.7 నిత్యత్వ మరియు అనిత్యత్వ బలాలు (Conservative and non-conservative forces)

### నిత్యత్వ బలము

ఒక వస్తువుని జరపడానికి బలము చేత లేదా బలానికి వ్యతిరేకముగా చేయబడిన పని వస్తువు యొక్క తొలి మరియు తుది స్థానం మీద మాత్రమే ఆధారపడును మరియు వస్తువు యొక్క తొలి మరియు తుది స్థానాల మధ్యననుసరించు మార్గం యొక్క స్వభావం మీద ఆధారపడని బలాన్ని నిత్యత్వ బలము అందురు.

భూమి మీద A అనే బిందువు వద్ద ఒక వస్తువును పరిగణలోనికి తీసుకొందాము. పటము 4.12 లో సూచించిన విధముగా దీనిని భూ ఉపరితలముపై $h$ ఎత్తులో గల B అనే మరొక బిందువుకి మూడు మార్గములలో తీసుకొనిపోవచ్చును.

మార్గము ఏ విధముగా ఉండినను తొలి మరియు తుది స్థానాలు మారకుండా వున్నంత వరకు భూమ్యాకర్షణ బలానికి వ్యతిరేకముగా చేయబడిన పనిమారదు. ఇదియే భూమ్యాకర్షణ బలమునునది నిత్యత్వ బలముగా ఉండుటకు కారణమగును. నిత్యత్వ బలము స్థితిజశక్తి యొక్క ఋణాత్మక వాలుకి సమానంగా వుండును ఏక మితి సందర్భంలో.




పటము 4.12 నిత్యత్వ బలము

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \qquad (4.27)$$

స్థితిస్థాపక స్ప్రింగ్ బలం, స్థిర విద్యుత్ బలము, అయస్కాంత బలము, గురుత్వాకర్షణ బలము మొదలగునవి నిత్యత్వ బలమునకు ఉదాహరణలగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 181 01-07-2022 12:07:51

**పట్టిక 4.3** నిత్యత్వ మరియు అనిత్యత్వ బలాలను పోల్చడం.

| వ.సంఖ్య | నిత్యత్వ బలాలు | అనిత్యత్వ బలాలు |
|---|---|---|
| 1. | చేయబడిన పని మార్గముపై ఆధారపడదు. | చేయబడిన పని మార్గముపై ఆధారపడును. |
| 2. | ఒక చుట్టులో చేయబడు పని శూన్యము అగును. | ఒక చుట్టులో చేయబడు పని శూన్యము కాదు. |
| 3 | మొత్తం శక్తి స్థిరముగా యుండును. | శక్తి అనునది ఉష్ణశక్తి మరియు కాంతి శక్తిగా వెలువడుతుంది. |
| 4 | చేయబడిన పని పూర్తిగా పునర్వితమగును. | చేయబడిన పని పూర్తిగా పునర్వితము కాదు. |
| 5 | బలము అనునది స్థితిజ శక్తి యొక్క ఋణాత్మక వాలుకు సమానముగా వుండును. | ఆ విధమైన సంబంధము లేదు. |

**నిత్యత్వము కాని బలము:**

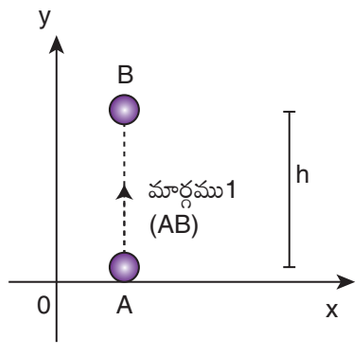
ఒక వస్తువుని బలము వలన లేదా బలానికి వ్యతిరేకముగా జరపడానికి చేయబడిన పని తొలి మరియు తుది స్థానాలకి మధ్యగల మార్గము మీద ఆధారపడు బలాన్ని అనిత్యత్వ బలము అందురు. దీని అర్థం వేర్వేరు మార్గాలలో చేయబడిన పని యొక్క విలువ వేర్వేరుగా వుండును.

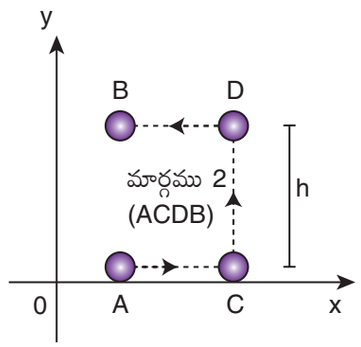
1. ఘర్షణ బలము అనిత్యత్వ బలము అగును. ఎందుకనగా ఘర్షణకి వ్యతిరేకముగా చేయబడిన పని వస్తువు చలించు మార్గం యొక్క పొడవు మీద ఆధాపడును.
2. గాలి నిరోధం వలన ఏర్పడిన బలం, స్నిగ్ధతా బలములు కూడా అనిత్యత్వ బలాలు అగును. ఈ బలము వలన లేదా బలానికి వ్యతిరేకముగా చేయబడిన పని చలనము యొక్క వేగము మీద ఆధారపడి వుండును.

నిత్యత్వము మరియు అనిత్యత్వ బలాల ధర్మాలు పట్టిక 4.3లో చూపడమైనది. (సారాంశీకరించబడినది).

## ఉదాహరణ 4.11

క్రింది సందర్భాలలో గురుత్వాకర్షణ బలము వలన చేయబడిన పనిని గణించుము.




**సాధన:**

బలము $\vec{F} = mg\left(-\hat{j}\right) = -mg\hat{j}$

స్థానభ్రంశ సదిశ $d\vec{r} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$

(స్థాన భ్రంశం రెండు మితులలో ఉండడం వలన యూనిట్ సదిశలు $\hat{i}$ మరియు $\hat{j}$ లను ఉపయోగించాము).

(a) చలనము క్షితిజ లంబ దిశలో మాత్రమే ఉన్నందున, క్షితిజ సమాంతర అంశం $dx$ శూన్యము అగును. కావున మార్గం 1 వైపు (దూరము h యొక్క) బలము వలన చేయబడిన పని.

$$W_{\text{మార్గం1}} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^B \left(-mg\hat{j}\right).\left(dy\,\hat{j}\right)$$

$$= -mg\int_0^h dy = -mgh$$

మార్గం 2 కు చేయబడిన మొత్తం పని

$$W_{\text{మార్గం2}} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^C \vec{F}.d\vec{r} + \int_C^D \vec{F}.d\vec{r} + \int_D^B \vec{F}.d\vec{r}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 182 01-07-2022 12:07:52

అయితే

$$\int_A^C \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^C \left(-mg\hat{j}\right).\left(dx\hat{i}\right) = 0$$

$$\int_C^D \vec{F}.d\vec{r} = \int_C^D \left(-mg\hat{j}\right).\left(dy\hat{j}\right)$$

$$= -mg\int_0^h dy = -mgh$$

$$\int_D^B \vec{F}.d\vec{r} = \int_D^B \left(-mg\hat{j}\right).\left(-dx\hat{i}\right) = 0$$

కావున, మార్గం 2 వైపు బలము చేత చేయబడిన మొత్తం పని

$$W_{\text{మార్గం2}} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = -mgh$$

నిత్యత్వ బలము చేత చేయబడిన పని మార్గము (పథము) మీద ఆధారపడదు అని గమనింపుము.

## ఉదాహరణ 4.12

2 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు గతిజ ఘర్షణ గుణకము 0.9 కలిగిన ఒక తలములో 20 N బాహ్యబలము వలన 10m దూరము జరిగినదని పరిగణించుము. బాహ్యబలము మరియు గతిజ ఘర్షణ వలన చేయబడిన పని ఎంత ? ఫలితము మీద విశ్లేషించుము ($g = 10\ ms^{-2}$ గా తీసుకొనుము).

**సాధన**

$m = 2$ kg, $d = 10$ m, $F_{\text{బాహ్య}} = 20$ N, $\mu_k = 0.9$.
ఒక వస్తువు క్షితిజ సమాంతర తలములో చలిస్తున్నప్పుడు అది రెండు బలాలను పొందును.

(a) బాహ్యబలము, $F_{\text{బాహ్య}} = 20$ N

(b) గతిజ ఘర్షణ,
$f_k = \mu_k mg = 0.9\times(2)\times 10 = 18\,\text{N}$.

బాహ్య బలము వలన చేయబడిన పని
$W_{ext} = F\,d = 20\times 10 = 200\,\text{J}$

గతిజ ఘర్షణ బలము వలన చేయబడిన పని $W_k = f_k d = (-18)\times 10 = -180$ J. ఇక్కడ ఋణ గుర్తు అనునది గతిజ ఘర్షణ బలం, స్థానభ్రంశం దిశకి వ్యతిరేకముగా ఉండడాన్ని సూచిస్తుంది.

వస్తువు చేత చేయబడిన మొత్తం పని
$W_{total} = W_{ext} + W_k = 200\ \text{J} - 180\ \text{J} = 20\ \text{J}$.

ఘర్షణ బలమనునది అనిత్యత్వ బలము కావున బాహ్య బలము వలన ఇవ్వబడిన 200 J లో 180 J కోల్పోయింది మరియు దీనిని పునర్వితము చేయలేము.

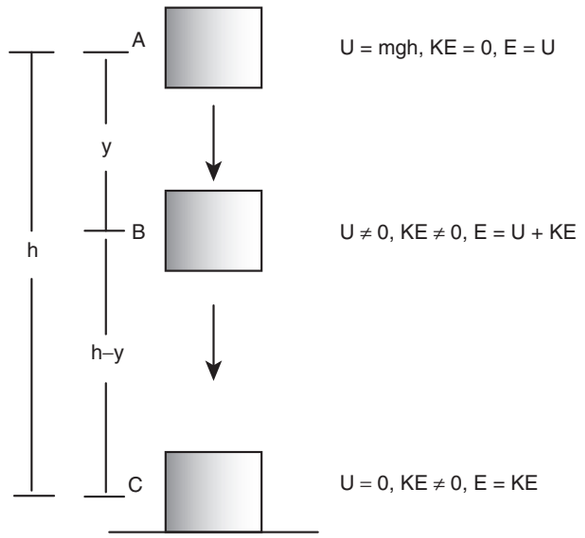
### 4.2.8 శక్తి నిత్యత్వ నియమము (Law of conservation of energy)

ఒక వస్తువుని మనము పైకి విసిరినపుడు దాని గతిజశక్తి తగ్గుతూ పోయి మరియు అదే సమయంలో దాని స్థితిజశక్తి పెరుగుతూ పోవును (గాలి నిరోధము ఉపేక్షించబడినది) ఎప్పుడైతే వస్తువనునది అత్యున్నత ఎత్తును చేరునో దీని శక్తి పూర్తిగా స్థితిజశక్తిగా మారును. అదే విధంగా వస్తువు అత్యున్నత ఎత్తు నుండి తిరిగి వచ్చునపుడు దాని గతిజశక్తి అధికమగును మరియు స్థితిజశక్తి తగ్గును. ఎప్పుడైతే వస్తువు భూమిని తాకునో దీని శక్తి పూర్తిగా గతిజశక్తిగా మారును. పటము 4.13 లో సూచించిన విధంగా మధ్యస్థ బిందువుల వద్ద శక్తి అనునది గతిజ శక్తిగాను స్థితిజశక్తి గాను వుండును. వస్తువనునది నేలని చేరినపుడు గతిజశక్తి పూర్తిగా ధ్వని, ఉష్ణం, కాంతి మరియు వస్తువు యొక్క వైకల్యం మొదలగు వేర్వేరు రూపాల శక్తులుగా వెదజల్లబడుతుంది.

ఈ ఉదాహరణలో ప్రతిబిందువు వద్ద శక్తి మార్పిడి చోటు చేసుకొనును. గతిజశక్తి మరియు స్థితిజశక్తుల మొత్తం అనగా మొత్తం యాంత్రిక శక్తి ఎల్లప్పుడూ స్థిరము. అనగా దీని మొత్తం శక్తి నిత్యత్వముగా చేయబడును. దీనినే శక్తి నిత్యత్వ నియమము అందురు.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 183 01-07-2022 12:07:55




**పటము 4.13** శక్తి నిత్యత్వము

శక్తి నిత్యత్వము నియమము ప్రకారం శక్తిని సృష్టించుటకు కాని, నాశనం చేయుటకు కాని వీలుకాదు. శక్తి అనునది ఒక రూపం నుండి మరొక రూపానికి మారును. అయితే వివిక్త వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం శక్తి స్థిరము.

పటము 4.13 వివరించునది ఏమనగా $h$ ఎత్తులో విరామ స్థితిలో ఉన్న ఒక వస్తువు యొక్క మొత్తం శక్తి శుద్ధ స్థితిజశక్తి (U=mgh) గా వుండును మరియు $h$ ఎత్తులో దాని గతిజశక్తి (KE) శూన్యమగును. వస్తువు క్రిందికి వస్తున్నప్పుడు $y$ దూరంలో దాని స్థితిజశక్తి మరియు గతిజశక్తి శూన్యమగును. అదే సమయంలో $h$ ఎత్తులో ఉన్న అదే పరిమాణంలో మొత్తం శక్తి మారకుండా వుండును. వస్తువు నేలను తాకినపుడు స్థితిజశక్తి శూన్యమగును మరియు మొత్తం శక్తి శుద్ధ గతిజ శక్తిగా వుండును.

## ఉదాహరణ 4.13

1 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు $h$ = 10 m ఎత్తునుండి పడినప్పుడు

(a) $h = 10$ m ఎత్తువద్ద వస్తువు మొత్తం శక్తి

(b) $h = 4$ m ఎత్తు వద్ద వస్తువు యొక్క స్థితిజశక్తి

(c) $h = 4$ m ఎత్తు వద్ద వస్తువు యొక్క గతిజశక్తి

(d) వస్తువు నేలని డీకొన్నప్పుడు వస్తువు యొక్క వడిని కనుగొనుము.

( $g = 10\ \text{m s}^{-2}$ అనుకొనుము)

**సాధన:**

(a) భూమ్యాకర్షణ బలము నిత్యత్వబలమగును. కావున చలనం అంతటా మొత్తం శక్తి స్థిరం. $h = 10$ m ఎత్తులో మొత్తం శక్తి $E$ పూర్తిగా స్థితిజశక్తిగా వుండును.

$$E = U = mgh = 1 \times 10 \times 10 = 100\ \text{J}$$

(b) $h = 4$ m ఎత్తు వద్ద వస్తువు యొక్క స్థితిజశక్తి

$$U = mgh = 1 \times 10 \times 4 = 40\,\text{J}$$

(c) చలనం అంతటా మొత్తం శక్తి స్థిరం కావున $h = 4\,\text{m}$ ఎత్తులో గతిజశక్తి

$$KE = E - U = 100 - 40 = 60\,\text{J}$$

ప్రత్యామ్నాయంగా 4 m ఎత్తులో వస్తువు యొక్క వేగం నుండి గతిజశక్తిని కనుగొనవచ్చును. 4 m ఎత్తు వద్ద, వస్తువు పై నుండి 6 m లోతుకి పడినది.

6 m క్రిందికి పడిన తర్వాత వున్న దిశావేగాన్ని చలన సమీకరణం నుండి కనుగొనవచ్చును.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 6} = \sqrt{120}\ \text{m s}^{-1};$$

$$v^2 = 120$$

గతిజ శక్తి $\text{KE} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 120 = 60\,\text{J}$

(d) వస్తువు నేలని డీకొన్నప్పుడు మొత్తం శక్తి శుద్ధ గతిజ శక్తి అగును మరియు స్థితిజశక్తి, $U = 0$.



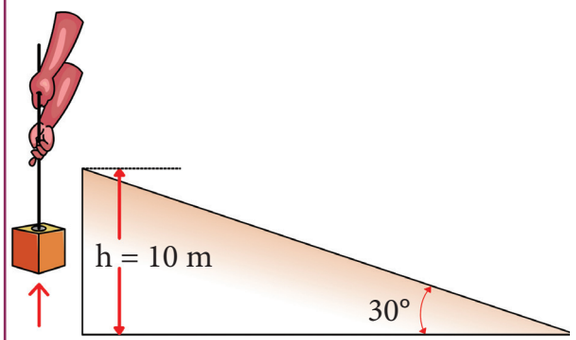
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 184 01-07-2022 12:07:57

$$E = KE = \frac{1}{2}mv^2 = 100\ J$$

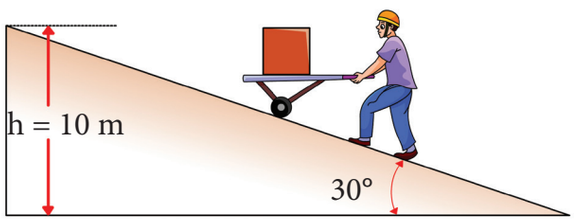
$$v = \sqrt{\frac{2}{m}KE} = \sqrt{\frac{2}{1}\times 100} = \sqrt{200} \approx 14.12\ m\ s^{-1}$$

## ఉదాహరణ 4.14

పటములో సూచించిన విధంగా 100 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు నేల నుండి 10 m ఎత్తుకి రెండు వేర్వేరు మార్గాలలో తీసుకొని పోబడినది. రెండు సందర్భాలలో భూమ్యాకర్షణ శక్తి వలన చేయబడిన పని ఎంత? వాలుతలము (ramp) ద్వారా వస్తువుని తీసుకొని పోవడం సులభంగా వున్నది ఎందుకు?




మార్గం (1) నేరుగా పై దిశలో




మార్గం (2) వాలుతలం ద్వారా

**సాధన:**

m = 100 kg, h = 10 m

మార్గం 1 వెంట

వస్తువుని 10 m ఎత్తుకి తీసుకొని పోవడానికి అవసరమైన కనీస (అత్యల్ప) బలము $F_1$ అనునది భూమ్యాకర్షణ బలానికి సమానముగా వుండవలెను.

$F_1 = mg = 100 \times 10 = 1000\ N$

మార్గం 1 వెంట జరిగిన దూరం $h = 10\ m$

మార్గం 1 వెంట వస్తువు మీద చేయబడిన పని

$$W = F\ h = 1000 \times 10 = 10{,}000\ J$$

మార్గం 2 వెంట

వాలుతలము (ramp) ద్వారా వస్తువుని తీసుకొనిపోవడానికి వస్తువు మీద మనం ప్రయోగించిన కనీస బలం $F_2$ అనునది $mg$ కి సమానముగా లేదు. బదులుగా $mg\sin\theta$ కి సమానముగా ఉండును. $\left(mg\sin\theta < mg\right)$.

ఇక్కడ, కోణము $\theta = 30^o$

అందువలన, $F_2 = mg\ \sin\theta = 100 \times 10 \times \sin 30^o = 100 \times 10 \times 0.5 = 500\,N$

కావున, $\left(mg\sin\theta < mg\right)$

వాలుతలము మార్గం యొక్క పొడవు

$$l = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{10}{0.5} = 20\,m$$

మార్గం (2) వెంట వస్తువు మీద చేయబడిన పని $W = F_2\, l = 500 \times 20 = 10{,}000\ J$

భూమ్యాకర్షణ బలం నిత్యత్వ బలము కావున భూమ్యాకర్షణ వలన వస్తువు మీద చేయబడిన పని దానిని తీసుకొనిపోవు మార్గం మీద ఆధారపడదు. రెండు మార్గాలలో భూమ్యాకర్షణ బలం వలన చేయబడిన పని 10,000 J అగును.

మార్గం (1) వెంట : స్వల్ప దూరం జరపడానికి భూమ్యాకర్షణకి వ్యతిరేకంగా అధిక బలం ప్రయోగించ వలసి వుంది.

మార్గం (2) వెంట : అధిక దూరం జరపడానికి భూమ్యాకర్షణకి వ్యతిరేకంగా తక్కువ బలం ప్రయోగించవలసి వుంది.

వాలుతలం ద్వారా ప్రయోగించబడిన బలం తక్కువగా వుండడం వలన వాలుతలము వెంట వస్తువుని తీసుకొని పోవడం సులభంగా వున్నది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 185 01-07-2022 12:08:00

## ఉదాహరణ 4.15

m ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు నేల నుండి $v_0$ అనే తొలివడితో విసరబడినది. h ఎత్తులో దాని వడిని కనుగొనుము.

**సాధన:**

గురుత్వాకర్షణ బలం నిత్యత్వ బలం కావున చలనం అంతటా మొత్తం శక్తి నిత్యత్వమగును.

| | ప్రారంభ స్థానం | అంతిమ స్థానం |
|---|---|---|
| గతిజ శక్తి | $\frac{1}{2}mv_0^2$ | $\frac{1}{2}mv^2$ |
| స్థితిజ శక్తి | 0 | mgh |
| మొత్తం శక్తి | $\frac{1}{2}mv_0^2+0=\frac{1}{2}mv_0^2$ | $\frac{1}{2}mv^2+mgh$ |

$h$ ఎత్తులో స్థితిజశక్తి, గతిజశక్తి మరియు మొత్తం శక్తి మొదలగు వాని తుది విలువలు కనుగొనబడినది.

శక్తి నిత్యత్వ నియమము ప్రకారం తొలి మరియు తుది మొత్తం శక్తులు సమానమగును.

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+mgh$$

$$v_0^2=v^2+2gh$$

$$v=\sqrt{v_0^2-2gh}$$

విభాగము (2.11.2) లో గతిజ సమీకరణమును ఉపయోగించి క్యాలిక్యులస్ (calculus method) పద్ధతి ప్రకారం ఇదే విధమైన ఫలితం పొందడం గమనించవచ్చు. కానీ శక్తి నిత్యత్వ నియమము ప్రకారం లెక్కించడం క్యాలిక్యులస్ (calculus method) పద్ధతి కన్నా చాలా సులభం.

## ఉదాహరణ 4.16

ఒక స్ప్రింగ్‌కి వ్రేలాడ దీసిన 2 kg ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు దాని సమతాస్థితి నుండి $x=10$ m దూరానికి జరపబడినది స్ప్రింగ్ స్థిరాంకం $k=1$ N $m^{-1}$ మరియు తలము ఘర్షణ లేనిదని ఊహించుకొనుము.

(a) వస్తువనునది సమతాస్థితిని దాటునపుడు దాని వేగం ఎంత?

(b) వస్తువనునది సమతాస్థితిని దాటునపుడు $x = \pm 10$ m (అత్యధిక) గరిష్ట స్థానంని దాటునపుడు వస్తువు మీద పనిచేయు బలము ఎంత?

**సాధన:**

(a) స్ప్రింగ్ బలము నిత్యత్వ బలము కావున మొత్తం శక్తి స్థిరముగా వుండును. $x=10$ m వద్ద మొత్తం శక్తి శుద్ధ స్థితిజ శక్తిగా వుండును.

$$E = U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\times(1)\times(10)^2 = 50\ J$$

ద్రవ్యరాశి (వస్తువు) సమతాస్థితిని దాటునపుడు $(x=0)$, స్థితిజశక్తి

$$U = \frac{1}{2}\times 1\times(0) = 0\ J$$

ఈ స్థితిలో మొత్తం శక్తి శుద్ధ గతిజ శక్తిగా వుండును.

$$E = KE = \frac{1}{2}mv^2 = 50\,J$$

వేగము

$$v=\sqrt{\frac{2KE}{m}}=\sqrt{\frac{2\times 50}{2}}=\sqrt{50}\,ms^{-1}\approx 7.07\,ms^{-1}$$

(b) పున:స్థాపక స్ప్రింగ్ బలం F = - kx వస్తువు సమతాస్థితిని దాటునపుడు అది ఏ బలాన్ని అనుభూతి చెందదు. సమతాస్థితి వద్ద వస్తువనునది అత్యధిక వేగముగా చలించునదని గమనించాలి. వస్తువనునది $x$ = +10 m (సాగదీసిన) అనే స్థితిలో వున్నప్పుడు బలము $F = -kx$

F = – (1) (10) = – 10 N ఇక్కడ ఋణ గుర్తు అనునది బల బిందువు సమతాస్థితి వైపు,



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 186 01-07-2022 12:08:03

అనగా ఋణాత్మక $x$ అక్షం వైపు వుండడాన్ని సూచిస్తుంది. ఎప్పుడైతే వస్తువనునది $x = -10m$ (కుదించిన) స్థితిలో వున్నప్పుడు అది అనుభూతి చెందు బలము. $F = -(1)(-10) = +10$ N ఇక్కడ ధనాత్మక గుర్తు అనునది బల బిందువు ధనాత్మక $x$- అక్షం వైపుకి వుండడాన్ని సూచిస్తుంది.

$x = \pm 10m$ అనే స్థితిలో వస్తువనునది ఈ రెండు బిందువుల వద్ద అత్యధిక బలాన్ని అనుభూతి చెందిననూ, క్షణిక విరామ స్థితికి వచ్చును.

## 4.2.9 లంబ వృత్తాకార చలనము (Motion in a vertical circle)

(m) ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు ద్రవ్యరాశిలేని, సాగే గుణము లేని తీగ యొక్క ఒక చివర వ్రేలాడదీయబడినది. మరలా తీగ యొక్క మరొక చివర స్థిరంగా వుండునట్లు బిగించబడినది. ఆ తీగ లంబ తలంలో వృత్తాకార చలనంలో తిరుగుతూ ఉందని ఊహించుకోండి. తీగ యొక్క పొడవు అనునది వృత్తాకార మార్గం యొక్క వ్యాసార్ధం ($\vec{r}$) అగును. (పటము 4.14)

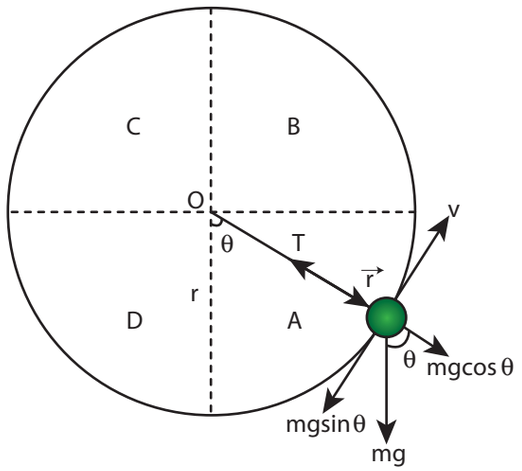
పటము (4.14) లో చూపినట్లు వస్తువు యొక్క చలనం గురించి తెలుసుకొనుటకు ఒక బిందువు వద్ద స్వేచ్ఛా వస్తు పటము (free body diagram) ని తీసుకొందాం. ఇక్కడ స్థాన సదిశ ($\vec{r}$) అనునది క్షితిజ లంభాకార క్రింది వైపు దిశతో $\theta$ కోణాన్ని ఏర్పరిచి మరియు తాక్షణిక వేగాన్ని కలిగివుండును.

వస్తువు (ద్రవ్యరాశి) మీద రెండు బలాలు పనిచేయబడుచున్నవి.

1. క్రింది వైపుకి పనిచేయు గురుత్వాకర్షణ బలం
2. తీగవెంబడి తన్యత

వస్తువు ( ద్రవ్యరాశి) మీద న్యూటన్ రెండవ గమన నియమాన్ని అనువర్తించగా స్పర్శరేఖ దిశలో

$$mg\sin\theta = m a_t$$
$$mg\sin\theta = -m\left(\frac{dv}{dt}\right) \qquad (4.28)$$




పటము 4.14 లంబ వృత్తాకార చలనము

ఇక్కడ, $a_t = -\frac{dv}{dt}$ అనునది స్పర్శ రేఖ దిశలో వ్యతిరేక త్వరణం అగును.

వ్యాసార్ధ దిశలో

$$T - mg\cos\theta = m a_r$$
$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{r} \qquad (4.29)$$

ఇక్కడ, $a_r = \frac{v^2}{r}$ అనునది అభికేంద్ర త్వరణం.

చలనాన్ని బాగా అర్థం చేసుకొనుట కొరకు వృత్తాన్ని A, B, C, D అనే నాలుగు సమ భాగాలుగా విభజించండి. పై నున్న రెండు సమీకరణాల నుండి క్రింద ఇవ్వబడిన నాలుగు ముఖ్యమైన వాస్తవాలను తెలుసుకొండి.

(i) ద్రవ్యరాశి (వస్తువు) అనునది $\theta$ యొక్క అన్ని విలువలకి ($\theta = 0^o$ తప్ప) స్పర్శ రేఖ దిశలో త్వరణాన్ని ($g \sin\theta$) కలిగి వుండును. ఈ లంబ వృత్తాకార చలనం ఏకరీతి వృత్తాకార (సమ) చలనం కాదు అని స్పష్టమగుచున్నది.

(ii) సమీకరణం (4.28) మరియు (4.29) ల నుండి తెలుకొనునది ఏమనగా చలనం అంతటా దిశావేగ పరిమాణము మారడం (అస్థిరం) వలన తీగ యొక్క తన్యత కూడా మారును. (లేదా స్థిరం కాదు)



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 187 01-07-2022 12:08:03

(iii) సమీకరణం (4.29) $T = mg\cos\theta + \frac{mv^2}{r}$ ప్రత్యేకించి సూచించునది వృత్తం యొక్క A మరియు B భాగాలు $\left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2};\right.$ లో $\cos\theta$ మరియు ధనాత్మకం$\left.\right)$ $mg\cos\theta$ అనుపదం ఎల్లప్పుడూ సున్నా కన్నా అధికముగా వుండును. కావున వేగము శూన్య మయినను తన్యత శూన్యం కాదు.

(vi) సమీకరణం (4.29) $\frac{mv^2}{r} = T - mg\cos\theta$ ప్రత్యేకించి సూచించునది వృత్తం యొక్క B మరియు C భాగాలు $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2};\right.$ లో $\cos\theta$ మరియు ఋణాత్మకం$\left.\right)$. రెండవ పదం ఎల్లప్పుడూ సున్నా కన్నా అధికముగా వుండును. కావున తన్యత శూన్యమయినను వేగము శూన్యము కాదు.

లంబ వృత్తాకార చలనమునకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించునప్పుడు పైన సూచించిన విషయాలను (points) మనస్సులో ఉంచుకొనవలెను.

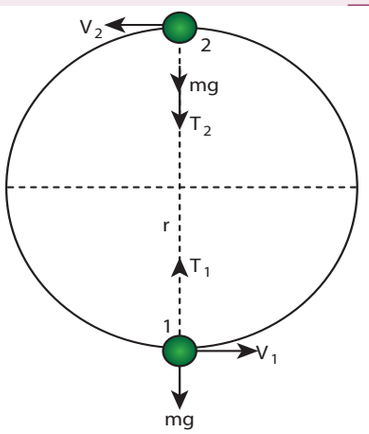
పటం 4.15 లో చూపినట్లు తరువాతి విశ్లేషణకు కనిష్ఠ బిందువు (1) మరియు గరిష్ఠ బిందువు (2) అను రెండు స్థితులను మాత్రమే పరిగణలోనికి తీసుకొనుము. వస్తువు దిశా వేగమనునది కనిష్ఠ బిందువు (1) వద్ద $\vec{v}_1$ అని గరిష్ఠ బిందువు (2) వద్ద $\vec{v}_2$ అని మరి ఏ ఇతర బిందువు వద్దనైనను $\vec{v}$ అని తీసుకొనుము. వేగము యొక్క దిశ అన్ని బిందువుల వద్ద వృత్తాకార మార్గం యొక్క స్పర్శరేఖ దిశలో ఉండును. కనిష్ఠ బిందువు వద్ద తీగ తన్యత $\vec{T}_1$ అని గరిష్ఠ బిందువు వద్ద తన్యత $\vec{T}_2$ అని మరి ఏ ఇతర బిందువు వద్దనైనా తన్యత $\vec{T}$ అని తీసుకొనుము. ప్రతి బిందువు వద్ద తన్యత కేంద్ర బిందువు వైపుకి పనిచేయును. శక్తి నిత్యత్వ నియమాన్ని అనువర్తించి ఈ రెండు బిందువుల వద్ద తన్యత మరియు వేగాల్ని కనుగొనవచ్చును.

కనిష్ఠ బిందువు (1) కొరకు ***(For the lowest point (1)***

వస్తువు అనునది కనిష్ఠ బిందువు (1) వద్ద వున్నప్పుడు గురుత్వాకర్షణ బలం $m\vec{g}$ వస్తువు మీద (క్షితిజ లంబ దిశలో క్రిందికి) పనిచేస్తుంది మరియు తన్యత $\vec{T}_1$ క్షితిజ లంబ దిశలో పైకి అనగా కేంద్ర బిందువు వైపుకి పనిచేస్తుంది. సమీకరణం (4.29) నుండి మనము పొందునది.

$$T_1 - mg = \frac{mv_1^2}{r} \qquad (4.30)$$

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{r} + mg \qquad (4.31)$$




**పటము 4.15** కనిష్ఠ మరియు గరిష్ఠ బిందువుల వద్ద లంబ వృత్తాకార చలనము.

గరిష్ఠ బిందువు (2) కొరకు ***(For the highest point (2)***

గరిష్ఠ బిందువు (2) వద్ద వస్తువు మీద గల భూమ్యాకర్షణ బలం $m\vec{g}$ మరియు తన్యత $\vec{T}_2$ రెండూ క్రింది వైపుకి అనగా మరలా కేంద్ర బిందువు వైపుకి పనిచేస్తాయి.

$$T_2 + mg = \frac{mv_2^2}{r} \qquad (4.32)$$

$$T_2 = \frac{mv_2^2}{r} - mg \qquad (4.33)$$

సమీకరణం (4.31) మరియు (4.33) ల నుండి $T_1 > T_2$ అని అవగాహన చేసుకోవచ్చు. తన్యతలో మార్పు $T_1 - T_2$ అనునది సమీకరణం (4.33) ని సమీకరణం (4.31) నుండి తీసివేయడం ద్వారా లభించును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 188 01-07-2022 12:08:06

$$T_1 - T_2 = \frac{mv_1^2}{r} + mg - \left(\frac{mv_2^2}{r} - mg\right)$$

$$= \frac{mv_1^2}{r} + mg - \frac{mv_2^2}{r} + mg$$

$$T_1 - T_2 = \frac{m}{r}\left[v_1^2 - v_2^2\right] + 2mg \qquad (4.34)$$

బిందువు 1 మరియు 2 లో శక్తి నిత్యత్వ నియమమును ఉపయోగించి $\left[v_1^2 - v_2^2\right]$ విలువను సులభంగా కనుగొనవచ్చును.




తన్యతా బలం వస్తువు చలించు దిశ ఎప్పుడూ ఒకదానికొకటి లంబముగా వుండడం వల్ల తన్యత బలం అనునది వస్తువు మీద ఎటువంటి పని చేయదు.

గురుత్వాకర్షణ బలమనునది వస్తువు మీద పనిచేయును మరలా అది నిత్యత్వ బలము కావడం వలన చలనం అంతటా వస్తువు యొక్క మొత్తం శక్తి నిత్యత్వమగును (మారదు).

బిందువు 1 వద్ద వున్న మొత్తం శక్తి ($E_1$) బిందువు 2 వద్ద వున్న మొత్తం శక్తి ($E_2$) కి సమానమగును.

$$E_1 = E_2 \qquad (4.35)$$

బిందువు 1 వద్ద స్థితిజశక్తి $U_1 = 0$ ( బిందువు 1 ని సూచనగా తీసుకొనుము)

బిందువు 1 వద్ద గతిజశక్తి, $KE_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$

బిందువు 1 వద్ద మొత్తం శక్తి, $E_1 = U_1 + KE_1$

$= 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$

అదే విధంగా బిందువు 2 వద్ద స్థితిజశక్తి, $U_2 = mg\,(2r)$ (బిందువు I నుండి h అనునది 2r)

బిందువు 2 వద్ద గతిజశక్తి, $KE_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$

బిందువు 2 వద్ద మొత్తం శక్తి, $E_2 = U_2 + KE_2$

$= 2\,mg\,r + \frac{1}{2}mv_2^2$

సమీకరణం (4.35) లో ఉన్న విధంగా శక్తి నిత్యత్వ నియమము నుండి

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = 2mgr + \frac{1}{2}mv_2^2$$

మార్చి అమర్చిన తర్వాత,

$$\frac{1}{2}m\left(v_1^2 - v_2^2\right) = 2mgr$$

$$v_1^2 - v_2^2 = 4gr \qquad (4.36)$$

సమీకరణం (4.34) లో సమీకరణం (4.36) ని ప్రతిక్షేపించగా,

$$T_1 - T_2 = \frac{m}{r}\left[4gr\right] + 2mg$$

అందువల్ల తన్యతలో మార్పు (భేదము) అనునది

$$T_1 - T_2 = 6\,mg \qquad (4.37)$$

### *గరిష్ఠ బిందువు (2) వద్ద కనీస వేగం*

వస్తువనునది బిందువు 2 వద్ద కనీస వడిని కలిగి యుండవలెను లేదంటే బిందువు 2 ని చేరకుండా తీగ అనునది యదాస్థితికి వచ్చును. అందువల్ల వస్తువు వృత్తాకార వలయాన్ని పూర్తిచేయదు. ఈ కనీస వడిని కనుగొనుటకు సమీకరణం (4.33)లో తన్యత $T_2 = 0$ అని తీసుకోండి.

$$0 = \frac{mv_2^2}{r} - mg$$

$$\frac{mv_2^2}{r} = mg$$

$$v_2^2 = rg$$

$$v_2 = \sqrt{gr} \qquad (4.38)$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 189 01-07-2022 12:08:09

వస్తువునుది వృత్తాకార కక్ష్యలో ఉండడానికి బిందువు 2 వద్ద $v_2 \geq \sqrt{gr}$ అనే వడిని కలిగివుండవలెను.

***కనిష్ఠ బిందువు 1 వద్ద కనీస వడి***

బిందువు 2 వద్ద కనీస వడి $\left(v_2 = \sqrt{gr}\right)$ ని పొందడానికి వస్తువనునది బిందువు 1 వద్ద కూడా కనీస వడిని కలిగివుండాలి.

సమీకరణం (4.36) ని ఉపయోగించి బిందువు 1 వద్ద కనీస వడిని మనం కనుగొనవచ్చును.

$$v_1^{\,2} - v_2^{\,2} = 4gr$$

సమీకరణం (4.38) ని (4.36) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$v_1^{\,2} - gr = 4gr$$

$$v_1^{\,2} = 5gr$$

$$v_1 = \sqrt{5gr} \qquad (4.39)$$

వస్తువునుది వృత్తాకార కక్ష్యలో ఉండడానికి బిందువు 1 వద్ద $v_1 \geq \sqrt{5gr}$ అనే వడిని కలిగివుండవలెను.

సమీకరణం (4.38) మరియు (4.39) ల నుండి, స్పష్టమగునది ఏమనగా వస్తువు వృత్తాకార కక్ష్యని వదిలిపోకుండా వుండడానికి కనిష్ఠ బిందువు 1 వద్ద కనీస వడి అనునది గరిష్ఠ బిందువు 2 వద్ద వున్న కనీస వడి కన్నా $\sqrt{5}$ రెట్లు ఎక్కువగా వుండవలెను.

## ఉదాహరణ 4.17

త్రాడుచే కట్టబడిన నీళ్ళున్న బకెట్టు 0.5 m వ్యాసార్ధం గల లంబ వృత్తాకార కప్పీపై తిరుగుచున్నది. చలిస్తున్నంత సేపు నీళ్ళు బకెట్టు నుండి బయటకు వెదజల్లబడకుండా ఉండడానికి కనిష్ఠ బిందువు వద్ద వుండవలసిన కనీస వేగాన్ని కనుగొనుము? ($g = 10\ ms^{-2}$)

**సాధన:**

వృత్త వ్యాసార్ధము r = 0.5 m

గరిష్ఠ బిందువు వద్ద కావలసిన వడి $v_2 = \sqrt{gr} = \sqrt{10 \times 0.5} = \sqrt{5}$ $ms^{-1}$. కనిష్ఠ బిందువు వద్ద వడి

$v_1 = \sqrt{5gr} = \sqrt{5} \times \sqrt{gr} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5\ ms^{-1}$

7MX58

# 4.3 సామర్థ్యం (POWER)

## 4.3.1 సామర్థ్యం నిర్వచనం (Definition of power)

సామర్థ్యమనునది ఎంత వేగముగా లేదా నెమ్మదిగా ఒక పని జరుగుచున్నదని కొలవబడును. పని జరిగే రేటుని లేదా శక్తి విడుదల అయ్యే రేటుని సామర్థ్యం అని నిర్వచిస్తారు.

$$\text{సామర్థ్యం (P)} = \frac{\text{చేయబడిన పని (W)}}{\text{తీసుకొనిన కాలం (t)}}$$

$$P = \frac{W}{t}$$

***సగటు సామర్థ్యం***

మొత్తం పని, పని జరగడానికి తీసుకొను మొత్తం కాలాల నిష్పత్తిని సగటు సామర్థ్యంగా నిర్వచిస్తారు.

$$P_{av} = \frac{\text{చేయబడిన మొత్తం పని}}{\text{తీసుకొనిన మొత్తం కాలం}}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 190 01-07-2022 12:08:11

తాక్షణిక సామర్థ్యం

తక్షణ కాలంలో (కాల వ్యవధి సున్నాను సమీపిస్తున్నప్పుడు) విడుదల చేయు సామర్థ్యాన్ని లేదా సగటు సామర్థ్యం యొక్క అవధి విలువను తాక్షణిక సామర్థ్యంగా నిర్వచిస్తారు.

$$P_{inst} = \frac{dW}{dt}$$

## 4.3.2 సామర్థ్యం యొక్క ప్రమాణం (Unit of power)

సామర్థ్యం ఒక అదిశరాశి. దీని మితులు $[ML^2T^{-3}]$. SI పద్ధతిలో సామర్థ్యం ప్రమాణం వాట్ (W) అనగా ఆవిరి యాంత్రాన్ని కనుగొన్న జేమ్స్‌వాట్ గౌరవార్థం దీనికి పేరుపెట్టారు.

ఒక సెకను కాలంలో ఒక జౌల్ పనిచేసిన సామర్థ్యం ఒక వాట్ అని నిర్వచిస్తారు. $(1\ W = 1\ J\ s^{-1})$

కిలోవాట్ (kW), మెగా వాట్ (MW) మరియు గైగావాట్ (GW) అనునవి సామర్థ్యం యొక్క ఉన్నత ప్రమాణములగును.

$1kW = 1000\ W = 10^3$ వాట్

$1MW = 10^6$ వాట్

$1GW = 10^9$ వాట్

మోటార్లు, యాంత్రాలు మరియు కొన్ని ఆటోమొబైల్స్ వాహనాలకి అశ్వసామర్థ్యం (horse-power) (hp) అని పిలిచే సామర్థ్యం యొక్క పాత ప్రమాణం వాణిజ్య పరంగా ఇప్పటికీ వాడబడుచున్నది. అశ్వసామర్థ్యం (hp) ని వాట్ (W) అనే ప్రమాణంలోనికి మార్చడానికి.

$$1\ hp = 746\ W$$

అన్ని విద్యుత్ సాధనాల మీద ఒక నిర్ణయించిన సామర్థ్య ప్రమాణం అచ్చువేయబడి సరఫరా చేయబడును. ఒక 100 వాట్ బల్బు ఒక సెకనుకి 100 జౌల్ విద్యుత్ శక్తిని వినియోగించుకొంటుంది. జౌల్ అనే ప్రమాణంతో కొలవబడు శక్తిలో సామర్థ్యాన్ని వాట్‌లో కాలాన్ని సెకనులో సూచించడం (కొలవడం) వలన 1 J =1 W s అని వ్రాయవచ్చు. విద్యుత్ పరికరాల్ని ఎక్కువ గంటల సమయం ఉపయోగిస్తున్నప్పుడు అవి అధిక మొత్తంలో శక్తిని వినియోగిస్తాయి. విద్యుత్ శక్తిని వాట్ సెకండు (W s) అనే చిన్న ప్రమాణముతో కొలిచినప్పుడు పెద్ద సంఖ్యల విలువల్ని వ్రాయవలసి వుంది (నిర్వహించవలసివుంది) అందువల్ల విద్యుత్ శక్తిని కిలోవాట్ గంట (kilowatt hour kWh) అనే ప్రమాణంతో కొలుస్తారు.

1 విద్యుత్ ప్రమాణం (1 యూనిట్)
$= 1\ kWh = 1 \times (10^3\ W) \times (3600\ s)$

1 విద్యుత్ ప్రమాణం $= 3600 \times 10^3\ W\ s$

1 విద్యుత్ ప్రమాణం $= 3.6 \times 10^6\ J$

$1\ kWh = 3.6 \times 10^6\ J$

విద్యుత్ వినియోగానికి kWh అనే ప్రమాణంలో విద్యుత్ బిల్లులు ఉత్పత్తి చేయబడుచున్నవి. విద్యుత్ శక్తి యొక్క ప్రమాణం 1 kWh అగును ( గమనిక: kWh అనునది శక్తి యొక్క ప్రమాణం, సామర్థ్యం యొక్క ప్రమాణం కాదు)

### ఉదాహరణ 4.18

ఒక 75 W ఫ్యాన్ 8 గంటల సమయం చొప్పున నెలంతా (30 రోజులు) వినియోగించబడిన శక్తిని విద్యుత్ ప్రమాణంతో లెక్కించుము.

**సాధన**

సామర్థ్యం, P = 75 W

ఉపయోగించిన కాలం, t = 8 గంటలు × 30 రోజులు = 240 గంటలు

వినియోగించిన విద్యుత్ శక్తి అనునది సామర్థ్యం మరియు ఉపయోగించిన కాలముల లబ్ధ ఫలితమగును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 191 01-07-2022 12:08:12

విద్యుత్ శక్తి = సామర్థ్యం × ఉపయోగించిన కాలం = $P \times t$

75 వాట్ × 240 గంట

= 18000 వాట్ గంట

= 18 kilowatt hour = 18 kWh

1 విద్యుత్ ప్రమాణం = 1 kWh

విద్యుత్ శక్తి = 18 ప్రమాణములు




ప్రకాశించే దీపాలు 1000 గంటల సమయం వెలుగునిచ్చును. CFL దీపాలు 6000 గంటల సమయం వెలుగునిచ్చును. అయితే LED దీపాలు 50,000 గంటల సమయం వెలుగునిచ్చును (దాదాపుగా 25 సంవత్సరాలు ఒక రోజుకి 5.5 గంటల సేపు)

### 4.3.3 సామర్థ్యం మరియు వేగమునకు మధ్యగల సంబంధం (Relation between power and velocity)

$d\vec{r}$ స్థానభ్రంశం చెందించడానికి $\vec{F}$ బలము చేత చేయబడిన పని

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad (4.40)$$

సమీకరణం (4.40) యొక్క ఎడమ వైపుయున్న దానిని ఈ విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$W = \int dW = \int \frac{dW}{dt} dt$$

(చేత గుణించి మరియు భాగించగా) (4.41)

దిశావేగము $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$; $d\vec{r} = \vec{v}\, dt$. సమీకరణం (4.40) యొక్క కుడి వైపుయున్న దానిని ఈ విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \left( \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dt = \int \left( \vec{F} \cdot \vec{v} \right) dt \quad \left[ \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \right] \qquad (4.42)$$

సమీకరణం (4.41) మరియు (4.42) ని సమీకరణం (4.40) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$\int \frac{dW}{dt} dt = \int \left( \vec{F} \cdot \vec{v} \right) dt$$

$$\int \left( \frac{dW}{dt} - \vec{F} \cdot \vec{v} \right) dt = 0$$

ఈ సంబంధమనునది dt యొక్క ఏ కక్ష్యా విలువలకు నిజము (సత్యం)గా యున్నది. బ్రాకెట్ లోపల వున్న విలువ శూన్యముగాయుండ వలయునని సూచిస్తున్నది. అనగా

$$\frac{dW}{dt} - \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$$

Or

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = P \qquad (4.43)$$

### ఉదాహరణ 4.19

1250 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక వాహనము క్షితిజ సమాంతర (straight level) రహదారి (రోడ్డు) మీద 0.2 $ms^{-2}$ త్వరణంతో బాహ్య నిరోధక బలానికి వ్యతిరేకంగా నడపబడుచున్నది. దిశావేగము 30 $ms^{-1}$ అయిన వాహనము యొక్క యంత్రము (engine) విడుదల చేయు సామర్థ్యంను కనుగొనుము.

**సాధన**

వాహనము యొక్క యంత్రము (ఇంజిన్) నిరోధక బలానికి వ్యతిరేకముగా పని చేస్తూ మరియు వాహనాన్ని ఒక త్వరణంతో చలింపచేయవలెను. కావున వాహనం యొక్క ఇంజిన్ వెలువరించు సామర్థ్యం.

P = నిరోధక బలం + ద్రవ్యరాశి × త్వరణం (దిశావేగం)

$P = \vec{F}_{-tot} \cdot \vec{v} = (F_{resistive} + F)\vec{v}$

$P = \vec{F}_{tot} \cdot \vec{v} = (F_{resistive} + ma)\vec{v}$

$= (500\ N + (1250\ kg) \times (0.2\ ms^{-2}))$
$(30\ ms^{-1}) = 22.5\ kW$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 192 01-07-2022 12:08:15

## 4.4 అభిఘాతాలు (COLLISIONS)

అభిఘాతం అనునది మన చుట్టూ అప్పుడప్పుడు జరుగుచున్న ఒక సాధారణ దృగ్విషయం ఉదాహరణకి కేరమ్స్, బిలియార్డ్స్, గోళీలు మొదలగునవి. రెండు వస్తువుల మధ్య అభిఘాత మనునది భౌతిక స్పర్శతోనో లేదా లేకుండానో జరుగును (ఏర్పడును).

అన్ని అభిఘాత ప్రక్రియలలో రేఖీయ ద్రవ్యవేగ మొత్తం నిత్యత్వంగా ఉంటుంది. రెండు వస్తువులు అభిఘాతం చెందినప్పుడు అభిఘాత కాలంలో ($\Delta t$) వాటి మధ్య పనిచేసే ప్రచోదన బలాలు వాటి ద్రవ్యవేగాలలో మార్పును కలిగిస్తాయి. అనగా మొదటి వస్తువు $\vec{F}_{21}$ అనే బలాన్ని రెండవ వస్తువు మీద ప్రయోగించును. ఇది మొదటి మరియు రెండవ వస్తువుల ద్రవ్యవేగములో మార్పు క్రమముగా $\Delta\vec{p}_1$ మరియు $\Delta\vec{p}_2$ నకు కారణమగును. ఇప్పుడు ఈ సంబంధాల్ని క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{F}_{12}\Delta t \qquad (4.44)$$

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{F}_{21}\Delta t \qquad (4.45)$$

సమీకరణం (4.44) మరియు సమీకరణం (4.45) లను కూడగా

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \vec{F}_{12}\Delta t + \vec{F}_{21}\Delta t = \left(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}\right)\Delta t$$

న్యూటన్ మూడవ గమన నియమం ప్రకారం,, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$$

$$\Delta\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right) = 0$$

ఇరువైపులా $\Delta t$ చేత భాగించి మరియు అవధి $\Delta t \to 0$ అని తీసుకొనిన మనం పొందునది,

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right)}{\Delta t} = \frac{d\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right)}{dt} = 0$$

పై సమీకరణం మొత్తం రేఖీయ ద్రవ్యవేగము నిత్యత్వముగా వుండునని సూచించును.

**గమనిక:** ద్రవ్యవేగము సదిశరాశి కావున అభిఘాతం చెందునప్పుడు వేర్వేరు వస్తువుల యొక్క మొత్తం ద్రవ్యవేగమును కనుగొనుటకు సదిశా సంకలనంను అనుసరించవలెను.

### 4.4.1 అభిఘాతం యొక్క రకాలు (Types of Collisions)

ఏ ఒక్క అభిఘాత ప్రక్రియలోను మొత్తం రేఖీయ ద్రవ్యవేగం మరియు మొత్తం శక్తి ఎల్లప్పుడూ నిత్యత్వముగా వుండును. అదే సమయంలో మొత్తం గతిజశక్తి ఎల్లప్పుడూ నిత్యత్వము కానవసరం లేదు. ప్రారంభ గతిజ శక్తిలో కొంత భాగం వేరే రకమైన శక్తిగా రూపాంతరం చెందును. ఇది ఎందుకనగా అభిఘాతాలు మరియు విరూపకాలు (deformation) సంభవించునపుడు అభిఘాతం ప్రభావంతో సాధారణముగా ఉష్ణం, కాంతి, ధ్వని మొదలగునవి ఉత్పత్తి అగును. ఈ ప్రభావాల్ని లెక్కలోనికి తీసుకొని అభిఘాతాల్ని మనం క్రింది విధంగా వర్గీకరించవచ్చు.

(a) స్థితి స్థాపక అభిఘాతం

(b) అస్థితి స్థాపక అభిఘాతం

**(a) స్థితి స్థాపక అభిఘాతం (Elastic collision)**

అభిఘాతంలో వస్తువుల ప్రారంభ మొత్తం గతిజశక్తి (అభిఘాతానికి ముందు) వస్తువుల యొక్క అంతిమ మొత్తం గతిజ శక్తికి (అభిఘాతానికి తరువాత) సమానముగా ఉండిన యెడల, అది స్థితి స్థాపక అభిఘాతం అనబడును.

అభిఘాతానికి ముందు మొత్తం గతిజ శక్తి = అభిఘాతం తర్వాత మొత్తం గతిజశక్తి

**(b) అస్థితి స్థాపక అభిఘాతం (Inelastic collision)**

అభిఘాతంలో వస్తువుల ప్రారంభ మొత్తం గతిజశక్తి (అభిఘాతమునకు మునుపు) వస్తువుల యొక్క



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 193 01-07-2022 12:08:16

అంతిమ మొత్తం గతిజశక్తి (అభిఘాతమునకు తరువాత) సమానముగా లేనట్లయిన, అది అస్థితి స్థాపక అభిఘాతము అనబడును.

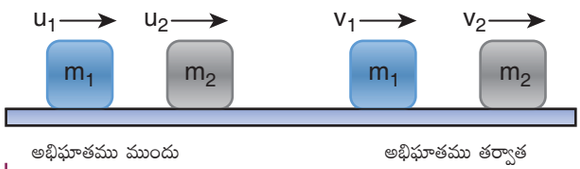
అభిఘాతమునకు మునుపు గల మొత్తం గతిజశక్తి ≠ అభిఘాతం తర్వాత గల మొత్తం గతిజశక్తి

$$\left(\begin{array}{c}\text{అభిఘాతమునకు ముందు}\\ \text{మొత్తం గతిజ శక్తి}\end{array}\right) - \left(\begin{array}{c}\text{అభిఘాతమునకు తర్వాత}\\ \text{మొత్తం గతిజశక్తి}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{అభిఘాతం చెందునపుడు}\\ \text{నష్టమగు (కోల్పోవు) శక్తి}\end{array}\right) = \Delta Q$$

అయినప్పటికీ గతిజ శక్తి నిత్యత్వముగా ఉండదు కానీ మొత్తం శక్తి నిత్యత్వమగును. ఎందుకనగా మొత్తం శక్తి అనునది గతిజశక్తి యొక్క పదం (సమీకరణం) మరియు $\Delta Q$ పదం (సమీ॥) అనగా అభిఘాతం చెందునపుడు కోల్పోయిన శక్తి, అభిఘాతం చెందునపుడు కోల్పోయిన గతిజశక్తి, ఇతర రూపాలలోనికి మారును. అవి ధ్వని, ఉష్ణం మొదలగునవి. అభిఘాతం తర్వాత రెండు వస్తువులు తాకుచూ కలిసి ప్రయాణిస్తే అలాంటి అభిఘాతాన్ని సంపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతం అంటారు. ఇలాంటి అభిఘాతాలు చాలా తరచుగా ఏర్పడుతాయి. ఉదాహరణకి కదిలే వాహనం మీద బంకమట్టి ముద్దని (putty) విసిరినపుడు, బంక మట్టి ముద్ద (లేదా బబుల్‌గమ్) కదులుచున్న వాహనానికి అతుక్కొనును మరియు అవి సమదిశా వేగంతో చలించును.

## 4.4.2 ఏకమితీయ స్థితి స్థాపక అభిఘాతం (Elastic collisions in one dimension)

$m_1$ మరియు $m_2$ ద్రవ్యరాశి గల రెండు స్థితిస్థాపక వస్తువులు ఒక ఘర్షణ లేని క్షితిజ సమాంతర తలంలో సరళరేఖ మార్గంలో ప్రయాణిస్తున్నవని పరిగణిద్దాం.




**పటము 4.16** ఏకమితి స్థితిస్థాపక అభిఘాతం

| ద్రవ్యరాశి | తొలి వేగం | తుది వేగం |
|---|---|---|
| ద్రవ్యరాశి $m_1$ | $u_1$ | $v_1$ |
| ద్రవ్యరాశి $m_2$ | $u_2$ | $v_2$ |

అభిఘాత సందర్భము నందు $m_1$ ద్రవ్యరాశి $m_2$ ద్రవ్యరాశి కన్నా వేగముగా చలించునట్లు అనుకొనుము. అనగా $u_1 > u_2$ స్థితిస్థాపక అభిఘాతము నందు అభిఘాతమునకు ముందు గల రేఖీయ ద్రవ్యవేగము మరియు గతిజశక్తి అభిఘాతం తర్వాత గల రేఖీయ ద్రవ్యవేగము మరియు గతిజశక్తికి సమానముగా ఉండవలయును.

**పట్టిక 4.4** స్థితి స్థాపక మరియు అస్థితి స్థాపక అభిఘాతాలను పోల్చడం

| వ. సం | స్థితి స్థాపక అభిఘాతం | అస్థితిస్థాపక అభిఘాతం: |
|---|---|---|
| 1. | మొత్తం ద్రవ్యవేగము నిత్యత్వమగును | మొత్తం ద్రవ్యవేగము నిత్యత్వమగును. |
| 2. | మొత్తం గతిజశక్తి నిత్యత్వమగును. | మొత్తం గతిజశక్తి నిత్యత్వము కాదు. |
| 3. | సంబంధము గల బలములు నిత్యత్వ బలములు | సంబంధము గల బలములు అనిత్యత్వ బలములు. |
| 4. | యాంత్రిక శక్తి వెలువడదు. | యాంత్రిక శక్తి ఉష్ణము, కాంతి, ధ్వని శక్తులుగా వెలువడును. |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 194 01-07-2022 12:08:17

| | $m_1$ద్రవ్యరాశి యొక్క ద్రవ్య వేగం | $m_2$ ద్రవ్యరాశి యొక్క ద్రవ్య వేగం | మొత్తం రేఖీయ ద్రవ్యవేగం |
|---|---|---|---|
| అభిఘాతానికి ముందు | $p_{i1} = m_1 u_1$ | $p_{i2} = m_2 u_2$ | $p_i = p_{i1} + p_{i2}$<br>$p_i = m_1 u_1 + m_2 u_2$ |
| అభిఘాతం తర్వాత | $p_{f1} = m_1 v_1$ | $p_{f2} = m_2 v_2$ | $p_f = p_{f1} + p_{f2}$<br>$p_f = m_1 v_1 + m_2 v_2$ |

రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము నుండి అభిఘాతానికి ముందు మొత్తం ద్రవ్యవేగము

అభిఘాతానికి ముందు మొత్తం ద్రవ్యవేగము ($p_i$) = అభిఘాతమునకు తర్వాత మొత్తం ద్రవ్యవేగము ($p_f$)

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (4.46)$$

లేదా $$m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (v_2 - u_2) \quad (4.47)$$

Further,

| | $m_1$ ద్రవ్యరాశి యొక్క గతిజశక్తి | $m_2$ ద్రవ్యరాశి యొక్క గతిజశక్తి | మొత్తం గతిజశక్తి |
|---|---|---|---|
| అభిఘాతానికి ముందు | $KE_{i1} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2$ | $KE_{i2} = \frac{1}{2} m_2 u_2^2$ | $KE_i = KE_{i1} + KE_{i2}$<br>$KE_i = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$ |
| అభిఘాతము తర్వాత | $KE_{f1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ | $KE_{f2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$ | $KE_f = KE_{f1} + KE_{f2}$<br>$KE_f = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$ |

స్థితిస్థాపక అభిఘాతములో

అభిఘాతమునకు ముందు మొత్తం గతిజశక్తి $KE_i$ = అభిఘాతము తర్వాత మొత్తం గతిజశక్తి $KE_f$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (4.48)$$

సూక్ష్మీకరించి మరియు మార్చి అమర్చిన తరువాత

$$m_1 (u_1^2 - v_1^2) = m_2 (v_2^2 - u_2^2)$$

పై సమీకరణమును $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, అను సూత్రమును ఉపయోగించి వ్రాయగా

$$m_1 (u_1 + v_1)(u_1 - v_1) = m_2 (v_2 + u_2)(v_2 - u_2) \quad (4.49)$$

సమీకరణం (4.49) ని (4.47) చే భాగించగా వచ్చునది,



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 195 01-07-2022 12:08:22

$$\frac{m_1(u_1+v_1)(u_1-v_1)}{m_1(u_1-v_1)}=\frac{m_2(v_2+u_2)(v_2-u_2)}{m_2(v_2-u_2)}$$

$$u_1+v_1=v_2+u_2$$

$$u_1-u_2=v_2-v_1$$ పునర్వ్యవస్థీకరించగా, (4.50)

సమీకరణం (4.50)ను క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$u_1-u_2=-(v_1-v_2)$$

ఏ ఒక్క ప్రత్యక్ష స్థితిస్థాపక అభిఘాతము నందు, అభిఘాతమునకు తరువాత రెండు స్థితిస్థాపక వస్తువుల యొక్క సాపేక్ష వేగము అభిఘాతమునకు ముందు ఉన్న అదే పరిమాణమును కలిగి, వ్యతిరేక దిశలో యుండును. ఇంకను ఈ ఫలితము ద్రవ్యరాశిపై ఆధారపడదు అని తెలుసుకొనుము.

పై సమీకరణము నుండి $v_1$ మరియు $v_2$ విలువలను తెలిసికొనుటకు

$$v_1=v_2+u_2-u_1 \quad (4.51)$$

లేదా

$$v_2=u_1+v_1-u_2 \quad (4.52)$$

**అంతిమ వేగములు $v_1$ మరియు $v_2$ లను కనుగొనుట:** సమీకరణం (4.52) ని సమీకరణం (4.47) లో ప్రతిక్షేపించుట మూలముగా $m_1$ యొక్క దిశావేగమనునది.

$$m_1(u_1-v_1)=m_2(u_1+v_1-u_2-u_2)$$

$$m_1(u_1-v_1)=m_2(u_1+v_1-2u_2)$$

$$m_1u_1-m_1v_1=m_2u_1+m_2v_1-2m_2u_2$$

$$m_1u_1-m_2u_1+2m_2u_2=m_1v_1+m_2v_1$$

$$(m_1-m_2)u_1+2m_2u_2=(m_1+m_2)v_1$$

$$\text{or } v_1=\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)u_1+\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)u_2 \quad (4.53)$$

ఇదే విధంగా సమీకరణం (4.51)ని సమీకరణం (4.47) లో ప్రతిక్షేపించగా లేదా సమీకరణం (4.53) ని సమీకరణం (4.52) లో ప్రతిక్షేపించగా లభించు $m_2$ యొక్క తుది దిశావేగము అనునది.

$$v_2=\left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)u_1+\left(\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\right)u_2 \quad (4.54)$$

**సందర్భం 1 :** వస్తువులు సమాన ద్రవ్యరాశులు $m_1=m_2$, ను కలిగినపుడు

సమీకరణం (4.53) $\Rightarrow v_1=(0)\,u_1+\left(\frac{2m_2}{2m_2}\right)u_2$

$$v_1=u_2 \quad (4.55)$$

సమీకరణం (4.54) $\Rightarrow v_2=\left(\frac{2m_1}{2m_1}\right)u_1+(0)u_2$

$$v_2=u_1 \quad (4.56)$$

ఏకమితి స్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో రెండు సమాన ద్రవ్యరాశులు కలిగిన వస్తువులు ఒకదానికొకటి అభిఘాతం చెందిన తరువాత అవి తమ వేగములను పరస్పరం మార్చుకొంటాయని సమీకరణం 4.55 మరియు 4.56 తెలుపుచున్నవి.

**సందర్భం 2:** వస్తువులు ఒకే ద్రవ్యరాశి కలిగియుండిన అనగా $m_1=m_2$ మరియు రెండవ వస్తువు విశ్రాంతి స్థితిలో (విరామ స్థితిలో) ఉన్నప్పుడు $(u_2=0)$

$m_1=m_2$ మరియు $u_2=0$ విలువల్ని సమీకరణం (4.53) మరియు (4.54) లో ప్రతిక్షేపించగా

సమీకరణం (4.53) నుండి $\Rightarrow v_1=0$ (4.57)

సమీకరణం (4.54) నుండి $\Rightarrow v_2=u_1$ (4.58)

సమీకరణం (4.57) మరియు (4.58) సూచించునది ఏమనగా, మొదటి వస్తువు అభిఘాతమునకు తర్వాత విరామ స్థితికి వచ్చినప్పుడు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 196 01-07-2022 12:08:26

రెండవ వస్తువు మొదటి వస్తువు యొక్క (ప్రారంభ) తొలి దిశా వేగముతో చలించును

**సందర్భం 3:**

మొదటి వస్తువు రెండవ వస్తువు ద్రవ్యరాశి కన్నా తక్కువగా ఉండిన $\left(m_1 \ll m_2, \frac{m_1}{m_2} \ll 1\right)$ తరువాతి నిష్పత్తి $\frac{m_1}{m_2} \approx 0$ తరువాత లక్ష్యము విరామ స్థితిలో ఉన్నప్పుడు $(u_2 = 0)$ సమీకరణం (4.53) యొక్క లవము మరియు హారములను $m_2$ చేత భాగించగా మనము పొందునది.

$$v_1 = \left(\frac{\frac{m_1}{m_2} - 1}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right) u_1 + \left(\frac{2}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right)(0)$$

$$v_1 = \left(\frac{0-1}{0+1}\right) u_1$$

$$v_1 = -u_1 \qquad (4.59)$$

అదే విధంగా,

సమీకరణం (4.54) యొక్క లవము మరియు హారములను $m_2$ చేత భాగించగా మనము పొందునది.

$$v_2 = \left(\frac{2\frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right) u_1 + \left(\frac{1 - \frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right)(0)$$

$$v_2 = (0) u_1 + \left(\frac{1 - \frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right)(0)$$

$$v_2 = 0 \qquad (4.60)$$

తక్కువ ద్రవ్యరాశి కలిగిన మొదటి వస్తువు అదే తొలి దిశా వేగముతో వ్యతిరేక దిశలో తిరుగుచున్నది అనుటను సమీకరణం (4.59) లో ఋణాత్మక గుర్తు సూచిస్తున్నది. అధిక ద్రవ్యరాశి గల రెండవ వస్తువు అనునది అభిఘాతము తర్వాత విరామ స్థితిలోనే నిరంతరముగా ఉండుటను సమీకరణం (4.60) సూచించుచున్నది. ఉదాహరణకు, ఒక బంతిని స్థిరమైన గోడపైకి విసిరినపుడు బంతి అనునది విసిరిన అదే దిశా వేగముతోనే వ్యతిరేక దిశలో గోడ నుండి తిరిగి వచ్చును.

**సందర్భం 4:**

రెండవ వస్తువు ద్రవ్యరాశి మొదటి వస్తువు ద్రవ్యరాశి కన్నా తక్కువగా ఉన్నప్పుడు $\left(m_2 \ll m_1, \frac{m_2}{m_1} \ll 1\right)$ తరువాతి నిష్పత్తి $\frac{m_2}{m_1} \approx 0$ మరియు లక్ష్యము విరామ స్థితిలో ఉన్నప్పుడు $(u_2 = 0)$ సమీకరణం (4.53) యొక్క లవము మరియు హారమును $m_1$ చేత భాగించగా లభించునది.

$$v_1 = \left(\frac{1 - \frac{m_2}{m_1}}{1 + \frac{m_2}{m_1}}\right) u_1 + \left(\frac{2\frac{m_2}{m_1}}{1 + \frac{m_2}{m_1}}\right)(0)$$

$$v_1 = \left(\frac{1-0}{1+0}\right) u_1 + \left(\frac{0}{1+0}\right)(0)$$

$$v_1 = u_1 \qquad (4.61)$$

అదే విధంగా,

సమీకరణము: (4.58) యొక్క లవము మరియు హారమును $m_1$ చేత భాగించగా,

$$v_2 = \left(\frac{2}{1 + \frac{m_2}{m_1}}\right) u_1 + \left(\frac{\frac{m_2}{m_1} - 1}{1 + \frac{m_2}{m_1}}\right)(0)$$

$$v_2 = \left(\frac{2}{1+0}\right) u_1$$

$$v_2 = 2u_1 \qquad (4.62)$$



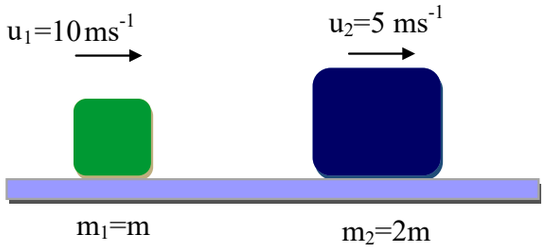
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 197 01-07-2022 12:08:29

అధిక ద్రవ్యరాశి కలిగిన మొదటి వస్తువు అభిఘాతమునకు తరువాత అదే దిశావేగముతో నిరంతరముగా చలించుచున్నది అనుటను సమీకరణం (4.61) తెలుపుచున్నది. ద్రవ్యరాశి తక్కువగా వున్న రెండవ వస్తువు మొదటి వస్తువు యొక్క తొలి దిశావేగముకి రెండింతల దిశా వేగముతో చలించుచున్నది అనుటను సమీకరణం (4.62) తెలుపుచున్నది. తక్కువ ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు అభిఘాతము చెందు బిందువు నుండి దూరముగా విడిపోవును.

## ఉదాహరణ 4.20

$10\ m\ s^{-1}$ వేగముతో చలించు ఒక అత్యల్ప ద్రవ్యరాశి కలిగిన కణం (వస్తువు) దాని ద్రవ్యరాశికి రెండు రెట్లు మరియు దాని వేగంలో సగం వేగాన్ని కలిగిన అదే దిశలో చలించు మరొక వస్తువును ఢీకొన్నది, వలన. అభిఘాతమనునది ఏక మితీయ స్థితిస్థాపక అభిఘాతం అని ఊహించుకొనుము. అభిఘాతం తరువాత రెండు కణాల (వస్తువుల) వేగం ఎంత?

**సాధన:**




మొదటి వస్తువు ద్రవ్యరాశి $m$ అనుకొనిన మరియు దాని తొలి దిశావేగము $u_1 = 10\ m\ s^{-1}$ కావున రెండవ వస్తువు ద్రవ్యరాశి $2m$ మరియు దాని తొలి దిశావేగము $u_2 = \frac{1}{2} u_1 = \frac{1}{2}(10\ m\ s^{-1})$

సమీకరణం (4.53) మరియు (4.54) ల నుండి రెండు వస్తువుల తుది దిశావేగాల్ని కనుగొనవచ్చును.

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) u_2$$

$$v_1 = \left(\frac{m - 2m}{m + 2m}\right) 10 + \left(\frac{2 \times 2m}{m + 2m}\right) 5$$

$$v_1 = -\left(\frac{1}{3}\right) 10 + \left(\frac{4}{3}\right) 5 = \frac{-10 + 20}{3} = \frac{10}{3}$$

$$v_1 = 3.33\ ms^{-1}$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) u_2$$

$$v_2 = \left(\frac{2m}{m + 2m}\right) 10 + \left(\frac{2m - m}{m + 2m}\right) 5$$

$$v_2 = \left(\frac{2}{3}\right) 10 + \left(\frac{1}{3}\right) 5 = \frac{20 + 5}{3} = \frac{25}{3}$$

$$v_2 = 8.33\ ms^{-1}$$

$v_1$ మరియు $v_2$ అను రెండు వేగాలు ధనాత్మకముగా వుండడం వలన అవి రెండూ వరుసగా $3.33\ m\ s^{-1}$ మరియు $8.33\ m\ s^{-1}$ అనే దిశావేగాలతో అభిఘాతానికి ముందు చలించు దిశలోనే చలించును.

### 4.4.3 సంపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతం: (Perfect inelastic collision)

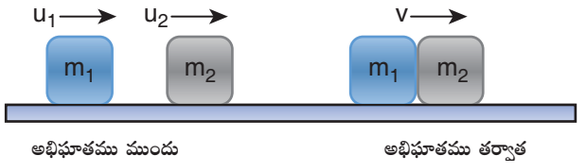
సంపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో వస్తువులు అభిఘాతం తర్వాత ఒకే (సమ) దిశావేగంతో ప్రయాణిస్తున్నప్పుడు అవి ఒకదానికొకటి శాశ్వతంగా అతుక్కొని (విడిపోకుండా) వుంటాయి. $m_1$ మరియు $m_2$ ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువులు అభిఘాతానికి ముందు క్రమముగా $u_1$ మరియు $u_2$ అనే తొలి దిశా వేగాలతో చలిస్తున్నవని తీసుకొనుము. పటం (4.17) లో సూచించిన విధంగా సంపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతం తర్వాత వస్తువులు v అనే సమ (సాధారణ) దిశా వేగంతో ఒకటిగా కలిసి చలిస్తాయి.

అభిఘాతం జరుగునపుడు రేఖీయ ద్రవ్యవేగము నిత్యత్వమగును.

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2)\ v$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 198 01-07-2022 12:08:31




**పటము 4.17** సంపూర్ణ ఏకమితి అస్థితిస్థాపక అభిఘాతం

| | దిశా వేగం | | రేఖీయ ద్రవ్యవేగము | |
|---|---|---|---|---|
| | తొలి | తుది | తొలి | తుది |
| ద్రవ్యరాశి $m_1$ | $u_1$ | $v$ | $m_1u_1$ | $m_1v$ |
| ద్రవ్యరాశి $m_2$ | $u_2$ | $v$ | $m_2u_2$ | $m_2v$ |
| మొత్తం | | | $m_1u_1 + m_2u_2$ | $(m_1+m_2)\,v$ |

సామాన్య వేగాన్ని క్రింది విధంగా కనుగొనవచ్చును.

$$v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{(m_1 + m_2)} \qquad (4.63)$$

## ఉదాహరణ 4.21

50 g ద్రవ్యరాశి గల ఒక తుపాకీ గుండు 450 g ద్రవ్యరాశి గల ఒక వ్రేలాడదీయబడిన వస్తువు యొక్క క్రింది భాగము నుండి పేల్చబడినది. తుపాకీ గుండు వస్తువులోనికి దూసుకొనిపోయి వస్తువుని 1.8 m ఎత్తుకి పైకి లేచినది. తుపాకీ గుండు వేగాన్ని కనుగొనుము. $g = 10\ ms^{-2}$ అని తెలుసుకొనుము.

**సాధన:**

$m_1 = 50\ g = 0.05\ kg$; $m_2 = 450\ g = 0.45\ kg$



తుపాకీ గుండు వేగము $u_1$ అగును. రెండవ వస్తువు విరామ స్థితిలో ఉన్నది $(u_2 = 0)$ తుపాకీ గుండు వస్తువులోనికి దూసుకొని పోయిన తర్వాత తుపాకీ గుండు మరియు వస్తువుల యొక్క సామాన్య దిశావేగం v అనుకొనుము.

$$v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{(m_1 + m_2)}$$

$$v = \frac{0.05u_1 + (0.45\times 0)}{(0.05 + 0.45)} = \frac{0.05}{0.50}u_1$$

సామాన్య దిశావేగమనునది తుపాకీ గుండు మరియు వస్తువులను కలిపే లంబాకార పైవైపు చలనం యొక్క తొలి దిశావేగం అగును.

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2\times 10\times 1.8} = \sqrt{36}$$

$$v = 6\ ms^{-1}$$

దీనిని పై సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా $u_1$ విలువ అనునది

$$6 = \frac{0.05}{0.50}u_1 \quad \text{or} \quad u_1 = \frac{0.50}{0.05}\times 6 = 10\times 6$$

$$u_1 = 60\ ms^{-1}$$

### 4.4.4 సంపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో కోల్పోయిన గతిజశక్తి: (Loss of kinetic energy in perfect inelastic collision)

సంపూర్ణ అస్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో కోల్పోయిన గతిజశక్తి వేరే రూపమునకు మారును. అవి ధ్వని, ఉష్ణము, తాపము (వేడి) కాంతి మొదలుగునవి. అభిఘాతానికి ముందు గల మొత్తం గతిజశక్తి $KE_i$ మరియు అభిఘాతం తర్వాత గల మొత్తం గతిజశక్తి $KE_f$ అని తీసుకొనుము.

అభిఘాతానికి ముందు మొత్తం గతిజశక్తి



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 199 01-07-2022 12:08:32

$$KE_i = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \qquad (4.64)$$

అభిఘాతం తర్వాత మొత్తం గతిజశక్తి

$$KE_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \qquad (4.65)$$

కోల్పోయిన గతిజశక్తి $KE, \Delta Q = KE_i - KE_f$

$$\Delta Q = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \qquad (4.66)$$

సమీకరణం (4.63) ని సమీకరణం (4.66) లో ప్రతిక్షేపించగా మరియు సూక్ష్మీకరించగా $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ సర్వ సమీకరణంను ఉపయోగించి v ను విస్తరించగా మనం పొందునది

$$\text{గతిజశక్తి } KE, \Delta Q = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}\right)(u_1 - u_2)^2 \qquad (4.67)$$

## 4.4.5 ప్రత్యావస్థాన గుణకము (Coefficient of restitution (e))

ఒక రబ్బరు బంతిని మరియు ఒక ప్లాస్టిక్ బంతిని ఒకే సారి నేలకేసికొట్టాం అనుకొందాం. రబ్బర్ బంతి అనునది ప్లాస్టిక్ బంతి కన్నా ఎక్కువ ఎత్తుకి (పైకి) లేస్తుంది (ఎగురుతుంది). ఎందుకనగా స్థితిస్థాపక (రబ్బరు) బంతి కోల్పోయిన గతిజశక్తి ప్లాస్టిక్ బంతి కోల్పోయిన గతిజశక్తి కన్నా చాలా తక్కువగా ఉంటుంది. సాధారణముగా అభిఘాతం తర్వాత రెండు వస్తువుల మొత్తం గతిజశక్తిని ప్రత్యావస్థాన గుణకం (COR) అనే ఒక మితిలేని సంఖ్య ద్వారా (మూలముగా) కొలవవచ్చును.

రెండు వస్తువులు పరస్పరం విడిపోయే (నిగమన) సమీపించే (ఆగమన) సాపేక్ష వేగాల నిష్పత్తిని ప్రత్యావస్థాన గుణకం అంటారు.

$$e = \frac{\text{నిగమన దిశావేగం (అభిఘాతం తర్వాత)}}{\text{ఆగమన దిశా వేగం (అభిఘాతానికి ముందు)}} = \frac{(v_2 - v_1)}{(u_1 - u_2)} \qquad (4.68)$$

స్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో విడిపోయే (నిగమన) దిశావేగం అనునది సమీపించే (ఆగమన) దిశావేగానికి సమానం అని గ్రహించవచ్చును.

$$(u_1 - u_2) = (v_2 - v_1) \rightarrow e = \frac{(v_2 - v_1)}{(u_1 - u_2)} = 1$$

స్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో ప్రత్యావస్థాన గుణకం $e = 1$ అని ఇది సూచిస్తుంది. భౌతికంగా, అభిఘాతం తర్వాత గతిజశక్తి నష్టం ఏదీ లేదు అని అర్థమగునున్నది. కావున వస్తువు అనునది అదే గతిజశక్తితో తిరిగి పైకి ఎగురును. దీనిని సాధారణముగా సంపూర్ణ స్థితిస్థాపకత అని అందురు.

ఏ విధమైన నిజమైన అభిఘాతం సంభవించినపుడు అభిఘాతం జరుగునప్పుడు గతిజశక్తిలో కొంత నష్టం ఏర్పడును. అనగా e యొక్క విలువ ఎల్లప్పుడూ 1కన్నా తక్కువగా ఉండును. పూర్తిగా ప్లాస్టిక్ బంతిగా ఉంటే అది మరలా పైకి ఎగరదు. అందువల్ల అభిఘాతం తర్వాత వాటిని వేరుచేయబడు వేగం శూన్యమగును. అందువల్ల ప్రత్యావస్థాన గుణకం విలువ $e = 0$.

సాధారణంగా ఒక వస్తువు యొక్క ప్రత్యావస్థాన గుణకం విలువ $0 < e < 1$ గా వుండును.

### ఉదాహరణ 4.22

ఒక అస్థితిస్థాపక అభిఘాతంలో ఒక వస్తువు స్థిరముగా వున్నప్పుడు సమాన ద్రవ్యరాశి గల వస్తువుల యొక్క వేగముల నిష్పత్తి $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1-e}{1+e}$ అని చూపండి.

**సాధన:**

$$e = \frac{\text{నిగమన వేగం (అభిఘాతం తర్వాత)}}{\text{ఆగమన వేగం (అభిఘాతానికి ముందు)}}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 200 01-07-2022 12:08:35

$$= \frac{(v_2 - v_1)}{(u_1 - u_2)} = \frac{(v_2 - v_1)}{(u_1 - 0)} = \frac{(v_2 - v_1)}{u_1}$$

$$\Rightarrow v_2 - v_1 = e\,u_1 \qquad (1)$$

రేఖీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము నుండి

$$m\,u_1 = m\,v_1 + m\,v_2 \Rightarrow u_1 = v_1 + v_2 \ (2)$$

సమీకరణం (2) లో గల $u_1$ విలువని సమీకరణం (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$v_2 - v_1 = e\left(v_1 + v_2\right)$$

సూక్ష్మీకరించగా మనం పొందునది

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1-e}{1+e}$$

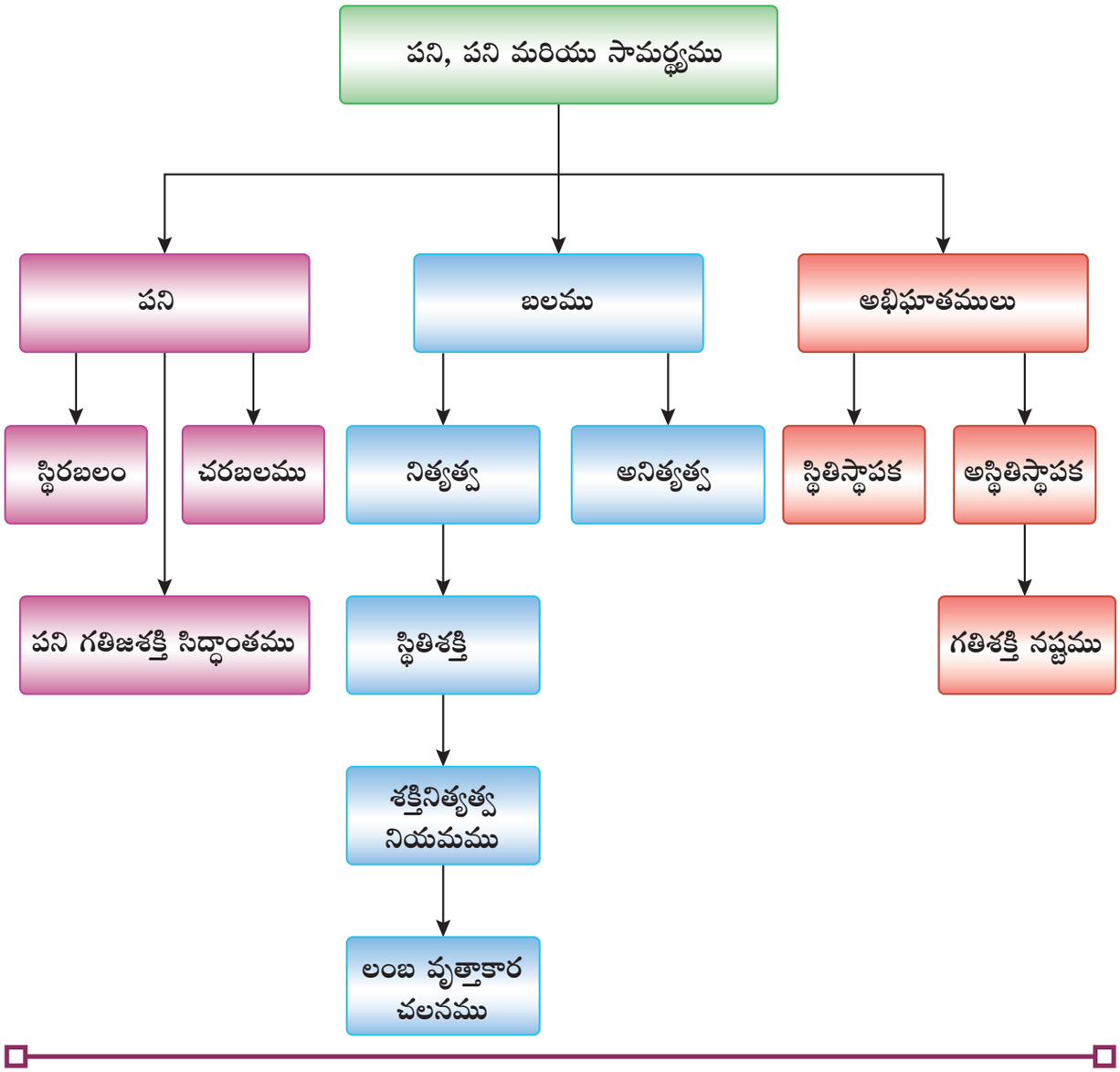
## సారాంశం

- $\vec{F}$ అనే బలము ఒక వస్తువు మీద పనిచేయబడి దానిని $d\vec{r}$ దూరం స్థానభ్రంశం చెందించిన బలము చేత చేయబడిన పని $W = \vec{F}.d\vec{r} = Fdr\cos\theta$.
- చరబలము వలన చేయబడిన పని $\int_i^f \vec{F}.d\vec{r}$ అని నిర్వచించబడినది.
- పని గతిజశక్తి సిద్ధాంతం : వస్తువు మీద బలము చేత చేయబడిన పని దాని గతిజశక్తి మార్పుకు సమానమగును.
- గతిజశక్తిని ద్రవ్యవేగము ఆధారంగా (మూలంగా) నిర్వచించవచ్చు. దీని ప్రకారం $K.E = \frac{p^2}{2m}$.
- P అనే బిందు వద్ద స్థితిజశక్తి అనునది, వస్తువుని ఒక సూచించిన (గుర్తించిన) బిందువు O నుండి బిందువు P వరకు స్థిర వేగముతో చలింపచేయడానికి చేసిన మొత్తం పని అని నిర్వచించబడినది. దీనిని $U = \int_O^P \vec{F}_{ext}.d\vec{r}$ అని వ్రాయవచ్చు. సూచించిన బిందువు వద్ద స్థితిజశక్తి శూన్యమగును.
- h ఎత్తులో గురుత్వాకర్షణ స్థితిజశక్తి $U = mgh$ సాగుదల లేదా సంపీడనం x అయిన స్ప్రింగ్ స్థితిజశక్తి $U = \frac{1}{2}kx^2$ ఇక్కడ $k$ అనునది స్ప్రింగ్ స్థిరాంకం అగును.
- నిత్యత్వ బలము వలన ఒక సంవృత పదములో చేయబడిన పని శూన్యమగును మరియు అనిత్యత్వ బలమునకు ఇది శూన్యము కాదు.
- భూమ్యాకర్షణ బలము, స్ప్రింగ్ బలము మరియు కూలూంబ్ బలము మొదలగునవి నిత్యత్వ బలములు. కానీ ఘర్షణ బలము అనిత్యత్వ బలమగును.
- నిత్యత్వ బల క్షేత్రంలో వస్తువు యొక్క మొత్తం శక్తి నిత్యత్వముగా ఉండును.
- లంబ వృత్తాకార చలనంలో, వృత్తాన్ని పూర్తిచేయడానికి వృత్తాకార పథము యొక్క కనిష్ఠ బిందువు వద్ద ద్రవ్యరాశికి అవసరమైన అత్యల్ప (కనీస) వడి $\sqrt{5gr}$ అగును. ఇక్కడ $r$ అనునది వృత్తం వ్యాసార్ధం అగును.
- సామర్థ్యాన్ని పని జరిగే రేటు లేదా శక్తి బదిలీ అయ్యేరేటుగా నిర్వచించవచ్చు. ఇది $P = \frac{W}{t} = \vec{F}.\vec{v}$ నకు సమానం.
- స్థితి స్థాపక మరియు అస్థితి స్థాపక అభిఘాతంలో వ్యవస్థ యొక్క మొత్తం రేఖీయ ద్రవ్య వేగము నిత్యత్వమగును.
- స్థితి స్థాపక అభిఘాతంలో వ్యవస్థ యొక్క గతిజశక్తి నిత్యత్వమగును.
- ప్రత్యావస్థాన గుణకం = $\frac{\text{నిగమన వేగం (అభిఘాతం తర్వాత)}}{\text{ఆగమన వేగం (అభిఘాతానికి ముందు)}}$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 201 01-07-2022 12:08:38

## భావనా చిత్రము






11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 202 01-07-2022 12:08:38

## I. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

**1.** $(2\hat{i}+\hat{j})$ N అనే ఏకరీతి బలము 1 kg ద్రవ్యరాశి గల కణం మీద పనిచేస్తుంది. కణమునునది $(3\hat{j}+\hat{k})$ m అనే స్థానం నుండి $(5\hat{i}+3\hat{j})$ m అనే స్థానం వరకు స్థానభ్రంశం చెందించి. కణము మీద బలము చేత చేయబడిన పని.

(AIPMT model 2013)

(అ) 9 J (ఆ) 6 J

(ఇ) 10 J (ఈ) 12 J

**2.** 80 m ఎత్తుగల ఒక పొడవాటి అంతస్థు పై నుండి 1 kg మరియు 2 kg ద్రవ్యరాశి గల రెండు బంతులు జారవిడవబడినవి తర్వాత భూమివైపుకి ఒక్కొక్కటి 40 m ఎత్తుకి చేరిన తర్వాత వాటి యొక్క వరుస గతిజశక్తుల నిష్పత్తి

(AIPMT model 2004)

(అ) $\sqrt{2}:1$ (ఆ) $1:\sqrt{2}$

(ఇ) $2:1$ (ఈ) $1:2$

**3.** 1 kg ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు 20 $m\,s^{-1}$ వేగముతో పైకి విసరబడినది. అది 18 m ఎత్తుకి చేరగానే తక్షణ విరామ స్థితికి వచ్చినది. గాలి ఘర్షణ బలము వలన నష్టపోయిన శక్తి ఎంత $g=10ms^{-2}$ తీసుకొనుము

(Take $g=10ms^{-2}$) (AIPMT 2009)

(అ) 20 J (ఆ) 30 J

(ఇ) 40 J (ఈ) 10 J

**4.** ఒక యంత్రము నీటిని నిరంతం ఒక గొట్టం ద్వారా పంపుతుంది. గొట్టం నుండి వెలువడిన నీటి వేగం v మరియు m అనునది ప్రమాణ పొడవు కలిగిన నీటి ద్రవ్యరాశి అగును. నీటికి గతిజశక్తి ఆపాదించు రేటు ఎంత?

(AIPMT 2009)

(అ) $\frac{1}{2}mv^3$ (ఆ) $mv^3$

(ఇ) $\frac{3}{2}mv^2$ (ఈ) $\frac{5}{2}mv^2$

**5.** 4 మీ ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు xy- తలంలో విరామ స్థితిలో వున్నది. అది ఉన్నట్టుండి మూడు భాగాలుగా విచ్ఛిన్నం చెందినది. m ద్రవ్యరాశి గల రెండు భాగాలు $v$ అనే సమ వడితో ఒకదానికొకటి లంభముగా చలించినవి. విచ్ఛిన్నం వల్ల జనించిన మొత్తం గతిజశక్తి

(AIPMT 2014)

(అ) $mv^2$ (ఆ) $\frac{3}{2}mv^2$

(ఇ) $2mv^2$ (ఈ) $4mv^2$

**6.** ఒక వ్యవస్థ యొక్క స్థితిజశక్తి అధికమయిన కొలది,

(అ) నిత్యత్వ బలానికి వ్యతిరేకంగా వ్యవస్థ వల్ల పని చేయబడును.

(ఆ) అనిత్యత్వ బలానికి వ్యతిరేకంగా వ్యవస్థ వల్ల పని చేయబడును.

(ఇ) నిత్యత్వ బలం వల్ల వ్యవస్థ మీద పని చేయబడును.

(ఈ) అనిత్యత్వ బలం వల్ల వ్యవస్థ మీద పని చేయబడును.

**7.** R వ్యాసార్ధం గల ఒక లంబాకార వృత్తాన్ని పూర్తి చేయడానికి m ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు కనిష్ఠ బిందువు వద్ద ఎంత కనీస వేగముతో వృత్తాకార మార్గంలో ప్రవేశించవలెను..

(అ) $\sqrt{2gR}$ (ఆ) $\sqrt{3gR}$

(ఇ) $\sqrt{5gR}$ (ఈ) $\sqrt{gR}$

**8.** సంవృత మార్గానికి నిత్యత్వ బలం వల్ల చేయబడిన పని

(అ) ఎల్లప్పుడూ ఋణాత్మకం

(ఆ) శూన్యం

(ఇ) ఎల్లప్పుడూ ధనాత్మకం

(ఈ) అనిర్వచనీయం

D5PQK



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 203 01-07-2022 12:08:41

**9.** ఒక వస్తువు యొక్క రేఖీయ ద్రవ్యవేగం 0.1% పెరిగిన దాని గతిజశక్తి పెరుగు శాతం.

(అ) 0.1 %  (ఆ) 0.2%

(ఇ) 0.4%  (ఈ) 0.01%

**10.** ఒక వస్తువు యొక్క స్థితిజశక్తి $\alpha - \frac{\beta}{2}x^2$, అయిన, వస్తువు వల్ల అనుభూతి చెందిన బలం

(అ) $F = \frac{\beta}{2}x^2$  (ఆ) $F = \beta x$

(ఇ) $F = -\beta x$  (ఈ) $F = -\frac{\beta}{2}x^2$

**11.** ఒక పవన శక్తి విద్యుత్ జనకం పవన శక్తిని విద్యుచ్ఛక్తిగా మార్చును. పవన శక్తి విద్యుత్‌జనకం అనునది దాని రెక్కల మీద పడే పవనశక్తిలో ఒక నిర్ణీత భాగము మాత్రమే విద్యుచ్ఛక్తిగా మారుచున్నదని అనుకొనుము. $v$ అనునది గాలి వడి అయిన, వెలువడిన విద్యుచ్ఛక్తి దేనికి అనులోమానుపాతంలో వుండును.

(అ) $v$  (ఆ) $v^2$

(ఇ) $v^3$  (ఈ) $v^4$

**12.** సమాన ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువులు $m_1$ మరియు $m_2$ ఒకే సరళరేఖలో వరుసగా $5\,ms^{-1}$ మరియు $-9\,ms^{-1}$ అనే వేగములతో చలించుచున్నది. అభిఘాతం అనునది స్థితిస్థాపక అభిఘాతం అయిన అభిఘాతం తర్వాత $m_1$ మరియు $m_2$ వస్తువుల యొక్క వేగములు వరుసగా

(అ) $-4\,ms^{-1}$ మరియు $10\ ms^{-1}$

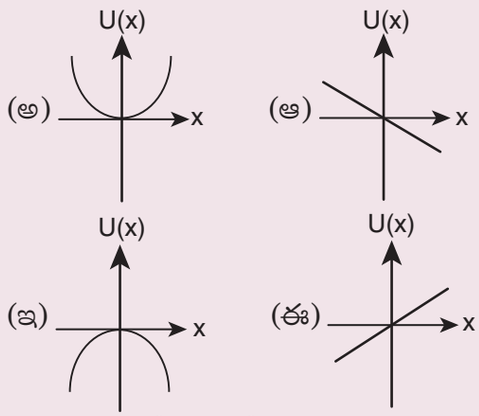
(ఆ) $10ms^{-1}$ మరియు $0\ ms^{-1}$

(ఇ) $-9\,ms^{-1}$ మరియు $5\ ms^{-1}$

(ఈ) $5\ ms^{-1}$ మరియు $1\ ms^{-1}$

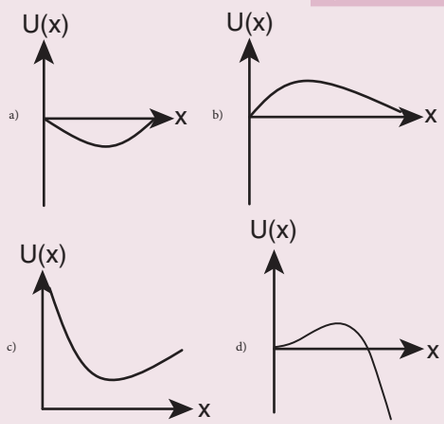
**13.** ఒక వస్తువు మూల బిందువు వద్ద వుంచబడి మరియు $F = kx$ అనే బలము దాని మీద పనిచేయబడుచున్నది $k$ అనునది ధనాత్మక స్థిరాంకం $U(0) = 0$ అయిన $U(x)$ మరియు x ల మధ్య గల రేఖా చిత్రం అనునది (ఇక్కడ $U$ అనునది స్థితిజశక్తి ప్రమేయము).

(IIT 2004)




**14.** $x$- అక్ష దిశలో చలించే విధంగా నిర్బంధించిన ఒక వస్తువు అదే దిశలో ఒక బలానికి లోబడి వున్నది. ఆ బలమునునది మూల బిందువు నుండి వస్తువు యొక్క దూరం $x$ ఆధారంగా $F(x) = -kx + ax^3$ అని మారుచున్నది. ఇక్కడ $k$ మరియు a అనునవి ధనాత్మక విలువ గల స్థిరాంకాలు, $x \geq 0$ నకు వస్తువు స్థితిజశక్తి $U(x)$ కైన ప్రమేయ రూపం.

(IIT 2002)




**15.** $k$ అనే బల స్థిరాంకం గల ఒక స్ప్రింగ్ ఒక భాగము మరొక భాగము కన్నా రెండు రెట్లు అధిక పొడవు వుండునట్లు రెండు భాగాలుగా ఖండించబడినది. పొడవైన భాగము పొందు బల స్థిరాంకం అనునది

(అ) $\frac{2}{3}k$  (ఆ) $\frac{3}{2}k$

(ఇ) $3k$  (ఈ) $6k$

## జవాబులు

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1)** ఇ | **2)** ఈ | **3)** అ | **4)** అ | **5)** ఆ |
| **6)** అ | **7)** ఇ | **8)** ఆ | **9)** ఆ | **10)** ఆ |
| **11)** ఇ | **12)** ఇ | **13)** ఇ | **14)** ఈ | **15)** ఆ |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 204 01-07-2022 12:08:46

## II. క్లుప్తముగా జవాబులిమ్ము

1. భౌతిక శాస్త్రంలో పని యొక్క నిర్వచనమనునది సాధారణ అవగాహన నుండి ఏ విధముగా వేరుపడియున్నది? అని తెలుపుము.
2. వివిధ స్థితిజశక్తి రకములను తెలుపుము. దాని సూత్రములను వివరించుము?
3. నిత్యత్వ బలము మరియు అనిత్యత్వ బలములకు మధ్య గల భేదములను తెల్పుము. ఒక్కొక్కదానికి రెండు ఉదాహరణలు తెల్పుము.
4. స్థితిస్థాపక మరియు అస్థితిస్థాపక అభిఘాతముల లక్షణములను వివరించుము?
5. క్రింది వానిని నిర్వచించుము
   a) ప్రత్యావస్థాన గుణకము
   b) సామర్థ్యము
   c) శక్తి నిత్యత్వ నియమము
   d) అస్థితిస్థాపక అభిఘాతము నందు నష్టపోయిన గతిజశక్తి

## III. విపులముగా జవాబులిమ్ము

1. స్థిర బలము మరియు చరబలముల వలన చేయబడిన పనులకు మధ్యగల భేదములను రేఖాచిత్రము (గ్రాపు) మూలముగా వివరించుము?
2. పని – శక్తి తత్వమును తెలుపుము ? దానికి ఏవేని మూడు ఉదాహరణలిమ్ము.
3. సామర్థ్యము మరియు వేగమునకు సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి. దానికి కొన్ని ఉదాహరణలిమ్ము.
4. ఏకమితి స్థితిస్థాపక అభిఘాతమునకు సమీకరణాన్ని ఉత్పాదించండి మరియు వివిధ సందర్భాలను చర్చించండి.
5. అస్థితిస్థాపక అభిఘాతం అనగానేమి? ఇది స్థితిస్థాపక అభిఘాతము నుండి ఏ విధముగా వేరుపడియున్నది? నిత్య జీవితములో అస్థితిస్థాపక అభిఘాతమునకు ఉదాహరణలిమ్ము.

## IV. సంఖ్యాపరమైన సమస్యలు

1. 2kg బరువును 10m ఎత్తునకు 30 N బలము వలన చేయబడిన పనిని లెక్కించుము ($g = 10\ m\ s^{-2}$)

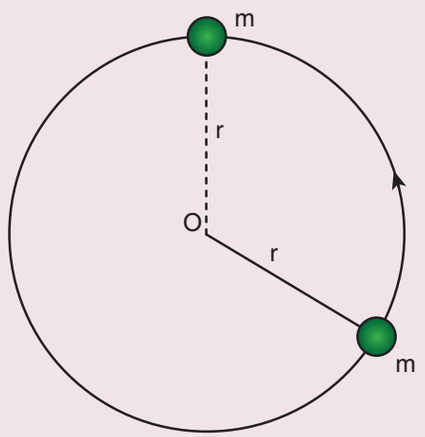
   **జవాబు:** 300J

2. నునుపైన క్షితిజ సమాంతర తలములో $5\ ms^{-1}$ వేగమును కలిగిన బంతి ఒకటి లంబముగా $60^\circ$ కోణముతో ఢీకొనును. ప్రత్యావస్థాన గుణకము 0.5 అయిన, అభిఘాతం తర్వాత వేగము మరియు దిశను కనుగొనుము.

   **జవాబు:** $v = 4.51\ m\ s^{-1}$

3. పటంలో చూపిన విధంగా m ద్రవ్యరాశి గల ఒక గుండు r పొడవు గల ఉపేక్షించే ద్రవ్యరాశి కలిగిన తీగతో కలుపబడి మరొకవైపు 'O' అను స్థిరమైన కేంద్రములో ఆటంకము లేకుండా చుట్టునట్లు అమర్చబడినది. వృత్తము యొక్క పై బిందువును చేరుటకు వస్తువుకు ఇవ్వవలసిన వేగము ఎంత? (గమనిక : శక్తి నిత్యత్వ నియమమును ఉపయోగించుము). ఈ వేగము పార్శ్వభాగము నందు 4.2.9 లో పొందిన వేగము కంటే తక్కువయినదా లేదా ఎక్కువయినదా?

   **జవాబు:** $v = \sqrt{4gr}\ m\ s^{-1}$




4. A మరియు B అను రెండు తెలియని ద్రవ్యరాశి గల వేర్వేరు వస్తువులు అభిఘాతము చెందుచున్నవి. ప్రారంభములో వస్తువు A



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 205 01-07-2022 12:08:46

విరామ స్థితిలోను B అనునది v వేగము కలిగియున్నది. అభిఘాతము తరువాత వస్తువు B అనునది v/2 అను వేగమును పొంది దాని ఆరంభ చలన దిశకు లంబముగా చలించును. అభిఘాతము తరువాత వస్తువు A ప్రయాణించు దిశను కనుగొనుము.

**జవాబు:** $\theta = 26^\circ 33'$

**5.** 20 g ద్రవ్యరాశి కలిగిన ఒక తుపాకీ గుండు 5 kg ద్రవ్యరాశి గల లోలకపు గుండును ఢీకొనును. లోలకపు గుండు యొక్క మధ్య బిందువునకు గల దూరము 10 cm లంబ దూరము అధికమగును. తుపాకీ గుండు లోలకములో పాతుకున్న దాని ప్రారంభ వడిని లెక్కించుము.

**జవాబు:** $v = 351.4 ms^{-1}$

## BOOKS FOR REFERENCE


1. Charles Kittel, Walter Knight, Malvin Ruderman, Carl Helmholtz and Moyer, *Mechanics,* 2nd edition, Mc Graw Hill Pvt Ltd,
2. A.P.French, *Newtonian Mechanics,* Viva-Norton Student edition
3. Somnath Datta, *Mechanics,* Pearson Publication
4. H.C.Verma, *Concepts of physics* volume 1 and Volume 2, Bharati Bhawan Publishers
5. Serway and Jewett, *Physics for scientist and Engineers with modern physics*, Brook/ Coole publishers, Eighth edition
6. Paul Tipler and Gene Mosca, *Physics for scientist and engineers with modern physics*, Sixth edition, W.H. freeman and Company.

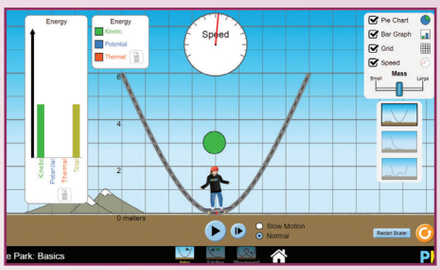



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 206 01-07-2022 12:08:46

# అంతర్జాల కృత్యము

## (శక్తి) Energy Skate

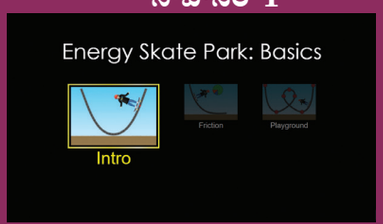
ఈ కృత్యములో విద్యార్థులు స్థితిజ శక్తి మరియు గతిజ శక్తుల గూర్చి అవగాహన పొందెదరు.



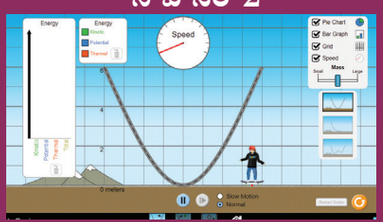

**సోపానాలు:**

- బ్రౌజర్‌ను open చేసి పని శక్తి మరియు సామర్థ్యం మీద PhET simulation ని ఇవ్వబడిన URL ను type చేయవలెను.
- ఎత్తుని ఎంపిక చేసి గతిజశక్తి మరియు స్థితిజశక్తులలో ఏర్పడిన మార్పులను గమనించండి.
- అదే విధంగా ద్రవ్యరాశి మార్పు వలన ఏర్పడిన మార్పులను గమనించండి (పరిశీలించండి)
- నీకు అవసరమైన ఘర్షణ తలాన్ని లేదా ఆటస్థలాన్ని ఏర్పరిచి, అందులో ఏర్పడిన గతిజశక్తి మరియు స్థితిజశక్తి మార్పులను గమనించుము.

**సోపానం 1**




**సోపానం 2**




**సోపానం 3**




**సోపానం 4**




**PhET simulation's URL:**

https://phet.colorado.edu/en/simulation/energy-skate-park

*Pictures are indicative only.

*If browser requires, allow **Flash Player** or **Java Script** to load the page.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_4.indd 207 01-07-2022 12:08:48

అధ్యాయము

# 5

# కణముల వ్యవస్థ యొక్క చలనము మరియు ధృడ పదార్థములు (MOTION OF SYSTEM OF PARTICLES AND RIGID BODIES)

"ప్రకృతిలో, పదార్థ బిందువులు కాకుండ పదార్థ వస్తువులను గురించి మనం వివరించవలెను". – మ్యాక్స్ ప్లాంక్

## అభ్యసనా లక్ష్యములు

ఈ యూనిట్‌లో విద్యార్థి నేర్చుకొనే అంశాలు:

- వివిధ కణముల వ్యవస్థలలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క సంబంధము
- భ్రమణ గమనంలో బలయుగ్మము మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగం
- సరియైన ఉదాహరణలతో సమత్వం రకాలు
- వివిధ రకములైన ధృడ పదార్థముల యొక్క జడత్వ భ్రామకము
- ధృడ వస్తువుల యొక్క భ్రమణ గమనము
- రేఖీయ చలనము మరియు కోణీయ చలనముల మధ్య తేడాలు
- దొర్లు చలనము, మరియు జారుడు చలనములు

GDW70

## 5.1 పరిచయము (INTRODUCTION)

మన నిత్య జీవితంలో ఎదురుపడు వస్తువులు అనేక కణముల సంఖ్యను కలిగి ఉంటాయి. దీనికి ముందు పాఠములలో వస్తువుల పరిమాణము మరియు ఆకారమును లెక్క చేయకుండా వాటి చలనమును గురించి చదివాము. ఇప్పటివరకు స్థూల వస్తువులను కూడ బిందు వస్తువుల వలె పరిగణించాం. ఈ భాగంలో వస్తువుల పరిమాణము మరియు ఆకారములకు ప్రాముఖ్యత ఇస్తున్నాం. నిజానికి ఈ వస్తువులు అనేక కణాలను కలిగివున్నాయి. అటువంటి వస్తువు చలించేటప్పుడు మొత్తంగా కణముల సేకరణ చలించేటట్లుగా మనం పరిగణిస్తాం. ఇటువంటి కణముల వ్యవస్థల విషయాన్ని వివరించుటకు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క భావనను మనం నిర్వచిద్దాం.

ఈ స్థూల వస్తువులపై పనిచేయు బలాలు అంతర మరియు బాహ్య బలాలుగా విభజింపబడినవి. ఒక వస్తువులో వ్యవస్థ యందు గల కణముల మధ్య పని చేయు బలాలను అంతర బలాలు అందురు. వెలుపల నుండి వ్యవస్థ యొక్క కణములపై పనిచేయు బలాలను బాహ్య బలాలు అందురు. ఈ పాఠములో ఇటువంటి కణముల యొక్క వ్యవస్థలు వివిధ ధృడ వస్తువులను ఏర్పరుచుటను గూర్చి చదువనున్నాము. ఒక ధృడ వస్తువు అనునది దానిపై బాహ్యబలం పనిచేసినపుడు కూడా తన ఆకారము మరియు పరిమాణాన్ని మార్చుకోని వస్తువు అవుతుంది. అంటే బాహ్య బలం యిచ్చినపుడు కూడా ధృడ వస్తువులోని అంతర పరమాణు దూరంలో మార్పు వుండదు. అయినప్పటికినీ, నిజ జీవితంలో ఆదర్శ ధృడంగా లేని వస్తువులను మనం కలిగియున్నాము. ఎందుకంటే వస్తువులపై బాహ్య బలం పనిచేయునపుడు వాటి ఆకారము మరియు పరిమాణము మారుతుంది. ఇక్కడ మనం చదవబోవు ధృడ వస్తువుల కొరకు ఇటువంటి విరూపములు వుపేక్షింపబడినవి అనుకొందుము. అధృడ వస్తువులపై ఏర్పడు విరూపములను గూర్చి ఘన పదార్థముల స్థితిస్థాపకత అను విభాగము 7 లో ప్రత్యేకముగా వివరించబడినది.



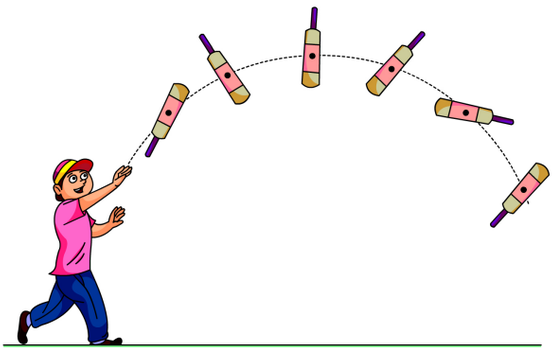
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 208 11-07-2022 18:11:05

## 5.1.1 ద్రవ్యరాశి కేంద్రము (CENTER OF MASS)

ఒక ధృడ వస్తువు చలించునపుడు, ఆ వస్తువులోని అన్ని కణములు ఒకే త్రోవను అనుసరించవలసిన అవసరం లేదు. చలనము యొక్క రకంపై ఆధారపడి వస్తువు యొక్క వేర్వేరు కణములు వేర్వేరు త్రోవలను కలిగియుంటాయి. ఉదాహరణకు ఒక చక్రము ఒక తలంపై దొర్లునపుడు చక్రము యొక్క మధ్య బిందువు యొక్క త్రోవ వేర్వేరుగా వుండును. ఈ విభాగంలో ధృడ వస్తువుల యొక్క రేఖీయ భ్రమణ గమనము మరియు ఈ రెండు గమనముల కలయికను గూర్చి వివరంగా చదువనున్నాము.

### 5.1.2 ఒక ధృడ వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రము (Center of Mass of a Rigid Body)

ఒక ధృడ వస్తువు (బ్యాటు అనుకొనుము) పటము 5.1 లో చూపబడినట్లు ఒక కోణముతో విసరి వేయబడినది. వస్తువు యొక్క అన్ని బిందువులు ఒక పరావలయ త్రోవను ఏర్పరుచునా? నిజానికి, ఒకే ఒక బిందువు మాత్రము పరావలయ త్రోవను తీసుకొనుచున్నది, మిగతా బిందువులన్నీ వేర్వేరు త్రోవలను తీసుకొంటాన్నాయి.

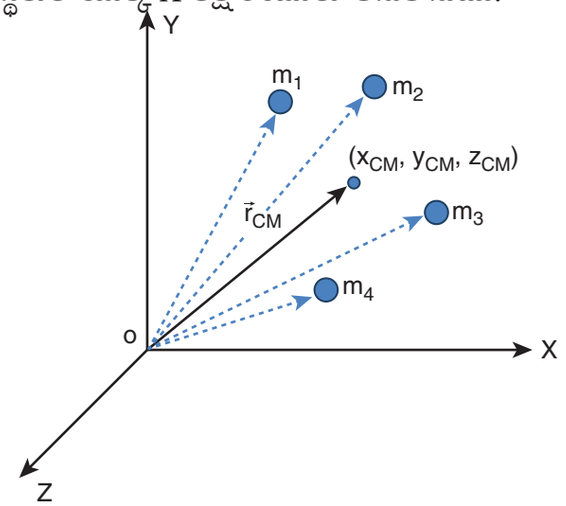


**పటము 5.1** ద్రవ్యరాశి కేంద్రము పరావలయము యొక్క త్రోవను ఆచూకీ చేస్తుంది.

పరావలయ త్రోవను తీసుకొను ఒకే ఒక బిందువు చాలా ముఖ్యమైనది. దీనినే ద్రవ్యరాశి కేంద్రము (CM) అంటారు. దీని చలనము విసరివేయబడిన ఒక ఏక బిందువు యొక్క చలనము వలె వుంది. ఒక వస్తువులో ఏ బిందువు వద్ద వస్తువు యొక్క మొత్తము ద్రవ్యరాశి కేంద్రీకరింపబడి వుంటుందో ఆ బిందువును ద్రవ్యరాశి కేంద్రము అంటారు. కాబట్టి ఈ బిందువు వస్తువు మొత్తంపై ప్రాతినిధ్యం వహిస్తుంది. క్రమమైన ఆకారము మరియు ఏకరీతి ద్రవ్యరాశి పంపిణీ గల వస్తువులకు ద్రవ్యరాశి కేంద్రము వస్తువు యొక్క జ్యామితీయ కేంద్రము వద్ద వుంటుంది. ఉదాహరణకు వృత్తము మరియు గోళములకు ద్రవ్యరాశి కేంద్రము వాటి కేంద్రము వద్ద వుండును. చదరము మరియు దీర్ఘ చతురస్రములకు వాని కర్ణముల ఖండన బిందువు వద్ద వుండును. ఘనము మరియు దీర్ఘ ఘనములకు వాని కర్ణములు కలిసే బిందువు వద్ద వుండును. మిగతా వస్తువులకు కొన్ని పద్ధతులనుపయోగించి ద్రవ్యరాశి కేంద్రమును కనుగొనవచ్చును. ద్రవ్యరాశి కేంద్రము కొన్ని వస్తువులకు లోపలి భాగములో ఉండి మరి కొన్నింటికి వెలుపల వుండును.

### 5.1.3 పంపిణీ చేయబడిన బిందు ద్రవ్యరాశుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రము (Center of Mass for Distributed Point Masses)

ఆకారము మరియు పరిమాణము లేనటువంటి శూన్యము కాని ద్రవ్యరాశి గల ఒక సిద్ధాంత బిందు కణము ఒక బిందు ద్రవ్యరాశి అగును. n బిందు ద్రవ్యరాశులు ($m_1$, $m_2$, $m_3$ . . . $m_n$ అనుకొనుము) సేకరణ యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుగొనుటకు మొట్టమొదట మనం పటము 5.2 లో చూపినట్లు ఒక మూలం (origin) మరియు సరియైన ఒక సమన్వయ వ్యవస్థను ఎన్నుకోవాలి. $x_1$, $x_2$, $x_3$ . . . $x_n$ అనునవి కేంద్రం నుండి X దిశలో వున్న బిందు ద్రవ్యరాశుల స్థితుల యొక్క X అక్షాంశములు అనుకొనుము.




**పటము 5.2** పంపిణీ చేయబడిన బిందు ద్రవ్యరాశుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 209 11-07-2022 18:11:05

ద్రవ్యరాశి కేంద్రము యొక్క x అక్షాంశమునకు సమీకరణము

$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

ఇచ్చట $\sum m_i$ అనునది అన్ని కణముల యొక్క మొత్తం ద్రవ్యరాశి $\left(\sum m_i = M\right)$ కాబట్టి

$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{M} \qquad (5.1)$$

అదే విధంగా పటము 5.2 లో చూపబడినట్లు ఈ బిందు ద్రవ్యరాశుల యొక్క y మరియు z అక్షాంశములను కూడా మనం కనుక్కోవచ్చును.

$$y_{CM} = \frac{\sum m_i y_i}{M} \qquad (5.2)$$

$$z_{CM} = \frac{\sum m_i z_i}{M} \qquad (5.3)$$

కాబట్టి కార్టీషియన్ అక్షాంశ వ్యవస్థలో ఈ బిందు ద్రవ్యరాశుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క స్థానం ($x_{CM}$, $y_{CM}$, $z_{CM}$) అగును. సాధారణంగా సదిశ రూపంలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రము యొక్క స్థానం ఇలా వ్రాయవచ్చును.

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} \qquad (5.4)$$

ఇక్కడ, $\vec{r}_{CM} = x_{CM}\hat{i} + y_{CM}\hat{j} + z_{CM}\hat{k}$ అనునది ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క స్థాన సదిశ (position vector) మరియు $\vec{r}_i = x_i\hat{i} + y_i\hat{j} + z_i\hat{k}$ అనునది బిందు ద్రవ్యరాశులు. position vector $\hat{i}$, $\hat{j}$ మరియు $\hat{k}$ అనునవి క్రమముగా X, Y మరియు Z-అక్షముల వైపున వుండే ఏకాంక సదిశలు (unit vectors)

## 5.1.4 రెండు బిందు ద్రవ్యరాశుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రం. (Center of Mass of Two Point Masses)

ద్రవ్యరాశి కేంద్రము యొక్క సమీకరణములలో $m_1$ మరియు $m_2$ ద్రవ్యరాశి గలిగి X-అక్షముపై $x_1$ మరియు $x_2$ స్థానముల వద్ద వుండు రెండు బిందు ద్రవ్యరాశుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని మనం కనుగొందాం. ఈ ఘటనలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క స్థానాన్ని మనం ఈ క్రింది మూడు విధములుగా కనుగొందాం.

***(i)* ధనాంశ *X*-అక్షముపై ద్రవ్యరాశులు వున్నపుడు:**
మూలబిందువు (origin) ఏకపక్షంగా తీసుకొనబడినది. కాబట్టి ద్రవ్యరాశులు $m_1$ మరియు $m_2$ ధనాంశ X-అక్షంపై $x_1$ మరియు $x_2$ అను స్థానముల వద్ద పటము 5.3 (a) లో చూపినట్లు వుండును. క్రింది సమీకరణంలో వున్నట్లు ద్రవ్యరాశి కేంద్రము ధనాంశ X- అక్షంపై $x_{CM}$ వద్ద కూడా ఉంటుంది.

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

***(ii)* ఏదైనా ఒక ద్రవ్యరాశితో మూలబిందువు (*origin*) ఏకీభవించినపుడు:**
పటము 5.3 (b) లో చూపబడినట్లు అక్షాంశ వ్యవస్థ యొక్క మూల బిందువు ఏదైనా ఒక ద్రవ్యరాశిపై ఏకీభవించినట్లయితే గణనము కనిష్ఠము చేయగలము. మూల బిందు ద్రవ్యరాశి $m_1$ తో ఏకీభవించినపుడు దాని స్థానం $x_1$ శూన్యం (i.e. $x_1 = 0$) తర్వాత

$$x_{CM} = \frac{m_1(0) + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

సమీకరణము ఈ విధంగా మరింత సూక్ష్మీకరించవచ్చును.

$$x_{CM} = \frac{m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

***(iii)* మూలబిందువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రంతో ఏకీభవించినపుడు:**
అక్షాంశ వ్యవస్థ యొక్క మూలబిందువును ద్రవ్యరాశి కేంద్రంతో ఏకీభవించినపుడు, మరియు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 210 11-07-2022 18:11:07

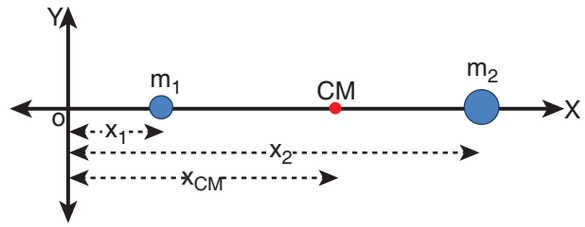
ద్రవ్యరాశి $x_{CM} = 0$. మరియు ద్రవ్యరాశి పటము 5.3 (c) లో చూపబడినట్లు ఋణాంశ X-అక్షముపై వుండుటను గమనిస్తున్నాం. కాబట్టి, $x_1$ స్థానం ఋణాంకము (i.e. $-x_1$).

$$0 = \frac{m_1(-x_1) + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

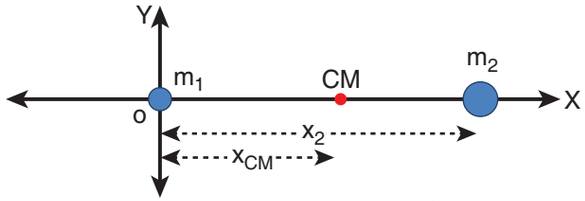
$$0 = m_1(-x_1) + m_2 x_2$$

$$m_1 x_1 = m_2 x_2$$

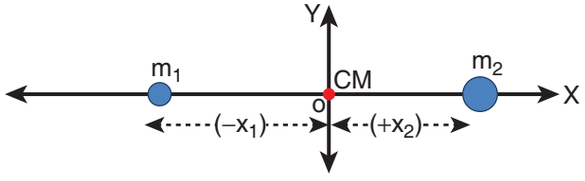
ఇవ్వబడిన పై సమీకరణము భ్రామకముల సిద్ధాంతము అనబడును. దీనిని గూర్చి 5.3.3 భాగములో మనం మరింత నేర్చుకొందాం.




(a) ద్రవ్యరాశులు ధనాంశ అక్షంపై వున్నపుడు X axis




(b) మూలబిందువు ఏదైన ఒక ద్రవ్యరాశితో ఏకీభవించినపుడు




(c) మూలబిందువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రంతో ఏకీభవించినపుడు

**పటము 5.3.** మూలబిందువును తరలించడం ద్వారా రెండు బిందు ద్రవ్యరాశుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుగొనుట.

## ఉదాహరణ 5.1

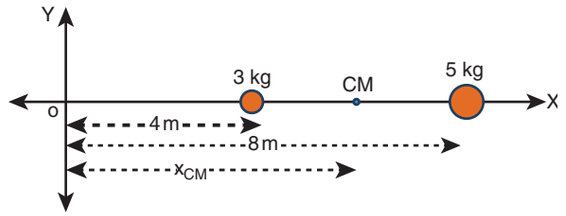
3 kg మరియు 5 kg గల రెండు బిందు ద్రవ్యరాశులు X-అక్షంపై మూలబిందువు (origin) నుండి 4 m మరియు 8 m దూరంలో వున్నాయి. రెండు బిందు ద్రవ్యరాశుల ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని (i) మూలబిందువు నుండి మరియు (ii) 3 kg ద్రవ్యరాశి నుండి గుర్తించండి.

**సాధన**

$m_1 = 3$ kg మరియు $m_2 = 5$ kg అని తీసుకొందాం.

***(i)* మూలబిందువు నుండి ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుగొనుట:**

బిందు ద్రవ్యరాశులు X అక్షము వైపు మూలబిందువు నుండి $x_1 = 4$ m, $x_2 = 8$ వద్ద వున్నవి.




సమీకరణం 5.4 నుపయోగించి ద్రవ్యరాశి కేంద్రము $x_{CM}$

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

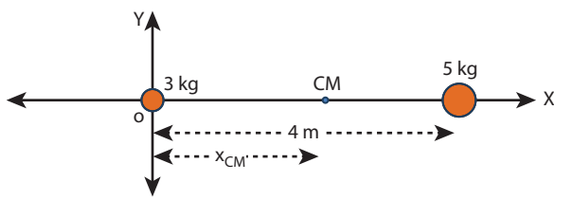
$$x_{CM} = \frac{(3 \times 4) + (5 \times 8)}{3 + 5}$$

$$x_{CM} = \frac{12 + 40}{8} = \frac{52}{8} = 6.5\,\text{m}$$

X- అక్షంపై మూలబిందువు నుండి 6.5 m దూరంలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుర్తించబడినది.

***(ii) 3 kg* ద్రవ్యరాశి నుండి ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుగొనుట:**

మూలబిందువు X- అక్షం వైపు 3 kg ద్రవ్యరాశికి తరలించబడినది. 3 kg బిందు ద్రవ్యరాశి యొక్క స్థానం సున్న ($x_1 = 0$) మరియు 5 kg బిందు ద్రవ్యరాశి యొక్క స్థానం $x_2 = 4$ m.






11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 211 11-07-2022 18:11:08

$$x_{CM} = \frac{(3\times 0)+(5\times 4)}{3+5}$$

$$x_{CM} = \frac{0+20}{8} = \frac{20}{8} = 2.5\,m$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రము X-అక్షంపై 3 kg బిందు ద్రవ్యరాశి నుండి 2.5 m దూరములో గలదు. మరియు 5 kg బిందు ద్రవ్యరాశి నుండి 1.5 m దూరంలో గలదు.

- ఈ ఫలితము ద్రవ్యరాశి కేంద్రం అధిక ద్రవ్యరాశికి దగ్గరగా వుంది అని తెలుపుచున్నది.
- మూలబిందువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వద్దకి తరలింపబడినట్లయితే భ్రామక తత్వము బాగుగా వర్తిస్తుంది. $m_1x_1 = m_2x_2$; $3\times 2.5 = 5\times 1.5$; $7.5 = 7.5$

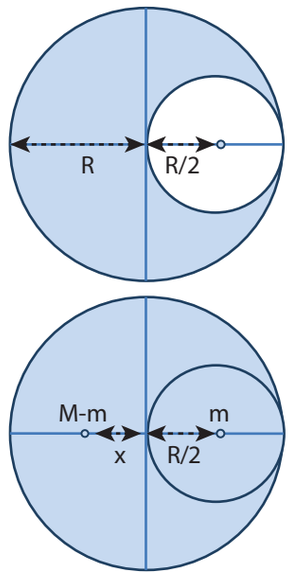
మనం case (i) మరియు case (ii) లను పోల్చినపుడు $x_{CM} = 2.5\,m$, 3 kg ల బిందు ద్రవ్యరాశి నుండి 6.5 m నుండి 4 m తీసివేయుట వలన కూడా మనం పొందవచ్చును. ఇచ్చట ద్రవ్యరాశి కేంద్రం case (i) లో వుంది.

## ఉదాహరణ 5.2

R వ్యాసార్ధము ఒక ఏకరీతి డిస్క్ నుండి పటములో చూపబడినట్లు $\frac{R}{2}$ వ్యాసార్ధము గల ఒక చిన్న డిస్క్ కోసి తీసివేయబడినది. డిస్క్ యొక్క మిగతా భాగం యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుగొనుము.

### సాధన

కోయకుండా వుండు డిస్క్ మొత్తం ద్రవ్యరాశి M అనుకొందుము ద్రవ్యరాశి కేంద్రము మూలబిందువు ఏకీభవించు డిస్క్ జ్యామితీయ కేంద్రము వద్ద వుండవచ్చును. కోసితీయబడిన చిన్న డిస్క్ యొక్క ద్రవ్యరాశి m అనుకొనుము మరియు దాని ద్రవ్యరాశి కేంద్రము పటములో చూపినట్లు మూలస్థానానికి కుడివైపు $\frac{R}{2}$ దూరంలో వుంది.




కాబట్టి డిస్క్ యొక్క మిగతా భాగం యొక్క ద్రవ్యరాశి మూలబిందువుకి ఎడమవైపు $x$ దూరంలో వుండాలి, భ్రామకముల తత్వము నుండి క్రింది విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$(M-m)x = (m)\frac{R}{2}$$

$$x = \left(\frac{m}{(M-m)}\right)\frac{R}{2}$$

$\sigma$ అనునది తలము ద్రవ్యరాశి సాంద్రత అయితే (i.e. ఏకాంక తల వైశాల్యమునకు గల ద్రవ్యరాశి), $\sigma = \frac{M}{\pi R^2}$; చిన్న డిస్క్ యొక్క ద్రవ్యరాశి,

m = తలము ద్రవ్యరాశి సాంద్రత × తలము వైశాల్యము

$$m = \sigma \times \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$m = \left(\frac{M}{\pi R^2}\right)\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{M}{\pi R^2}\pi\frac{R^2}{4} = \frac{M}{4}$$

పై సమాసములో x కొరకు m ను ప్రతిక్షేపించిన

$$x = \frac{\frac{M}{4}}{\left(M-\frac{M}{4}\right)}\times\frac{R}{2} = \frac{\frac{M}{4}}{\left(\frac{3M}{4}\right)}\times\frac{R}{2}$$

$$x = \frac{R}{6}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 212 11-07-2022 18:11:10

ద్రవ్యరాశి కేంద్రము డిస్క్ యొక్క కేంద్రము నుండి ఎడమవైపునకు $\frac{R}{6}$ దూరంలో వుంది.

- పెద్ద డిస్క్ నుండి చిన్న డిస్క్‌ను కేంద్రీకృతంగా తీసివేసిన యెడల మిగతా డిస్క్ భాగం యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క స్థానం ఎలా వుంటుంది?

## ఉదాహరణ 5.3

10 kg మరియు 5 kg గల రెండు బిందు ద్రవ్యరాశుల యొక్క స్థాన వ్యవస్థలు క్రమముగా $(-3\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k})$ m మరియు $(3\hat{i}+6\hat{j}+5\hat{k})$ m ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క స్థానాన్ని గుర్తించండి.

**సాధన**

$$m_1 = 10\,kg$$

$$m_2 = 5\,kg$$

$$\vec{r}_1 = (-3\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k})\,m$$

$$\vec{r}_2 = (3\hat{i}+6\hat{j}+5\hat{k})\,m$$

$$\vec{r} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}$$

$$\therefore \vec{r} = \frac{10(-3\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k})+5(3\hat{i}+6\hat{j}+5\hat{k})}{10+5}$$

$$= \frac{-30\hat{i}+20\hat{j}+40\hat{k}+15\hat{i}+30\hat{j}+25\hat{k}}{15}$$

$$= \frac{-15\hat{i}+50\hat{j}+65\hat{k}}{15}$$

$$\vec{r} = \left(-\hat{i}+\frac{10}{3}\hat{j}+\frac{13}{3}\hat{k}\right)\,m$$

$\vec{r}$ అను స్థానం వద్ద ద్రవ్యరాశి కేంద్రం వుంది.

## 5.1.5 ద్రవ్యరాశి యొక్క ఏకరీతి వ్యాప్తికి ద్రవ్యరాశి కేంద్రము (Center of mass for uniform distribution of mass)

ఒక స్థూల వస్తువులో ద్రవ్యరాశి ఏకరీతిగా వుండినట్లయితే, వస్తువు యొక్క ఒక చిన్న ద్రవ్యరాశి ($\Delta m$) ఒక బిందు ద్రవ్యరాశిగా పరిగణించబడుతుంది మరియు ద్రవ్యరాశి అక్షాంశములకు సమాసము పొందుటకు సమ్మేషన్లు.

$$x_{CM} = \frac{\sum(\Delta m_i)x_i}{\sum\Delta m_i}$$

$$y_{CM} = \frac{\sum(\Delta m_i)y_i}{\sum\Delta m_i} \qquad (5.5)$$

$$z_{CM} = \frac{\sum(\Delta m_i)z_i}{\sum\Delta m_i}$$

మరోవైపు చిన్న ద్రవ్యరాశి అనంతముగా చిన్నదిగా తీసికొనిన (dm) క్రింది విధముగా సమ్మేషన్లను సంకలనములుగా భర్తీ చేయవచ్చును.

$$x_{cm} = \frac{\int x\,dm}{\int dm}$$

$$y_{cm} = \frac{\int y\,dm}{\int dm} \qquad (5.6)$$

$$z_{cm} = \frac{\int z\,dm}{\int dm}$$

## ఉదాహరణ 5.4

M ద్రవ్యరాశి మరియు $\ell$ పొడవు గల ఒక ఏకరీతి కడ్డీ యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని గుర్తించండి.

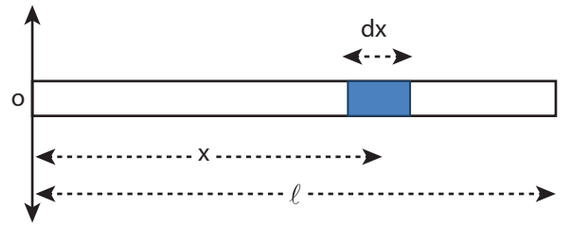
**సాధన**

M ద్రవ్యరాశి మరియు $\ell$ పొడవు గల ఒక ఏకరీతి కడ్డీ యొక్క ఒక కొన పటములో చూపినట్లు మూలబిందువుతో ఏకీభవించింది అనుకొందుము. ఈ కడ్డీ x-అక్షం వైపు వుంచబడినది.

*అత్యంత సూక్ష్మరాశిఒక అతిచిన్న రాశిగా పరిగణించబడుతుంది



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 213 11-07-2022 18:11:11




ఈ కడ్డీ యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రాన్ని కనుక్కోటానికి మూలబిందువు నుండి dx దూరంలో మూలక పొడవు యొక్క అతి చిన్న ద్రవ్యరాశి dm ను ఎన్నుకుందాం.

$\lambda$ అనునది కడ్డీ యొక్క రేఖీయ ద్రవ్యరాశి సాంద్రత (i.e. ఏకాంక పొడవునకు గల ద్రవ్యరాశి) $\lambda = \frac{M}{\ell}$

చిన్న మూలకము (dm) యొక్క ద్రవ్యరాశి,

$$dm = \frac{M}{\ell} dx$$

ఇప్పుడు ద్రవ్యరాశి వ్యాప్తికి సమీకరణమును మనం ఈ క్రింది విధంగా వ్రాయగలము.

$$x_{CM} = \frac{\int x dm}{\int dm}$$

$$x_{CM} = \frac{\int_0^{\ell} x\left(\frac{M}{\ell} dx\right)}{M} = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} x dx$$

$$= \frac{1}{\ell}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{l} = \frac{1}{\ell}\left(\frac{\ell^2}{2}\right)$$

$$x_{CM} = \frac{\ell}{2}$$

$\frac{\ell}{2}$ అనునది కడ్డీ యొక్క జ్యామితీయ కేంద్రం కాబట్టి, ఏకరీతి కడ్డీ యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రం దాని యొక్క జ్యామితీయ కేంద్రం వద్దనే వుంది అని నిర్ధారణ చేయవచ్చును.

## 5.1.6 ద్రవ్యరాశి కేంద్రము యొక్క చలనము (Motion of Center of Mass)

ఒక దృఢ వస్తువు కదులునపుడు దాని ద్రవ్యరాశి కేంద్రం కూడా దానితో పాటు కదలుతుంది. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క దిశావేగము $(v_{CM})$ మరియు త్వరణము $(a_{CM})$ వంటి గతిశాస్త్ర సమీకరణములకు క్రమముగా ఒకసారి లేదా రెండు సార్లు ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థానం సమాసాన్ని మనం వేరుపరచవచ్చును. సూక్ష్మీకరించుటకు చలనాన్ని X – దిశ వైపు మాత్రము మనం తీసుకుందాం.

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{x}_{CM}}{dt} = \frac{\sum m_i\left(\frac{d\vec{x}_i}{dt}\right)}{\sum m_i}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i} \qquad (5.7)$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{x}_{CM}}{dt}\right) = \left(\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt}\right) = \frac{\sum m_i\left(\frac{d\vec{v}_i}{dt}\right)}{\sum m_i}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i} \qquad (5.8)$$

బాహ్య బలం లేనపుడు i.e. $\vec{F}_{ext} = 0$ వ్యవస్థ యొక్క వ్యక్తిగత దృఢ వస్తువులు అంతర బలాలు వలన మాత్రం చలిస్తాయి లేదా తరలింపబడతాయి. అంటే ఈ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం, విరామ స్థితిలోగాని లేదా చలన స్థితిలో గాని వుంటుంది. కాబట్టి, ద్రవ్యరాశి కేంద్రం విరామ స్థితిలో వున్నపుడు $\vec{v}_{CM}$ శూన్యం మరియు ఏకరీతి దిశావేగంతో చలించేటపుడు $\vec{v}_{CM}$ స్థిరంగా వుంటుంది. $(\vec{v}_{CM} = 0$ or $\vec{v}_{CM} =$ స్థిరాంకము) ఇచ్చట ద్రవ్యరాశి కేంద్రానికి త్వరణం వుండదు $(\vec{a}_{CM} = 0)$.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 214 11-07-2022 18:11:13

సమీకరణము 5.7 మరియు 5.8

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i} \; 0 \text{ (or) స్థిరాంకము,}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}; = 0$$

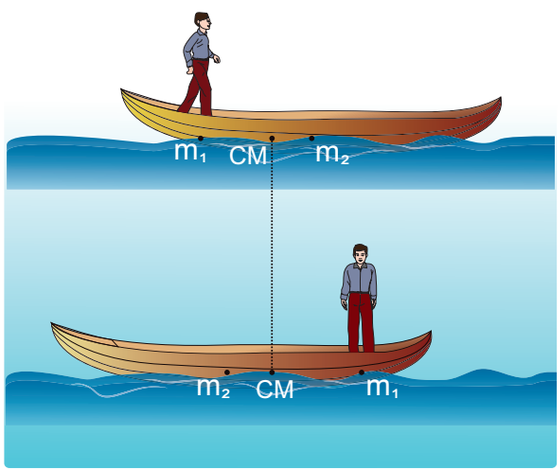
ఇచ్చట అంతర బలాల వలన వ్యక్తిగత కణములు వాటి వాటి దిశావేగములు మరియు త్వరణములతో చలించును.

బాహ్య బలం వున్నపుడు (i.e. $\vec{F}_{ext} \neq 0$) క్రింది సమీకరణములో చూపినట్లు ద్రవ్యరాశి కేంద్ర వ్యవస్థ త్వరణము చెందుతుంది.

$$\vec{F}_{ext} = \left(\sum m_i\right)\vec{a}_{CM}; \quad \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM}; \quad \vec{a}_{CM} = \frac{\vec{F}_{ext}}{M}$$

## ఉదాహరణ 5.5

50 kg ల ద్రవ్యరాశి గల ఒక మానవుడు స్థిరంగా వుండే నీటిపై తేలెడు 300 kg ద్రవ్యరాశి గల పడవ ఒక కొన మీద నిలబడియున్నాడు. నేలమీద ఒక స్థిరమైన పరిశీలకుని ఆధారంగా చేసుకొని ఆ మానవుడు పడవ యొక్క మరొక కొనవైపు 2 m $s^{-1}$ దిశావేగంతో నడుస్తున్నాడు. (a) నేలపై నున్న పరిశీలకుని ఆధారంగా చేసుకొని మరియు (b) పడవలో నడుస్తున్న మానవుని ఆధారంగా చేసుకొని పడవ యొక్క దిశావేగమెంత?




[దత్తాంశం: మానవునికి పడవకి మధ్య ఘర్షణ కలదు. పడవకు నీటికి మధ్య ఘర్షణ లేదు]

**సాధన:**

మానవుని ద్రవ్యరాశి ($m_1$), $m_1 = 50$ kg

పడవ ద్రవ్యరాశి ($m_2$) , $m_2 = 300$ kg

నిశ్చల పరిశీలకునితో పోల్చినపుడు:

మానవుడు $v_1 = 2$ m $s^{-1}$ దిశావేగంతో చలిస్తున్నాడు మరియు పడవ $v_2$ వేగంతో చలిస్తున్నది.

***(i)* నేల మీదనున్న నిశ్చల పరిశీలకుని ఆధారంగా చేసుకొని పడవ యొక్క దిశావేగాన్ని కనుగొనుట:**

వ్యవస్థపై బాహ్యబలం పనిచేయలేదు కనుక మానవుడు మరియు పడవ ఘర్షణ వలన చలిస్తారు. ఈ ఘర్షణ మానవుడు పడవ వ్యవస్థలో అంతర బలం కాబట్టి ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క దిశావేగం సున్న ($v_{CM} = 0$).

సమీకరణము 5.7 వుపయోగించి

$$0 = \frac{\sum m_i v_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$-m_2 v_2 = m_1 v_1$$

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$

$$v_2 = -\frac{50}{300} \times 2 = -\frac{100}{300}$$

$$v_2 = -0.33 \text{ m s}^{-1}$$

పై జవాబులో ఋణ సంకేతము, పరిశీలకునితో పోల్చినపుడు మానవుడు మరియు పడవ వ్యతిరేఖ దిశలో చలించునట్లు సూచిస్తుంది.

***(ii)* నడుస్తున్న మానవుని ఆధారంగా చేసుకొని పడవ యొక్క దిశావేగాన్ని కనుగొనుట.**

క్రింది విధంగా సాపేక్ష దిశావేగాన్ని మనం కనుక్కోవచ్చును.

$$v_{21} = v_2 - v_1$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 215 11-07-2022 18:11:15

ఇక్కడ $v_{21}$ అనునది నడుస్తున్న మానవుని ఆధారంతో పడవ యొక్క సాపేక్ష దిశావేగం.

$$v_{21} = (-0.33) - (2)$$
$$v_{21} = -2.33\,ms^{-1}$$

జవాబులోని ఋణ సంకేతము మానవుడు నడుస్తున్న దిశకు వ్యతిరేఖ దిశలో పడవ కదులుతుందని సూచిస్తుంది.

- నడుస్తున్న మానవుని ఆధారంతో పడవ యొక్క సాపేక్ష దిశావేగ పరిమాణము నిశ్చల పరిశీలకుడి ఆధారంతో పడవ యొక్క సాపేక్ష దిశావేగం కంటె అధికముగా వుంటుంది.
- రెండు జవాబులలో ఋణ సంకేతము నిశ్చల పరిశీలకుడు మరియు నడుస్తున్న మానవుని పోల్చితే పడవ వ్యతిరేఖ చలన దిశను సూచిస్తుంది.

### ప్రేలుడు పదార్థములలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రం:

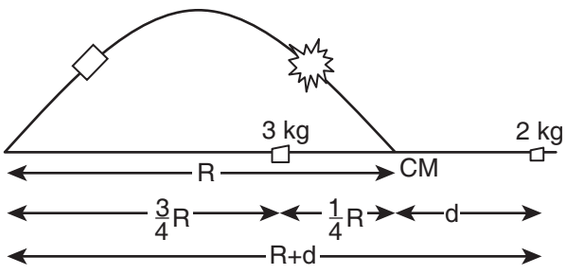
అనేక సార్లు ధృడ పదార్థములు ముక్కలుగా పగిలిపోవును. విరామ స్థితిలోగాని చలన స్థితిలోగాని వున్న వస్తువు లోపల అంతర బలం వలన ఈ ప్రేలుడు ఏర్పడినట్లయితే ద్రవ్యరాశి కేంద్ర స్థితి మారదు. ఇది అదే విరామ స్థితిగాని చలన స్థితిలోగాని కొనసాగుతుంది కాని ముక్కల యొక్క గతిజ రాశులలో మార్పు ఏర్పడుతుంది. బాహ్య సంస్థ వలన ఈ ప్రేలుడు జరిగితే గతిజ రాశులు మరియు ముక్కలలో ద్రవ్యరాశి కేంద్రం మార్పు చెందుతుంది.

## ఉదాహరణ 5.6

5 kg ల బరువు గల ఒక ప్రక్షేపకము దాని గమన త్రోవలో రెండు ముక్కలుగా పగిలిపోయింది. 3 kg గల ఒక ముక్క ప్రక్షేపక వ్యాప్తి R లో 3/4 వ వంతు పడిపోయింది. రెండవ ముక్క ఎక్కడ పడుతుంది?

### సాధన

బహ్య బలం లేకుండా ప్రక్షేపకము తనంతట తానే పగిలింది. పగిలిన తర్వాత తునకలు పరావలయ త్రోవను పాటించక పోయినప్పటికీ ప్రక్షేపకము యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రము అదే పరావలయ త్రోవలో కొనసాగుతుంది. ముక్కలు నేలపైన పడిన తర్వాత పటములో చూపినట్లు ద్రవ్యరాశి కేంద్రము ప్రక్షేపక బిందువు నుండి R (వ్యాప్తి) దూరంలో విరామం చెందుతుంది.




ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క తుది స్థితిలో మూలస్థానాన్ని ఫిక్స్ చేసినట్లయితే భ్రామకముల తత్వము బాగా వర్తిస్తుంది.

$$m_1 x_1 = m_2 x_2$$

ఇక్కడ $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 2$ kg, $x_1 = \frac{1}{4}R$. మరియు $x_2 = d$

$$3 \times \frac{1}{4}R = 2 \times d;$$
$$d = \frac{3}{8}R$$

లాంచింగ్ బిందువుకు 2 kg ద్రవ్యరాశి స్థానానికి మధ్య గల దూరం R+d

$$R + d = R + \frac{3}{8}R = \frac{11}{8}R = 1.375R$$

రెండవ తునక లాంచింగ్ బిందువు నుండి 1.375R దూరంలో పడును. (ఇక్కడ R అనునది ప్రక్షేపకము యొక్క వ్యాప్తి)



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 216 11-07-2022 18:11:16

## 5.2 బలయుగ్మము మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగము (TORQUE AND ANGULAR MOMENTUM)

ఒక వస్తువుపై నికర బలము పనిచేసేటపుడు బలము అనువర్తించిన చేసిన దిశలో ఇది రేఖీయ చలనాన్ని ఏర్పరుస్తుంది. ఒక బిందువు లేదా ఒక అక్షంపై వస్తువు బిగించబడిన యెడల ఇటువంటి బలము వస్తువుపై అన్వయించబడిన బలము యొక్క బిందువు పైన ఆధారంతో వస్తువుని భ్రమణం చేస్తుంది. ఒక వస్తువులో భ్రమణ గమనాన్ని ఉత్పత్తి చేయుటకు ఇటువంటి బలముల యొక్క సామర్థ్యాన్ని బలయుగ్మము (Torque) లేదా బల భ్రామకము (moment of force) అంటారు. మన నిత్యజీవితంలో ఇటువంటి చలనాలకు చాలా ఉదాహరణములున్నాయి. కొన్నింటిని పేర్కొనుటకు కీళ్ళ (hinges) గమనంలో ఒక తలుపును మూయుట మరియు తెరుచుట మరియు రించ్‌ను వుపయోగించి ఒక నట్టును త్రిప్పుట.

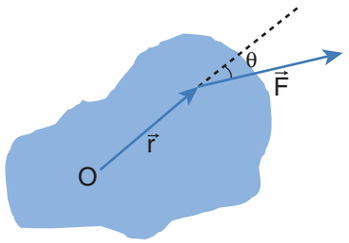
భ్రమణం యొక్క పరిధి, బలము యొక్క పరిమాణము, దిశ మరియు నిర్ణీత బిందువు (fixed point) అన్వయ బిందువునకు మధ్య గల దూరం పై ఆధారపడి వుంటుంది.టార్క్ ఒక వస్తువులోని భ్రమణాన్ని ఉత్పత్తి చేసినపుడు కాలంతో పాటు దాని కోణీయ ద్రవ్య వేగం మారుతుంది. దృఢ వస్తువులపై టార్క్ మరియు వాని ఫలితాలను గూర్చి ఈ భాగంలో చదువనున్నాము.

### 5.2.1 టార్క్ యొక్క నిర్వచనము (Definition of Torque)

భ్రమణ అక్షము లేదా ఒక బిందువు చుట్టూ అన్వయించబడిన బాహ్య బలము యొక్క భ్రామకాన్ని బలయుగ్మము (టార్క్) అంటారు.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (5.9)$$

ఇక్కడ $\vec{r}$ అనునది బిందువు యొక్క స్థాన సదిశ. పటము 5.4 లో $\vec{F}$ వస్తువుపై పనిచేయుబలము.




**పటము 5.4** దృఢ వస్తువుపై టార్క్

ఇక్కడ $\vec{r}$ మరియు $\vec{F}$ ల లబ్ధమును సదిశ లబ్ధము లేదా *cross product* అంటారు. రెండు సదిశా లబ్ధముల ఫలితము ఈ రెండింటికి లంబంగా వుండే ఇంకొక సదిశ అవుతుంది. కాబట్టి టార్క్ $(\vec{\tau})$ ఒక సదిశరాశి

టార్క్ యొక్క పరిమాణము $rF\sin\theta$ మరియు దిశ $\vec{r}$, $\vec{F}$ లకు లంబంగా వుంటుంది. దీని ప్రమాణము N m

$$\vec{\tau} = (rF\sin\theta)\hat{n} \qquad (5.10)$$

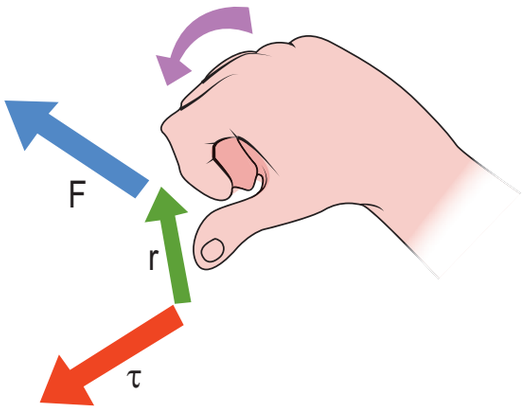
ఇక్కడ $\theta$ అనునది $\vec{r}$, $\vec{F}$ ల మధ్య గల కోణము $\hat{n}$ అనునది టార్క్ $\vec{\tau}$ యొక్క దిశలో ఏకాంక సదిశ (unit vector) కొన్ని సార్లు ఈ టార్క్‌ని మిథ్యా సదిశ (*pseudo vector*) అంటారు. టార్క్ యొక్క దిశ కుడిచేతి నియమాన్ని వుపయోగించి కనుగొనవచ్చును.

ఈ నియమము ప్రకారము కుడిచేతి వ్రేళ్ళను స్థానసదిశ వైపు చాచి బలము యొక్క దిశలో అరచేతని వుంచి మరియు వ్రేళ్ళను మడుచునపడు బొటన వ్రేలు టార్క్ యొక్క దిశను సూచించును. ఇది పటము 5.5 లో చూపబడినది.

టార్క్ యొక్క దిశ దాని వలన ఏర్పడు భ్రమణము యొక్క రకమును కనుగొనుటకు వుపయోగపడుతుంది. ఉదాహరణకు టార్క్ యొక్క దిశ పేపరుకు వెలుపల వుండినట్లయితే,



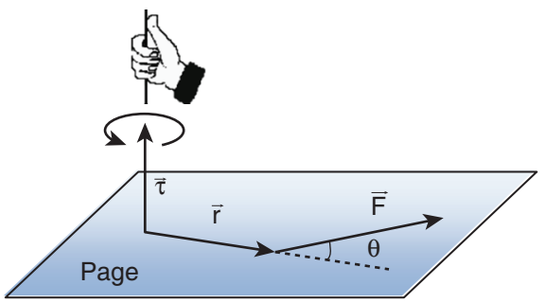
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 217 11-07-2022 18:11:17



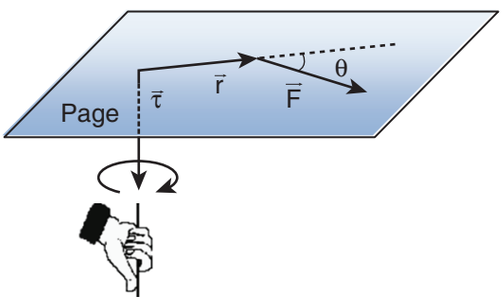

**పటము 5.5.** కుడిచేతి నియమును వుపయోగించి టార్క్ యొక్క దిశ

టార్క్ వలన ఏర్పడు భ్రమణము అపసవ్య దిశలో (anticlockwise) వుండును. మరొక వైపు టార్క్ యొక్క దిశ పేపరు లోపలికి వుండినట్లయితే భ్రమణము సవ్యదిశ (clockwise) లో వుండును. (పటము 5.6) చాలా ఘట్టాలలో టార్క్ యొక్క దిశ మరియు పరిమాణము వేర్వేరుగా కనబడును.

దిశ కొరకు మనము వెక్టరు నియమము (vector rule) లేదా కుడిచేతి నియమాన్ని వుపయోగిస్తాము.




(a) అపసవ్య దిశా భ్రమణము




(b) సవ్యదిశా భ్రమణము

**పటము 5.6.** టార్క్ యొక్క దిశ మరియు భ్రమణపు రకము

పరిమాణము కొరకు అదిశ రూపాన్ని క్రింది విధంగా మనం వుపయోగిస్తాం

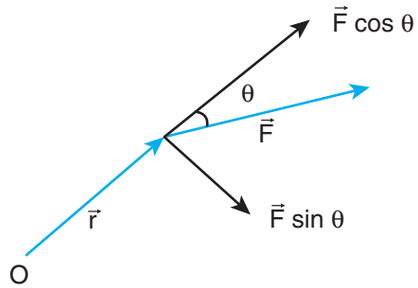
$$\tau = r\ F\ \sin\theta \qquad (5.11)$$

టార్క్ యొక్క పరిమాణ సమాసాన్ని మనం రెండు విధాలుగా వ్రాయవచ్చును.

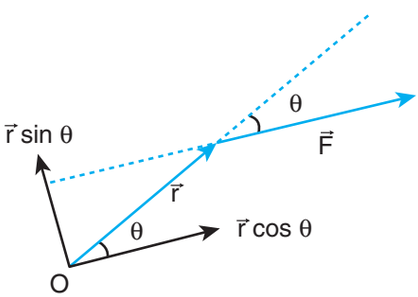
$$\tau = r\left(F\ \sin\theta\right) = r \times \left(F\perp\right) \qquad (5.12)$$

$$\tau = \left(r\ \sin\theta\right)F = \left(r\perp\right) \times F \qquad (5.13)$$

ఇక్కడ $\left(F\ \sin\theta\right)$ అనునది $\vec{r}$ కు లంబంగా వుండు $\vec{F}$ యొక్క విడి భాగం. అదే విధంగా $\left(r\ \sin\theta\right)$ అనునది $\vec{F}$ కు లంబంగా వుండు $\vec{r}$ యొక్క విడిభాగం. ఈ రెండు ఘట్టాలు పటము 5.7 లో చూపబడ్డాయి.




(a) $\tau = r\ (F\ \sin\theta) = r(F\perp)$




(b) $\tau = (r\ \sin\theta)\ F = (r\perp)F$

**పటము 5.7** టార్క్‌ను గణించుటలో రెండు విధములు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 218 11-07-2022 18:11:18

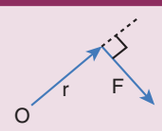
$\vec{r}$ మరియు $\vec{F}$ మధ్య కోణము $\theta$ ఆధారంగా చేసికొని టార్క్ వివిధ విలువలను తీసికొనును.

$\vec{r}$ మరియు $\vec{F}$ లు లంబంగా వుండునపుడు టార్క్ గరిష్ఠముగా వుండును. అంటే $\theta = 90^{o}$ మరియు $\sin 90^{o} = 1$ కావున $\tau_{max} = rF$.

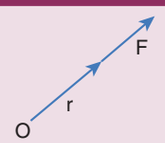
$\vec{r}$ మరియు $\vec{F}$ లు సమాంతరముగా వున్నపుడు $\theta = 0^{o}$ మరియు $\sin 0^{o} = 0$ కాబట్టి $\tau = 0$ సమాంతరము మరియు వ్యతిరేక దిశలో వున్నప్పుడు $\theta = 180^{o}$ మరియు $\sin 180^{o} = 0$ కాబట్టి $\tau = 0$

సూచన బిందువుపై బలము పనిచేసినట్లయితే టార్క్ సున్న అవుతుంది. i.e, $\vec{r} = 0$, $\tau = 0$ కాబట్టి పట్టిక 5.1 లో వివిధ ఘట్టాలు చర్చించబడినవి.

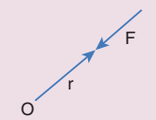
**పట్టిక 5.1** వివిధ ఘట్టాలకు టార్క్ విలువ



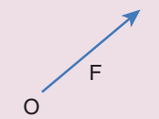

$\theta = 90^{o}; \tau_{max} = rF$




$\theta = 0^{o}; \tau = 0$



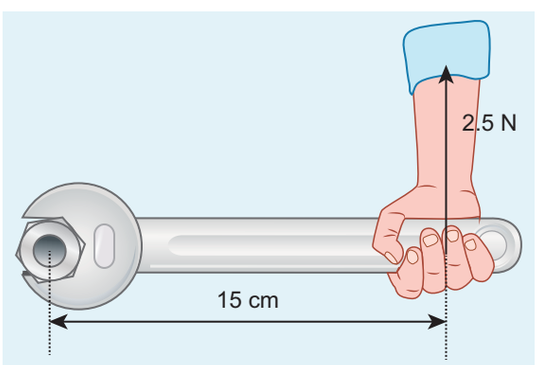

$\theta = 180^{o}; \tau = 0$




$r = 0; \tau = 0$

## ఉదాహరణ 5.7

చిత్రములో చూపించినట్లు స్పానరు పిడికి లంబంగా బలాన్ని ఇచ్చినపుడు (i) బలము వలన నట్టు యొక్క కేంద్రము చుట్టూ ఏర్పడు టార్క్ (ii) టార్క్ యొక్క దిశ మరియు(iii) టార్క్ వలన నట్టులో ఏర్పడు బలము రకమును కనుగొనుము.

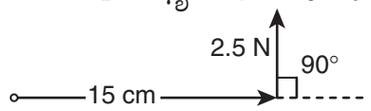



### సాధన

స్పానర్ యొక్క చేయి పొడవు $r = 15\ cm = 15\times10^{-2} m$

బలము $F = 2.5\ N$

r మరియు F మధ్య కోణము $\theta = 90^{o}$




(i) టార్క్ $\tau = rF\ \sin\theta$

$$\tau = 15\times10^{-2}\times2.5\times\sin(90^{o})$$

[ఇక్కడ, $\sin 90^{o} = 1$]

$$\tau = 37.5\times10^{-2}\ N\,m$$

(ii) కుడిచేతి నియమము ప్రకారము టార్క్ యొక్క దిశ పేజికి వెలుపల వుంటుంది.

(iii) టార్క్ వలన ఏర్పడు బలము రకము అపసవ్యంగా వుంటుంది.

## ఉదాహరణ 5.8

$\left(4\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k}\right)$ బలము ఒక బిందువుపై ఇవ్వబడినది. దాని స్థాన సదిశ $\left(7\hat{i}+4\hat{j}-2\hat{k}\right)$ మూలబిందువు m చుట్టూ టార్క్‌ను కనుగొనుము.

### సాధన

$$\vec{r} = 7\hat{i}+4\hat{j}-2\hat{k}$$
$$\vec{F} = 4\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k}$$

టార్క్, $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 7 & 4 & -2 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\tau} = \hat{i}(20-6)-\hat{j}(35+8)+\hat{k}(-21-16)$$

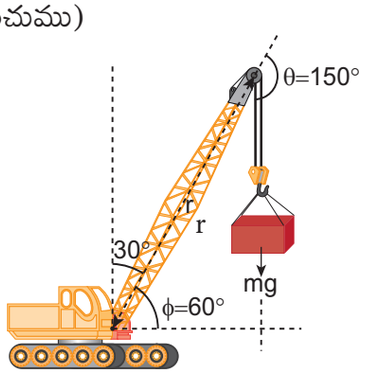
$$\vec{\tau} = \left(14\hat{i}-43\hat{j}-37\hat{k}\right) N\,m$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 219 11-07-2022 18:11:21

## ఉదాహరణ 5.9

ఒక క్రేను (crane) భుజము పొడవు 20 m లంబరేఖకు 30° కోణములో ఏటవాలుగా వుంది. క్రేనుపై కొనకు 2 టన్నులు బరువు గల కంటైనరు వ్రేలాడదీయబడింది. ఏ బిందువు వద్ద క్రేను భుజము బిగించబడినదో దానిచుట్టూ గురుత్వాకర్షణ బలము వలన కంటైనరు పై ఏర్పడు టార్క్‌ను కనుగొనుము. ( 1 టన్ 1000 Kg, $g = 10\,m\,s^{-2}$ భుజము బరువును వుపేక్షించుము)




### సాధన

**గమనిక**

గమనిక: చాలా సమస్యలలో $\vec{r}$ మరియు $\vec{F}$ మధ్యకోణము θ సూటిగా ఇవ్వబడదు. కాబట్టి విద్యార్థులు ఎల్లప్పుడు $\vec{F}$ మరియు $\vec{F}$ ల మధ్య కోణమును θ గా గుర్తించుకోవాలి. ఈ ఏర్పాట్లలో మిగతా కోణములను α, β, మరియు ϕ గా గుర్తించాలి.

వ్రేలాడ దీయబడిన బిందువు వద్ద బలము అనునది వ్రేలాడు బరువు వలన ఏర్పడునది.

$$F = mg = 2 \times 1000 \times 10 = 20000\ N;$$
భుజము పొడవు, $r = 20\ m$

మూడు వేర్వేరు పద్ధతులలో ఈ సమస్యను మనం పరిష్కరించవచ్చును.

**పద్ధతి – *I***

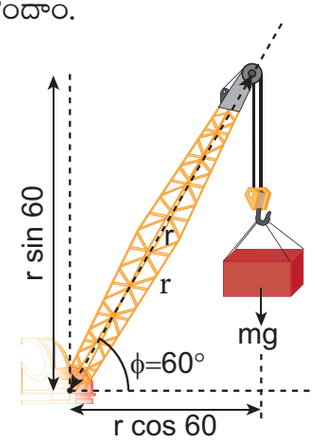
భుజము పొడవు (θ) మరియు బలము (r) మధ్య కోణము (F), $\theta = 150^{\circ}$ అయితే

భుజము బిగించబడిన బిందువు చుట్టూ టార్క్ (τ)

$$\tau = r\,F\,\sin\theta$$
$$\tau = 20 \times 20000 \times \sin\left(150^{\circ}\right)$$
$$= 400000 \times \sin\left(90^{\circ} + 60^{\circ}\right)$$
$$[\text{here, } \sin\left(90^{\circ} + \theta\right) = \cos\theta]$$
$$= 400000 \times \cos\left(60^{\circ}\right)$$
$$= 400000 \times \frac{1}{2} \quad \left[\cos 60^{\circ} = \frac{1}{2}\right]$$
$$= 200000\ N\,m$$
$$\tau = 2 \times 10^{5}\ N\,m$$

**పద్ధతి – *II***

భుజము క్రేనుకు బిగించబడిన బిందువు నుండి బలము మరియు లంబ దూరాన్ని మనం తీసుకొందాం.



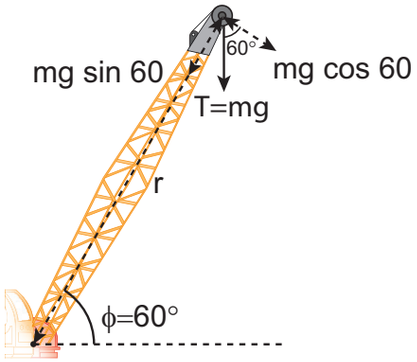

$$\tau = \left(r \perp\right)F$$
$$\tau = r\cos\phi\ mg$$
$$\tau = 20 \times \cos 60^{\circ} \times 20000$$
$$= 20 \times \frac{1}{2} \times 20000$$
$$= 200000\ Nm$$
$$\tau = 2 \times 10^{5}\ Nm$$

**పద్ధతి – *III***

నిర్ధిష్ట బిందువు నుండి మనము దూరము మరియు లంబ బలమును తీసికొందాం.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 220 11-07-2022 18:11:23




$$\tau = r(F\perp)$$

$$\tau = r\,mg\,\cos\phi$$

$$\tau = 20\times 20000\times\cos 60^{\circ}$$

$$= 20\times 20000\times\frac{1}{2}$$

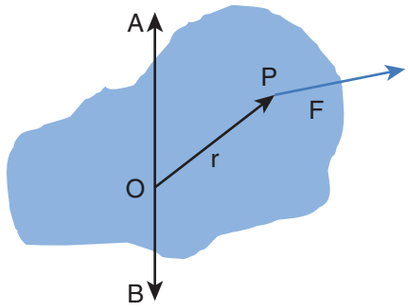
$$= 200000\ \text{Nm}$$

$$\tau = 2\times 10^{5}\ \text{Nm}$$

మూడు పద్ధతులు కూడా ఒకే జవాబును ఇస్తున్నాయి.

## 5.2.2 ఒక అక్షము చుట్టూ టార్క్ (Torque about an Axis)

ముందు విభాగములలో ఒక బిందువు చుట్టూ గల టార్క్‌ను గూర్చి మనం చదివాము. ఈ విభాగంలో ఒక అక్షం చుట్టూ ఏర్పడు టార్క్‌ను గూర్చి మనం చదవబోవుచున్నాము. పటములో చూపినట్లు AB అక్షము చుట్టూ భ్రమణము చేయగల ఒక ధృడ వస్తువును తీసుకొందాము. ఒక బలము F ధృడ వస్తుపై P అను బిందువుపై పనిచేస్తుంది అనుకొందాం బలము *F,ABP* తలముపై వుండకపోవచ్చును. అక్షంపై ఏదేని ఒక బిందువు వద్ద మూలబిందువు 'O' ను మనం తీసుకొందాం.




**పటము 5.8.** ఒక అక్షం చూట్టూ టార్క్



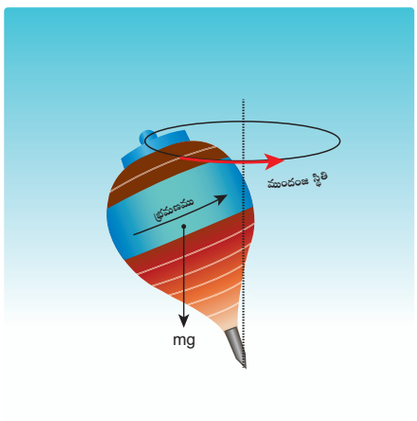
చిన్నపిల్లలు ఆడుకొను సృజనాత్మక మరియు వినూత్న సంప్రదాయక ఆటలలో మన తమిళనాడు చెప్పుకోతగింది. ఇటువంటి ఆటలలో 'సిల్లి' లేదా 'సిల్లుక్కోడు' (త్రొక్కుడు బిళ్ళ) చాలా జనరంజకమైనది. పటములో చూపినట్లు దీనిలో ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు వైశాల్యము అనేక భాగాలుగా విభజింపబడి వుంటుంది. ఈ దీర్ఘ చతురస్ర భాగములలో పిల్లలు గంతులు వేస్తూ రావాలి. ఇలా చేసేటప్పుడు పిల్లలు ఒక ప్రక్కకు వాలుదురు. ఎందుకనగా సాధారణంగా టార్క్‌ను శూన్యంగావించటానికి, శరీరంపై పనిచేయు గురుత్వబలం (mg) ను మరియు లంబ బలం (N) ను సమతుల్యం చేయడానికి శరీరం ఈ పొసిషన్‌ను తీసుకొంటుంది. అలా వంగక పోతే రెండు బలాలు వేర్వేరు రేఖలుపై పనిచేసి ఒక నికర టార్క్‌ను ఏర్పరచి, పడిపోవుట జరుగుతుంది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 221 11-07-2022 18:11:25

O చుట్టూ బలము $\vec{F}$ యొక్క టార్క్ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ అక్షం చుట్టూ టార్క్ అక్షం వైపు టార్క్ $\vec{\tau}$ యొక్క విడిభాగం అవుతుంది. దీనిని కనుగొనుటకు మొదట మనం $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ కనుగొని తర్వాత $\vec{\tau}$ మరియు AB అక్షం ల మధ్య కోణము $\phi$ ను కనుగొనాలి. (ఇక్కడ $\vec{F}$ ABP తలంపైన లేదు అని గుర్తించుకోండి).

AB చుట్టూ గల టార్క్ AB వైపు టార్క్ యొక్క సమాంతర విడిభాగం (parallel component) ఇవి $|\vec{r} \times \vec{F}| \cos\phi$ మరియు అక్షము AB కు లంబంగా వుండే టార్క్ $|\vec{r} \times \vec{F}| \sin\phi$ అక్షము చుట్టూ వున్న టార్క్ వస్తువును దాని చుట్టూ తిరిగేలా చేస్తుంది. మరియు అక్షానికి లంబంగా వుండే టార్క్ భ్రమణ అక్షాన్ని త్రిప్పుతుంది. ధృడ వస్తువుపై ఇవి రెండూ వునికిలో వుండేటపుడు వస్తువు ముందంజ స్థితి (*precession*) ని పొందుతుంది. ఈ ముందంజ చలనాన్ని విరామ స్థితికి రాబోవు ఒక తిరుగుచున్న బొంగరములో మనం ప్రత్యక్షంగా చూడవచ్చును. పటము 5.9 లో చూపబడినది.




**పటము 5.9.** తిరుగుచున్న బొంగరము యొక్క ముందంజ చలనము (Precession)

ముందంజ చలనము (precession) గురించి చదువుట హైయర్ సెకండరీ ఫిజిక్స్ కోర్సు పరిమితికి మించినది. కాబట్టి టార్క్ యొక్క లంబ విడిభాగాల ఫలితాలను కొట్టి వేయుటకు అవరోధములు గలవు అని ఊహించబడినది, కావున అక్షము యొక్క నిర్ణయించబడిన స్థితి నిర్వహించబడుతుంది. కాబట్టి టార్క్ యొక్క లంబ విడిభాగాలను లెక్కలోనికి తీసుకొని రానవసరం లేదు. ఇక మీదట ధృడ వస్తువులపై టార్క్ యొక్క గణనానికి మనం లెక్కించవచ్చును.

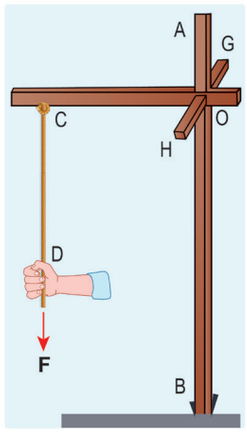
1. అటువంటి బలాలు మాత్రము అక్షానికి లంబంగా వుండే తలములపై వున్నవని అనుకొందుము (అక్షాన్ని ఖండనము చేయకుండా)
2. పొసిషన్ వెక్టర్లు అక్షానికి లంబంగా వున్నాయని అనుకొందాం.

**గమనిక**

- అక్షానికి సమాంతరంగా వుండే బలాలు, భ్రమణ అక్షానికి లంబంగా టార్క్‌ను ఏర్పరుస్తాయి మరియు వీనిని లెక్కలోకి తీసుకోనవసరం లేదు.
- $r = 0$ కాబట్టి అక్షాన్ని ఖండించు బలాలు టార్క్‌ను ఉత్పత్తి చేయుటకు వీలుకాదు.
- అక్షం వైపు వున్న పొసిషన్ వెక్టర్లు అక్షానికి లంబంగా టార్క్‌ను ఉత్పత్తి చేస్తాయి కాని వీనిని లెక్కలోకి తీసుకోనవసరం లేదు.

## ఉదాహరణ 5.10

పరస్పరం లంబంగా ఉన్నటువంటి AB, CD అను రెండు పుంజములు (beams) పటములో చూపబడినట్లు ఒక నిర్మాణాన్ని ఏర్పరుచుటకు D వద్ద నేలకు బిగింపబడనవి. D అను బిందువు వద్ద ఒక కమ్మీ కట్టబడి వుంది దాని స్వేచ్ఛాకొన E ఒక బలము $\vec{F}$ చేత లాగబడుతుంది. బలము వలన ఏర్పడు టార్క్ యొక్క పరిమాణము మరియు దిశను కనుగొనుము.




(i) E, D, O మరియు B ల చుట్టూ

(ii) DE, CD, AB మరియు BG చుట్టూ



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 222 11-07-2022 18:11:26

**సాధన**

(i) బిందువు E చుట్టూ టార్క్ సున్న ($\vec{F}$, E గుండా పోవుచున్నది కాబట్టి)

బిందువు D చుట్టూ టార్క్ సున్న ($\vec{F}$, D ద్వారా వెళ్తుంది కాబట్టి)

0 చూట్టూ టార్క్ $= \left(\overrightarrow{OE}\right) \times \vec{F}$ AB మరియు CD అక్షములకు లంబంగా వుండును.

బిందువు B చుట్టూ టార్క్ $= \left(\overrightarrow{BE}\right) \times \vec{F}$ మరియు AB మరియు CD అక్షములకు లంబంగా వుండును.

(ii) అక్షము DE చుట్టూ టార్క్ సున్నా ($\vec{F}$, DE కి సమాంతరం కాబట్టి)

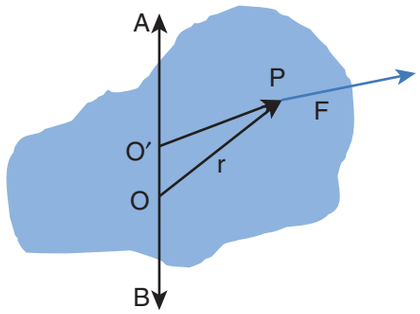
అక్షము CD చుట్టూ టార్క్ సున్నా ($\vec{F}$, CD ను ఖండిస్తుంది కాబట్టి)

అక్షము AB చుట్టూ టార్క్ సున్నా ($\vec{F}$, AB కి సమాంతరం కాబట్టి)

BG అక్షము చుట్టూ టార్క్ సున్నా ($\vec{F}$, BG ను ఖండిస్తుంది కాబట్టి)

ఒక అక్షము చుట్టూ బలము యొక్క టార్క్ అది ఆ అక్షం పై ఎన్నుకొనబడినంత వరకు మూలబిందువు ఎంపిక (choice of the origin) పై ఆధారపడియుండదు.

ధృడ వస్తువు యొక్క భ్రమణ అక్షమైనటువంటి AB అను అక్షముపై '0' అను మూలబిందువును తీసుకొందాం. $\vec{F}$ అను బలము P బిందువుపై పనిచేస్తుంది. ఇప్పుడు పటము 5.10 లో చూపబడినట్లు అక్షముపై ఏదేని ఒక బిందువు 0 ను ఎన్నుకొనుము.




**పటము 5.10.** ఒక అక్షము చుట్టూ టార్క్ మూలబిందువుపై ఆధారపడియుండదు.



చిత్రములో చూపబడిన చెక్కగానుగలో టార్క్ దిశను గుర్తించుము.

**(in Tamil, 'Marasekku' மரச்செக்கு)**



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 223 11-07-2022 18:11:27

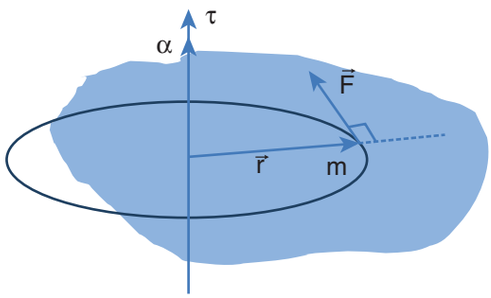
O' చుట్టూ బలము యొక్క టార్క్

$$\overrightarrow{O'P}\times\vec{F}=\left(\overrightarrow{O'O}+\overrightarrow{OP}\right)\times\vec{F}$$
$$=\left(\overrightarrow{O'O}\times\vec{F}\right)+\left(\overrightarrow{OP}\times\vec{F}\right)$$

$\overrightarrow{O'O}\times\vec{F}$, $\overrightarrow{O'O}$ కు లంబం కాబట్టి ఈ పదమునకు AB వైపు విడిభాగం లేదు. కాబట్టి $\overrightarrow{O'P}\times\vec{F}$ యొక్క విడిభాగం $\overrightarrow{OP}\times\vec{F}$ విడిభాగానికి సమానము.

## 5.2.3 టార్క్ మరియు కోణీయ త్వరణము (Torque and Angular Acceleration)

ఒక ధృడ వస్తువు ఒక నిర్ణీత అక్షము గుండా తిరుగుతుంది అనుకొందుము. పటము 5.11 లో చూపబడినట్లు, వస్తువులోని ఒక బిందు ద్రవ్యరాశి ఒక నిర్ణీత అక్షము చుట్టూ భ్రమణ గమనాన్ని నిర్వహిస్తుంది. ఈ బిందు ద్రవ్యరాశిపై పనిచేయు ఒక స్పర్శ బలము $\vec{F}$ భ్రమణానికి కావలసిన టార్క్‌ను ఉత్పత్తి చేస్తుంది. ఈ బలము పొసిషన్ వెక్టర్ $\vec{r}$ కు లంబంగా వుంటుంది.




**పటము 5.11.** టార్క్ మరియు కోణీయ త్వరణము

అక్షము చుట్టూ బిందు ద్రవ్యరాశి m పై నుండు బలము వలన ఏర్పడు టార్క్

$$\tau=rF\sin 90^\circ=rF \quad [\because \sin 90^\circ=1]$$
$$\tau=rma \quad [\because (F=ma)]$$
$$\tau=rmr\alpha=mr^2\alpha \quad [\because (a=r\alpha)]$$

$$\tau=\left(mr^2\right)\alpha \qquad (5.14)$$

కాబట్టి బిందు ద్రవ్యరాశిపై పనిచేయు బలము యొక్క టార్క్ భ్రమణ అక్షము చుట్టూ బిందు ద్రవ్యరాశిలోని త్వరణము $(\alpha)$ ను ఏర్పరుస్తుంది.

వెక్టరు సంజ్ఞలో,

$$\vec{\tau}=\left(mr^2\right)\vec{\alpha} \qquad (5.15)$$

$\tau$ మరియు $\alpha$ ల దిశ భ్రమణ అక్షము వైపు ఉండును. $\tau$ యొక్క దిశ $\alpha$ దిశలో నుండిన యెడల కోణీయ త్వరణము ఏర్పడుతుంది. మరొక వైపు $\tau$, $\alpha$ కు వ్యతిరేఖ దిశలో వుండినపుడు బిందు ద్రవ్యరాశిపై కోణీయ ఋణ త్వరణము ఏర్పడుతుంది. (deceleration or retardation)

సమీకరణము 5.14 మరియు 5.15 లలో వున్న $mr^2$ అను పదాన్ని బిందు ద్రవ్యరాశి యొక్క జడత్వ భ్రామకము (I) (moment of inertia) అంటారు. ఇటువంటి అనేకమైన బిందు ద్రవ్యరాశులతో ఒక ధృడ వస్తువు ఏర్పడుతుంది. కాబట్టి ఒక ధృడ వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము ఒక వస్తువులోని ఇటువంటి వ్యక్తిగత ద్రవ్యరాశుల జడత్వ భ్రామకముల మొత్తాన్ని ధృడ వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకమము అంటారు. $\left(I=\sum m_i r_i^2\right)$ కాబట్టి ధృడ వస్తువు యొక్క టార్క్ ఈ విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$\vec{\tau}=\left(\sum m_i r_i^2\right)\vec{\alpha} \qquad (5.16)$$
$$\vec{\tau}=I\vec{\alpha} \qquad (5.17)$$

విభాగము 5.4 లో వస్తువుల వివిధ ఆకారములకు జడత్వ భ్రామకము మరియు దాని ప్రాముఖ్యతను గూర్చి మనం నేర్చుకోబోవుచున్నాము.

## 5.2.4 కోణీయ ద్రవ్యవేగము (Angular Momentum)

భ్రమణ గమనములో కోణీయ ద్రవ్యవేగము రేఖీయ చలనములో రేఖీయ ద్రవ్యవేగానికి సమతుల్యమైనది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 224 11-07-2022 18:11:30

ఒక బిందు ద్రవ్యరాశి యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగము అనునది దాని రేఖీయ ద్రవ్యవేగము యొక్క భ్రామకము. ఒక బిందువు లేదా అక్షముపరంగా, r స్థానం వద్ద p ద్రవ్యవేగం గల ఒక బిందు ద్రవ్యరాశి యొక్క ద్రవ్యవేగము L గణితపరంగా.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \qquad (5.18)$$

కోణీయ ద్రవ్యవేగము యొక్క పరిమాణము

$$L = r\,p\sin\theta \qquad (5.19)$$

ఇచ్చట $\theta$ అనునది $\vec{r}$ మరియు $\vec{p}$ ల మధ్య గల కోణము $\vec{r}$ మరియు $\vec{p}$ వుండే తలానికి $\vec{L}$ లంబంగా వుంటుంది. టార్క్ ఘటనలో మనం వ్రాసినట్లు ఇక్కడ కూడా $\sin\theta$ ని మనం $\vec{r}$. తోగాని లేదా $\vec{p}$ తో గాని చేర్చుకోవచ్చు.

$$L = r\left(p\sin\theta\right) = r\left(p\perp\right) \qquad (5.20)$$

$$L = \left(r\sin\theta\right)p = \left(r\perp\right)p \qquad (5.21)$$

ఇక్కడ, $p\perp$ అనునది, r కు లంబంగా వుండే రేఖీయ ద్రవ్యవేగము యొక్క విడిభాగం, మరియు $r\perp$ అనునది p కు లంబంగా వుండే r స్థానం యొక్క విడిభాగం.

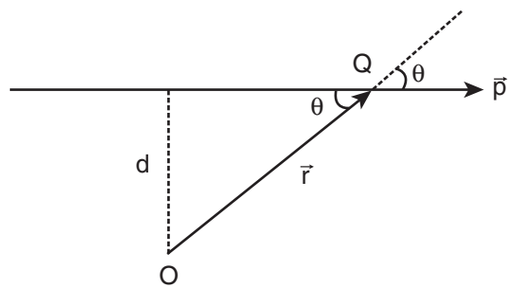
రేఖీయ ద్రవ్యవేగము (p = 0) శూన్యమైతే కోణీయ ద్రవ్యవేగం శూన్యమవుతుంది. $(L=0)$ లేదా కణము మూలబిందువు వద్ద వుండినట్లయితే $(\vec{r}=0)$ లేదా $\vec{r}$ మరియు $\vec{p}$ లు సమాంతరం లేదా వ్యతిరేక సమాంతరంగా వుంటే ($\theta = 0^0$ లేదా $180^0$).

కోణీయ ద్రవ్యవేగము భ్రమణ గమనంతో మాత్రము చేకూర్చబడింది అనే దురభిప్రాయం కలదు. కాని ఇది నిజం కాదు. కోణీయ ద్రవ్యవేగము రేఖీయ చలనంలో వుండే వస్తువులతో కూడా కూర్చబడినది. క్రింది ఉదాహరణతో మనం చూద్దాం.

## ఉదాహరణ 5.11

ద్రవ్యరాశి m గల ఒక కణము v దిశావేగంతో చలిస్తుంది. ఏదేని ఒక బిందువు చుట్టూ దాని ద్రవ్యవేగము చలనము మొత్తంలో స్థిరంగా వుంటుందని నిరూపించుము.

**సాధన**




(m) ద్రవ్యరాశి గల కణము స్థిరమైన దిశావేగము $\vec{v}$ తో చలిస్తుందని అనుకొందుము. ఇది స్థిరమైన దిశావేగంతో చలిస్తుంది గనుక దాని త్రోవ ఒక సరళ రేఖగా వుంటుంది. దీని ద్రవ్య వేగము $\left(\vec{p} = m\vec{v}\right)$ కూడా అదే త్రోవలో వుంటుంది. త్రోవ నుండి 'd' లంబ దూరంలో ఒక మూలబిందువును మనం నిర్ణయిద్దాం. ఒక నిర్ణీత క్షణంలో పొసిషన్ వెక్టర్ Q తో $\left(\vec{r} = \overrightarrow{OQ}\right)$ స్థానం వద్ద వుండే కణాన్ని మనం కలుపుదాం.

$\vec{r}$ మరియు $\vec{p}$ మధ్య కోణము '$\theta$' అని తీసికొనుము. ఆ క్షణంలో కణము యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగ పరిమాణము.

$$L = OQ\,p\sin\theta = OQ\,mv\sin\theta = mv\left(OQ\sin\theta\right)$$

$OQ\sin\theta$ అనుపదము ద్రవ్యరాశి చలించేటటువంటి రేఖ మరియు మూలబిందువు మధ్య గల లంబ దూరము అవుతుంది. కాబట్టి మూలబిందువు చుట్టూ కణము యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగము,

$$L = mvd$$

కోణీయ ద్రవ్యవేగము L కు ఇవ్వబడిన పై సమాసము కోణము $\theta$ ను కలిగియుండలేదు. ద్రవ్యవేగము $(p = mv)$ మరియు లంబ దూరము (d)

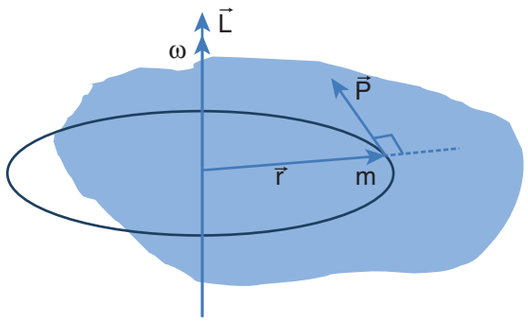


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 225 11-07-2022 18:11:32

స్థిరాంకములు కాబట్టి, కణము యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగం కూడా స్థిరంగా వుంటుంది. కాబట్టి, కోణీయ ద్రవ్యవేగము, రేఖీయ ద్రవ్యవేగంతో చలించే వస్తువులతో కూడా చేకూర్చబడింది. కణము యొక్క సరళ రేఖ త్రోవ మూలబిందువు గుండా పోవునట్లయితే, కోణీయ ద్రవ్యవేగం సున్న అవుతుంది. ఇది కూడా ఒక స్థిరాంకము.

## 5.2.5 కోణీయ ద్రవ్యవేగము మరియు కోణీయ దిశావేగం (Angular Momentum and Angular Velocity)

ఒక నిర్ణీత అక్షము చుట్టూ తిరుగు ఒక ధృడ వస్తువును తీసికొందము. పటము 5.12 లో చూపినట్లు వస్తువులోనున్న బిందు ద్రవ్యరాశి m నిర్ణీత అక్షము చుట్టూ వృత్తాకార చలనాన్ని నిర్వహిస్తుంది.




**పటము 5.12.** కోణీయ ద్రవ్యవేగము మరియు కోణీయ దిశావేగము

బిందు ద్రవ్యరాశి m భ్రమణ అక్షము నుండి r దూరములో వున్నది. ఏదేని ఒక సమయమందు దాని రేఖీయ ద్రవ్యవేగము వృత్తాకార బాటకు స్పర్శీయంగా వుంటుంది. అప్పుడు కోణీయ ద్రవ్యవేగము $\vec{L}$, $\vec{r}$ మరియు $\vec{p}$ లకు లంబముగా వుంటుంది. కనుక ఇది భ్రమణ అక్ష దిశ వైపు వుంటుంది. ఈ ఘట్టములో $\vec{r}$ మరియు $\vec{p}$ ల మధ్య కోణము $\theta = 90^{\circ}$ కోణీయ ద్రవ్యవేగము L యొక్క పరిమాణము.

$$L = r\, mv \sin 90^{\circ} = r\, mv$$

ఇక్కడ v అనునది రేఖీయ దిశావేగము మరియు వృత్తాకార చలనములో కోణీయ దిశావేగములు ω, $v = r\,\omega$.

$$L = rmr\omega$$
$$L = \left(mr^2\right)\omega \qquad (5.22)$$

L మరియు ω ల దిశ భ్రమణ అక్షము వైపు వుండును.

$$\vec{L} = \left(mr^2\right)\vec{\omega} \qquad (5.23)$$

ముందుగా మనం చర్చించినట్లు సమీకరణము 5.22 మరియు 5.23 లో $mr^2$ అను పదమును బిందు ద్రవ్యరాశి యొక్క జడత్వ భ్రామకము అంటారు. ఒక ధృడ వస్తువు ఇటువంటి అనేక బిందు ద్రవ్యరాశులను కలిగివుంటుంది. కాబట్టి ఒక ధృడ వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము అనేది, ఆ వస్తువు కలిగియున్న ఇటువంటి అనేక వ్యక్తిగత బిందు ద్రవ్యరాశుల జడత్వ భ్రామకముల మొత్తము అవుతుంది. $\left(I = \sum m_i r_i^2\right)$ కాబట్టి ధృడ వస్తువు యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగము,

$$\vec{L} = \left(\sum m_i r_i^2\right)\vec{\omega} \qquad (5.24)$$
$$\vec{L} = I\vec{\omega} \qquad (5.25)$$

జడత్వ భ్రామకము (I) విశదీకరణ విభాగము 5.4 కొరకు నిలిపియుంచబడినది.

## 5.2.6 టార్క్ మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగము (Torque and Angular Momentum)

ధృడ వస్తువు యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగ పరిమాణమునకు సమాసము $L = I\omega$ ధృడ వస్తువుపై టార్క్ యొక్క పరిమాణముకు సమాసము $\tau = I\alpha$. టార్క్ యొక్క సమాసమును ఈ క్రింది విధముగా కూడా వ్రాయవచ్చును.

$$\tau = I\frac{d\omega}{dt} \quad \because \left(\alpha = \frac{d\omega}{dt}\right) \qquad (5.26)$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 226 11-07-2022 18:11:34

ఇక్కడ $\omega$ అనునది కోణీయ దిశావేగము మరియు $\alpha$ అనునది కోణీయ త్వరణము సమీకరణము 5.26 ను ఈ విధముగా కూడా వ్రాయవచ్చును.

$$\tau = \frac{d(I\omega)}{dt}$$

$$\tau = \frac{dL}{dt} \qquad (5.27)$$

పై సమీకరణము ఒక అక్షమునకు బిగింపబడిన ఒక ధృడ వస్తువుపై బాహ్య టార్క్ ఆ అక్షము చుట్టూ వస్తువులో కోణీయ ద్రవ్యవేగము యొక్క మార్పు రేటును ఏర్పరుస్తుంది. ఇది భ్రమణ గమనములోని న్యూటన్ రెండవ సూత్రము. రేఖీయ చలనములో $F = \frac{dp}{dt}$ వలె ఉన్నది.

**కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము**

పై సమాసము నుండి బాహ్య టార్క్ లేకుండానే, కణముల వ్యవస్థ లేదా ధృడ వస్తువు యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగము నిత్యత్వము గావించబడినది అని మనం నిర్ణయించగలము.

$\tau = 0$ అయితే $\frac{dL}{dt} = 0$; అవుతుంది $L$ =స్థిరాంకము

పై సమాసము కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము అనబడును. దీనిని గూర్చి విభాగము 5.5 లో మనం మరింత నేర్చుకుందాం.

## 5.3 ధృడ వస్తువుల యొక్క సమతుల్యత (EQUILIBRIUM OF RIGID BODIES)

ఒక టేబుల్ మీద విరామ స్థితిలో వున్న వస్తువు ఎటువంటి చలనము లేకుండా వున్నపుడు దానిపై బలము పనిచేయలేదు అని మనం చెబుతాం. కాని నిజంగా ఇది తప్పు ఎందుకంటే వస్తువుపైన క్రింది వైపుకు గురుత్వబలం పనిచేస్తుంది మరియు వస్తువుపైన పై దిశలో ఒక లంబ బలము కూడా పనిచేస్తుంది. ఈ రెండు బలాలు ఒకదానికొకటి కొట్టివేయబడతాయి గనుక వస్తువుపైన నికర బలం పని చేయదు. వస్తువుపైన "బలము లేదు" (no force) మరియు "నికర బలం లేదు" (no net force) అను పదాల మధ్య చాలా తేడావుంది, ఇదే వివాదము టార్కు లేదా బల భ్రామక విషయములోని భ్రమణ నిబంధనలకు సరిగ్గా వర్తిస్తుంది.

ఒక ధృడ వస్తువు యొక్క రేఖీయ మరియు కోణీయ ద్రవ్య వేగములు స్థిరంగా వున్నపుడు ఆ ధృడ వస్తువు యాంత్రిక సమతుల్యంగా వుంది అని చెప్పవచ్చును. (*mechanical equilibrium*)

రేఖీయ ద్రవ్యవేగము స్థిరంగా వున్నపుడు వస్తువుపైన పనిచేయు నికర బలము సున్నా.

$$\vec{F}_{net} = 0 \qquad (5.28)$$

ఈ స్థితిలో వస్తువు రేఖీయ సమతుల్యతలో వుంది అని చెప్పవచ్చును. ఇది వస్తువు పైన వివిధ దిశలో పనిచేయు వివిధ బలముల $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots$ వెక్టర్ల మొత్తం సున్న అని సూచిస్తుంది.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n = 0 \qquad (5.29)$$

$\vec{F}_1, \vec{F}_2$ మరియు $\vec{F}_3 \ldots$ బలములు వస్తువుపై వేర్వేరు దిశలో పనిచేసినట్లయితే వాటిని క్షితిజ సమాంతర మరియు నిలువు విడిభాగాలుగా మనం విభజించి వాటి సంబంధిత దిశలలో ఫలితమును కనుగొనవచ్చును. ఈ ఘట్టములో క్షితిజ సమాంతర మరియు నిలువు సమతుల్యతలు సాధ్యమవుతాయి.

అదే విధంగా కోణీయ ద్రవ్యవేగము స్థిరంగా వున్నప్పుడు వస్తువుపై పనిచేయు నికర టార్క్ సున్న.

$$\vec{\tau}_{net} = 0 \qquad (5.30)$$

ఈ స్థితిలో వస్తువు భ్రమణ సమతుల్యతలో వుంది అని చెప్పవచ్చును. వస్తువుపై వివిధ భ్రమణముల భావాన్ని ఏర్పరుచు వివిధ టార్కు $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2, \vec{\tau}_3 \ldots$ ల వెక్టర్ మొత్తము శూన్యం.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 227 11-07-2022 18:11:36

$$\vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \cdots + \vec{\tau}_n = 0 \qquad (5.31)$$

కాబట్టి ఒక వస్తువుపై నికర బలం లేదా నికర టార్కు పనిచేయునపుడు ధృడ వస్తువు యాంత్రిక సమతుల్యతలో వుంది అని కూడా మనం నిర్ణయించవచ్చును.

$$\vec{F}_{net} = 0 \text{ మరియు } \vec{\tau}_{net} = 0 \qquad (5.32)$$

బలములు మరియు టార్కులు సదిశరాశులు కాబట్టి దిశలను సరియైన సాంకేతిక సమావేశాలుగా తీసుకొనవలెను.

### 5.3.1 సమతుల్యతలోని రకములు (Types of Equilibrium)

పై చర్చలను ఆధారంగా చేసుకొని వివిధ సన్నివేశాలను బట్టి వివిధ రకములైన సమతుల్యత సాధ్యమవుతుంది. అవి పట్టిక 5.2 లో ఏకీకృతం చేయబడినవి.

**ఉదాహరణ 5.2** సమతుల్యతలోని రకములు మరియు వాటి పరిస్థితులు.

| సమతుల్యత యొక్క రకము | పరిస్థితులు |
|---|---|
| రేఖీయ సమతుల్యత | ■ రేఖీయ ద్రవ్యవేగం స్థిరంగా వుంటుంది<br>■ నికర బలం సున్న |
| భ్రమణ సమతుల్యత | ■ కోణీయ ద్రవ్యవేగము స్థిరాంకము<br>■ నికర టార్కు సున్న |
| నిశ్చల సమతుల్యత | ■ రేఖీయ మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగము శూన్యం<br>■ నికర బలము మరియు నికర టార్కు సున్న |
| గతిజ సమతుల్యత | ■ రేఖీయ మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగములు స్థిరంగా వుంటాయి.<br>■ నికర బలం మరియు నికర టార్కు సున్న |
| స్థిర సమతుల్యత | ■ రేఖీయ ద్రవ్యవేగం మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగం సున్నా<br>■ వస్తువును కొద్దిగా అంతరాయం కలిగించి విడిచినట్లయితే వస్తువు మళ్ళీ సమతుల్యంగా వుండటానికి ప్రయత్నిస్తుంది.<br>■ సమతుల్యానికి కదిలించినప్పుడు వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రం కొద్దిగా తరలింపబడుతుంది.<br>■ వస్తువు యొక్క స్థితిజ శక్తి కనిష్ఠంగా వుంటుంది మరియు కొద్దిగా అంతరాయం కలిగించినపుడు అధికమవుతుంది. |
| అస్థిర సమతుల్యత | ■ రేఖీయ ద్రవ్యవేగము మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగములు సున్న<br>■ కొద్దిగా జరిపినపుడు వస్తువు సమతుల్యతకు తిరిగి రాదు<br>■ సమతుల్యానికి కదిలించినపుడు వస్తువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం కొద్దిగా క్రిందికి తరలింపబడుతుంది.<br>■ వస్తువు యొక్క స్థితిజ శక్తి కనిష్ఠంగా వుండదు మరియు కొద్దిగా కదిలించినపుడు తగ్గుతుంది. |
| తటస్థ సమతుల్యత | ■ రేఖీయ ద్రవ్యవేగము మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగము సున్న<br>■ కొద్దిగా కదిలించి విడిచినపుడు వస్తువు అదే సమతుల్యతలో వుంటుంది.<br>■ సమతుల్యత నుండి కదిలించినపుడు వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రం పైకిగాని క్రిందికి గాని తరలింపబడదు.<br>■ కదిలించినపుడు కూడా స్థితిజ శక్తి ఒకే విధంగా వుంటుంది. |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 228 11-07-2022 18:11:36

## ఉదాహరణ 5.12

అరుణ్ మరియు బాబు దాదాపు ఒకే రీతిగా గల చెక్క పలకను మోయుచుండిరి. దాని పొడవు 10 m మరియు ద్రవ్యరాశి 28 kg. వారు దాని కొనల నుండి క్రమంగా 1 m మరియు 2 m దూరంలో దాన్ని పట్టుకొనియున్నారు. వీరిలో ఎవరు చెక్కపలక యొక్క అధిక బరువును భరిస్తారు? $[g = 10\ ms^{-2}]$

### సాధన

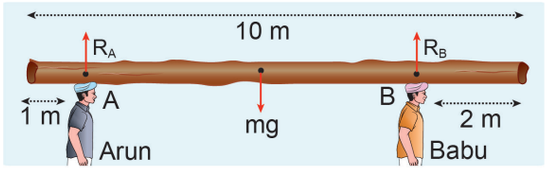
చెక్క పలక యాంత్రిక సమతుల్యతలో వుంది అనుకొందము. కాబట్టి పలకపైన నికర బలము నికర టార్కు సున్నగా వుండాలి. గురుత్వ బలము పలక యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రము వద్ద క్రింది వైపుకి పనిచేస్తుంది. A మరియు B వద్ద అరుణ్ మరియు బాబు వలన అన్వయించబడిన $R_A$ మరియు $R_B$ అను లంబ చర్యా బలములు చేత ఇది కొట్టివేయబడును.

వీరిద్దరూ కలిసి మొత్తం బరువు $W = mg = 28 \times 10 = 280$ N మోయవలెను. ప్రతి చర్యా బలములు అనునవి ఒకొక్కరి చేత విడివిడిగా మోయబడు బరువులు. పలకపై పనిచేయు అన్ని బలాలను మనం ఒక స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రములో చూపుదాం.

<u>రేఖీయ సమతుల్యత కొరకు</u>

పలకపై పనిచేయు నికర బలం సున్న

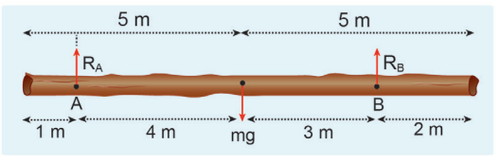
$$R_A + (-mg) + R_B = 0$$




ఇక్కడ $R_A$ మరియు $R_B$ అను బలాలు పై వైపుకి పనిచేయుట వలన ధనాంకముగా తీసికొనబడినవి. క్రిందికి పనిచేయు గురుత్వ బలము ఋణాంకముగా తీసికొనబడినవి.

$$R_A + R_B = mg$$

<u>భ్రమణ సమతుల్యత కొరకు</u>




పలకపై పనిచేయు నికర టార్కు సున్నగా వుండవలెను. గణనము సులభంగా వుండుట కొరకు పలకపైన బిందువు A చుట్టూ అన్నీ బలాల వలన ఏర్పడు టార్క్‌ను తీసికొందము. బలములు, దూరములకు లంబంగా వున్నవి. కాబట్టి

$$(0R_A) + (-4mg) + (7R_B) = 0.$$

ఇక్కడ ప్రతిచర్యా బలములు సూచన బిందువు A గుండా పోవుచున్నవి కాబట్టి ప్రతిచర్యా బలము $R_A$ ఏ విధమైన టార్కును ఉత్పత్తి చేయదు. బలము mg యొక్క టార్కు బిందువు A చుట్టూ ఒక గడియార సవ్యదిశలో తిరుగును మరియు బలము $R_B$ యొక్క టార్కు బిందువు A చుట్టూ గడియార అపసవ్య దిశలో మలుపు తిరుగును. $R_A$ ఋణాంకముగాను $R_B$ ధనాంకముగాను తీసికొనబడినవి.

$$7R_B = 4mg$$

$$R_B = \frac{4}{7}mg$$

$$R_B = \frac{4}{7} \times 28 \times 10 = 160\ N$$

$R_B$ ని ప్రతిక్షేపించిన

$$R_A = mg - R_B$$

$$R_A = 28 \times 10 - 160 = 280 - 160 = 120\ N$$

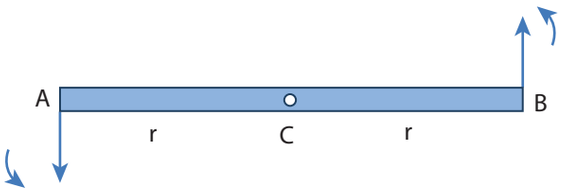
$R_A$ కంటే $R_B$ ఎక్కువ గనుక, అరుణ్ కంటె బాబు అధిక బరువును మోయుచున్నాడని నిర్ణయించవచ్చును. ద్రవ్యరాశి కేంద్రము దగ్గరగా వున్న వ్యక్తి అధిక బరువును భరించును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 229 11-07-2022 18:11:38

## 5.3.2 యుగ్మం (Couple)

ఒక సన్నని ఏకరీతి కడ్డీ AB ని తీసికోనుము. దాని ద్రవ్యరాశి కేంద్రము దాని యొక్క మధ్య బిందువు C వద్ద వుంది కడ్డీ యొక్క A మరియు B కొనల వద్ద లంబంగా రెండు సమాన మరియు వ్యతిరేక బలాలు అన్వయించబడినవి. పటము 5.13 లో చూపినట్లు రెండు బలాలు 2r దూరంలో వేరు చేయబడివున్నవి.




**పటము 5.13** యుగ్మం

రెండు సమాన బలములు వ్యతిరేకంగా వున్నవి కాబట్టి అవి ఒకదానికొకటి కొట్టివేయబడును మరియు కడ్డీపై పనిచేయు నికర బలం సున్నా అవుతుంది. ఇప్పుడు కడ్డీ రేఖీయ సమతుల్యతలో వుంది, కానీ కడ్డీ భ్రమణ సమతుల్యతలో లేదు. అది ఎలా భ్రమణ సమతుల్యతలో లేదు అను విషయాన్ని మనం చూద్దాం. మధ్య బిందువు C దృష్ట్యా A కొన వద్ద అన్వయించబడిన బల భ్రామకము ఒక అపసవ్య భ్రమణాన్ని (anticlockwise) ఉత్పత్తి చేస్తుంది. అదే విధంగా B కొన వద్ద అన్వయించబడిన బల భ్రామకము కూడా అపసవ్య భ్రమణాన్ని ఏర్పరుస్తుంది. ఈ బలముల భ్రామకములు కడ్డీలో ఒకే విధమైన భ్రమణ భావాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. కాబట్టి కడ్డీ రేఖీయ సమతల్యతలో వున్నా కూడా కడ్డీ మలుపుని లేదా భ్రమణ గమనాన్ని పొందుతుంది.

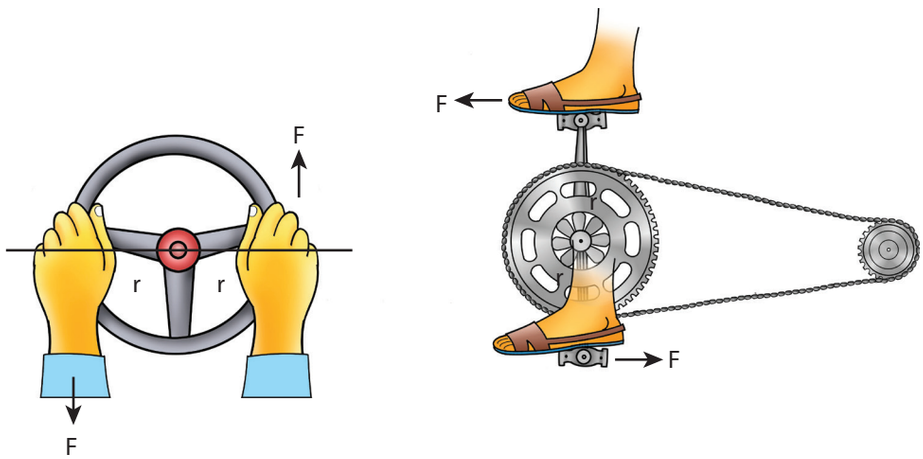
చర్యా రేఖలు (*lines of action*) ఏకీభవించకుండా వుండే మలుపు ప్రభావాన్ని ఏర్పరచునటువంటి సమాన పరిమాణము గలిగి వ్యతిరేఖ దిశలో గల ఒక బలము జతను యుగ్మం (*couple*) అంటారు. పటము 5.14 లో చూపినట్లు అనుదినము మనకు ఎదురుపడు ఎన్నో కార్యకలాపాల్లో యుగ్మంను చూస్తూవుంటాము.

**గమనిక**

రెండు బలాలు ఒకదానికొకటి కొట్టి వేయబడిన సన్నివేశాలు కూడా కలవు. రెండు బలాలు సమానంగా లేకపోయినా, లేదా వాని దిశ ఖచ్చితంగా వ్యతిరేకంగా లేకపోయినా, వస్తువు రేఖీయ మరియు భ్రమణ గమనం రెంటినీ పొందుతుంది.

## 5.3.3 భ్రామకముల తత్వము (Principle of Moments)

అతి తక్కువ ద్రవ్యరాశి గల ఒక తేలికైన కడ్డీ దాని పొడవు వైపు ఒక బిందువు వద్ద సంధానము చేయబడినదని అనుకొందము. సంధికీలు బిందువు నుండి $d_1$ మరియు $d_2$ దూరములలో గల రెండు కొనల వద్ద $F_1$ మరియు $F_2$ అను రెండు సమాంతర బలాలు పనిచేయుచున్నవి మరియు సంధికీలు

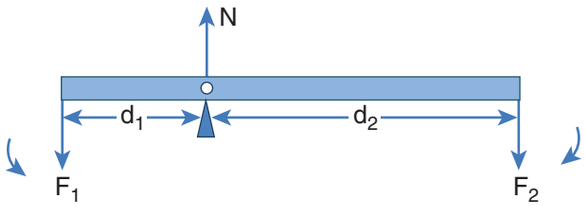



**పటము 5.14** యుగ్మం యొక్క మలుపు ప్రభావం



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 230 11-07-2022 18:11:38

బిందువు వద్ద లంబ ప్రతిచర్యా బలము N పటము (5.15) లో చూపబడినది. కడ్డీ స్థితిజ సమాంతర స్థితిలో నిశ్చలంగా వుండటానికి అది రేఖీయ మరియు భ్రమణ సమతాస్థితిలో వుండవలెను. నికర బలము మరియు నికర టార్క్ సున్నగా వుండవలెను.




**పటము 5.15** భ్రామకముల తత్వము

నికర బలము శూన్యంగా వుండటానికి $-F_1 + N - F_2 = 0$

$$N = F_1 + F_2$$

నికర టార్కు శూన్యంగా వుండటానికి $d_1F_1 - d_2F_2 = 0$

$$d_1F_1 = d_2F_2 \qquad (5.33)$$

పై సమీకరణము భ్రామకముల తత్వాన్ని సూచిస్తుంది. ఇది $d_1 = d_2; F_1 = F_2$ అను నిబంధనలతో సరుకులను తూకం వేయుట కొరకు వుపయోగించెడు త్రాసు కొరకు తత్వాన్ని ఏర్పరుస్తుంది. సమీకరణము 5.33 ని ఈ క్రింది విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1} \qquad (5.34)$$

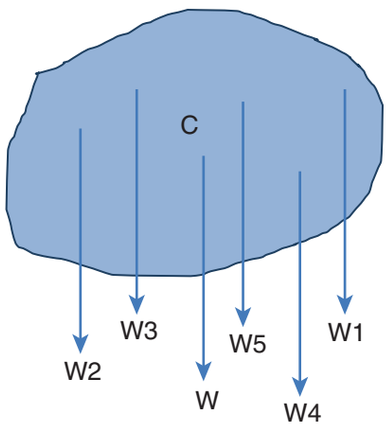
$F_1$ అనునది భారము మరియు $F_2$ అనునది మనం చేయు (బలము) పని అయితే $d_1 < d_2$ గా వున్నప్పుడు మనకు ప్రయోజనం వుంటుంది. ఇది $F_1 > F_2$ అని సూచిస్తుంది. కాబట్టి ఒక అధిక భారాన్ని తక్కువ కృషితో (effort) పైకి ఎత్తవచ్చును. $\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$ నిష్పత్తిని సాధారణ లీవర్ యొక్క యాంత్రిక ప్రయోజనం అంటారు. సంధింపబడిన బిందువును యిరుసు (fulcrum) అంటారు.

$$\text{యాంత్రిక ప్రయోజనం (Mechanical Advantage)} \left(MA\right) = \frac{d_2}{d_1} \qquad (5.35)$$

పైన పేర్కొనబడిన తత్వముపై పనిచేయు అనేక సరళ యంత్రములు వున్నవి.

## 5.3.4 గరిమనాభి (Center of Gravity)

ప్రతి ధృడ వస్తువు అనేక బిందు ద్రవ్యరాశులతో నిర్మించబడి వుంటుంది. ఇటువంటి బిందు ద్రవ్యరాశులు భూకేంద్రము వైపు గురుత్వ బలాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. అనుదిన జీవితంలో మనకు ఎదురుపడే ఏదైనా ప్రయోగాత్మక ధృడ వస్తువుతో పోల్చినపుడు భూమి యొక్క పరిమాణం చాలా పెద్దది కాబట్టి, పటము 5.16 లో చూపించినట్లు ఈ బలాలు సమాంతరంగా క్రింది వైపుకి పనిచేస్తునట్లు కనిపిస్తాయి.



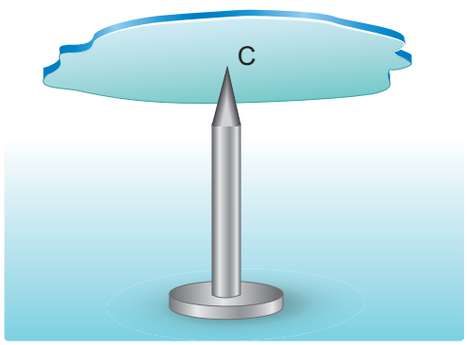

**పటము 5.16** గరిమనాభి

ఈ సమాంతర బలాల ఫలితము ఎల్లప్పుడూ ఒక బిందువు గుండా పనిచేస్తుంది. ఈ బిందువునే వస్తువు యొక్క గరిమనాభి అంటారు. వస్తువు యొక్క స్థానం మరియు ధోరణితో సంబంధం లేకుండా వస్తువు యొక్క మొత్తము బరువు కేంద్రీకరింపబడియుండు బిందువును వస్తువు యొక్క గరిమనాభి అందురు. గురుత్వ క్షేత్రము వస్తు వ్యాప్తంగా ఏకరీతిగా వున్నప్పుడు ధృడ వస్తువు యొక్క గరిమనాభి మరియు ద్రవ్యరాశి కేంద్రము ఏకీభవించును. యూనిట్ 6 లో గురుత్వ క్షేత్రము యొక్క భావం వ్యవహరించబడినది.



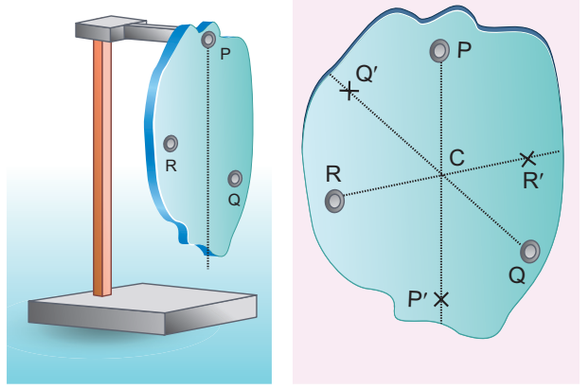
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 231 11-07-2022 18:11:40

ప్రయత్నం మరియు లోపం (trial and error) పద్ధతిని వుపయోగించి ఒక అక్రమాకారపు రేకును వేర్వేరు బిందువుల వద్ద సంధింపజేసి కూడా మనం దాని గరిమనాభిని కనుక్కోవచ్చు. పటము 5.17 లో చూపినట్లు నికర గురుత్వ బలము పనిచేయు బిందువు లేదా గరిమనాభి వద్ద రేకు బిగించినపుడు రేకు క్షితిజ సమాంతరంగా వుంటుంది. ఒక వస్తువు గరిమనాభి వద్ద సంధి చేసినపుడు, ధృడ వస్తువు యొక్క అన్ని బిందు ద్రవ్యరాశులపైన పనిచేయు టార్కుల మొత్తము శూన్యం అవుతుంది. అంతేకాక సంధి వలన ఏర్పడు లంబ చర్యా బలము వలన బరువు సమాన విలువను చెల్లిస్తుంది. వస్తువు స్థిర సమతుల్యతలో వుంది కాబట్టి అది క్షితిజ సమాంతరంగా వుండిపోతుంది.

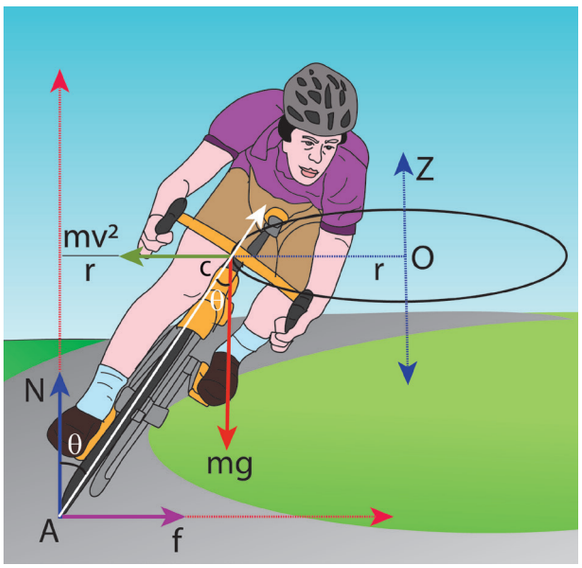



**పటము 5.17** సమతల రేకును (పైవోట్) సంధి చేయడం ద్వారా గరిమనాభిని కనుగొనుట.

అక్రమా కారపు రేకు యొక్క గరిమనాభిని కనుగొనుటకు వేరొక మార్గం కూడా వుంది. పటము 5.18 లో చూపించినట్లు P, Q, R వంటి వివిధ బిందువుల నుండి రేకును వ్రేలాడదీసినపుడు PP', QQ', RR' నిలువు గీతలన్నీ గరిమనాభి గుండా పోవును. ఇక్కడ వ్రేలాడదీయబడిన బిందువు వద్ద పనిచేయు ప్రతిచర్యా బలము మరియు గరిమనాభి వద్ద పనిచేయు గురుత్వ బలము ఒకదానికొకటి కొట్టి వేయబడును. వాటి వలన ఏర్పడిన టార్కులు కూడ ఒకదానికొకటి కొట్టివేయబడును.




**పటము 5.18** వ్రేలాడదీయబడిన సమతల రేకు యొక్క గరిమనాభిని కనుగొనుట



## 5.3.5 వక్రతలంలో సైక్లిస్ట్ వంగుట (Bending of Cyclist in Curves)

ఒక సైక్లిస్ట్ v వేగంతో r వ్యాసార్ధం గల వృత్తాకార రోడ్డుపై వెళ్తున్నాడు (జమచేయకుండా) సైకిలు మరియు సైక్లిస్టు ద్రవ్యరాశి m తో ఒక వ్యవస్థగా పరిగణించుదాం. వ్యవస్థ యొక్క గరిమనాభి C మరియు ఇది O ని కేంద్రంగా తీసుకొని r వ్యాసార్ధం గల వృత్తంలో వెళ్తుంది. గీత OC ని మనం X-అక్షంగానూ మరియు O ద్వారా నిలువు గీతను Z-అక్షంగాను పటము 5.19 లో చూపినట్లు మనం ఎన్నుకొందాం.

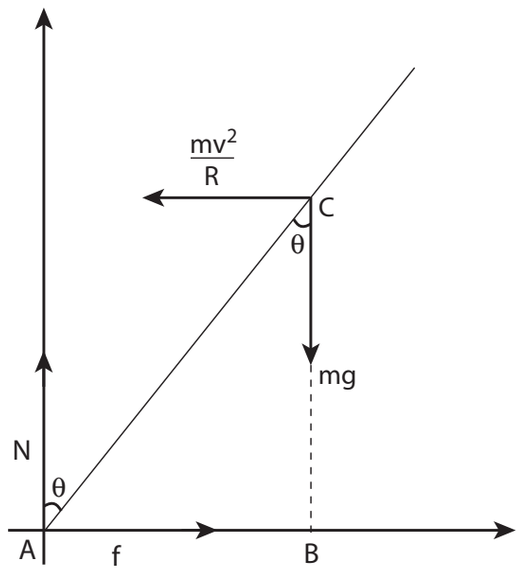



**పటము 5.19** సైక్లిస్టు వంగుట



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 232 11-07-2022 18:11:40

ఈ వ్యవస్థ ఒక చట్టము వలె Z-అక్షము చుట్టూ తిరుగుచున్నది. తిరుగుచున్న చట్రములో వ్యవస్థ విరామ స్థితిలో వుంది. తిరుగుచున్న సూచన చట్రములోని సమస్యలను పరిష్కరించుటకు వ్యవస్థపై ఒక అపకేంద్ర బలాన్ని $\frac{mv^2}{r}$ మనం అన్వయించాలి (pseudo force) ఈ బలము గరిమనాభి గుండా పనిచేయును. వ్యవస్థపై పనిచేయు బలాలు ఏవనగా (i) గురుత్వ బలం (mg), (ii) లంబ బలం (N), (iii) ఘర్షణ బలం (f) మరియు (iv) అభికేంద్ర బలం $\left(\frac{mv^2}{r}\right)$. తిరుగుచున్న నిర్దేశిత చట్రములో వ్యవస్థ సమతాస్థితిలో వుంది కాబట్టి నికర బాహ్య బలం మరియు నికర టార్కు శూన్యంగా వుండవలెను. పటము 5.20 లో చూపినట్లు అన్ని టార్కులు బిందువు N వద్ద వున్నవని అనుకొందాము.




**పటము 5.20** మలుపులలో సైక్లిస్ట్ కొరకు బల చిత్రములు

భ్రమణ సమతాస్థితి కొరకు

$$\vec{\tau}_{net} = 0$$

గురుత్వ బలం వలన A చుట్టూ ఏర్పడిన టార్కు $(mg\,AB)$ గడియార సవ్యదిశలో ఒక మలుపును ఏర్పరుస్తుంది. ఇది ఋణాంకముగా తీసుకొనబడును. అభికేంద్ర బలము వలన ఏర్పడిన టార్కు $\left(\frac{mv^2}{r}BC\right)$ అపసవ్య దిశలో మలుపును ఏర్పరుస్తుంది. ఇది ధనాంకముగా తీసుకొనబడును.

$$-mg\,AB + \frac{mv^2}{r}BC = 0$$

$$mg\,AB = \frac{mv^2}{r}BC$$

$\Delta$ ABC నుండి

$AB = AC\sin\theta$ మరియు $BC = AC\cos\theta$

$$mg\,AC\,\sin\theta = \frac{mv^2}{r}AC\cos\theta$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right) \qquad (5.36)$$

v దిశావేగముతో r వ్యాసార్ధము కలిగిన ఒక వృత్తాకార లెవల్ రోడ్డును ఎదుర్కొనునపుడు ఒక సైక్లిస్టు క్రింద పడకుండా సమతాస్థితిలో వుండటానికి పై సమాసములో చూసినట్లు అతడు నిలువు రేఖకు $\theta$ కోణములో వంగ వలెను.

## ఉదాహరణ 5.13

20 m $s^{-1}$ దిశావేగంతో ఒక సైక్లిస్టు వృత్తాకార బాటలో పయనించునపుడు నిలువు రేఖకు $30^o$ కోణముతో వంగుచున్నాడు. వృత్తాకార బాట యొక్క వ్యాసార్ధమెంత? $(g = 10\ m\ s^{-2})$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 233 11-07-2022 18:11:42

**సాధన**

సైక్లిస్టు యొక్క వేగము $v = 20\ m\ s^{-1}$

నిలువు గీతకి వంపు యొక్క కోణము $\theta = 30^{o}$

వంపు కోణమునకు సమాసము $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

వ్యాసార్ధము కొరకు పై సమాసమును తిరిగి వ్రాసిన యెడల $r = \frac{v^2}{\tan\theta\, g}$

ప్రతిక్షేపించిన,

$$r = \frac{(20)^2}{(\tan 30^{\circ})\times 10} = \frac{20\times 20}{(\tan 30^{\circ})\times 10}$$

$$= \frac{400}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\times 10}$$

$$r = (\sqrt{3})\times 40 = 1.732\times 40$$

$$r = 69.28\,m$$

## 5.4 జడత్వ భ్రామకము (MOMENT OF INERTIA)

ధృడ వస్తువుల కొరకు టార్కు మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగములకు గల సమాసములలో $\sum m_i r_i^2$ అను పదాన్ని మనం ఎదుర్కొనియున్నాము. ఈ రాశిని స్థూల వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము (I) అంటారు. నిర్ణయింపబడిన అక్షము నుండి $r_i$ దూరములో $m_i$ బిందు ద్రవ్యరాశికి జడత్వ భ్రామకము $m_i r_i^2$ అని యివ్వబడినది.

$$I = m_i r_i^2 \qquad (5.37)$$

స్థూల వస్తువు కొరకు జడత్వ భ్రామకము,

$$I = \sum m_i r_i^2 \qquad (5.38)$$

రేఖీయ చలనములో జడత్వము యొక్క కొలత ద్రవ్యరాశి, అదే విధంగా భ్రమణ గమనానికి జడత్వ భ్రామకము అనునది భ్రమణ జడత్వము యొక్క కొలత. జడత్వ భ్రామకము యొక్క ప్రమాణము $kg\ m^2$ దీని మితి $ML^2$ సాధారణంగా ద్రవ్యరాశి అనునది పదార్థము యొక్క మార్పుచెందని రాశి ఇది వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశిపై ఆధారపడియుండటం మాత్రం కాకుండా భ్రమణ అక్షము చుట్టూ ద్రవ్యరాశి వ్యాప్తి విధానముపై కూడా ఆధారపడి వుంటుంది.

ఏకరీతిగా వ్యాప్తి చెందిన ద్రవ్యరాశి యొక్క జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుక్కోవడానికి ఒక అనంతమైన అతిచిన్న ద్రవ్యరాశి (dm) ను మనం ఎన్నుకోవాలి. మరియు ఒక అక్షాన్ని ఆధారంగా చేసుకొని దాని స్థానం (r) ను తీసుకోవాలి. ఇప్పుడు ఈ బిందు ద్రవ్యరాశి యొక్క జడత్వ భ్రామకము ఇలా వ్రాయవచ్చును.

$$dI = (dm)r^2 \qquad (5.39)$$

పై సమాసమును సంకలనము చేయుట ద్వారా మొత్తం స్థూల వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకాన్ని మనం పొందవచ్చును.

$$I = \int dI = \int (dm)r^2$$

$$I = \int r^2 dm \qquad (5.40)$$

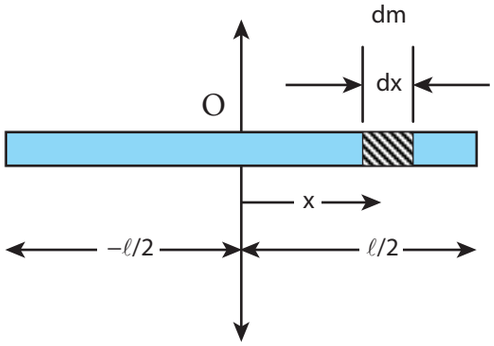
కడ్డీ, రింగు, డిస్కు, గోళము వంటి కొన్ని సాధారణ స్థూల వస్తువుల యొక్క జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనుటకు పై సమాసమును మనం వుపయోగించవచ్చును.

### 5.4.1 ఏకరీతి కడ్డీ యొక్క జడత్వ భ్రామకము (Moment of Inertia of a Uniform Rod)

పటము 5.21 లో చూపినట్లు $\ell$ పొడవు మరియు M ద్రవ్యరాశి గల ఒక ఏకరీతి కడ్డీని మనం తీసుకొందాం. కడ్డీకి లంబంగా మరియు ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండా పోవు ఒక అక్షం చుట్టూ ఈ కడ్డీ యొక్క జడత్వ భ్రామక సమాసాన్ని మనం కనుగొందాం. మొట్టమొదట అక్షాంశ వ్యవస్థ



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 234 11-07-2022 18:11:44




**పటము 5.21** ఏకరీతి కడ్డీ యొక్క జడత్వ భ్రామకము

కొరకు ఒక మూలస్థానాన్ని నిర్ణయించుకోవాలి. ఈ మూలబిందువు కడ్డీ యొక్క జ్యామితీయ కేంద్రమైనటువంటి ద్రవ్యరాశి కేంద్రముతో ఏకీభవిస్తుంది. ఇప్పుడు కడ్డీ x-అక్షము వైపు వున్నది. మూలబిందువు నుండి x దూరంలో ఒక అనంతమైన అతి చిన్న ద్రవ్యరాశి (dm) ను మనం తీసుకొందాం. అక్షము చుట్టూ ఈ ద్రవ్యరాశి (dm) యొక్క జడత్వ భ్రామకము (dI)

$$dI = (dm)x^2$$

ద్రవ్యరాశి ఏకరీతిగా వ్యాప్తి చెందియున్నది కాబట్టి, కడ్డీ యొక్క రేఖీయ సాంద్రత ($\lambda$), $\lambda = \frac{M}{\ell}$

అనంతమైన అతిచిన్న పొడవు యొక్క ద్రవ్యరాశి (dm), $dm = \lambda\, dx = \frac{M}{\ell}dx$

dI సంకలనము చేయుట ద్వారా మొత్తము కడ్డీ యొక్క జడత్వ భ్రామకాన్ని (I) కనుగొనవచ్చును.

$$I = \int dI = \int (dm)x^2 = \int \left(\frac{M}{\ell}dx\right)x^2$$

$$I = \frac{M}{\ell}\int x^2 dx$$

ద్రవ్యరాశి మూలస్థానానికి ఇరువైపుల వ్యాప్తి చెందినది కాబట్టి, సంకలన అవధులు $-\ell/2$ నుండి $\ell/2$ వరకు తీసికొనబడినవి.

$$I = \frac{M}{\ell}\int_{-\ell/2}^{\ell/2} x^2 dx = \frac{M}{\ell}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-\ell/2}^{\ell/2}$$

$$I = \frac{M}{\ell}\left[\frac{\ell^3}{24} - \left(-\frac{\ell^3}{24}\right)\right] = \frac{M}{\ell}\left[\frac{\ell^3}{24} + \frac{\ell^3}{24}\right]$$

$$I = \frac{M}{\ell}\left[2\left(\frac{\ell^3}{24}\right)\right]$$

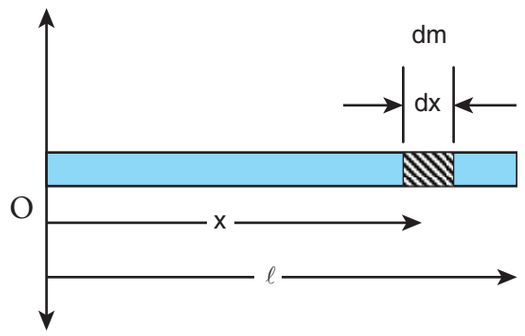
$$I = \frac{1}{12}M\ell^2 \qquad (5.41)$$

## ఉదాహరణ 5.14

ఒక ఏకరీతి కడ్డీ యొక్క ఒక కొనను తాకుచూ కడ్డీకి లంబంగా వుండు ఒక అక్షము చుట్టూ ఆ కడ్డీ యొక్క జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనుము.

### సాధన

జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుక్కోవడానికి సమగ్రమును ఏర్పరచు భావనను ముందుగా వున్న ఉత్పాదనను రుణం తీసుకొందాం. ఇప్పుడు మూలబిందువు కడ్డీ యొక్క ఎడమ కొనకు నిర్ణయింపబడింది. మరియు 0 నుండి $\ell$ వరకు అవధులు తీసుకోవాలి.




$$I = \frac{M}{\ell}\int_0^{\ell} x^2 dx = \frac{M}{\ell}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\ell} = \frac{M}{\ell}\left[\frac{\ell^3}{3}\right]$$

$$I = \frac{1}{3}M\ell^2$$



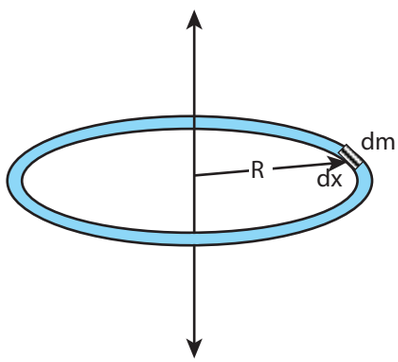
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 235 11-07-2022 18:11:46

**గమనిక**

ఒక ఏకరీతి కడ్డీ యొక్క జడత్వ భ్రామకము వివిధ సూచన అక్షములకు వేర్వేరుగా వుండును. సూచన అక్షము వస్తువునకు వెలుపల కూడా వుండవచ్చును. వివిధ అక్షముల చుట్టూ జడత్వ భ్రామకములను కనుగొనుటకు మనకు రెండు వుపయోగకరమైన సిద్ధాంతములు గలవు. విభాగము 5.45 లో మనం ఈ సిద్ధాంతములను చూద్దాం.

## 5.4.2 ఏకరీతి వలయము యొక్క జడత్వ భ్రామకము (Moment of Inertia of a Uniform Ring)

M ద్రవ్యరాశి మరియు R వ్యాసార్ధము గల ఒక ఏకరీతి వలయాన్ని మనం తీసుకొందాం. తలమునకు లంబంగా మరియు వలయము యొక్క కేంద్రం ద్వారా వెళ్ళు అక్షము చుట్టూ ఆ వలయము యొక్క జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనుటకు, వలయము నుండి dx దూరంలో ఒక అతి చిన్న ద్రవ్యరాశి dm ను తీసుకొందాం. ఈ dm పటము 5.22 లో చూసినట్లు అక్షము నుండి వలయ వ్యాసార్ధము R దూరములో వుంది.




**పటము 5.22** ఏకరీతి వలయము యొక్క జడత్వ భ్రామకము

ఈ చిన్న ద్రవ్యరాశి dm యొక్క జడత్వ భ్రామకము dI

$$dI = (dm)R^2$$

వలయము యొక్క పొడవు దాని యొక్క చుట్టుకొలత $(2\pi R)$. ద్రవ్యరాశి ఏకరీతిగా వ్యాప్తి చెందుట వలన ఏకాంక పొడవునకు గల ద్రవ్యరాశి ($\lambda$)

$$\lambda = \frac{\text{ద్రవ్యరాశి}}{\text{పొడవు}} = \frac{M}{2\pi R}$$

అనంతమైన అతిచిన్న పొడవు యొక్క ద్రవ్యరాశి (dm), $dm = \lambda\, dx = \frac{M}{2\pi R} dx$

ఇప్పుడు వలయము యొక్క మొత్తము జడత్వ భ్రామకం (I)

$$I = \int dI = \int (dm)R^2 = \int \left(\frac{M}{2\pi R} dx\right) R^2$$

$$I = \frac{MR}{2\pi} \int dx$$

వలయము యొక్క పొడవు యావత్తును తెలుసుకొనుటకు సంకలన పరిమితులు 0 నుండి $2\pi R$ వరకు తీసుకొనవలెను.

$$I = \frac{MR}{2\pi} \int_0^{2\pi R} dx$$

$$I = \frac{MR}{2\pi} [x]_0^{2\pi R} = \frac{MR}{2\pi} [2\pi R - 0]$$

$$I = MR^2 \qquad (5.42)$$

## 5.4.3 ఏకరీతి డిస్కు యొక్క జడత్వ భ్రామకము (Moment of Inertia of a Uniform Disc)

R వ్యాసార్ధము మరియు M ద్రవ్యరాశి గల ఒక డిస్కును తీసుకొనుము. పటము 5.23 లో చూపినట్లు ఈ డిస్కు అనేక అనంతమైన చిన్న వలయములతో చేయబడినది. (r) వ్యాసార్ధము, (dr) మందము మరియు (dm) ద్రవ్యరాశి గలిగిన ఇటువంటి ఒక వలయమును తీసికొనుము. ఈ చిన్న వలయము యొక్క జడత్వ భ్రామకము.

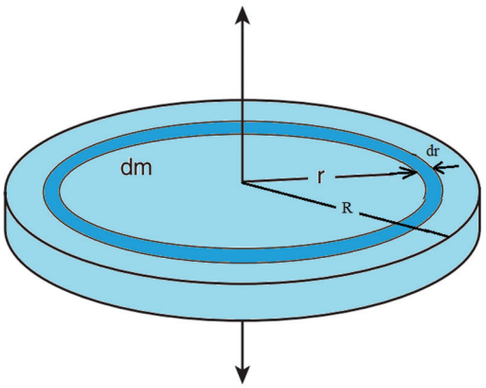
$$dI = (dm)r^2$$

ద్రవ్యరాశి ఏకరీతిగా వ్యాప్తి చెందియున్నది కాబట్టి, ఏకాంక వైశాల్యమునకు గల ద్రవ్యరాశి ($\sigma$),

$$\sigma = \frac{\text{ద్రవ్యరాశి}}{\text{వైశాల్యము}} = \frac{M}{\pi R^2}$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 236 11-07-2022 18:11:48




**పటము 5.23** ఏకరీతి డిస్క్ యొక్క జడత్వ భ్రామకము

అత్యంత చిన్న వలయము యొక్క ద్రవ్యరాశి

$$dm = \sigma 2\pi r dr = \frac{M}{\pi R^2} 2\pi r dr$$

ఇక్కడ $(2\pi r\, dr)$ అను పదము మూలక వలయము యొక్క వైశాల్యము. ($2\pi r$ అనునది పొడవు మరియు dr అనునది మందము). $dm = \frac{2M}{R^2} r dr$

$$dI = \frac{2M}{R^2} r^3 dr$$

మొత్తము డిస్కు యొక్క జడత్వ భ్రామకము (I)

$$I = \int dI$$

$$I = \int_0^R \frac{2M}{R^2} r^3 dr = \frac{2M}{R^2} \int_0^R r^3 dr$$

$$I = \frac{2M}{R^2} \left[ \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{2M}{R^2} \left[ \frac{R^4}{4} - 0 \right]$$

$$I = \frac{1}{2} MR^2 \qquad (5.43)$$

## 5.4.4 భ్రమణ వ్యాసార్ధము (Radius of Gyration)

ఏకరీతి ద్రవ్యరాశి గలిగిన క్రమ ఆకారపు స్థూల వస్తువులకు, ఒక అక్షము చుట్టూ జడత్వ భ్రామక సమాసములో వాని మొత్తము ద్రవ్యరాశి వస్తువుల యొక్క ఆకారము మరియు పరిమాణముల కొరకు జాగ్రత్త తీసుకొను వ్యాసార్ధము, పొడవు, వెడల్పు వంటి జ్యామితీయ లక్షణాలు యిమిడివుంటాయి. కానీ వస్తువుల యొక్క ద్రవ్యరాశి పరిమాణము మరియు ఆకార విషయములు కాకుండా, జడత్వ భ్రామకపు సమాసమునకు భ్రమణ గమనము యొక్క ధోరణి కూడా మనకు కావలెను. అటువంటి సమాసము ఏకరీతి ద్రవ్యరాశి వ్యాప్తి లేనటువంటి అక్రమాకారపు వస్తువులకు కూడా ఒకే రీతిగా వుండాలి. జడత్వ భ్రామకము కొరకు ఒకే రకమైన సమాసము

$$I = MK^2 \qquad (5.44)$$

ఇచ్చట M అనునది వస్తువు యొక్క మొత్తము ద్రవ్యరాశి మరియు K అనునది భ్రమణ వ్యాసార్ధము (radius of gyration).

ఒక వస్తువు యొక్క భ్రమణ గమనము అనునది, భ్రమణ అక్షము నుండి ఒకే ద్రవ్యరాశి మరియు ఒకే జడత్వ భ్రామకమును పొందిన ఒక తుల్యాంక బిందు ద్రవ్యరాశికి గల లంబ దూరము.

భ్రమణ వ్యాసార్ధము అనునది దూరము గనుక, దీని ప్రమాణము m మితి L.

ఏదైనా ఒక అక్షము దృష్ట్యా ఒక తిరుగుచున్న ధృడ వస్తువు, పటము 5.24 లో చూపినట్లు $r_1, r_2, r_3 \ldots r_n$ (స్థానములు) లంబ దూరముల వద్ద $m_1, m_2, m_3, \ldots m_n$ వంటి అనేక బిందు ద్రవ్యరాశుల చేత తయారైంది అని పరిగణించబడినది.

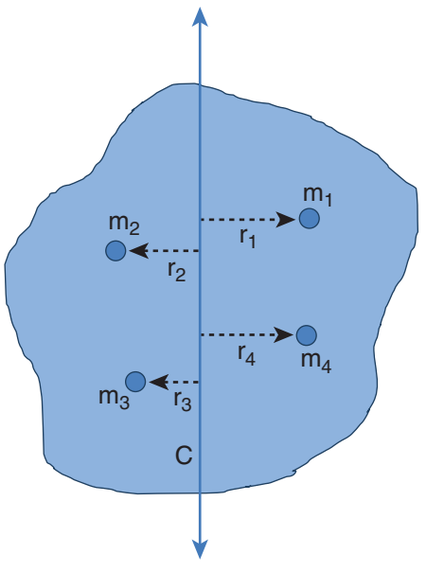
ఆ వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము ఈ విధముగా వ్రాయవచ్చును.

$$I = \sum_n m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots + m_n r_n^2$$

మనము n సంఖ్య గల అన్ని వ్యక్తిగత ద్రవ్యరాశులు సమానమైనవని తీసుకొన్న యెడల.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 237 11-07-2022 18:11:50




**పటము 5.24** భ్రమణ వ్యాసార్ధము

$$m = m_1 = m_2 = m_3 = \ldots = m_n$$

అయిన,

$$I = mr_1^2 + mr_2^2 + mr_3^2 + \cdots + mr_n^2$$

$$= m\left(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \cdots + r_n^2\right)$$

$$= nm\left(\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \cdots + r_n^2}{n}\right)$$

$$I = MK^2$$

ఇచ్చట nm అనునది వస్తువు యొక్క మొత్తం ద్రవ్యరాశి మరియు K అనునది భ్రమణ వ్యాసార్ధము

$$K = \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \cdots + r_n^2}{n}} \qquad (5.45)$$

భ్రమణ వ్యాసార్ధము యొక్క సమాసము, భ్రమణ అక్షము నుండి వస్తు కణముల యొక్క *rms* (*root mean square*) దూరము అని సూచిస్తుంది.

నిజానికి, ఏదైనా వస్తువు యొక్కజడత్వభ్రామకము $I = MK^2$. అనే రూపంలో వ్యక్తపరచగలము.

ఉదాహరణకి, M ద్రవ్యరాశి మరియు $\ell$ పొడవు గల ఒక ఏకరీతి కడ్డీ యొక్క జడత్వ భ్రామకాన్ని తీసుకొందాం. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండా పోవు లంబ అక్షమును పోల్చి దీని జడత్వ భ్రామకము, $I = \frac{1}{12}M\ell^2$

భ్రమణ వ్యాసార్ధము రూపంలో, $I = MK^2$

కాబట్టి, $MK^2 = \frac{1}{12}M\ell^2$

$$K^2 = \frac{1}{12}\ell^2$$

$K = \frac{1}{\sqrt{12}}\ell$ లేదా $K = \frac{1}{2\sqrt{3}}\ell$ లేదా $K = (0.289)\ell$

## ఉదాహరణ 5.15

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండాపోవు తలమునకు లంబంగా వుండు ఒక అక్షము చుట్టూ తిరుగుచుండు M ద్రవ్యరాశి మరియు R వ్యాసార్ధము గల ఒక డిస్కు యొక్క భ్రమణ వ్యాసార్ధమును కనుగొనుము.

**సాధన**

ద్రవ్యరాశి గుండా పోవుచూ మరియు డిస్కు తలమునకు లంబంగా వుండు అక్షము చుట్టూ తిరుగుచున్న డిస్కు జడత్వ భ్రామకము, $I = \frac{1}{2}MR^2$

భ్రమణ వ్యాసార్ధ రూపంలో, $I = MK^2$

కాబట్టి, $MK^2 = \frac{1}{2}MR^2$; $K^2 = \frac{1}{2}R^2$

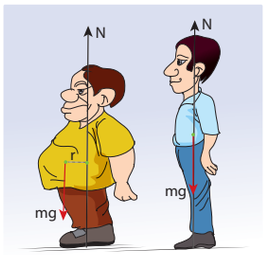
$K = \frac{1}{\sqrt{2}}R$ లేదా $K = \frac{1}{1.414}R$ లేదా $K = (0.707)R$

ఒక కడ్డీ మరియు ఒక డిస్కు వ్యవస్థలో కూడా ఒక ధృడ వస్తువు యొక్క భ్రమణ వ్యాసార్ధము ఎల్లప్పుడూ పొడవు, వెడల్పు, వ్యాసార్ధము లేదా ఒక ధనాంక విలువతో గుణించబడిన వాటి కలయికల జ్యామితీయ లక్షణము.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 238 11-07-2022 18:11:53

### స్థూలకాయత (Obesity) టార్కు మరియు జడత్వ భ్రామకము!




స్థూలకాయత మరియు దానికి సంబంధించిన వీపునొప్పి, కీళ్ళ నొప్పులు వంటి అనారోగ్యాలు శరీరము యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రంలోని మార్పు వలన ఏర్పడుతాయి. ద్రవ్యరాశి కేంద్రంలోని ఈ మార్పు వలన శరీరంపై పనిచేయు తుల్యం చేయబడని టార్కు అనారోగ్యాలకు దారితీస్తుంది. ద్రవ్యరాశి శరీరం మధ్య నుండి దూరంగా విస్తరింపబడింది గనుక, జడత్వ భ్రామకము అధికముగా వుంటుంది మరియు మలుపు తిరగడం కూడా చాలా కష్టం.

## 5.4.5 జడత్వ భ్రామక సిద్ధాంతములు (Theorems of Moment of Inertia)

జడత్వ భ్రామకము భ్రమణ అక్షము మరియు అక్షము చుట్టూ వస్తువు యొక్క ధోరణిపై ఆధారపడియుంటుంది గనుక ఒకే వస్తువునకు వేర్వేరు భ్రమణ అక్షములతో ఇది వేర్వేరుగా వుండును. భ్రమణ అక్షమును తరలించు ఘట్టమును సంభాళించుటకు మనకు రెండు సిద్ధాంతములు కలవు.

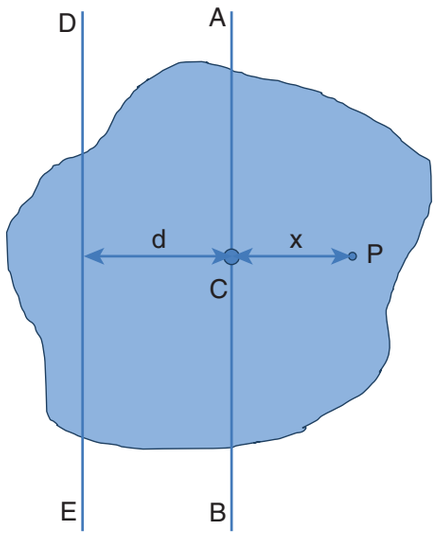
### (i) సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతము (Parallel axis theorem):

ఏదేని అక్షము చుట్టూ ఒక వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము దాని ద్రవ్యరాశి కేంద్రం ద్వారా వెళ్ళు ఒక సమాంతర అక్షము యొక్క జడత్వ భ్రామకము మరియు వస్తువు ద్రవ్యరాశి మరియు రెండు అక్షముల మధ్యగల లంబ దూర వర్గ లబ్ధముల మొత్తమునకు సమానము.

$I_C$ అనునది ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండా పోవు ఒక అక్షము చుట్టూ తిరుగు M ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము అయిన, దాని నుండి d దూరము వద్ద గల ఒక సమాంతర అక్షము చుట్టూ జడత్వ భ్రామకము (I)

$$I = I_C + Md^2 \qquad (5.46)$$

పటము 5.25 లో చూసినట్లు ఒక ధృడ వస్తువును మనం పరిగణిద్దాం. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం గుండా పోవు AB అక్షము చుట్టూ జడత్వ భ్రామకము $I_C$ అవుతుంది. AB నుండి d లంబ దూరం వద్ద AB కి సమాంతరంగా వుండు ఇంకొక అక్షము DE అగును. DE చుట్టూ వస్తువు జడత్వ భ్రామకము (I). $I_C$ రూపంలో I కొరకు ఒక సమాసమును పొందుటకు మనం ప్రయత్నిద్దాం.




పటము 5.25 సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతము

DE చుట్టూ బిందు ద్రవ్యరాశి యొక్క జడత్వ భ్రామకము $m(x+d)^2$ DE చుట్టూ మొత్తం వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకం I, పై సమాసం యొక్క కూడిక అవుతంది.

$$I = \sum m(x+d)^2$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 239 11-07-2022 18:11:54

ఈ సమీకరణము మరింతగా ఇలా కూడా వ్రాయవచ్చును.

$$I = \sum m\left(x^2 + d^2 + 2xd\right)$$

$$I = \sum\left(mx^2 + md^2 + 2dmx\right)$$

$$I = \sum mx^2 + \sum md^2 + 2d\sum mx$$

ఇక్కడ $\sum mx^2$ అనునది ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చుట్టూ వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము. కాబట్టి $I_C = \sum mx^2$

పదము $\sum mx = 0$ ఎందుకనగా AB అక్షమును పోల్చి AB ధనాంక మరియు ఋణాంక విలువలను తీసుకొంటుంది. కూడిక $\left(\sum mx\right)$ సున్న అవుతుంది.

కాబట్టి, $I = I_C + \sum md^2 = I_C + \left(\sum m\right)d^2$

ఇక్కడ $\sum m$ వస్తువు యొక్క మొత్తం ద్రవ్యరాశి $M\left(\sum m = M\right)$

$$I = I_C + Md^2$$

కాబట్టి సమంతర అక్ష సిద్ధాంతము నిరూపించబడినది.

**(ii) లంబ అక్ష సిద్ధాంతము**
**(Perpendicular axis theorem):**

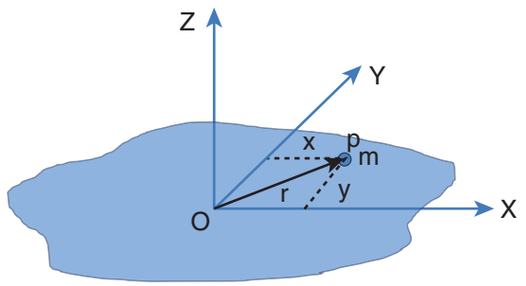
ఈ లంబ అక్ష సిద్ధాంతము సమతల రేకు వంటి వస్తువులకు మాత్రము అనుగుణంగా వుంటుంది.

ఈ సిద్ధాంతము ప్రకారము ఒక సమతల రేకు వస్తువు దాని తలమునకు లంబంగా వుండు ఒక అక్షము చుట్టూ జడత్వ భ్రామకము అనునది ఆ తలంపై వుండు రెండు లంబ అక్షముల చుట్టు గల జడత్వ భ్రామకముల మొత్తమునకు సమానము. ఈ మూడు అక్షములు కూడా ఒకే బిందువును కలిగియుండుటకు ఒకదానికొకటి పరస్పరం లంబంగా వుండును.

X మరియు Y అక్షములు రేకు వస్తువు యొక్క తలంపై వుండి Z- అక్షము తలమునకు లంబంగా వున్నదని అనుకొందము. వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకములు X అక్షము చుట్టూ మరియు Y- అక్షము చుట్టూ క్రమముగా $I_X$ మరియు $I_Y$ అయిన $I_Z$ అనునది Z- అక్షము చుట్టూ జడత్వ భ్రామకము అవుతుంది. అప్పుడు లంబ అక్ష సిద్ధాంతము ఈ విధంగా వ్యక్తపరచవచ్చును.

$$I_Z = I_X + I_Y \qquad (5.47)$$

ఈ సిద్ధాంతమును నిరూపించుటకు అతి తక్కువ మందము గల మరియు దానిపైన మూలబిందువు (O) అమరియుండు ఒక సమతల రేకు వస్తువును మనం తీసుకొందాము. పటము 5.26 లో చూపినట్లు X మరియు Y- అక్షములు తలముపైన వున్నవి మరియు Z- అక్షము దానికి లంబంగా వున్నది. ఈ రేకు m ద్రవ్యరాశి గలిగిన అనేక కణములతో చేయబడిందని పరిగణించబడినది. 0 నుండి r దూరంలో (x, y) అక్షాంశములను పొందిన P అను బిందు వద్ద అటువంటి ఒక కణమును మనం ఎన్నుకొందాం.




**పటము 5.26** లంబ అక్ష సిద్ధాంతము

Z- అక్షము చుట్టూ కణము యొక్క జడత్వ భ్రామకము, $mr^2$

పై సమీకరణము యొక్క కూడిక మొత్తము Z- అక్షము చుట్టూ రేకు మొత్తము జడత్వ భ్రామకాన్ని యిస్తుంది. $I_Z = \sum mr^2$ గనుక ఇక్కడ $r^2 = x^2 + y^2$

అప్పుడు, $I_Z = \sum m\left(x^2 + y^2\right)$

$$I_Z = \sum mx^2 + \sum my^2$$

పై సమాసము నందు $\sum mx^2$ అను పదము Y- అక్షము చుట్టూ వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి మరియు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 240 11-07-2022 18:11:57

అదే విధంగా $\sum my^2$ అనుపదము X- అక్షము చుట్టూ వస్తువుయొక్క జడత్వ భ్రామకము కాబట్టి

$$I_X = \sum my^2 \quad \text{మరియు} \quad I_Y = \sum mx^2$$

$I_z$ కొరకు సమీకరణములో ప్రతిక్షేపించిన,

$$I_Z = I_X + I_Y$$

కావున, లంబ అక్షసిద్ధాంతము నిరూపించబడినది.

TJ7QM

## ఉదాహరణ 5.16

క్రింది అక్షముల చుట్టూ 3 kg ద్రవ్యరాశి మరియు 50 cm వ్యాసార్ధము గల ఒక డిస్కు యొక్క జడత్వ భ్రామకమును కనుగొనుము.

(i) కేంద్రం ద్వారా వెళ్తూ డిస్కు తలమునకు లంబంగా వుండు అక్షము,

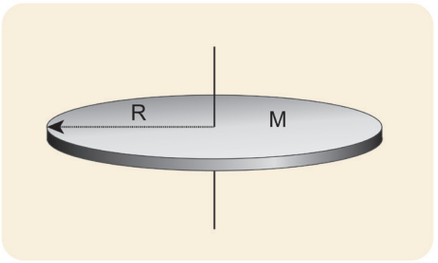
(ii) అంచును తాకుచూ డిస్కు తలమునకు లంబంగా వుండు అక్షము

(iii) కేంద్రం ద్వారా వెళ్తూ తలంపైన వుండు అక్షము.

### సాధన

ద్రవ్యరాశి M = 3 kg వ్యాసార్ధము R = 50 cm = $50 \times 10^{-2}$ m = 0.5 m

(i) కేంద్రం ద్వారా వెళ్తూ డిస్కు తలానికి లంబంగా వుండు అక్షము చుట్టూ జడత్వ భ్రామకము (I)

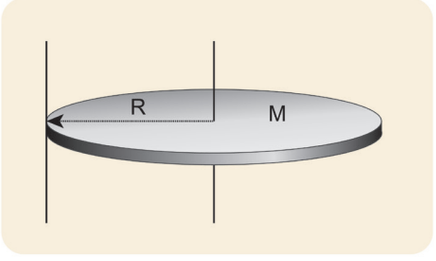



$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

$$I = \frac{1}{2} \times 3 \times (0.5)^2 = 0.5 \times 3 \times 0.5 \times 0.5$$

$$I = 0.375\,\text{kg m}^2$$

(ii) అంచును తాకుచూ డిస్కుతలమునకు లంబంగా వుండు అక్షము చుట్టూ జడత్వ భ్రామకము సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతమునుపయోగించి,




$$I = I_C + Md^2$$

ఇక్కడ, $I_C = \frac{1}{2}MR^2$ మరియు $d = R$

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$$

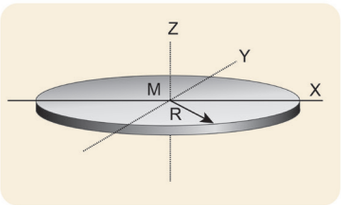
$$I = \frac{3}{2} \times 3 \times (0.5)^2 = 1.5 \times 3 \times 0.5 \times 0.5$$

$$I = 1.125\,\text{kg m}^2$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 241 11-07-2022 18:11:59

(iii) కేంద్రం గుండా వెళ్తూ డిస్కు తలంపై వున్నటువంటి అక్షము చుట్టూ జడత్వ భ్రామకము,




$$I_Z = I_X + I_Y$$

ఇక్కడ, $I_X = I_Y = I$ మరియు $I_Z = \frac{1}{2}MR^2$

$$I_Z = 2I;\ I = \frac{1}{2}I_Z$$

$$I = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{4}MR^2$$

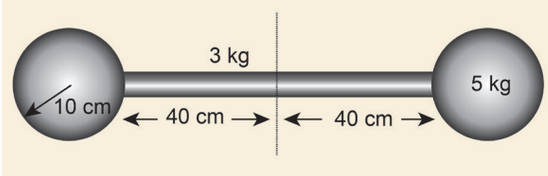
$$I = \frac{1}{4}\times 3\times(0.5)^2 = 0.25\times 3\times 0.5\times 0.5$$

$$I = 0.1875\,kg\,m^2$$

- పై అక్షములలో ఏ అక్షము చుట్టూ డిస్కుని సులభముగా త్రిప్పుటకు వీలవుతుంది.
- జడత్వ భ్రామకము కనీసముగా వుండు అక్షము చుట్టూ డిస్కును సులభముగా త్రిప్పవచ్చును. కాబట్టి ఇది సందర్భం (iii) అవుతుంది

## ఉదాహరణ 5.17

పటములో చూపినట్లు రెండు సజాతి గోళములు ఒక సన్నని కడ్డీతో కలుపబడియున్నవి. ఈ నిర్మాణము యొక్క జ్యామితీయ కేంద్రము చుట్టూ జడత్వ భ్రామకాన్ని కనుగొనుము..




**సాధన**

ఈ నిర్మాణము మూడు వస్తువులచే నిర్మించబడినది. ఒక సన్నని కడ్డీ మరియు రెండు గోళములు.

కడ్డీ ద్రవ్యరాశి $M = 3$ kg మరియు మొత్తము పొడవు, $\ell = 80\ cm = 0.8\ m$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చుట్టూ కడ్డీ యొక్క జడత్వ భ్రామకము, $I_{rod} = \frac{1}{12}M\ell^2$

$$I_{rod} = \frac{1}{12}\times 3\times(0.8)^2 = \frac{1}{4}\times 0.64$$

$$I_{rod} = 0.16\,kg\,m^2$$

గోళము యొక్క ద్రవ్యరాశి $M = 5$ kg మరియు గోళము వ్యాసార్ధము $R = 10\ cm = 0.1\ m$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చుట్టూ గోళము యొక్క జడత్వ భ్రామకము, $I_C = \frac{2}{5}MR^2$

నిర్మాణము యొక్క జ్యామితీయ కేంద్రం చుట్టూ గోళము జడత్వ భ్రామకము, $I_{sph} = I_C + Md^2$

ఇక్కడ, $d = 40\ cm + 10\ cm = 50\ cm = 0.5\ m$

$$I_{sph} = \frac{2}{5}MR^2 + Md^2$$

$$I_{sph} = \frac{2}{5}\times 5\times(0.1)^2 + 5\times(0.5)^2$$

$$I_{sph} = (2\times 0.01) + (5\times 0.25) = 0.02 + 1.25$$

$$I_{sph} = 1.27\,kg\,m^2$$

ఒక కడ్డీ రెండు సజాతి గోళములున్నవి కాబట్టి ఇవ్వబడిన జ్యామితీయ నిర్మాణము యొక్క మొత్తము జడత్వ భ్రామకమును ఇలా వ్రాయవచ్చును. $I = I_{rod} + (2\times I_{sph})$

$$I = (0.16) + (2\times 1.27) = 0.16 + 2.54$$

$$I = 2.7\,kg\,m^2$$

### 5.4.6 వివిధ ధృడ వస్తువుల యొక్క జడత్వ భ్రామకము (Moment of Inertia of Different Rigid Bodies)

వివిధ ధృడ వస్తువుల యొక్క జడత్వ భ్రామకము పట్టిక 5.3 లో వేర్వేరు అక్షముల చుట్టూ వివిధ వస్తువుల యొక్క జడత్వ భ్రామకము యివ్వబడినది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 242 11-07-2022 18:12:03

## 5.5 భ్రమణ గతిశాస్త్రం (ROTATIONAL DYNAMICS)

విభాగము 5.2 లో టార్కు, కోణీయ త్వరణము, కోణీయ ద్రవ్య వేగము, కోణీయ దిశావేగము మరియు జడత్వ భ్రామకముల మధ్య సంబంధాలను మనం చూశాం. దానికి అవిచ్ఛిన్నంగా ఈ విభాగంలో ధృడ వస్తువుల భ్రమణ గమనంలో పని, గతిశక్తి వంటి ఇతర గమన రాశుల మధ్య సంబంధములను గూర్చి మనం నేర్చుకొనబోవుచున్నాము. ఆఖరిగా రేఖీయ మరియు భ్రమణ రాశుల మధ్య బేధములతో ఒక పట్టిక తయారు చేయబడినది.

### 5.5.1 ధృడ వస్తువులపై టార్కు యొక్క ప్రభావము (Effect of Torque on Rigid Bodies)

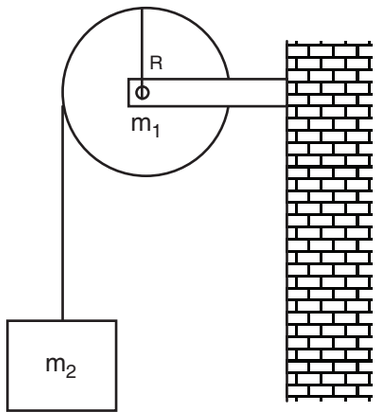
భ్రమణ అక్షము చుట్టూ శూనేతర్య బాహ్య టార్కు $(\tau)$ ను పొందిన ఒక ధృడ వస్తువు ఆ అక్షము చుట్టూ ఒక కోణీయ త్వరణము $(\alpha)$ ను కలిగివుండవచ్చును. టార్కు మరియు కోణీయ త్వరణమునకు మధ్య గల అదిశ సంబంధము

$$\tau = I\alpha \qquad (5.48)$$

ఇచ్చట I అనునది ధృడ వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము. భ్రమణ గమనంలో టార్కు, రేఖీయ గమనంలో బలమునకు తుల్యముగా వుండును.

**ఉదాహరణ 5.18**

పటము A లో చూపినట్లు 500 g ద్రవ్యరాశి మరియు 10 cm వ్యాసార్ధము గల ఒక డిస్కు ఒక నిర్ణీత అక్షము చుట్టూ స్వేచ్ఛగా తిరగగలదు. దానిచుట్టూ ఒక తేలికైన మరియు సాగకుండా వుండు ఒక కమ్మీ అనేక చుట్లు చుట్టబడింది మరియు దాని యొక్క స్వేచ్ఛాకొన వద్ద 100 g ల వస్తువు వ్రేలాడ దీయబడింది. ఈ ద్రవ్యరాశి యొక్క త్వరణమును కనుగొనుము. (కమ్మీ డిస్కుని త్రిప్పుచున్నది. $g = 10\ m\ s^{-2}$).



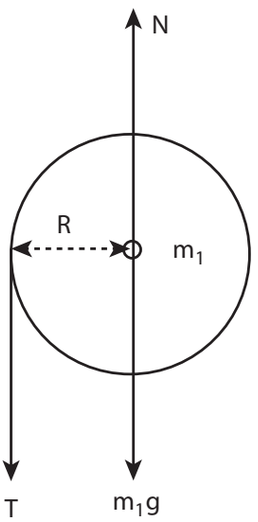

**సాధన**

డిస్కు యొక్క ద్రవ్యరాశి $m_1$ మరియు దాని వ్యాసార్ధము R అనుకొందము వ్రేలాడదీయబడిన వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి $m_2$.

$$m_1 = 500\ g = 500\times10^{-3}\ kg = 0.5\ kg$$
$$m_2 = 100\ g = 100\times10^{-3}\ kg = 0.1\ kg$$
$$R = 10\ cm = 10\times10^{-2}\ m = 0.1\ m$$

డిస్కు చుట్టూ తేలికైన సాగటువంటి కమ్మీ అనేక చుట్లు చుట్టబడింది గనుక డిస్కు పై నుండి జారకుండ డిస్కుని త్రిప్పును. $m_2$ యొక్క రేఖీయ త్వరణము మరియు $m_1$ యొక్క స్పర్శీయ త్వరణము సమానముగా వుండును. మనము $m_1$ మరియు $m_2$ లకు (*FBD*) ను వేర్వేరుగా గీయుదుము.

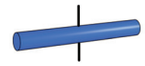
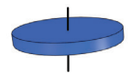
డిస్కు యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తు పటము:



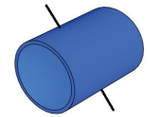
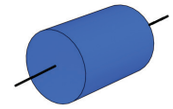
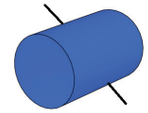
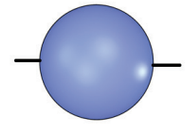
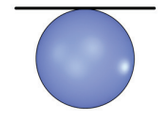
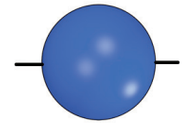
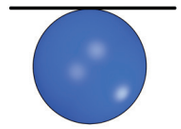



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 243 11-07-2022 18:12:03

## పట్టిక 5.3 వివిధ ఘన వస్తువుల యొక్క జడత్వ భ్రామకము

| సంఖ్య | వస్తువు | ఒక అక్షము చుట్టూ | పటము | జడత్వ భ్రామకము (I) kg m² | భ్రమణ వ్యాసార్థము (K) | నిష్పత్తి $\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | సన్నని ఏకరీతి కడ్డీ<br>ద్రవ్యరాశి = M<br>పొడవు = $\ell$ | కేంద్రం గుండా మరియు పొడవునకు లంబంగా వుండు |  | $\frac{1}{12}M\ell^2$ | $\frac{\ell}{\sqrt{12}}$ | -- |
| | | ఒక చివరను తాకుచూ మరియు పొడవునకు లంబంగా వుండు |  | $\frac{1}{3}M\ell^2$ | $\frac{\ell}{\sqrt{3}}$ | |
| 2. | సన్నని ఏకరీతి దీర్ఘ చతురస్రాకారపు రేకు<br>ద్రవ్యరాశి = M; పొడవు = $\ell$; వెడల్పు = b | కేంద్రం గుండా పోవు మరియు రేకు తలమునకు లంబంగా వుండు |  | $\frac{1}{12}M(\ell^2+b^2)$ | $\sqrt{\frac{(\ell^2+b^2)}{12}}$ | -- |
| 3. | సన్నని ఏకరీతి వలయము<br>ద్రవ్యరాశి = M<br>వ్యాసార్థము = R | కేంద్రం గుండా పోవు మరియు తలమునకు లంబంగా వుండు |  | $MR^2$ | $R$ | 1 |
| | | శీర్షమును తాకుచూ తలమునకు లంబంగా వుండు (లంబ స్పర్శ రేఖ) |  | $2MR^2$ | $\left(\sqrt{2}\right)R$ | 2 |
| | | కేంద్రం గుండా పోవు మరియు తలంపై వుండు (వ్యాసము వైపు) |  | $\frac{1}{2}MR^2$ | $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$ | $\frac{1}{2}$ |
| | | శీర్షమును తాకుచూ తలమునకు సమాంతరంగా వుండు (సమాంతర స్పర్శ రేఖ) |  | $\frac{3}{2}MR^2$ | $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)R$ | $\frac{3}{2}$ |
| 4. | సన్నని ఏకరీతి పళ్ళెము<br>ద్రవ్యరాశి = M<br>వ్యాసార్థము = R | కేంద్రం గుండా పోవు మరియు తలమునకు లంబంగా వుండు |  | $\frac{1}{2}MR^2$ | $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$ | $\frac{1}{2}$ |
| | | శీర్షమును తాకుచూ తలమునకు లంబంగా వుండు (తలమునకు లంబంగా వుండు స్పర్శ రేఖ) |  | $\frac{3}{2}MR^2$ | $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)R$ | $\frac{3}{2}$ |
| | | కేంద్రం గుండా పోవు మరియు తలంపై వుండు (వ్యాసము వైపు) |  | $\frac{1}{4}MR^2$ | $\left(\frac{1}{2}\right)R$ | $\frac{1}{4}$ |
| | | శీర్షమును తాకుచూ తలమునకు సమాంతరంగా వుండు (సమాంతర స్పర్శ రేఖ) |  | $\frac{5}{4}MR^2$ | $\left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)R$ | $\frac{5}{4}$ |

11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 244 11-07-2022 18:12:07

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5. | **సన్నని ఏకరీతి బోలైన స్థూపము**<br>ద్రవ్యరాశి = M<br>పొడవు = $\ell$; వ్యాసార్ధము = R | కేంద్రం గుండా పోవు మరియు స్థూపం యొక్క అక్షం వైపు |  | $MR^2$ | R | 1 |
| | | పొడవునకు లంబంగా పోవు మరియు కేంద్రం గుండా పోవు |  | $M\left(\frac{R^2}{2}+\frac{\ell^2}{12}\right)$ | $\sqrt{\frac{R^2}{2}+\frac{\ell^2}{12}}$ | - - |
| 6. | **ఏకరీతి ఘన స్థూపము**<br>ద్రవ్యరాశి = M<br>పొడవు = $\ell$; వ్యాసార్ధము = R | కేంద్రం గుండా పోవు మరియు స్థూపము యొక్క అక్షము వైపు |  | $\frac{1}{2}MR^2$ | $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$ | $\frac{1}{2}$ |
| | | పొడవునకు లంబంగా మరియు కేంద్రము ద్వారా పోవు |  | $M\left(\frac{R^2}{4}+\frac{\ell^2}{12}\right)$ | $\sqrt{\frac{R^2}{4}+\frac{\ell^2}{12}}$ | - - |
| 7. | **సన్నని బోలైన గోళము**<br>ద్రవ్యరాశి = M<br>వ్యాసార్ధము = R | కేంద్రం గుండా పోవు (వ్యాసము వైపు) |  | $\frac{2}{3}MR^2$ | $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)R$ | $\frac{2}{3}$ |
| | | శీర్షమును తాకుచూ (స్పర్శ రేఖ) |  | $\frac{5}{3}MR^2$ | $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)R$ | $\frac{5}{3}$ |
| 8. | **ఏకరీతి ఘన గోళము**<br>ద్రవ్యరాశి = M<br>వ్యాసార్ధము = R | కేంద్రం గుండా పోవు (వ్యాసం వైపు) |  | $\frac{2}{5}MR^2$ | $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)R$ | $\frac{2}{5}$ |
| | | శీర్షమును తాకుచూ ( స్పర్శ రేఖ) |  | $\frac{7}{5}MR^2$ | $\left(\sqrt{\frac{7}{5}}\right)R$ | $\frac{7}{5}$ |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 245 11-07-2022 18:12:09

దాని గురుత్వ బలము ($m_1g$) క్రిందికి పనిచేస్తుంది మరియు మధ్యలో వుండు బిగింపబడిన ఆధారం వలన వినియోగించబడిన లంబ బలము N పైకి పనిచేస్తుంది. శీర్షము వద్ద బిగుతు T క్రిందికి పనిచేస్తుంది గురుత్వ బలం ($m_1g$) మరియు లంబ బలము (N) ఒకదానికొకటి కొట్టివేయబడును. $m_1g = N$

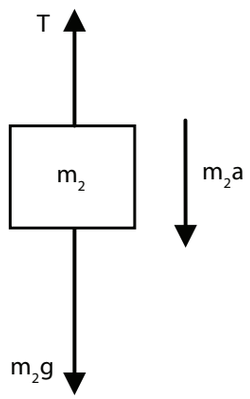
బిగుతు T ఒక టార్కు (R T) ను ఏర్పరుచును. ఇది డిస్కులో కోణీయ త్వరణము $\left(\alpha = \frac{a}{R}\right)$ తో భ్రమణ గమనాన్ని ఏర్పరుచును. ఇక్కడ, a అనునది డిస్కు యొక్క శీర్షము వద్ద గల బిందువు యొక్క రేఖీయ త్వరణము. డిస్కు యొక్క జడత్వ భ్రామకము I మరియు భ్రమణ వ్యాసార్ధము K అయిన

$$R\,T = I\alpha; \quad R\,T = \left(m_1K^2\right)\frac{a}{R}$$

$$T = \left(m_1K^2\right)\frac{a}{R^2}$$

వస్తువు యొక్క ***(FBD):***

దాని గురుత్వ బలం ($m_2g$) క్రిందికి పనిచేసి బిగుతు T పైకి పనిచేస్తుంది. ($T < m_2g$) గనుక క్రింది వైపుకి దానిపైన ఫలిత బలం ($m_2a$) పనిచేయును.




$$m_2g - T = m_2a$$

T కొరకు ప్రతిక్షేపించిన,

$$m_2g - \left(m_1K^2\right)\frac{a}{R^2} = m_2a$$

$$m_2g = \left(m_1K^2\right)\frac{a}{R^2} + m_2a$$

$$m_2g = \left[\left(m_1\frac{K^2}{R^2}\right) + m_2\right]a$$

$$a = \frac{m_2}{\left[\left(m_1\frac{K^2}{R^2}\right) + m_2\right]}g$$

తలమునకు లంబంగా దాని మధ్య బిందువు గుండా వెళ్ళు అక్షము చుట్టూ తిరుగు డిస్కునకు సమాసము $\frac{K^2}{R^2} = \frac{1}{2}$. (పరిశీలన పట్టిక 5.3)

ఇప్పుడు త్వరణమునకు సమాసము ఇంకనూ సూక్ష్మీకరించిన,

$$a = \frac{m_2}{\left[\left(\frac{m_1}{2}\right) + m_2\right]}g; \quad a = \frac{2m_2}{\left[m_1 + 2m_2\right]}g$$

విలువలను ప్రతిక్షేపించిన యెడల,

$$a = \frac{2\times0.1}{\left[0.5+0.2\right]}\times10 = \frac{0.2}{0.7}\times10$$

$$a = 2.857\,m\,s^{-2}$$

## 5.5.2 కోణీయ ద్రవ్య వేగ నిత్యత్వము (Conservation of Angular Momentum)

వస్తువుపై బాహ్య టార్కు పనిచేయనపుడు తిరుగుచున్న ధృడ వస్తువు యొక్క నికర కోణీయ ద్రవ్య వేగము స్థిరముగా వుండును. దీనినే కోణీయ ద్రవ్య వేగ నిత్యత్వ నియమము అంటారు.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 246 11-07-2022 18:12:12

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

If $\tau = 0$ అయిన, $L$ = స్థిరాంకము (5.49)

కోణీయ ద్రవ్యవేగము $L = I\omega$, గనుక ఆరంభ మరియు తుది స్థితులకు కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము ఈ విధంగా వ్రాయవచ్చును.

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f \text{ (లేదా) } I\omega = \text{స్థిరాంకము} \quad (5.50)$$

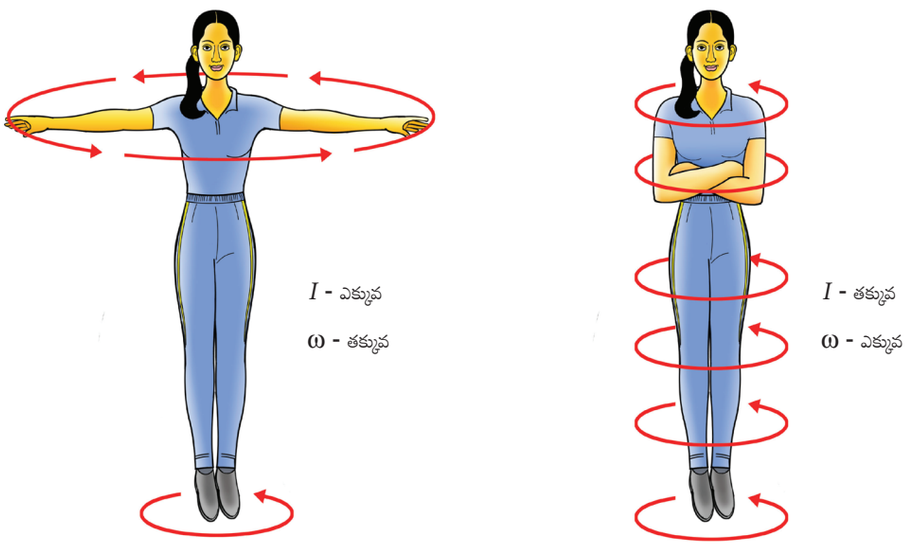
పై సమీకరణము కోణీయ ద్రవ్యవేగము స్థిరంగా వుండుటకు $I$ పెరిగిన యెడల $\omega$ తగ్గును మరియు $I$ తగ్గిన యెడల $\omega$ పెరుగును అని చెప్పవచ్చును.

కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ తత్వమును అన్వయించు అనేక సందర్భములు గలవు. పటము 5.27 లో చూపించినట్లు ఒక మంచుగడ్డపై నాట్యము చేయు నర్తకి ఒక మంచి ఉదాహరణ. నర్తకి చేతులు చాపినపుడు మెల్లగా గిరగిర తిరుగును మరియు చేతులు ముడుచుకొనునపుడు వేగంగా గిరగిర తిరుగుతుంది. చేతులు చాపుట జడత్వ భ్రామకాన్ని అధికరిస్తుంది గనుక కోణీయ దిశావేగము తగ్గి మెల్లగా తిరుగుట జరుగుతుంది. చేతులు శరీరము వద్దకు దగ్గరగా ముడుచునపుడు జడత్వ భ్రామకము తగ్గుతుంది మరియు కోణీయ దిశావేగము హెచ్చి వేగంగా గిర గిర తిరుగుతుంది.

ఒక డైవర్ పటము 5.28 లో వున్నట్లు జడత్వ భ్రామకాన్ని తగ్గించుటకు శరీరమును దగ్గరగా ముడుచుకొనును. తద్వారా యిది గాలిలో మడుపుల సంఖ్యను అధికరించుటకు వుపయోగపడుతుంది.



**పటము 5.28** ఒక డైవరు కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము




**పటము 5.27** మంచుగడ్డపై ఒక నర్తకి కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వము



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 247 11-07-2022 18:12:14

## ఉదాహరణ 5.19

ఒక హాస్యగాడు కోణీయ దిశావేగము ω తో తిరుగుచున్నటి వంటి ఒక బల్లపై చేతులు చాపినట్లు నిలుచుని వున్నాడు. అతని చేతులు దగ్గరకు ముడుచుకొనునప్పుడు జడత్వ భ్రామకము అసలు విలువ కంటే మూడవ వంతుకు తగ్గినది. అతని క్రొత్త జడత్వ భ్రామకమును కనుగొనుము. (ఇవ్వబడిన సందర్భములో తిరుగుచున్న బల్లపై ఎటువంటి బాహ్య బల యుగ్మము పనిచేయలేదు)

### సాధన

చేతులు చాపినపుడు హాస్యగాని యొక్క జడత్వ భ్రామకము I అనుకొనుము. జెస్టరు మరియు తిరుగుచున్న బల్లపై బాహ్య టార్కు లేదు గనుక అతని మొత్తము కోణీయ ద్రవ్య వేగనిత్యత్వము గావించబడినది,

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

$$I_i\,\omega_i = \frac{1}{3}I_i\,\omega_f \quad \left(\because I_f = \frac{1}{3}I_i\right)$$

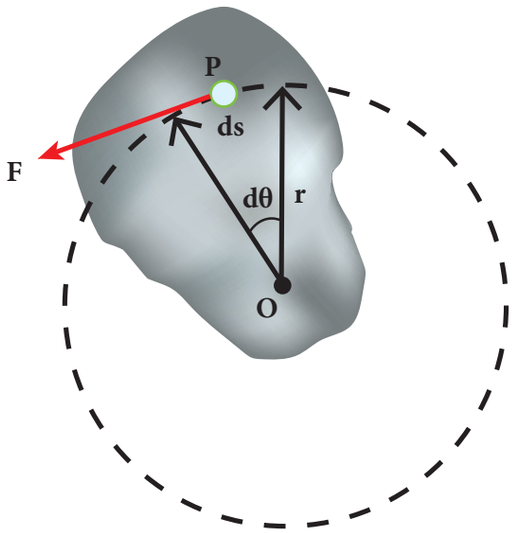
$$\omega_f = 3\omega_i$$

పై ఫలితము తుది కోణీయ దిశావేగము తొలి కోణీయ దిశావేగం కంటే మూడు రెట్లు వుంది అని తెలుపుచున్నది.

## 5.5.3 టార్కు వలన చేయబడు పని

ఒక నిర్ధిష్ట అక్షము చుట్టూ తిరుగుచున్న దృఢ వస్తువును పరిగణిద్దాం. పటము 5.29 పుట తలమునకు లంబంగా వుండు అక్షము చుట్టూ తిరుగుచున్న వస్తువుపై P అను బిందువును చూపించుచున్నది. వస్తువుపై ఒక స్పర్శ బలము F అన్వయించబడినది.

ఇది వస్తువుపైన ఒక చిన్న స్థానభ్రంశమును వుత్పత్తి చేయును. బలము వలన చేయబడు పని (dw)




**పటము 5.29** టార్కు వలన చేయబడు పని

$$dw = F\,ds$$

దూరము ds భ్రమణ కోణము dθ మరియు వ్యాసార్ధము r క్రింది సమాసము చేత సంబంధింపబడినవి.

$$ds = r\,d\theta$$

ఇప్పుడు పనికి సమాసము,

$$dw = F\,ds; \quad dw = F\,r\,d\theta$$

(Fr) అను పదము బాహ్య బల యుగ్మము వలన చేయబడు పనిని యిచ్చుచున్నది.

$$dw = \tau\,d\theta \qquad (5.51)$$

ఈ సమాసము, dθ కోణములో వుండు ఒక నిర్ధిష్ట అక్షము చుట్టూ తిరుగు వస్తువుపై పనిచేయు బాహ్యబలయుగ్మము τ వలన చేయబడు పనిని యిచ్చుచున్నది.

రేఖీయ చలనములో పనికి తగిన సమాసము,

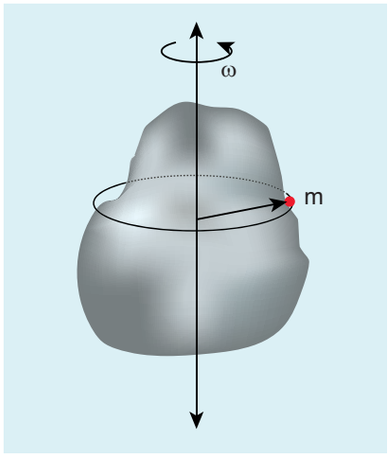
$$dw = F\,ds$$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 248 11-07-2022 18:12:15

## 5.5.4 భ్రమణములో గతిశక్తి (Kinetic Energy in Rotation)

పటము 5.30 లో చూపినట్లు ఒక అక్షము చుట్టూ ω కోణీయ దిశావేగంతో తిరుగు ఒక ధృడ వస్తువును తీసుకొందము. వస్తువులోని ప్రతి కణమూ, భ్రమణ అక్షం నుండి వాటి యొక్క స్థానాన్ని ఆధారంగా చేసుకొని ఒక కోణీయ దిశావేగము మరియు వేర్వేరు స్పర్శీయ వేగాలను పొందివుంటాయి.




**పటము 5.30** భ్రమణంలో గతిశక్తి

భ్రమణ అక్షం నుండి $r_i$ దూరము వద్ద $m_i$ ద్రవ్యరాశి గల ఒక కణమును మనం తీసికొందాం. దీని స్పర్శీయ వేగం $v_i = r_i \omega$ కణము యొక్క గతిశక్తి,

$$KE_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

కోణీయ దిశావేగంతో సమాసమును వ్రాసిన,

$$KE_i = \frac{1}{2} m_i (r_i \omega)^2 = \frac{1}{2} (m_i r_i^2) \omega^2$$

అనేక కణములతో ఏర్పడిన వస్తువు యొక్క మొత్తము గతిశక్తి,

$$KE = \frac{1}{2} \left( \sum m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

ఇచ్చట $\sum m_i r_i^2$ అనుపదము పూర్తి వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము. $I = \sum m_i r_i^2$

కాబట్టి భ్రమణ గమనంలో ధృడ వస్తువు యొక్క గతి శక్తికి సమాసము,

$$KE = \frac{1}{2} I \omega^2 \qquad (5.52)$$

ఇది రేఖీయ చలనంలో గతిశక్తి సమాసమునకు సారూప్యతయైన.

$$KE = \frac{1}{2} M v^2$$

భ్రమణ గతి శక్తి మరియు కోణీయ ద్రవ్యవేగమునకు మధ్యగల సంబంధం:
జడత్వ భ్రామకం I గల ఒక వస్తువు కోణీయ దిశావేగం ω తో చలిస్తుంది అని అనుకొందము.

ధృడ వస్తువు యొక్క కోణీయ ద్రవ్య వేగము, $L = I \omega$

ధృడ వస్తువు యొక్క భ్రమణ గతిశక్తి, $KE = \frac{1}{2} I \omega^2$

పై సమీకరణము యొక్క లవము మరియు హారమును I తో గుణించిన,

$$KE = \frac{1}{2} \frac{I^2 \omega^2}{I} = \frac{1}{2} \frac{(I\omega)^2}{I}$$

$$KE = \frac{L^2}{2I} \qquad (5.53)$$

### ఉదాహరణ 5.20

ఒక వలయము యొక్క తలమునకు లంబంగా దాని కేంద్రం గుండా పోవు ఒక అక్షము చుట్టూ తిరుగుచున్నది. దీని ద్రవ్యరాశి 9 kg మరియు వ్యాసార్ధము 3 m కలిగి 240 rpm తో తలమునకు లంబంగా కేంద్రం గుండా పోవు అక్షం చుట్టూ తిరుగుచున్నది. (rpm అనునది భ్రమణ వేగము యొక్క ప్రమాణము) ఒక ఏకాంక నిముషమునకు ఏర్పడు భ్రమణములను కనుగొనుము?



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 249 11-07-2022 18:12:17

**సాధన**

భ్రమణ గతిశక్తి $KE = \frac{1}{2} I\omega^2$ వలయము యొక్క జడత్వ భ్రామకము

వలయము యొక్క జడత్వ భ్రామకము $I = MR^2$

$$I = 9 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81\,kg\,m^2$$

వలయము యొక్క కోణీయ వేగము,

$$\omega = 240\,rpm = \frac{240 \times 2\pi}{60}\,rad\,s^{-1}$$

$$KE = \frac{1}{2} \times 81 \times \left(\frac{240 \times 2\pi}{60}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 81 \times (8\pi)^2$$

$$KE = \frac{1}{2} \times 81 \times 64 \times (\pi)^2 = 2592 \times (\pi)^2$$

$$KE \approx 25920\,J \quad \because (\pi)^2 \approx 10$$

$$KE = 25.920\,kJ$$

## 5.5.5 టార్క్ వలన పంపబడిన సామర్థ్యము (Power Delivered by Torque)

ఒక ఏకాంక కాలములో చేయబడు పనిని సామర్థ్యము అందురు. పనిని మనం అవకలనం చేసినపుడు యదేచ్ఛ సామర్థ్యము(P) లభిస్తుంది.

$$P = \frac{dw}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} \quad \because (dw = \tau d\theta)$$

$$P = \tau\omega \qquad (5.54)$$

రేఖీయ చలనంలో యధేచ్ఛ సామర్థ్య సారూప్యత ,

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

## 5.5.6 రేఖీయ చలనము మరియు కోణీయ చలనములను పోల్చుట (Comparison of Translational and Rotational Quantities)

భ్రమణ గమనంలో చాలా రాశులు రేఖీయ చలనంలోని సమాసముల వలె ఒకే విధంగా వుంటాయి. పట్టిక 5.4 లో భ్రమణ పదములు రేఖీయ తుల్యాంకములతో పోల్చబడినవి.

**పట్టిక 5.4** రేఖీయ చలనము మరియు కోణీయ చలనములను పోల్చుట

| వ.సంఖ్య | రేఖీ చలనము | నిర్ణయించబడిన అక్షం చుట్టూ భ్రమణ చలనము |
|---|---|---|
| 1 | స్థాన భ్రంశం, x | కోణీయ స్థాన భ్రంశం $\theta$ |
| 2 | కాలము, t | కాలము t |
| 3 | దిశావేగము $v = \frac{dx}{dt}$ | కోణీయ దిశావేగము $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ |
| 4 | త్వరణము $a = \frac{dv}{dt}$ | కోణీయ త్వరణము $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ |
| 5 | ద్రవ్యరాశి m | జడత్వ భ్రామకము , I |
| 6 | బలము $F = ma$ | టార్కు $\tau = I\alpha$ |
| 7 | రేఖీయ ద్రవ్యవేగము $p = mv$ | కోణీయ ద్రవ్యవేగము $L = I\omega$ |
| 8 | ప్రచోదనము $F\Delta t = \Delta p$ | కోణీయ ప్రచోదనము $\tau\Delta t = \Delta L$ |
| 9 | పని $w = F\,s$ | పని $w = \tau\,\theta$ |
| 10 | గతిశక్తి $KE = \frac{1}{2} m v^2$ | గతిశక్తి $KE = \frac{1}{2} I\omega^2$ |
| 11 | సామర్థ్యము $P = F\,v$ | సామర్థ్యము $P = \tau\omega$ |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 250 11-07-2022 18:12:20

## 5.6 రోలింగ్ చలనము (దొర్లు గమనము) (ROLLING MOTION)

మన నిజ జీవితంలో సాధారణంగా గమనిస్తున్న అంశం ఈ రోలింగ్ చలనము. ఒక చక్రము యొక్క గమనము ఈ రోలింగ్ చలనమునకు ఉదాహరణము వలయము, డిస్కు, గోళము మొదలగు గుండ్రని వస్తువులు రోలింగ్‌కు అనుకూలంగా వుంటాయి.

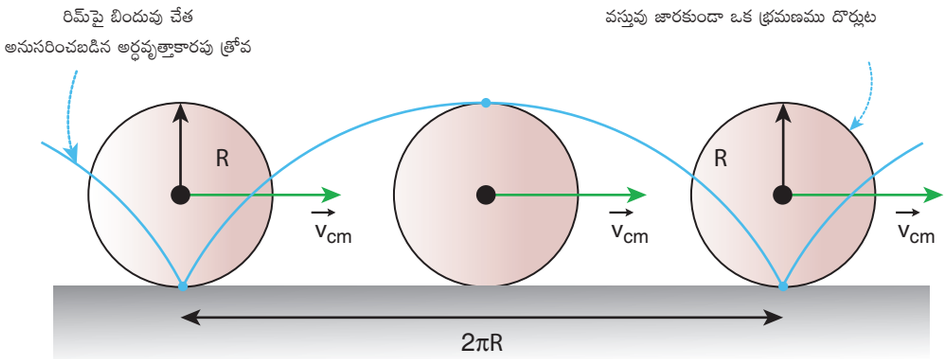
ఒక సమాంతర తలముపైన డిస్కు యొక్క రోలింగ్‌ను మనం నేర్చుకొందాం. డిస్కు శీర్షము వద్ద P అను బిందువును తీసుకొనుము. దొర్లునపుడు ఈ బిందువు ద్రవ్యరాశి కేంద్రంతో పాటు రేఖీయ చలనము మరియు భ్రమణ చలనాన్ని పొందుతుంది.

### 5.6.1 సరళ రేఖీయ మరియు భ్రమణముల కలయిక (Combination of Translation and Rotation)

రోలింగ్‌లో రేఖీయ మరియు కోణీయ చలనాలు ఎలా సంబంధం కలిగి వున్నాయో చూద్దాం. ఒక పూర్తి భ్రమణంలో దొర్లు వస్తువు యొక్క వ్యాసార్ధం R అయిన యెడల ద్రవ్యరాశి కేంద్రం $2\pi R$ స్థానభ్రంశం చెందుతుంది. ఒక పూర్తి భ్రమణంలో దొర్లు వస్తువు మాత్రం కాకుండా ఆ వస్తువులోని అన్ని కణములు స్థానభ్రంశం ($2\pi R$) చెందుచున్నవని మనం ఆమోదించాలి. ఒకే ఒక తేడా ఏమిటంటే ద్రవ్యరాశి కేంద్రం సరళ పథాన్ని తీసుకుంటుంది కాని మిగిలిన అన్ని బిందువులు సరళ రేఖీయ మరియు భ్రమణ గమన కలయికలను పొందుతాయి. ప్రత్యేకంగా శీర్షంపై బిందువు P (సైక్లాయిడ్) అర్ధచంద్రాకారపు త్రోవను ఏర్పరుస్తుంది. (పటము 5.31 లో చూపబడినది).



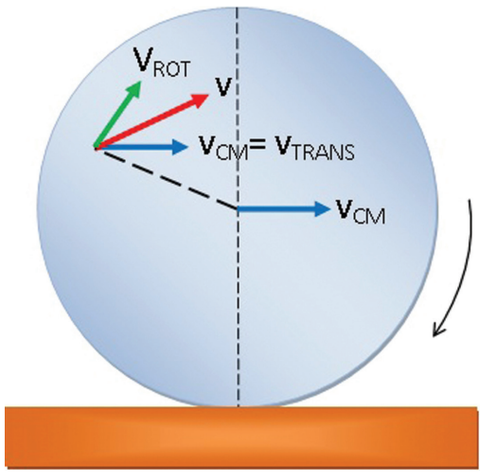

ద్రవ్యరాశి కేంద్రము సరళ రేఖా పథాన్ని పొందుతుంది గనుక దీని దిశావేగము $v_{CM}$ మాత్రము $v_{TRANS}$ ($v_{CM} = v_{TRANS}$) మిగిలిన అన్ని బిందువులకు రెండు దిశావేగములు కలవు. ఒక రేఖీయ దిశావేగము $v_{TRANS}$ మరియొకటి భ్రమణ దిశావేగము $v_{ROT}$ ($v_{ROT} = r\omega$) ఇక్కడ r అనునది ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నుండి బిందువు యొక్క దూరము మరియు $\omega$ కోణీయ దిశావేగము. పటము 5.32 (a) లో చూపించినట్లు భ్రమణ దిశావేగము $v_{ROT}$ ద్రవ్యరాశి కేంద్రం నుండి యధేచ్ఛాస్థాన వెక్టరుకు లంబంగా వుంటుంది. ఈ రెండు దిశావేగముల ఫలితము v ఈ ఫలిత దిశావేగము దొర్లు వస్తువు యొక్క స్పర్శ బిందువు నుండి స్థాన వెక్టరు పటము 5.32 (b) లో చూపినట్లు తలమునకు లంబంగా వుంటుంది.



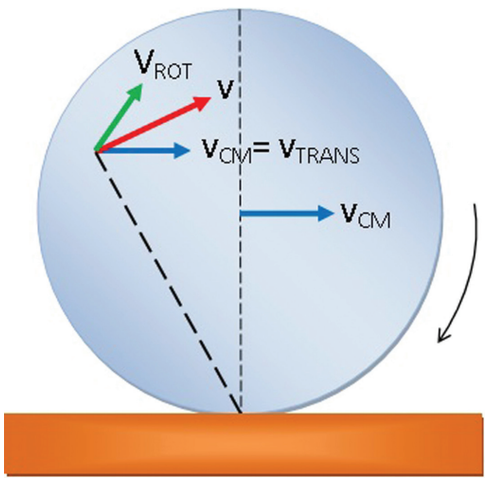

**పటము 5.31** దొర్లుట అనునది రేఖీయ చలనము మరియు భ్రమణ చలనముల కలయిక



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 251 11-07-2022 18:12:20




(అ) ద్రవ్యరాశి కేంద్రపరంగా




(ఆ) స్పర్శ బిందువు పరంగా

**పటము 5.32** ఒక బిందువు వద్ద ఫలిత దిశావేగము

ఇప్పుడు మనం స్పర్శ బిందువుకు ప్రాముఖ్యత యిద్దాం. శుద్ధ రోలింగ్‌లో దొర్లు వస్తువు యొక్క తలమునకు లంబంగా వుండు బిందువు క్షణిక విరామంలో వుంటుంది. దొర్లుట సాగేటప్పుడు శీర్షము పైన అన్ని బిందువులు ఒకదాని వెనుక ఒకటి తలంతో స్పర్శిస్తాయి. స్పర్శించేటపుడు క్షణిక విరామంలో వుండి తర్వాతా సైక్లాయిడ్ త్రోవను పొందుతాయి.

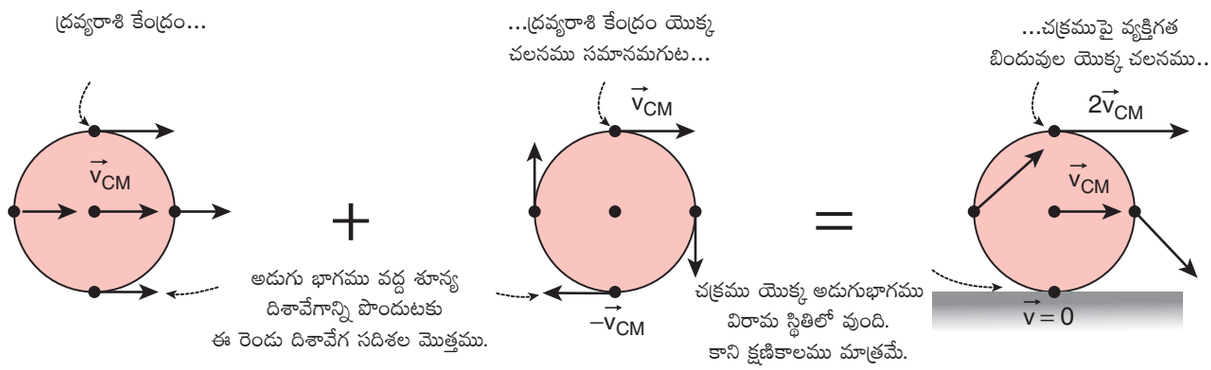
కాబట్టి శుద్ధ రోలింగ్‌ను రెండు విధాలుగా మనం పరిగణిద్దాం.

(i) ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చుట్టూ రేఖీయ మరియు భ్రమణ చలనముల కలయిక

(లేదా)

(ii) స్పర్శ బిందువు చుట్టూ క్షణిక భ్రమణ గమనము.

శుద్ధ రోలింగ్‌లో స్పర్శా బిందువు క్షణిక విరామంలో వుంటుంది గనుక దాని ఫలిత దిశావేగం v సున్న ($v = 0$) ఉదా: పటము 5.33 స్పర్శ బిందువు వద్ద $v_{TRANS}$ పురోగమనాత్మకము మరియు $v_{ROT}$ తిరోగమనాత్మకము $v_{TRANS}$ మరియు $v_{ROT}$ పరిమాణములో సమానముగా వుండి మరియు




**పటము 5.33** శుద్ధ రోలింగ్‌లో స్పర్శా బిందువు విరామ స్థితిలో వుండుట.



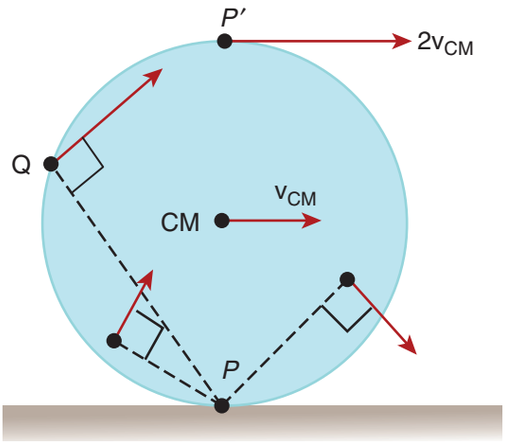
11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 252 11-07-2022 18:12:21

వ్యతిరేఖ దిశలో వుండును. ($v = v_{TRANS} - v_{ROT} = 0$) కావున శుద్ధ రోలింగ్‌లో శీర్షముపైన అన్ని బిందువులకు $v_{TRANS}$ మరియు $v_{ROT}$ ల పరిమాణము సమానమని నిర్ధారణ చేయవచ్చు ($v_{TRANS} = v_{ROT}$). $v_{TRANS} = v_{CM}$ మరియు $v_{ROT} = R\omega$, శుద్ధ రోలింగ్‌లో

$$v_{CM} = R\,\omega \qquad (5.55)$$

సమీకరణము 5.55 యొక్క ప్రత్యేక లక్షణమును మనం గుర్తించుకోవాలి. భ్రమణ గమనంలో, $v = r\omega$ అను సంబంధము ప్రకారము r సున్న గనుక మధ్యబిందువు ఎటువంటి దిశావేగమునూ కలిగి వుండదు. కాని దొర్లు చలనంలో, కేంద్రబిందువు $v_{CM}$ దిశావేగాన్ని కలిగి వుంటుందని సమీకరణము 5.55 సలహా యిస్తుంది.

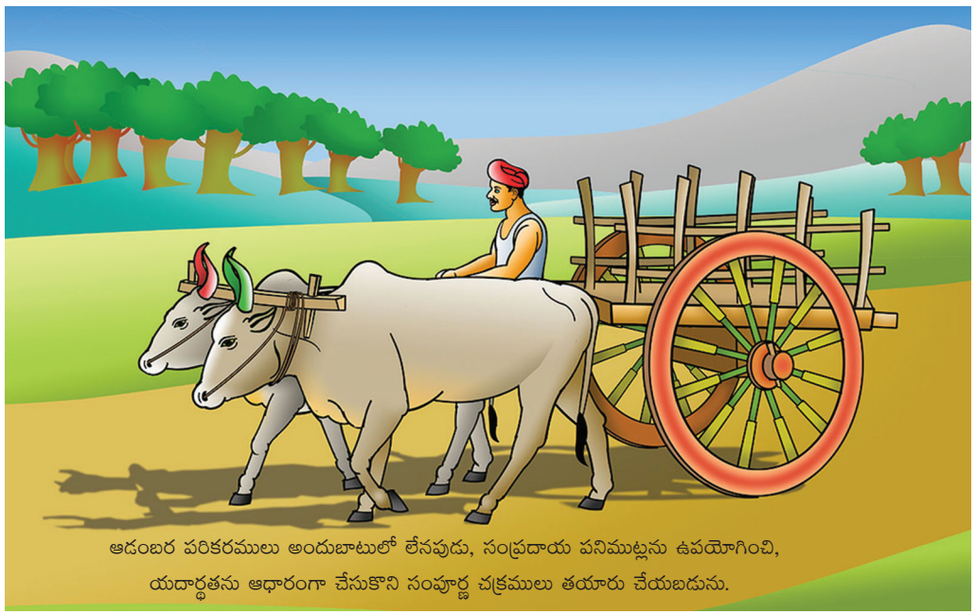
అత్యున్నత బిందువునకు రెండు దిశావేగాలు $v_{TRANS}$ మరియు $v_{ROT}$ పరిమాణములో సమానముగానూ ఒకే దిశలోనూ వుండును (కుడివైపునకు) కాబట్టి ఈ రెండు దిశావేగముల మొత్తము ఫలిత దిశావేగము $v = v_{TRANS} + v_{ROT}$ అగును. మరొక రూపంలో, పటము 5.34లో చూపినట్లు $v = 2\,v_{CM}$ .




**పటము 5.34** శుద్ధ రోలింగ్‌లో వివిధ బిందువుల యొక్క దిశావేగము

## 5.6.2 స్లిప్పింగ్ మరియు స్లైడింగ్ (Slipping and Sliding)

గుండ్రని వస్తువులు చలించేటప్పుడు ఇది ఘర్షణ గుణకము సున్న కంటె ఎక్కువగా వున్న తలముపైన దొర్లుటకు ప్రయత్నించును. ($\mu > 0$) దొర్లు చలనమును ఏర్పరుచు ఘర్షణను దొర్లు ఘర్షణ (rolling friction) అందురు. శుద్ధ రోలింగ్‌లో తలంతో స్పర్శించే బిందువు యొక్క సాపేక్ష చలనము వుండదు. దొర్లు వస్తువు వేగం పెరిగేటపుడు లేదా


ఆడంబర పరికరములు అందుబాటులో లేనపుడు, సంప్రదాయ పనిముట్లను ఉపయోగించి,
యదార్థతను ఆధారంగా చేసుకొని సంపూర్ణ చక్రములు తయారు చేయబడును.

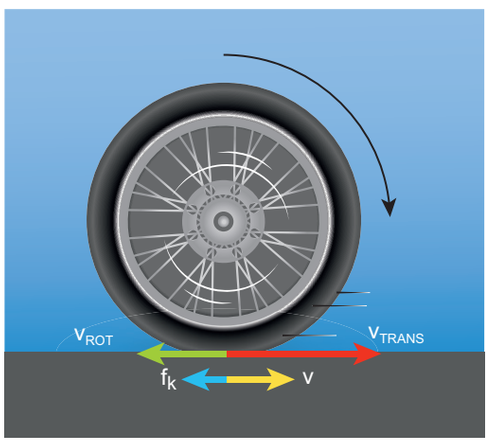


11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 253 11-07-2022 18:12:21

తగ్గేటప్పుడు ఇది క్రమముగా త్వరణము లేదా అపత్వరణము చెందాలి. ఇది వెంటనే జరిగిన యెడల వస్తువును స్లిప్పింగా గాని స్లైడింగ్ గాని చేస్తుంది.

స్లైడింగ్:

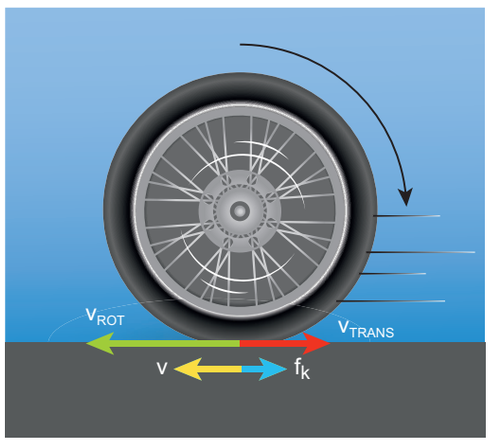
$v_{CM} > R\omega$ లేదా (or $v_{TRANS} > v_{ROT}$) గా వున్నపుడు స్లైడింగ్ జరుగుతుంది. భ్రమణము కంటే రేఖీయ చలనము అధికంగా వుంటుంది. చలించే వాహనాల్లో సడన్ బ్రేకు వేసినపుడుగాని, బురద రోడ్లపై వాహనము వెళ్ళేటపుడుగాని ఈ చలనము జరుగుతుంది. ఈ ఘటనలో $v_{TRANS}$ యొక్క స్పర్శ బిందువు $v_{ROT}$ కంటె అధికంగా వుంటుంది. కాబట్టి పటము 5.35 లో చూపినట్లు ఫలిత దిశావేగము పురోగామి దిశలో వుంటుంది. సాపేక్ష గమనమును గతిజ ఘర్షణ బలము ($f_k$) వ్యతిరేకిస్తుంది. కాబట్టి ఇది సాపేక్ష దిశావేగమునకు వ్యతిరేఖ దిశలో పనిచేస్తుంది. ఈ ఘర్షణ బలము రేఖీయ దిశావేగాన్ని తగ్గించి భ్రమణ దిశావేగాన్ని పెంచుతుంది. స్లైడింగ్‌ను పురోగామి స్లిప్పింగ్ అని కూడా చెప్పవచ్చును.




**పటము 5.35** స్లైడింగు

స్లిప్పింగు ***(Slipping)***

$v_{CM} < R\omega$ లేదా ($v_{TRANS} < v_{ROT}$) గా వున్నప్పుడు స్లిప్పింగ్ జరుగుతుంది. రేఖీయ చలనము కంటె భ్రమణము అధికంగా వుంటుంది. మనం ఉన్నట్టుండి వాహనాన్ని నడుపుటకు ప్రారంభించినపుడు లేదా వాహనము బురదలో యిరుక్కు పోయినపుడు ఇది జరుగుతుంది. ఈ ఘటనలో స్పర్శ బిందువు $v_{TRANS}$ కంటె $v_{ROT}$ అధికంగా వుండును. పటము 5.36 లో చూపినట్లు ఫలిత దిశావేగము వెనుక దిశలో వుండును. గతి ఘర్షణ బలము ($f_k$) సాపేక్ష చలనాన్ని వ్యతిరేఖిస్తుంది. కాబట్టి సాపేక్ష దిశావేగానికి వ్యతిరేఖ దిశలో యిది పనిచేస్తుంది. ఈ ఘర్షణ బలము $v_{ROT}$ ను తగ్గించి $v_{TRANS}$ అధికరిస్తుంది.




**పటము 5.36** స్లిప్పింగ్

NGF7T

**ఉదాహరణ 5.21**

ఒక దొర్లు చక్రపు ద్రవ్యరాశి కేంద్రము యొక్క దిశావేగము 5 $m\,s^{-1}$ దాని వ్యాసార్ధము 1.5 m మరియు కోణీయ దిశావేగము 3 $rad\,s^{-1}$ అయిన ఇది శుద్ధ రోలింగ్‌లో వున్నదా లేదా అని తనికీ చేయుము.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 254 11-07-2022 18:12:21

**సాధన**

రేఖీయ దిశావేగము ($v_{TRANS}$) లేదా $v_{CM} = 5\ m\ s^{-1}$

వ్యాసార్ధము $R = 1.5\ m$ మరియు కోణీయ దిశావేగము, $\omega = 3\ rad\ s^{-1}$

భ్రమణ దిశావేగము, $v_{ROT} = R\omega$

$$v_{ROT} = 1.5 \times 3$$

$$v_{ROT} = 4.5\ m\ s^{-1}$$

As $v_{CM} > R\omega$ (లేదా) $v_{TRANS} > R\omega$, గనుక ఇది శుద్ధ రోలింగ్‌లో లేదు కాని స్లైడింగు లో వుంది.

## 5.6.3 శుద్ధ రోలింగ్‌లో గతిజ శక్తి (Kinetic Energy in Pure Rolling)

సాధారణంగా శుద్ధ రోలింగ్ అనునది రేఖీయ మరియు భ్రమణ చలనముల కలయిక గనుక మనం మొత్తము గతిశక్తిని (KE) రేఖీయ చలనము వలన గతిశక్తి ($KE_{TRANS}$) మరియు భ్రమణ చలన గతిశక్తి ($KE_{ROT}$) ల మొత్తముగా వ్రాయుదుము.

$$KE = KE_{TRANS} + KE_{ROT} \qquad (5.56)$$

దొర్లు వస్తువు యొక్క ద్రవ్యరాశి M ద్రవ్యరాశి కేంద్ర దిశావేగము $v_{CM}$ దాని జడత్వ భ్రామకము $I_{CM}$ మరియు కోణీయ దిశావేగము $\omega$ అయిన

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \qquad (5.57)$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రము సూచనగా:
ద్రవ్యరాశి కేంద్రము చుట్టూ ఒక దొర్లు వస్తువు యొక్క జడత్వ భ్రామకము ($I_{CM}$) $I_{CM} = MK^2$ మరియు $v_{CM} = R\omega$ ఇక్కడ K అనునది భ్రమణ వ్యాసార్ధము

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}\left(MK^2\right)\frac{v_{CM}^2}{R^2}$$

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(\frac{K^2}{R^2}\right) \qquad (5.58)$$

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) \qquad (5.59)$$

స్పర్శ బిందువు సూచనతో:

స్పర్శ బిందువును ఆధారంగా చేసుకొని, క్షణిక భ్రమణాన్ని తీసుకొని పై సమాసమును మనం ఇలా కూడా వ్రాయవచ్చును. స్పర్శ బిందువు O గా తీసుకొనిన

$$KE = \frac{1}{2}I_o\omega^2$$

ఇక్కడ $I_o$ స్పర్శ బిందువు చుట్టూ వస్తువు జడత్వ భ్రామకము సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతము ప్రకారము $I_o = I_{CM} + MR^2$ మరింతగా $I_o = MK^2 + MR^2$

$v_{CM} = R\omega$ లేదా $\omega = \frac{v_{CM}}{R}$

$$KE = \frac{1}{2}\left(MK^2 + MR^2\right)\frac{v_{CM}^2}{R^2}$$

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) \qquad (5.60)$$

5.59 మరియు 5.60 అను రెండు సమీకరణములు సమానము కాబట్టి శుద్ధ రోలింగ్ సమస్యలు ఈ క్రింది రెండు ఘటనల ద్వారా పరిష్కరించవచ్చునని మనము నిర్ధారణ చేయవచ్చును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 255 11-07-2022 18:12:24

(i) ద్రవ్యరాశి కేంద్రం చుట్టూ రేఖీయ చలనము మరియు భ్రమణ చలనముల కలయిక (లేదా)

(ii) స్పర్శ బిందువు చుట్టూ క్షణిక భ్రమణ గమనము

**ఉదాహరణ 5.22**

ఒక ఘన గోళము శుద్ధ రోలింగ్‌లో వున్నది. రేఖీయ గతిశక్తి మరియు భ్రమణ గతిశక్తుల మధ్య గల నిష్పత్తి ఎంత?

**సాధన**

శుద్ధ రోలింగ్‌లో మొత్తము గతిశక్తికి సమాసము,

$$KE = KE_{TRANS} + KE_{ROT}$$

సమీకరణము 5.58 మరియు 5.59 ప్రకారము ఏదైనా వస్తువు యొక్క గతిశక్తికి సమాసము,

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)$$

అప్పుడు,

$$\frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

పై సమీకరణము శుద్ధ రోలింగ్‌లో మొత్తం గతిశక్తి రేఖీయ గతిశక్తి మరియు భ్రమణ గతిశక్తిల నిష్పత్తి ఇలా యిస్తుంది,

$$KE : KE_{TRANS} : KE_{ROT} :: \left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) : 1 : \left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

ఇప్పుడు, $KE_{TRANS} : KE_{ROT} :: 1 : \left(\frac{K^2}{R^2}\right)$

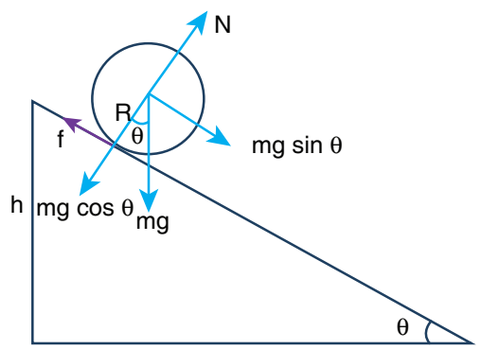
ఒక ఘన గోళమునకు, $\frac{K^2}{R^2} = \frac{2}{5}$

$KE_{TRANS} : KE_{ROT} :: 1 : \frac{2}{5}$ లేదా

$$KE_{TRANS} : KE_{ROT} :: 5 : 2$$

## 5.6.4 ఏటవాలు తలము పైన రోలింగ్ (Rolling on Inclined Plane)

ద్రవ్యరాశి m మరియు వ్యాసార్ధము R గల ఒక గుండ్రని వస్తువు పటము 5.37 చూపినట్లు స్లిప్పింగ్ లేకుండా ఒక ఏటవాలు తలముపై దొర్లుచున్నదని అనుకొందము. ఏటవాలు తలం వైపు వస్తువుపై రెండు బలాలు పనిచేయుచున్నవి. ఒకటి గురుత్వబలం యొక్క అంశము ($mg \sin\theta$) మరొకటి స్థిర ఘర్షణ బలము (f) గురుత్వ బలము యొక్క మరొక అంశము ($mg \cos\theta$) తలము చేత యివ్వబడిన లంబ బలము (N) చేత కొట్టివేయబడును. ఏటవాలు వైపు చలనము జరుగుతుంది కాబట్టి వస్తువు యొక్క స్వేచ్ఛా వస్తువు చిత్రము (*FBD*) నుండి చలనమునకు సమీకరణము వ్రాయవచ్చును.




**పటము 5.37** ఏటవాలు తలముపై రోలింగ్



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 256 11-07-2022 18:12:26

రేఖీయ చలనమునకు $mg\sin\theta$ మద్దతునిచ్చు బలము మరియు f వ్యతిరేఖించు బలము,

$$mg\sin\theta - f = ma \qquad (5.61)$$

భ్రమణ గమనమునకు వస్తువు యొక్క కేంద్రాన్ని ఆధారంగా టార్క్‌ని తీసుకొందాం.

$$Rf = I\alpha$$

$a = r\,\alpha$ మరియు జడత్వ భ్రామకం $I = mK^2$ సంబంధాన్ని వుపయోగించి,

$$Rf = mK^2\frac{a}{R};\quad f = ma\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

ఇప్పుడు (5.61) సమీకరణము నుండి,

$$mg\sin\theta - ma\left(\frac{K^2}{R^2}\right) = ma$$

$$mg\sin\theta = ma + ma\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

$$a\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) = g\sin\theta$$

త్వరణమును పొందుటకు,

$$a = \frac{g\sin\theta}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)} \qquad (5.62)$$

ఏటవాలు తలమునకు మూడవ చలన సమీకరణము నుపయోగించి దొర్లు వస్తువు యొక్క తుది దిశావేగమునకు సమాసం కూడా మనం వ్రాయవచ్చును. $v^2 = u^2 + 2as$ వస్తువు విరామం నుండి దొర్లునపుడు $u = 0$ ఏటవాలు ఎత్తు h అయిన ఏటవాలు పొడవు, $s = \frac{h}{\sin\theta}$

$$v^2 = 2\frac{g\sin\theta}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}\left(\frac{h}{\sin\theta}\right) = \frac{2gh}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}$$

వర్గమూలమును తీసుకొనుట ద్వారా,

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}} \qquad (5.63)$$

మొదటి చలన సమీకరణము నుపయోగించి వస్తువు క్రిందికి దొర్లుటకు పట్టు కాలము $v = u + at$ $u = 0$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$t = \left(\sqrt{\frac{2gh}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}}\right)\left(\frac{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}{g\sin\theta}\right)$$

$$t = \sqrt{\frac{2h\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}{g\sin^2\theta}} \qquad (5.64)$$

పై సమీకరణము

ఇవ్వబడిన ఏటవాలునకు భ్రమణ వ్యాసార్ధము K విలువ తక్కువగా వుండు వస్తువులు మొదట ఏటవాలు అడుగు భాగమును తాకును అని తెలుపుచున్నది.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 257 11-07-2022 18:12:29

## ఉదాహరణ 5.23

R వ్యాసార్ధము గలిగిన నాలుగు గుండ్రని వస్తువులు ఒక వలయము ఒక పళ్ళెము, ఒక బోలు గోళము మరియు ఒక ఘన గోళము ఒక ఏటవాలు తలముపై ఒకే సమయమున దొర్లుటకు ప్రారంభించినవి. ఏ వస్తువు మొట్టమొదట ఏటవాలు అడుగు భాగమునకు క్రిందికి దొర్లునో కనుగొనుము.

**సాధన:**

పై నాలుగు వస్తువులకు రింగు, డిస్కు, బోలు గోళము మరియు ఘన గోళముల భ్రమణ వ్యాసార్ధములు R, $\sqrt{\frac{1}{2}}R$, $\sqrt{\frac{2}{3}}R$, $\sqrt{\frac{2}{5}}R$ సంఖ్యాపరమైన విలువలతో భ్రమణ వ్యాసార్ధము K విలువలు క్రమముగా 1R, 0.707R, 0.816R, 0.632R దొర్లుటకు పట్టు కాలమునకు సమాసము 5.63 ప్రకారము

$$t = \sqrt{\frac{2h\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}{g\sin^2\theta}}$$

భ్రమణ వ్యాసార్ధము K విలువ అతి తక్కువగా వున్న వస్తువు తొందరగా దొర్లి మొట్టమొదట ఏటవాలు అడుగు భాగాన్ని తాకుతుంది. అడుగు భాగాన్ని తాకు వస్తువుల వరుస క్రమము మొదట ఘన గోళము, రెండవదిగా డిస్కు, మూడవదిగా బోలు గోళము మరియు చివరగా వలయము.



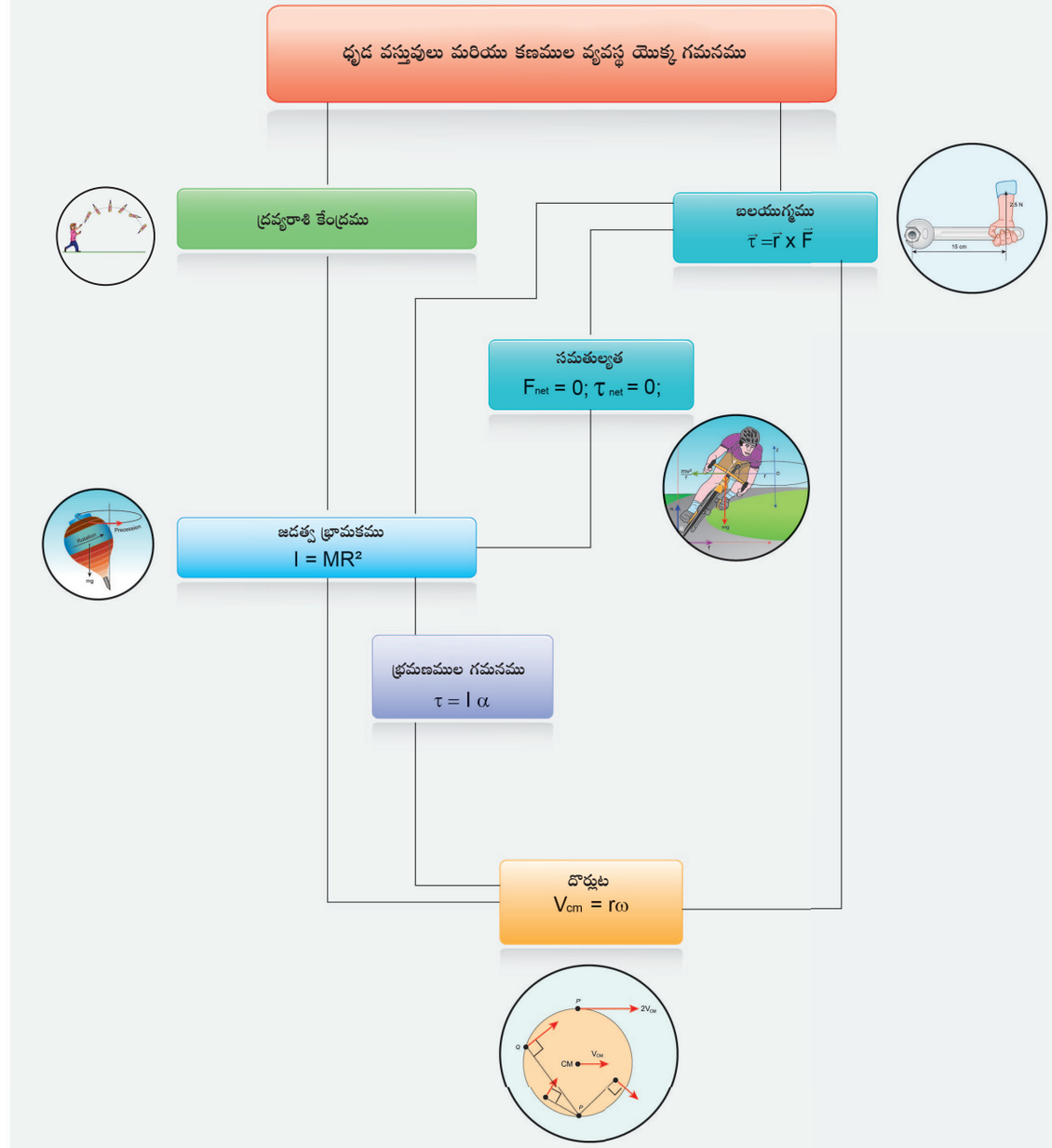

## సారాంశము

- వేర్వేరు కణముల మధ్య దూరము స్థిరంగా వుండు వస్తువును ధృడ వస్తువు అంటారు.
- ఏకరీతి ద్రవ్యరాశి వ్యాప్తి గల క్రమాకారపు వస్తువులకు ద్రవ్యరాశి కేంద్రము ఎల్లప్పుడూ జ్యామితీయ కేంద్రము వద్ద వుండును.
- ధృడ వస్తువులో నికర బలము మలుపు చలనాన్ని ఉత్పత్తి చేస్తుంది.
- ఒక ధృడ వస్తువులో మొత్తము బాహ్య బలం సున్నా అయినపుడు అది రేఖా సమతుల్యతలో వుండును. బాహ్య టార్కు సున్న అయినపుడు ఆ వస్తువు భ్రమణ సమతుల్యతలో వుండును.
- ఏ బిందువు వద్దయితే మొత్తము గురుత్వ టార్కు సున్న అవుతుందో వస్తువు యొక్క ఆ బిందువును గరిమనాభి అందురు.
- వస్తువుపై పనిచేయు బాహ్య టార్కు సున్న అయినపుడు భ్రమణ అక్షము వైపు కోణీయ ద్రవ్యవేగ అంశము స్థిరంగా వుండును.
- అన్ని రేఖీయ రాశులకు భ్రమణ తుల్యాంకములుండును.
- రేఖీయ మరియు భ్రమణ చలనముల కలయికను రోలింగ్ చలనము అందురు.
- స్పర్శ బిందువు చుట్టూ క్షణిక భ్రమణమును కూడా రోలింగ్‌గా పరిగణించవచ్చును.
- శుద్ధ రోలింగ్‌లో రేఖీయ మరియు భ్రమణ గతిశక్తుల మొత్తమును మొత్తము గతిశక్తిగా తీసుకొనబడును.
- స్లైడింగ్‌లో భ్రమణ చలనము కంటే రేఖీయ చలనము అధికంగా వుండును.
- స్లిప్పింగ్‌లో రేఖీయ చలనము కంటే భ్రమణ చలనము అధికంగా వుండును.



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 258 11-07-2022 18:12:29

# భావనా చిత్రము






11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 259 11-07-2022 18:12:30

## మూల్యాంకనము

HSQ75

### I. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

**1.** కణముల వ్యవస్థ యొక్క ద్రవ్యరాశి కేంద్రము క్రింది దానిపై ఆధారపడియుండదు.

(అ) కణముల యొక్క స్థానం

(ఆ) కణముల మధ్య సాపేక్ష దూరము

(ఇ)కణముల ద్రవ్యరాశులు

(ఈ) కణములపై పనిచేయు బలము

[AIPMT 1997, AIEEE 2004]

**2.** ఒక _____ యుగ్మంను ఏర్పరచును,

(అ) శుద్ధ భ్రమణము

(ఆ) శుద్ధ పరివర్తనము

(ఇ) భ్రమణము మరియు పరివర్తనము

(ఈ) చలనము లేదు

[AIPMT 1997]

**3.** ఒక కణము ధనాత్మక అక్షమునకు సమాంతరంగా వుండు రేఖ వైపు స్థిరమైన వేగంతో చలించుచున్నది. మూల స్థానంతో పోల్చినపుడు కోణీయ ద్రవ్యవేగము యొక్క పరిమాణము

(అ) సున్న

(ఆ) x తో అధికరిస్తుంది

(ఇ) x తో పాటు తగ్గుతుంది

(ఈ) స్థిరంగా ఉంటుంది

[IIT 2002]

**4.** ఒక త్రాడు 3 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి మరియు 40 సెం.మీ వ్యాసార్ధము కలిగిన ఒక బోళైన స్థూపము చుట్టూ చుట్టబడినది. ఆ త్రాడు 30 N బలంతో లాగినపుడు స్థూపము యొక్క కోణీయ త్వరణము ఎంత?

(అ) 0.25 rad $s^{-2}$ (ఆ) 25 rad $s^{-2}$

(ఇ)5 m $s^{-2}$ (ఈ) 25 m $s^{-2}$.

[NEET 2017]

**5.** మూసియుంచినన ఒక స్థూపాకారపు పాత్ర పాక్షికముగా నీటితో నింపబడినది, ఆ పాత్ర ఒక లంబ సమద్విఖండన రేఖ చుట్టూ ఒక స్థితిజ సమాంతర తలములో భ్రమణము చెందునపుడు, దాని జడత్వ భ్రామకము

(అ) పెరుగును (ఆ) తగ్గును

(ఇ) స్థిరంగా వుండును

(ఈ) భ్రమణ దిశపై ఆధారపడియుండును

[IIT 1998]

**6.** ఒక కఠిన వస్తువు కోణీయ ద్రవ్యవేగము L తో భ్రమించుచున్నది. దాని గతిజశక్తి సగముగా తగ్గించిన యెడల కోణీయ ద్రవ్యవేగము

(అ) L (ఆ) L/2

(ఇ)**2L** (ఈ) $L/\sqrt{2}$

[AFMC 1998, AIPMT 2015]

**7.** ఒక కణము ఏకరీతి వృత్తాకార చలనములో వున్నది. దానిలో అప్పుడు కోణీయ ద్రవ్యవేగము దేని ఆధారంగా మార్పు చెందదు.

(అ) వృత్త కేంద్ర బిందువు

(ఆ) వృత్తము యొక్క పరిధిపైని బిందువు

(ఇ) వృత్తము లోపల ఏదేని బిందువు

(ఈ) వృత్తము వెలుపల ఏదేని బిందువు

[IIT 2003]

**8.** ఒక ద్రవ్యరాశి ఒక నిర్ణీత బిందువు చుట్టూ ఒక తలములో తిరిగుచున్నప్పుడు దాని కోణీయ ద్రవ్యవేగము యొక్క దిశ ఏ వైపుండును?

(అ) భ్రమణ తలమునకు లంబంగా వుండు గీత

(ఆ) భ్రమణ తలమునకు 45° ల కోణంలో వుండు గీత

(ఇ) వ్యాసార్ధము

(ఈ) పథమునకు స్పర్శ రేఖ

[AIPMT 2012]

**9.** ఒకే జడత్వ భ్రామకము గల రెండు పళ్ళెములు వాటి తలములకు లంబముగా మరియు కేంద్రము ద్వారా వెళ్ళు అక్షము చుట్టూ $\omega_1$ మరియు $\omega_2$ కోణీయ



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 260 11-07-2022 18:12:30

దిశావేగముతో భ్రమించుచున్నవి. అవి భ్రమణ అక్షముతో ఏకీభవించునట్లు ఒకదానికొకటి మూఖాముఖిగా బిగించబడినది. ఈ ప్రక్రియలో శక్తి నష్టమునకు సమాసము

(అ) $\frac{1}{4}I(\omega_1-\omega_2)^2$ (ఆ) $I(\omega_1-\omega_2)^2$

(ఇ) $\frac{1}{8}I(\omega_1-\omega_2)^2$ (ఈ) $\frac{1}{2}I(\omega_1-\omega_2)^2$

[NEET 2017]

**10.** జడత్వ భ్రామకము గల ఒక పళ్ళెము ఒక క్షితిజ సమాంతర తలములో దాని అక్షము చుట్టూ స్థిరమైన కోణీయ వేగము $I_a$ తో తిరుగుచున్నది. ఆరంభ స్థితిలో విరామంలో లేనటువంటి జడత్వ భ్రామకము $I_b$ కలిగిన పళ్ళెము అదే అక్షంలో తిరుగుచున్న పళ్ళెంపై పడవేయబడినది, ఇప్పుడు రెండు పళ్ళెములు ఒకే స్థిరమైన కోణీయ వేగంలో భ్రమిస్తున్నవి. ఈ ప్రక్రియలో ఘర్షణ వలన గతిజ శక్తిలోని నష్టము.

(అ) $\frac{1}{2}\frac{I_b^2}{(I_a+I_b)}\omega^2$

(ఆ) $\frac{I_b^2}{(I_a+I_b)}\omega^2$

(ఇ) $\frac{(I_b-I_a)^2}{(I_a+I_b)}\omega^2$

(ఈ) $\frac{1}{2}\frac{I_bI_b}{(I_a+I_b)}\omega^2$ [AIPMT 2001]

**11.** ఒక ఘన గోళము ( ద్రవ్యరాశి m మరియు వ్యాసార్ధము R) θ కోణములో ఒక వాలు తలముపై క్రింది వైపుకు జారకుండా దొర్లునపుడు మరియు దొర్లకుండా జారునపుడు దాని త్వరణముల యొక్క నిష్పత్తి

(అ) 5:7 (ఆ)2:3 (ఇ)2:5 (ఈ) 7:5

[AIPMT 2014]

**12.** R వ్యాసార్ధము మరియు M ద్రవ్యరాశి గల ఒక పళ్ళెము నుండి కేంద్రం గుండా పోవు రిమ్ R వ్యాసము గల వృత్తాకారపు రంధ్రమును చేసి కోసి తీయబడినది. దాని గుండా పోవు లంబ అక్షము చుట్టూ డిస్కు యొక్క మిగిలిన భాగము యొక్క జడత్వ భ్రామకము

(అ) $15MR^2/32$ (ఆ) $13MR^2/32$

(ఇ)$11MR^2/32$ (ఈ) $9MR^2/32$

[NEET 2016]

**13.** h ఎత్తు గల ఒక ఏటవాలు తలముపై విరామస్థితి నుండి జారకుండా దొర్లునటువంటి ఒక ఘన గోళము యొక్క వేగము,

(అ) $\sqrt{\frac{4}{3}gh}$ (ఆ) $\sqrt{\frac{10}{7}gh}$

(ఇ) $\sqrt{2gh}$ (ఈ) $\sqrt{\frac{1}{2}gh}$

**14.** ఒక క్షితిజ సమాంతర తలముపై దొర్లునటువంటి ఒక చక్రము యొక్క కేంద్రము వేగము $v_o$ కేంద్ర స్థాయిలో రిమ్ పై ఒక బిందువు చలించున్న వేగము

(అ) zero (ఆ) $v_o$

(ఇ) $\sqrt{2}\,v_o$ (ఈ) $2v_o$

[PMT 1992, PMT 2003, IIT 2004]

**15.** ద్రవ్యరాశి M మరియు వ్యాసార్ధము R కలిగిన ఒక గుండ్రని వస్తువు జారుడు లేకుండా ఒక ఏటవాలు తలంపై దొర్లుచున్నది. ఘర్షణ బలము

(అ) ఉష్ణ రూపంలో గతి శక్తిని వెలువరుచును

(ఆ) భ్రమణ గమనాన్ని తగ్గించును

(ఇ) భ్రమణ మరియు రేఖీయ చలనాన్ని తగ్గించును

(ఈ) సరళ రేఖ శక్తిని భ్రమణ శక్తిగా మార్చును. [PMT 2005]

**జవాబులు:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) ఈ | 2) అ | 3) ఈ | 4) ఆ |
| 5) అ | 6) ఈ | 7) అ | 8) అ |
| 9) అ | 10) ఈ | 11) అ | 12) ఆ |
| 13) ఆ | 14) ఇ | 15) ఈ | |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 261 11-07-2022 18:12:33

## II. క్లుప్తముగా జవాబులిమ్ము

1. ద్రవ్యరాశి కేంద్రమును నిర్వచింపుము
2. ఇవ్వబడిన జ్యామితీయ నిర్మాణములకు ద్రవ్యరాశి కేంద్రమును కనుగొనుము

   a) సమబాహు త్రిభుజము

   b) స్థూపము c) చతురస్రము
3. బలయుగ్మమును నిర్వచించి, దాని ప్రమాణమును పేర్కొనుము
4. బలయుగ్మమును ఉత్పత్తి చేయకుండా ఉండు బలమునకు నిబంధనలేవి?
5. మన నిత్య జీవితంలో బలయుగ్మమునకు ఏవేని రెండు ఉదాహరణలిమ్ము.
6. బలయుగ్మము మరియు కోణీయ ద్రవ్య వేగమునకు మధ్య గల సంబంధమేమి?
7. సమతాస్థితి అనగానేమి?
8. స్థిర సమతాస్థితి మరియు అస్థిర సమతాస్థితులను నీవు ఎట్లు వేరు పరుచుదువ?
9. బలయుగ్మమును నిర్వచింపుము.
10. భ్రామక తత్వమును తెలుపుము.
11. గరిమనాభిని నిర్వచింపుము.
12. జడత్వ భ్రామకము యొక్క ఏవేని రెండు భౌతిక ప్రాముఖ్యతలను పేర్కొనుము.
13. భ్రమణ వ్యాసార్ధమనగానేమి?
14. కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమమును తెలుపుము.
15. క్రింది భౌతికరాశులకు భ్రమణతుల్యాంకము లేవి? (i) ద్రవ్యరాశి మరియు (ii) బలము?
16. స్వేచ్ఛగా దొర్లుటకు నిబంధనలేవి?
17. జారుట మరియు జరిగి పడుట మధ్య తేడాలేవి?

## III. విపులముగా జవాబులిమ్ము

1. సరియైన ఉదాహరణములతో సమతాస్థితిలోని రకములను వివరించుము.
2. అక్రమాకారపు తలము యొక్క గరిమనాభి కనుగొను పద్ధతిని వివరించుము.
3. ఒక సైక్లిస్టు వక్రముగా వుండు రోడ్డు మీద ఎందుకు వంగునో వివరింపుము ఇవ్వబడిన వేగమునకు సైక్లిస్టు వంగు కోణమునకు సమానమును ఉత్పాదించుము.
4. ఒక కడ్డీ యొక్క కేంద్రము ద్వారా మరియు కడ్డీకి లంబంగా జడత్వ భ్రామకమును కనుగొనుటకు సమాసమును ఉత్పాదించుము.
5. కేంద్రం గుండా పోవు మరియు తలమునకు లంబంగా వుండు అక్షము చుట్టు తిరుగుచున్న ఒక ఏకరీతి వలయము యొక్క జడత్వ భ్రామకమును కనుగొనుటకు సమాసమును ఉత్పాదించుము.
6. కేంద్రం గుండా పోయి తలమునకు లంబముగా వుండు అక్షము చుట్టూ ఒక ఏకరీతి పళ్ళెము యొక్క జడత్వ భ్రమకాన్ని కనుగొనుటకు సమాసమును ఉత్పాదించుము.
7. కోణీయ ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వమును ఉదాహరణముతో చర్చించుము.
8. సమాంతర అక్ష సిద్ధాంతమును తెలిపి దానిని నిరూపించుము.
9. లంబ అక్ష సిద్ధాంతమును తెలిపి దానిని నిరూపించుము.
10. ఏటవాలు తలముపైన దొర్లుటను చర్చించి తద్వారా త్వరణమునకు సమాసమును ఉత్పాదించుము.

## IV. సంఖ్యాపరమైన సమస్యలు

1. 100g ద్రవ్యరాశి గల ఒక పళ్ళెము 10 సెం.మీ వ్యాసము కలదు. అది 20 సెం.మీ వేగంతో ఒక క్షితిజ సమాంతర మేజాపై దొర్లునపుడు దానిలో మొత్తము శక్తి ఎంత?

   **జవాబు:** 0.005 J
2. 5 యూనిట్ల ద్రవ్యరాశి గల ఒక కణము $v = 3\sqrt{2}$ యూనిట్ల వేగంతో XOY తలంలో $y = x + 4$ రేఖ వైపు చలించుచున్నది, కోణీయ ద్రవ్యవేగ పరిమాణమును కనుగొనుము.

   **జవాబు:** 60 యూనిట్లు



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 262 11-07-2022 18:12:33

**3.** ఒక ఎగురు చక్రము ఏకరీతి కోణీయ త్వరణంతో తిరుగుచున్నది. దాని కోణీయ దిశావేగము 10 సెకన్లలో $20\pi$ rad/s నుండి $40\pi$ rad/s వరకు పెరిగింది. ఆ కాల వ్యవధిలో భ్రమణముల సంఖ్యను కనుగొనుము.

**జవాబు:** 150 భ్రమణములు

**4.** m ద్రవ్యరాశి $\ell$ పొడవు గల ఒక ఏకరీతి కడ్డీ దాని యొక్క ఒక కొన ద్వారా భ్రమించుచున్న అక్షముతో $\theta$ కోణము పొందియున్నది. ఈ అక్షము చుట్టూ జడత్వ భ్రమకమును కనుగొనుము.

**జవాబు:** $\frac{1}{3}M\ell^2 \sin^2\theta$

**5.** రెండు కణములు P మరియు Q వాని ద్రవ్యరాశులు క్రమముగా 1 కి.గ్రా. మరియు 3 కి.గ్రాములు. అవి విరామస్థానం నుండి పరస్పర ఆకర్షణతో ఒకదానివైపు ఒకటి చలించుచున్నవి. వాటి ద్రవ్యరాశి కేంద్రము యొక్క దిశావేగమెంత?

**జవాబు:** సున్న

**6.** ద్రవ్యరాశి కేంద్రం ద్వారా పోవు మరియు అంతరపరమాణ అక్షమునకు లంబంగా పోవు ఒక అక్షము చుట్టూ తిరుగు హైడ్రోజను అణువు యొక్క జడత్వ భ్రామకమును కనుగొనుము. హైడ్రోజను పరమాణువు ద్రవ్యరాశి $1.7 \times 10^{-27}$ కి.గ్రా మరియు అంతర పరమాణు దూరము $4\times10^{-10}$m అని యివ్వబడినది.

**జవాబు:** $1.36 \times 10^{-46}$ kg m$^2$



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 263 11-07-2022 18:12:33

## పరిశీలనకు


1. Michael Nelkon and Philip Parker, Advanced Level Physics, 7th Edition, CBS Publishers & Distributers Pvt. Ltd, (2006).
2. David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker,Fundamentals of Physics, 6th Edition, John Wiley & Sons Inc., (2004).
3. H.C. Verma,Concepts of Physics [Part 1], 1st Edition, BharathiBhawan Publishers & Distributers Pvt. Ltd., (2008).
4. Igor Irodov, Problems in General Physics, 3rd Edition, Mir Publishers, Mascow, (2006).
5. Roger A. Freedman, Hugh D. Young, Sears and Zemansky's University Physics: Mechanics, 12th Edition, Pearson, (2011).

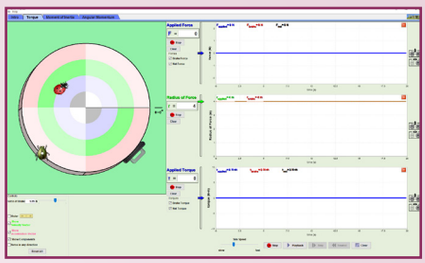



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 264 11-07-2022 18:12:33

## అంతర్జాల కృత్యము

# జడత్వ భ్రామకము

వృత్తాకార వలము మరియు వృత్తాకార డిస్కు వీటిలో దేనికి భ్రమించుట కఠినము?



**సోపానములు:**

- బ్రౌజరును ఓపెన్ చేసి, టార్గ్‌పై URL ను ఓపెన్ చేయుటకు ఇవ్వబడిన PhET ను టైపు చేయవలెను, ఒకసారి డౌన్‌లోడ్ అయిన తర్వాత జావా ఆప్ లెట్ ను ఓపెన్ చేయుటకు OK ను నొక్కవలెను.
- ద్రవ్యరాశి 0.1 kg, బాహ్యవ్యాసార్ధము 4 m చేయండి. (అంతర వ్యాసార్ధము =0గా వుంచండి.) ఇప్పుడు యిది వృత్తాకార డిస్కు. జడత్వభ్రామక విలువను పొందుటకు 'go' బటన్‌ను నొక్కండి.
- ద్రవ్యరాశి మరియు వ్యాసార్ధమును సరిచేసి గ్రాఫు మధ్యభాగంలో జడత్వభ్రామకం ఎలా మార్పు చెందుతుందో పరిశీలించండి.
- ద్రవ్యరాశి 0.1 kg అంతర మరియు బాహ్య వ్యాసార్ధమును సమంగా (R = r = 4 m.) వుంచండి. ఇప్పుడు యిది వృత్తాకార వలయమవుతుంది. గణించుట ప్రారంభించుటకు 'go' బటన్‌ను నొక్కండి.
- మధ్య గ్రాఫు నుండి జడత్వ భ్రామకాన్ని పరిశీలించండి. ఒకే ద్రవ్యరాశి మరియు వ్యాసార్ధములో వృత్తాకార వలయము మరియు వృత్తాకార డిస్క్ యొక్క జడత్వ భ్రామకాన్ని పోల్చండి.

**హింట్:** జడత్వ భ్రామకము సాపేక్షంగా అధికమైతే, కోణీయ దిశలో త్వరణము గావించుట చాలా కష్టము.

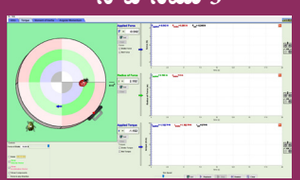
**సోపానము 1**



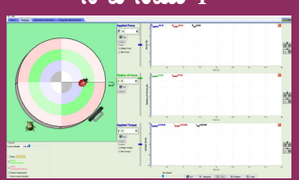
**సోపానము 2**



**సోపానము 3**



**సోపానము 4**



**PhET simulation's URL:**

https://phet.colorado.edu/en/simulation/torque

* Pictures are indicative only.

*If browser requires, allow Flash Player or Java Script to load the page.

PVTKN



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Unit_5.indd 265 11-07-2022 18:12:34

# ఉపగ్రంథము 1

## పరిష్కరించబడిన సమస్యలు అధ్యాయము-1

1. $[P + \frac{a}{V^2}][V - b] = RT$ అను సమీకరణలో a మరియు b యొక్క మమితి సూత్రమును కనుగొనండి. ఇచ్చట P అనునది వాయు పీడనం V వాయు ఘనపరిమాణం అగును.

**సాధన:**

మితి యొక్క సజాతీయ నియమము ప్రకారంగా $a/V^2$ అనునది పీడనం యొక్క మితులు అగును. b అనునది ఘనపరిమాణం యొక్క మితి అగును.

$[a] = [\text{పీడనం}]\ [V^2] = [ML^{-1}T^{-2}]\ [L^6]$
$= [ML^5T^{-2}]$
$[b] = [V] = [L^3]$

2. $(P^{-5/6}\rho^{1/2}E^{1/3})$ ను కాలం యొక్క మితి అని నిరూపించండి. ఇందులో బుడగ యొక్క పీడనము P సాంత $\rho$ మరియు శక్తి E అగును).

**సాధన:**

పీడనం యొక్క మితి $= [ML^{-1}T^{-2}]$

సాంద్రత యొక్క మితి $= [ML^{-3}]$

శక్తి యొక్క మితి $= [ML^2T^{-2}]$

వీటిని ఇవ్వబడిన సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగ,

$= [ML^{-1}T^{-2}]^{-5/6}[ML^{-3}]^{1/2}[ML^2T^{-2}]^{1/3}$
$= M^{-5/6+1/2+1/3}L^{5/6-3/2+2/3}T^{5/3-2/3}$
$= M^0L^0T^1 = [T]$ కాలము యొక్క మితి అగును.

3. ద్రవ్యరాశి యొక్క మితిని శక్తి [E] పొడవు L మరియు కాలము [T] యొక్క మితుల ద్వారా గ్రహించండి.

**సాధన:**

శక్తి, పొడవు మరియు కాలము యొక్క మితులు వరుసగా $[E],[L]$ మరియు $[T]$ అనుకొందము.

బలము = ద్రవ్యరాశి x త్వరణం అని మనకు తెలుసు.

$$\text{ద్రవ్యరాశి} = \frac{\text{బలము}}{\text{త్వరణము}}$$

$$= \frac{\text{చేయబడిన పని (లేక) శక్తి}}{\text{త్వరణం} \times \text{స్థాన భ్రంశము}}$$

$$[m] = \frac{\text{శక్తి}}{[\text{త్వరణం}][\text{స్థాన భ్రంశము}]}$$

$$= \frac{[E]}{[LT^{-2}][L]} = \frac{[E]}{L^2T^{-2}} = [EL^{-2}T^2]$$

4. Q అను భౌతికరాశి x,y,z అనుబడు ప్రమాణాలతో పొందు పరచబడినదిగా అనుకొనిన



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 266 26/04/2022 11:27:11

$Q = \frac{x^2 y^3}{z^1}$ అను సమీకరణంలో x, y, z యొక్క దోషములు వరుసగా 2%, 3% మరియు 1% Q యొక్క దోష శాతమును కనుగొనండి.

**సాధన:**

$$Q = \frac{x^2 y^3}{z} \text{ అయిన}$$

$$\frac{\Delta x}{x} = 2\% \quad \frac{\Delta y}{y} = 3\% \quad \frac{\Delta z}{z} = 1\%$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 2\left(\frac{\Delta x}{x}\right) + 3\left(\frac{\Delta y}{y}\right) + 1\left(\frac{\Delta z}{z}\right)$$

$$= 2(2\%) + 3\,(3\%) + 1(1\%)$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 4\% + 9\% + 1\% = 14\%$$

5. ఒక వస్తువు ద్రవ్యరాశి మరియు ఘనపరిమాణం వరుసగా $4 \pm .03$ మరియు $5 \pm .01\ m^3$ అని కనుగొనబడినది. అయితే సాంద్రత యొక్క గరిష్ఠ దోష శాతాన్ని కనుగొనండి.

**సాధన:**

ద్రవ్యరాశి $m = 4 \pm 0.03$ kg $(m + \Delta m)$

ఘనపరిమాణం $V = 5 \pm .01\ m^3$ $(V + \Delta V)$

సాంద్రత దోషము = ?

$$\text{ద్రవ్యరాశి దోషము} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0.03}{4} \times 100$$
$$= 0.75\%$$

$$\text{ఘనపరిమాణ దోషము} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{0.01}{5} \times 100$$
$$= 0.2\%$$

$$\text{సాంద్రత} = \frac{\text{ద్రవ్యరాశి}}{\text{ఘనపరిమాణం}}.$$

సాంద్రత యొక్క దోషశాతం

= ద్రవ్యరాశి శాతదోషం + ఘనపరిమాణ శాతదోషం

$$= 0.75\% + 0.2\% = 0.95\%$$

6. వెర్నియర్ కాలిపర్స్‌నుపయోగించి ఒక స్థూపం యొక్క పొడవును కొలిచినపుడు దాని యొక్క వివిధ కొలతలు 2.36 cm, 2.27 cm, 2.26 cm, 2.28 cm, 2.31 cm, 2.28 cm మరియు 2.29 cm గా కొలువబడినది. అయితే దాని యొక్క సరాసరి విలువ వాస్తవదోషం, సాపేక్షదోషం మరియు దాని దోష శాతాన్ని కనుగొనండి.

**సాధన:**

ఇచ్చిన కొలతలు 2.36 cm, 2.27 cm, 2.26 cm, 2.28 cm, 2.31 cm, 2.28 cm and 2.29 cm

సరాసరి విలువ $\overline{l} =$

$$\frac{2.36 + 2.27 + 2.26 + 2.28 + 2.31 + 2.28 + 2.29}{7}$$

$$\frac{16.05}{7} = 2.29 \text{ cm}$$

కొలతలలోని పరమమదోషాలు,

$$|\Delta l_1| = |2.29 - 2.36| = 0.07$$
$$|\Delta l_2| = |2.29 - 2.27| = 0.02$$
$$|\Delta l_3| = |2.29 - 2.26| = 0.03$$
$$|\Delta l_4| = |2.29 - 2.28| = 0.01$$
$$|\Delta l_5| = |2.29 - 2.31| = 0.02$$
$$|\Delta l_6| = |2.29 - 2.28| = 0.01$$
$$|\Delta l_7| = |2.29 - 2.29| = 0.00$$

సరాసరి పరమదోషము

$$\Delta l_{\text{సరాసరి}} = \frac{0.07 + 0.02 + 0.03 + 0.01 + 0.02 + 0.01 + 0.00}{7}$$

$$= \frac{.16}{7} = .02$$



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 267 26/04/2022 11:27:14

సాపేక్ష దోషము

$$= \frac{\Delta l \text{ సరాసరి}}{\bar{l}} = \pm\frac{.02}{2.29} = \pm 8.7 \times 10^{-3}$$

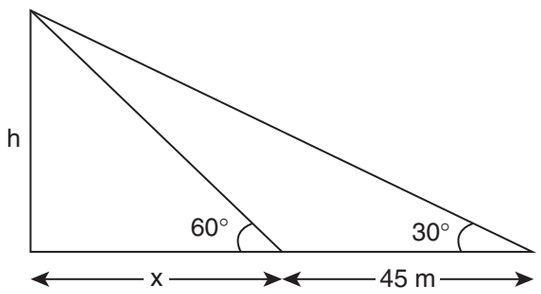
$$\text{దోషశాతము} = \pm 8.7 \times 10^{-3} \times 100 =$$

$$0.87\% \times 100 = \pm(8.7 \times 10^{-1}) = 0.9\%$$

7. విద్యుత్ స్థంభం యొక్క నీడ పొడవు45 మీటర్లు సూర్యకిరణాలు 30° కోణము చేయుచున్నది. సూర్యకిరణాలు 30° కోణంతో పడుచున్నప్పుడు ఒక స్థంబం యొక్క నీడపొడవు 45 m ఒక వేళ సూర్యకోణాలు 60° కోణం చేసిన స్థంబం యొక్క ఎత్తును కనుగొనండి. [ఇచ్చిన $\sqrt{3} = 1.73$]

**సాధన:**

స్థంభం ఎత్తు h అనుకొందాము.




సాధన $\frac{x+45}{h} = \cot 30° \Rightarrow h = \frac{x+45}{\cot 30°}$

$$\frac{x}{h} = \cot 60° \Rightarrow x = h\cot 60°$$

పై విలువలను x తో ప్రతిక్షేపించగా

$$h = \frac{h\cot 60° + 45}{\cot 30°}$$

$$h \cot 30° = h \cot 60° + 45$$

$$h(\cot 30° - \cot 60°) = 45$$

$$h = \frac{45}{\cot 30° - \cot 60°} = \frac{45}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}} = 38.97 \text{ m}$$

8. హృదయ స్పందన 0.8 గా కలిగిన ఒక వ్యక్తి హృదయము 100 సంవత్సరముల జీవిత కాలంలో ఎన్ని హృదయ స్పందనలు చేస్తుందో లెక్కించండి.

**సాధన:**

మనిషి యొక్క జీవిత కాలం = 100 సం॥
100 సంవత్సరంలో 76 సంవత్సరంలో సాధారణ సంవత్సరాలు 24 లీపు సంవత్సరాలు.

మొత్తం రోజుల సంఖ్య = $76 \times 365 + 24 \times 366 = 36524$ రోజులు

సెకండ్ల సంఖ్య = $36524 \times 24 \times 3600 = 3.155 \times 10^9$ సెకండ్లు.

హృదయ స్పందనాల సంఖ్య =

$$\frac{\text{మొత్తం సెకన్ల సంఖ్య}}{\text{ఒక హృదయ స్పందనానికి పట్టు కాలం}}$$

$$= \frac{3.155 \times 10^9}{0.8s} = 3.94 \times 10^9$$

9. ఒక అంతరిక్ష వస్తువు యొక్క పారలాక్స్ భూమి యొక్క వ్యాసానికి ఇరువైపుల రెండు బిందువు నుంచి 2′ అని లెక్కి చారు. అయితే అంతరిక్ష వస్తువు యొక్క దూరాన్ని లెక్కించండి. భూమి యొక్క వ్యాసార్ధము [6400km] [1″ = 4.85 x $10^{-6}$రేడియన్]

**సాధన:**

కోణం $\theta = 2^1 = 2 \times 60'' = 120''$
$= 120 \times 4.85 \times 10^{-6}$రేడియన్

$$\theta = 5.82 \times 10^{-4} \text{రేడియన్};$$

అంతరిక్ష వస్తువు దూరం

$$D = \frac{d}{\theta} = \frac{12800 \times 10^3}{5.82 \times 10^{-4}}$$

$$D = 2.19 \times 10^{10} \text{m}$$



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 268 26/04/2022 11:27:16

10. మితి విశ్లేషణనుపయోగించి దిశావేగము 72 $kmh^{-1}$ ను $m\,s^{-1}$ లోనికి మార్చుము.

**సాధన:**

$n_1 = 72\ kmh^{-1}$ $n_2 = ?\ m\,s^{-1}$

$L_1 = 1Km$ $L_2 = 1m$

$T_1 = 1h$ $T_2 = 1s$

$$n_2 = n_1\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^a\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^b$$

దిశావేగము యొక్క మితి సూత్రము $[L\,T^{-1}]$

$a = 1\ b = -1$

$$n_2 = 72\left[\frac{1Km}{1m}\right]^1\left[\frac{1h}{1s}\right]^{-1}$$

$$n_2 = 72\left[\frac{1000m}{1m}\right]^1\left[\frac{3600s}{1s}\right]^{-1}$$

$$= 72 \times 1000 \times 1/3600 = 20 m\,s^{-1}]$$

$$72\ kmh^{-1} = 20\ m\,s^{-1}$$

11. ఈ క్రింది ఇవ్వబడిన సమీకరణమును మితి విశ్లేషణ పద్ధతిలో సరిచూడుము. ఫలితముపై నీ ఉద్దేశాన్ని తెలుపుము.
$S = ut + 1/4\,at^2$ ఇక్కడ s అనునది స్థానభ్రంశము, u అనునది ప్రారంభ దిశావేగము, t అనునది కాలము మరియు a అనునది త్వరణము.

**సాధన:**

స్థానభ్రంశము యొక్క మితి సూత్రము $s = [L]$
ప్రారంభ దిశావేగము యొక్క మితి సూత్రము

$$v = [LT^{-1}]$$

కాలము యొక్క మితి సూత్రము $t = [T]$
త్వరణము యొక్క మితి సూత్రము

$$a = [LT^{-2}]$$

సజాతీయత నియమం ప్రకారం,
ఎడమ వైపు గల మితులలు = కుడివైపు గల మితులు
ఇవ్వబడిన సూత్రములో మితులను ప్రతిక్షేపించగా,

$S = ut + 1/4\,at^2$, $\frac{1}{4}$ అనునది సంఖ్య దీనికి మితిలేదు.

$$[L] = [LT^{-1}]\,[T^1] + [LT^{-2}]\,[T^2]$$
$$[L] = [L] + [L]$$

ఎడమవైపు గల మితి సూత్రము మరియు కుడివైపు గల మితి సూత్రము సమానంగా ఉన్నందువలన ఈ సమీకరణము మితి పరంగా సరియైనది.
ఉద్దేశము :

ఈ సమీకరణము తప్పు. నిజమైన చలన సమీకరణము అనునది $s = ut + 1/2\,at^2$ అగును.

కావున, మితి పరంగా సరిచూడబడిన సమీకరణము యదార్థ సమీకరణముగా ఉండకపోవచ్చును.

కాని యదార్థ సమీకరణము ఎల్లప్పుడూ మితుల పరంగా సరియైనదిగా ఉంటుంది.

12. క్రింది ఇవ్వబడిన సంఖ్యలను తెలిపిన విధంగా సవరించండి.
a) 17.234 ను 3 అంకెలకు సవరించండి.
b) $3.996 \times 10^5$ ను 3 అంకెలకు సవరించండి.
c) $3.6925 \times 10^{-3}$ ను 2 అంకెలకు సవరించండి.
d) 124783 ను5 అంకెలకు సవరించండి.

**సాధన:**

a) 17.2 b) $4.00 \times 10^5$
c) $3.7 \times 10^{-3}$ d) 124780

13. క్రింది వాటిని ముఖ్యమైన అంకెల ఆధారంగా సాధించండి.
a) $\sqrt{4.5 - 3.31}$
b) $5.9 \times 10^5 - 2.3 \times 10^4$



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 269 26/04/2022 11:27:19

c) 7.18 + 4.3

d) 6.5 + .0136

**సాధన:**

a) రెండు సంఖ్యలలో, దశాంశ బిందువు తర్వాత కనిష్ఠ ముఖ్యమైన అంకె ఒకటి

$$\sqrt{4.5-3.31} = \sqrt{1.19} = 1.09$$

b) గణించబడు సంఖ్యల ముఖ్యమైన అంకెలు 2

$$5.9\times10^5 - 2.3\times10^4$$
$$= 5.9\times10^5 - 0.23\times10^5$$
$$= 5.67\times10^5 = 5.7\times10^5$$

c) దశాంశ బిందువు తర్వాత, కనిష్ఠ ముఖ్యమైన అంకె ఒకటి.

7.18 + 4.3 = 11.48 సవరించగా 11.5 మనకు లభించునది

d) దశాంశ బిందువు తర్వాత, కనిష్ఠ ముఖ్యమైన అంకె ఒకటి

$$6.5 + .0136 = 6.5136 = 6.5$$

14. మితి పద్ధతి ద్వారా ఐన్‌స్టీన్ ద్రవ్యరాశి – శక్తి సంబంధాన్ని రాబట్టండి. ($E = mc^2$)

**సాధన:**

శక్తి E అనునది ద్రవ్యరాశి m మరియు కాంతి దిశావేగము c పై ఆధారపడును అనుకొనిన

$$E \alpha m^a c^b$$

$E = km^a c^b$ ఇక్కడ K ఒక స్థిరాంకము

శక్తి యొక్క మితి సూత్రము $E = [ML^2T^{-2}]$

ద్రవ్యరాశి యొక్క మితి సూత్రము $m = [M]$

కాంతి దిశావేగము యొక్క మితి సూత్రము $c = [LT^{-1}]$

ఈ విలువలను పై సమీకరణములో ప్రతిక్షేపించగా,

$$[ML^2T^{-2}] = K\,[M]^a[LT^{-1}]^b$$

ఇరువైపులా మితులను సమానపరచగా,

$$a = 1$$
$$b = 2$$
$$-b = -2$$
$$E = k.mc^2$$

ఇచ్చట స్థిరాంకము $k = 1$

$E = mc^2$ ఇదియే ఐన్‌స్టీన్ ద్రవ్యరాశి శక్తి సంబంధము అగును.

15. ఒక వస్తువు యొక్క దిశావేగ సమీకరణము $v = b/t + ct^2 + dt^3$ అయిన b యొక్క మితి సూత్రమును కనుగొనుము.

**సాధన:**

(b/t) అనునది దిశావేగము యొక్క మితి సూత్రాన్ని కలిగియుండును.
b దిశావేగము x కాలము)

$$[b] = [LT^{-1}][T] = [L] = [M^0L^1T^0]$$

16. ఒక పాత్రలో గల ద్రవము యొక్క ప్రారంభ మరియు తుది ఉష్ణోగ్రతలు $75.4 \pm 0.5°C$ మరియు $56.8 \pm 0.2°C$ అయిన ఉష్ణోగ్రతలో తగ్గుదలను లెక్కించుము.

**సాధన:**

$t_1 = (75.4 \pm 0.5)°C$
$t_2 = (56.8 \pm 0.2)°C$
ఉష్ణోగ్రతలో తగ్గుదల = $(75.4 \pm 0.5°C) - (56.8 \pm 0.2°C)$

$$t = (18.6 \pm 0.7)°C$$



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 270 26/04/2022 11:27:21

17. $R_1 = 150 \pm 2$ మరియు $R_2 = 220 \pm 6$ నిరోధము కలిగిన రెండు నిరోధకములు సమాంతరముగా సంధానము చేయబడినవి. వీటి ఫలిత నిరోధమును లెక్కించుము.

**గమనిక:** $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

**సాధన:**

సమాంతర సంధానంలో నున్నప్పుడు ఫలిత నిరోధం

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$= \frac{150 \times 220}{150 + 220} = \frac{33000}{370} = 89.1\ Ohm$$

$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ కావున

$$\frac{\Delta R'}{(R')^2} = \frac{\Delta R_1}{R_1^{\,2}} + \frac{\Delta R_2}{R_2^{\,2}}$$

$$\Delta R' = (R')^2 \frac{\Delta R_1}{R_1^{\,2}} + (R')^2 \frac{\Delta R_2}{R_2^{\,2}}$$

$$= \left(\frac{R'}{R_1}\right)^2 \Delta R_1 + \left(\frac{R'}{R_2}\right)^2 \Delta R_2$$

విలువలను ప్రతిక్షేపించగా,

$$\Delta R' = \left[\frac{89.1}{150}\right]^2 \times 2 + \left[\frac{89.1}{220}\right]^2 \times 6$$

$$= 0.070 + 0.098 = 0.168$$

$$R' = 89.1 \pm 0.168\ \text{Ohm}.$$

18. $C = 3.0 \pm 0.1 \mu F$ క్షమశీలత్వము (capacitance) కలిగిన క్షమశీల (capacitor) ను $V = 18 \pm 0.4 Volt$ వోల్టేజి వరకు ఆవేశపరచడమైనది. Q ఆవేశమును లెక్కించుము. [Q= CV అను సమీకరణమును ఉపయోగించుము]

**సాధన:**

$(C + \Delta C) = (3.0 \pm 0.1)\ \mu f$

$(V + \Delta V) = (18 \pm 0.4)\ V$

$Q = CV$

$$Q = 3.0 \times 10^{-6} \times 18 = 54 \times 10^{-6}\ C$$

C లో గల శాత దోషము $= \frac{\Delta C}{C} \times 100$

$$= \frac{0.1}{3} \times 100 = 3.3\%$$

V లో గల శాత దోషము $= \frac{\Delta V}{V} \times 100$

$$= \frac{0.4}{18} \times 100 = 2.2\%$$

Q లో గల శాత దోషము = C లో గల దోష శాతము + V లో గల శాత దోషము

$= 3.3\% + 2.2\% = 5.5\%$

$\therefore$ ఆవేశము $Q = (54 \times 10^{-6} \pm 5.5\%)\ C$

## పరిష్కరించబడిన సమస్యలు అధ్యాయము-2

1. ఒక కణము యొక్కసదిశస్థితి $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 5t\hat{j} + 6\hat{k}$ గా సూచిస్తుంది. అయితే ఆ కణము యొక్క వేగం మరియు వడిని $t = 3$ sec వద్ద కనుగొనుము.

**సాధన:**

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = 6t\hat{i} + 5\hat{j}.$$

'$t$' కాలము వద్ద వేగము $\vec{v} = 6t\hat{i} + 5\hat{j}.$

వేగము యొక్క పరిమాణము వడి '$t$' కాలము వద్ద వడి



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 271 26/04/2022 11:27:25

$$\text{వడి} = \sqrt{(6t)^2 + 5^2} = \sqrt{36t^2 + 25}$$

t = 3sec వద్ద వేగము

$$\vec{v} = 6(3)\hat{i} + 5\hat{j} = 18\hat{i} + 5\hat{j}.$$

మరియు t = 3 sec, వద్ద వడి

$$\text{వడి} = \sqrt{349}\ ms^{-1}$$

2. పర్వతానికి 1.2 km దూరంలో ఉన్న ప్రదేశం నుండి ఒక తుపాకిని పేల్చితే అదే ప్రదేశానికి ప్రతి ధ్వని వినబడుటకు 8 s కాలం పట్టినచో ధ్వని యొక్క వడి కనుగొనుము?

**సాధన:**

పరిష్కారం: ఏదైన అవరోధాన్ని తాకిన తరువాత తిరిగి ఉత్పత్తి అయిన ప్రాంతాన్ని చేరిన ధ్వనిని ప్రతి ధ్వని అంటారు. అందువల్ల ధ్వని ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం 2 × 1.2 km = 2.4 km = 2400 m.

$$\text{వడి} = \frac{2400\ \text{m}}{8s} = 300\ \text{m s}^{-1}$$

3. 100 m పొడవు ఉన్న ఒక రైలు 60 $\text{kmh}^{-1}$ వడితో ప్రయాణిస్తు ఉంది. 1 km పొడవు ఉన్న బ్రిడ్జిని దాటుటకు ఆ రైలు ఎంత సమయం తీసుకుంటుంది.

**సాధన:**

మొత్తం దూరం = 1 km + 100 m = 1100 m (బ్రిడ్జి మరియు కాలముతో సహా)

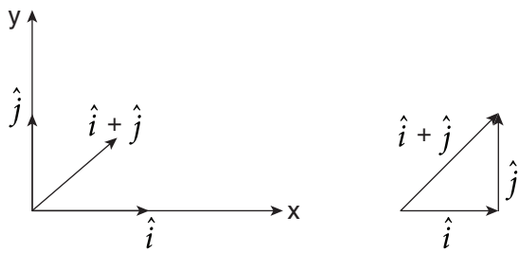
$$\text{వడి} = 60\ \text{km h}^{-1}$$
$$= 60 \times \frac{5}{18}\ \text{m s}^{-1} = \frac{150}{9}\ ms^{-1}$$

అప్పుడు కాలం మొత్తం

$$\text{దూరం} = \frac{1100}{150/9}\ \text{s} = 66\ \text{s}$$

4. $\hat{i}$ మరియు $\hat{j}$ అనే రెండు ఏక సదిశ యొక్క ఫలిత దిశను గీయండి. రెండు మితుల కార్టీజియన్ నిరూపక వ్యవస్థను ఉపయోగించి $\hat{i} + \hat{j}$ యొక్క ఏక సదిశను కనుగొనుము.

$\hat{i} + \hat{j}$ క్రింది పటములో చూపిన విధంగా త్రికోణీయ విధిని ఉపయోగించండి




ఏక సదిశ యొక్క నిర్వచనం $\hat{A}.\hat{A} = 1$

అయితే,

$$(\hat{i} + \hat{j}).(\hat{i} + \hat{j}) = \hat{i}.\hat{i} + \hat{i}.\hat{j} + \hat{j}.\hat{i} + \hat{j}.\hat{j}$$
$$= 1 + 0 + 0 + 1 = 2$$

కాబట్టి, $\hat{i} + \hat{j}$ అనునది ఏక సదిశ కాదు.

ఏదైనన ఒక సదిశను ఏక సదిశ చేయాలంటే దానిని అదే సదిశ యొక్క పరిమాణం చేత భాగించవలెను, $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

సదిశ యొక్క కట్టు బాటు $\hat{i} + \hat{j} = \sqrt{2}$.

అందువల్ల ఏక సదిశ $\frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$ అవుతుంది.

5. 750 m వెడల్పు గల కావేరి నదిలో ఒక ఈతగాడు ఈదుతున్నాడు. ఈతగాడికి నీటికి మధ్య గల సంబంధము ($\vec{v}_{sw}$) 1.5 m $s^{-1}$ మరియు నీటి ప్రవాహం లంబ దిశలో ఉంది. నీటి ప్రవాహ మరియు నదికి మధ్య గల వేగము ($\vec{v}_{wb}$) 1 m $s^{-1}$ అయితే

(అ) ఈతగాడు యొక్క వేగం మరియు నది ఒడ్డుకు మధ్య గల సంబంధము ($\vec{v}_{sb}$).

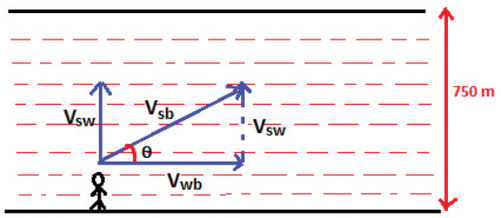
(ఆ) ఈతగాడు కావేరి నదిని ఈదుటకు ఎంత సమయం పడుతుంది అని లెక్కించండి.



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 272 26/04/2022 11:27:28

**సాధన:**

(అ) ఇచ్చిన సమాచారం ప్రకారం చిత్రమును గీచితిమి.




ఈతగాడు యొక్క వేగము నదికి మధ్య గల సంబంధము $\vec{v}_{sb} = \vec{v}_{sw} + \vec{v}_{wb}$

నీటి ప్రవాహమునకు విరుద్ధముగా ఈతగాడు లంబ దిశలో ప్రయాణిస్తున్నాడు.

ఇవ్వబడిన పరిమాణం ప్రకారం

$$|\vec{v}_{sb}| = \sqrt{v_{sw}^2 + v_{wb}^2} =$$

$$\sqrt{1.5^2 + 1^2} = \sqrt{3.25}\, m\, s^{-1} \cong 1.802\, m\, s^{-1}$$

ఈతగాడు ప్రయాణించు దిశకు నదికి మధ్య గల సంబంధము

$$tan\theta = \frac{v_{sw}}{v_{wb}} = \frac{1.5}{1} = 1.5$$

$$\theta = tan^{-1}(1.5) \approx 56^\circ$$

(ఆ) ఈతగాడు నదిని ఈదుటకు పట్టు కాలము మరియు $1.802\ ms^{-1}$ తో ఈతగాడు మొత్తం నదిని ప్రయాణించిన దూరమునకు సమానము.

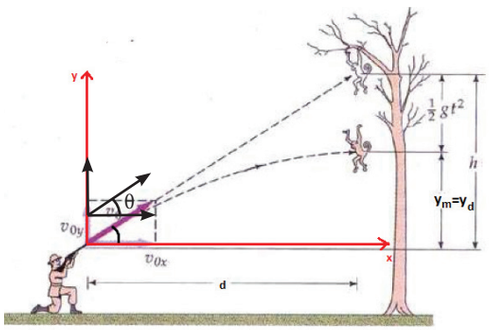
ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం,

$$d = \frac{\text{నది యొక్క వెడల్పు}}{\sin 56^\circ} = \frac{750}{0.829} = 904.7\, m$$

ఈతగాడు తీసుకున్న సమయము,

$$T = \frac{d}{v_{sb}} = \frac{904.7}{1.802} \approx 502\, s$$

6. ఒక కోతి ఒక చెట్టుకు వేలాడుతూ ఉంది. ఒక వేటగాడు గురి చూసి కోతిని తుపాకితో కాల్చినప్పుడు దానిలో నుండి వచ్చిన బులెట్ వేగం $v_0$ సమాంత దిశ గుండ θ కోణాన్ని సూచిస్తుంది. తుపాకిని కాల్చినప్పుడు కోతి చెట్టు యొక్క కొమ్మలను వదిలి తప్పించుకొనుటకు నేరుగా క్రిందికి దూకినది. ప్రక్క పటములో చూపిన విధముగా బులెట్ కోతికి తగిలిందా, లేదా బులెట్టు నుండి తప్పించుకొందా. (గాలి నిరోధకతను పట్టించుకోకండి)




$$y_m = y_d = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 = h - \frac{1}{2}gt^2$$

సాధ్యమైనంత త్వరగా కోతి క్రిందికి నిలువుగా పడడం ప్రారంభిస్తుంది. అప్పుడు గురుత్వాకర్షణ కారణంగా త్వరణము g.

కాలము వద్ద దాని చలన సమీకరణము

$$y_m = h - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (1)$$

తుపాకీ నుండి బుల్లెట్ బయటకు వచ్చినప్పుడు ఇచ్చిన రెండింటి నిలువు మరియు క్షితిజ సమాంతర భాగాలు

$$v_{0x} = v_0 cos\theta; v_{0y} = v_0 sin\theta \qquad (2)$$

కోతికి మరియు వేటగానికి మధ్య సమాంతర దూరం 'd' గా ఊహించుకుందాం.

t కాలం వద్ద క్షితిజ సమాంతరంగా ప్రయాణించిన బుల్లెట్ యొక్క దూరం $x = v_0\ cos\theta\ t$.



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 273 26/04/2022 11:27:31

$x = d$ క్షితిజ సమాంతర స్థానంలో ఉన్నప్పుడు బుల్లెట్ $d = v_{0x}T$ కాలం $T = d / v_{0x}$ గా సూచిస్తుంది.

ఈ సమయంలో T వద్ద నిలువుగా బుల్లెట్ ఎంత దూరం ప్రయాణించింది.

$$y_b = v_{0y}T - \frac{1}{2}gT^2 = \frac{v_{0y}d}{v_{0x}} - \frac{1}{2}gT^2.$$

$$y_b = \frac{d\,v_0\,sin\theta}{v_0\,cos\theta} - \frac{1}{2}gT^2$$

$$= d\,tan\theta - \frac{1}{2}gT^2 \qquad (3)$$

కాని మనం ఈ పటము నుండి, $tan\theta = \frac{h}{d}$.

$$h = d\,tan\theta\,.$$

సమీకరణము (3) ను ప్రతిక్షేపించగా మనకు వచ్చినది.

$$y_b = h - \frac{1}{2}gT^2 \qquad (4)$$

అదే సమయంలో T వద్ద కోతి యొక్క నిలువు స్థానాన్ని సమీకరణము (1) ఉపయోగించి లెక్కించండి.

$$y_m = h - \frac{1}{2}gT^2 \qquad (5)$$

T కాలం వద్ద గమనించవలసినది y సమన్వయం వద్ద కోతి మరియు బుల్లెట్ రెండు సమానం. దీనిని బట్టి బుల్లెట్ కోతిని తాకుతుంది అని సూచిస్తుంది.

7. 100 m ఎత్తైన మూడు అంతస్తుల భవనము భూమిపై కలదు. అదే విధంగా చంద్రునిపైన కూడ మూడు అంతస్తుల భవనము కలదు. ఇద్దరు వ్యక్తులు భవనము యొక్క పై భాగము నుండి భూమి మరియు చంద్రునిపై దూకితే. వారు నేలను ఎప్పుడు చేరుకుంటారు. వారి యొక్క వడి ఎంత ($g = 10\ m\ s^{-2}$)

**సాధన:**




ఇద్దరికీ గతిజ సమీకరణములు సమానం, u = 0, తో $a_e = g$ మరియు $a_{\text{చంద్రుడు}} = \frac{g}{6}$. అప్పుడు

$$a_e = g \text{ and } a_m = \frac{g}{6}$$

భూమిపై వ్యక్తి యొక్క $V_{\text{భూమి}} = \sqrt{2gh}$

$= \sqrt{2g100} = \sqrt{2\times10\times100}$

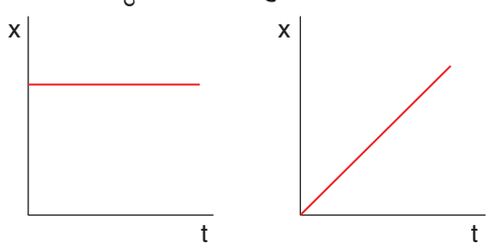
అందువల్ల $V_{\text{భూమి}} = \sqrt{2000}\ m\ s^{-1}$ భూమి వద్ద వేగాన్ని ఇస్తుంది.

అదే విధంగా చంద్రునిపై వ్యక్తి యొక్క,

$$V_{\text{చంద్రుడు}} = \sqrt{\frac{2gh}{6}} = \frac{\sqrt{2000}}{\sqrt{6}}\ m\ s^{-1}$$

భూమిపై ఉన్న వ్యక్తి భూమిని చంద్రునిపై ఉన్న వ్యక్తి కంటే ఎక్కువ వేగంగా భూమిని చేరుకుంటారు.

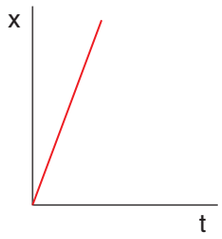
8. స్థానం – కాలం గ్రాఫ్‌లు ఇవ్వబడిన గ్రాఫ్‌ను సూచిస్తుంది. ఏర్పాటు చేయబడిన పెరుగుతున్న వేగం యొక్క ఆరోహణ క్రమం.



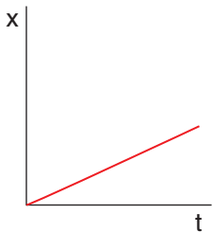

(అ) (ఆ)



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 274 26/04/2022 11:27:34




(ఇ)




(ఈ)

వాలుతో స్థానం – కాలం గ్రాఫ్ కణము యొక్క వడిని ఇస్తుంది.

గ్రాఫ్‌లో (అ) వాలు సున్న. గ్రాఫ్ (ఆ) మరియు (ఈ), (ఇ) కంటే ఎక్కువ వాలు కలిగి ఉంది. కాబట్టి మనము వడిని ఆరోహణ క్రమంలో ఏర్పాటు చేయవలెను.

$$v_a < v_d < v_b < v_c$$

## పరిష్కరించబడిన సమస్యలు అధ్యాయము -3

1. 100 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు 50 cm $s^{-2}$ త్వరణముతో చలించిన ఆ వస్తువుపై పనిచేయు బల విలువను విలువను లెక్కించండి.

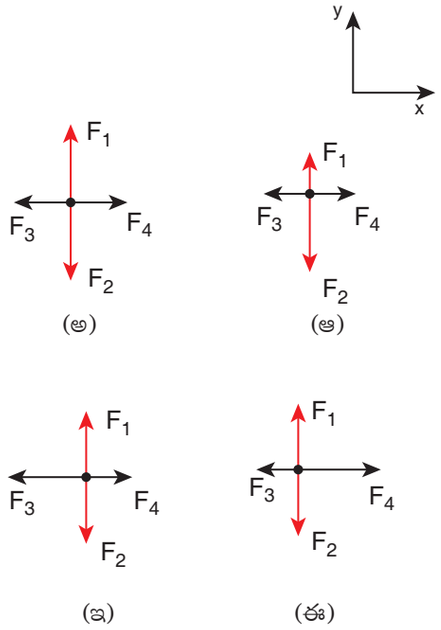
**సాధన:**

ద్రవ్యరాశి m 100 కి.గ్రా
త్వరణము a = 50 cm $s^{-2}$ = 0.5 m $s^{-2}$
న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించి,

$$F = ma$$
$$F = 100 \text{ kg} \times 0.5 \text{ m s}^{-2} = 50 \text{ N}$$

2. స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రాలను విశదీకరించి $x$ అక్ష దిశలో త్వరణాన్ని పొందుచున్న వస్తువును గుర్తించుము.

వస్తువు యొక్క స్వేచ్ఛా చిత్రమును గీయుటకు సంబంధ బల పరిమాణము తెలుపవలెను.




**దశ (అ):**

పటము (అ) లో బలాలు $F_1$ మరియు $F_2$ రెండు విలువను కలిగి వ్యతిరేఖ దిశలో పనిచేయుచున్నది. కావున y- అక్ష దిశలో బలము సున్న. బలము సున్న అయినందు వలన y- అక్ష దిశలో త్వరణము కూడా సున్నయే అగును. అదే విధంగా $F_3$ మరియు $F_4$ లు సమానంగాను, వ్యతిరేఖ దిశలోను ఉన్నవి. కావున x అక్ష దిశలో స్థిర బలము సున్న అయినందున త్వరణము కూడా సున్న అగును.

**దశ (ఆ):**

$F_1$ మరియు $F_2$ బలాలు పొడవులో అసమానము మరియు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖము పటము (ఆ) లో చూపినట్లు y- దిశలో అసమతుల్య బలం ఉన్నది. కావున x దిశలో స్థిర బలము లేదు. $F_3$ మరియు $F_4$, x దిశలో కణమునకు త్వరణము లేదు.

**దశ (ఇ):**

$F_1$ మరియు $F_2$ బలాలు పరిమాణము సమానము మరియు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖంగా ఉన్నవి. y దిశలో స్థిర బలం సున్న అగును. కావున y



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 275 26/04/2022 11:27:35

దిశలో త్వరణము ఉండదు. $F_3$ మరియు $F_4$ బలాల పరిమాణము అసమానము మరియు $F_4$ కన్ననూ $F_3$ గరిష్ఠము. కావున x అక్ష దిశలో స్థిర త్వరణము ఉండును.

**దశ (ఈ):**

$F_1$ మరియు $F_2$ బలాలు పరిమాణంలో సమానము మరియు ఒకదానికొకటి వ్యతిరేఖము. కావున స్థిర బలము సున్న మరియు y అక్ష దిశలో త్వరణము ఉండదు. $F_3$ మరియు $F_4$ బలము పరిమాణంలో అసమానము మరియు $F_3$ కన్ననూ $F_4$ గరిష్ఠము. కావున x అక్ష దిశలో స్థిర త్వరణము ఉండును.

3. 25 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల తుపాకీ 30 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల (తూటా) గండును పేల్చినది. గుండు యొక్క వేగము 200 $ms^{-1}$ అయిన తుపాకీ యొక్క పున:స్థితి వేగము ఎంత?

**సాధన:**

తుపాకీ యొక్క ద్రవ్యరాశి M 25 కి.గ్రా

తూటా (గుండు) యొక్క ద్రవ్యరాశి $m = 30\ g = 30 \times 10^{-3}\ kg$

తూటా వేగము $v = 200\ m\ s^{-1}$

తుపాకీ వేగము $V = ?$

ఇది ఏక పరిమాణ చలనము.

ద్రవ్యవేగ నిత్యత్వ నియమము ప్రకారము,

$$MV + mv = 0$$

$$V = \frac{-mv}{M}$$

$$V = \frac{-30 \times 10^{-3} \times 200}{25} = -240 \times 10^{-3}\ ms^{-1}$$

వ్యతిరేఖ గుర్తు (–) తుపాకీ తూటాకు వ్యతిరేఖ దిశలో కదులుటను సూచించుచున్నది. కావున తూటా వేగము కన్ననూ తుపాకీ పున:స్థితి వేగము అతి తక్కువ పరిమాణంలో ఉండును.

4. ఒక కొయ్య పెట్టె వాలు తలముపై ఉంచబడియున్నది. అయిన వాలు కోణము 45° వస్తువు జారునపుడు ఏర్పడు ఘర్షణ గుణకము ఎంత?

**సాధన:**

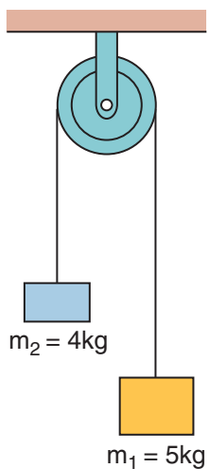
వాలు కోణము $\Theta = 45°$

$\therefore$ ఘర్షణ గుణకము $\mu = \tan\Theta = \tan 45° = 1$

5. ఘర్షణ లేని తేలికపాటి కప్పీకు $m_1 = 5$ kg మరియు $m_2 = 4$ kg గల రెండు ద్రవ్యరాశులు తీగ సహాయముతో వ్రేళాడదీయబడియున్నది. అయిన స్వేచ్ఛగా చలించునపుడు ఒక్కొక్క ద్రవ్యరాశి యొక్క త్వరణము ఎంత? $(g = 10\ m\ s^{-2})$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \times g$$

$$= \frac{5-4}{5+4} \times 10 = \frac{1}{9} \times 10 = 1.1\ ms^{-2}$$




6. m ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె ప్రారంభ వేగము u తో స్థితిజ సమాంతర తలముపై నెట్టబడుచున్నది. $\mu_k$ అనునది వస్తువుకు మరియు ఉపరితలమునకు మధ్య గతిజ ఘర్షణ గుణకము అయిన వస్తువు విశ్రాంతికి చేరుకొని సమయాన్ని కనుగొనుము?



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 276 26/04/2022 11:27:37

సాధన:




వస్తువు జరుగునపుడు దిమ్మెలపై పనిచేయు బలము గతిజ ఘర్షణ అగును. గతిజ ఘర్షణ $f_k = \mu_k mg$ కు సమానము.

న్యూటన్ రెండవ నియమము నుండి $ma = -\mu_k mg$

వ్యతిరేఖ గుర్తు (–) బలము చలనానికి వ్యతిరేఖ దిశలో ఉండుటను సూచించుచున్న.

జారునపుడు దిమ్మె యొక్క త్వరణము $a = -\mu_k g$.

వ్యతిరేఖ గుర్తు (–) త్వరణము వేగానికి వ్యతిరేఖ దిశలో ఉండుటను సూచించుచున్నది.

ఇప్పుడు త్వరణము g పై మరియు గతిజ ఘర్షణ $\mu_k$ పై ఆధారపడియున్నది.

ఈ గతిజ సమీకరణమును అనుసరించి

$$v = u + at$$

తుదివేగము నున్న.

$$0 = u - \mu_k gt$$

$$t = \frac{u}{\mu_k g}$$

7. ఘర్షణ లేని మేజాపై ద్రవ్యరాశులు వరుసగా 10 కి.గ్రా, 7 కి.గ్రా మరియు 2 కి.గ్రా ఒకదానినొకటి తాకునట్లు ఉంచబడినవి. అత్యధిక ద్రవ్యరాశిపై 50 N బలము ప్రయోగించబడినది. అయిన వ్యవస్థ యొక్క త్వరణమును కనుగొనుము.

సాధన:




$$a = \left[\frac{F}{m_1 + m_2 + m_3}\right] = \frac{50N}{10kg + 7kg + 2kg}$$
$$= \frac{50}{19} = 2.63 ms^{-2}$$

8. తలమునకు పెట్టకమును మధ్య ఘర్షణ గుణకము $\frac{1}{\sqrt{3}}$ తలము యొక్క వాలు కోణమును క్రమేణా పెంచిన ఏ నిర్ధిష్ట కోణము వద్ద వస్తువు జారును?

ఘర్షణ గుణకము $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\text{Tan}\,\Theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \Theta = 30°$$

9. 36 మీ వ్యాసార్ధము గల మలుపు దారిపై పయనించు కారు (దొర్లకుండా) జారకుండా ప్రయాణించుటకు కావలసిన గరిష్ఠ వేగాన్ని లెక్కింపుము. టైరుకు మరియు రోడ్డుకు మధ్య ఘర్షణ గుణకము 0.53.

మలుపు యొక్క వ్యాసార్ధము r = 36 m

ఘర్షణ గుణకము $\mu = 0.53$

గురుత్వాకర్షణ ప్రభావంగా ఏర్పడు త్వరణము $g = 10\ ms^{-2}$

$$v_{max} = \sqrt{\mu rg} = \sqrt{0.53 \times 36 \times 10}$$
$$= 13.81 ms^{-1}$$

10. సూర్యుని చుట్టూ పరిభ్రమించు భూమి యొక్క అభికేంద్ర బలాన్ని లెక్కింపుము. సూర్యునికి భూమికి మధ్య దూరము సుమారు



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 277 26/04/2022 11:27:40

150 మిలియన్ల కి.మీ (వృత్తాకార కక్ష్యలో పరిభ్రమించునట్లు భావించుము)

అభికేంద్ర త్వరణము $a_c = \frac{v^2}{r}$

V - కక్ష్యలో భూమి యొక్క వేగము

r - కక్ష్య యొక్క వ్యాసార్ధము లేక సూర్యునికి భూమికి మధ్య దూరము

భూమి యొక్క వేగాన్ని కోణీయ వేగము ($\omega$) గా వ్రాసిన

$$v = \omega r$$

అభికేంద్ర త్వరణ సమీకరణమును ప్రతిక్షేపించగా, $a_c = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$

కానీ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ అనునది భూమి సూర్యుని చుట్టి వచ్చుటకు పట్టు సంవత్సర కాలము.

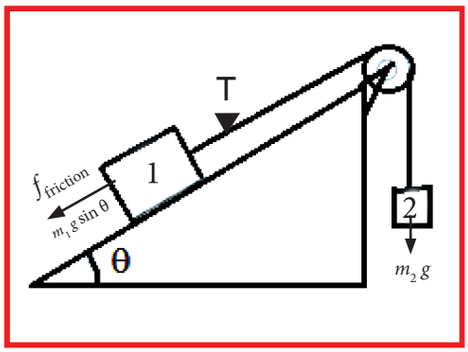
$$\text{T} = 365 \text{ రోజులు} = 365 \times 24 \times 60 \times 60$$
$$\text{s} = 3.1 \times 10^7 \, s$$

$$\omega = 2.02 \times 10^{-7} \text{ వ్యా/సె}$$

$$a_c = \left(2.02 \times 10^{-7}\right)^2 \times \left(150 \times 10^9\right)$$

$$a_c = 6.12 \times 10^{-3} \, m s^{-2}$$

11. A$m_1$ అను ద్రవ్యరాశి గల దిమ్మె θ కోణముతో వాలియున్న తలముపై క్షితిజ సమాంతరంగా సంఘర్షణ లేని ద్రవ్యరాశి లేని మరియు సాగెడు గుణం లేని తీగ సహాయముతో ద్రవ్యరాశి లేని కప్పి ద్వారా $m_2$ ద్రవ్యరాశి దిమ్మెతో జతచేయబడియున్నది. దిమ్మెకు వాలు తలమునకు మధ్య స్థిర ఘర్షణ గుణకము $\mu_s$ మరియు గతిజ ఘర్షణ గుణకము $\mu_k$ గా భావించుము.




వ్యవస్థ జారునపుడు ద్రవ్యరాశి 1 మరియు 2 లకు మధ్య గల సంబంధమును తెలుపుము.

**సాధన:**

ఇవ్వబడిన సమస్య నందు రెండు వేర్వేరు ద్రవ్యరాశులకు తగ్గ వేర్వేరు సమన్వయ వ్యవస్థలను ఉపయోగించవలెను. దిమ్మె 1 కు వాలు తలానికి సమాంతరంగా పై దిశగా జరుగు చలనాన్ని $x$ – అక్ష దిశలోను వాలు తలానికి లంబంగా పై దిశగా పనిచేయు చలనాన్ని $y$ – అక్ష దిశలోను భావించవలెను. దిమ్మె 2 యొక్క చలనాన్ని క్రింది దిశలో భావించవలెను.

వాలు తలానికి దిమ్మె 1 కు మధ్య సంబంధ బలం యొక్క సాధారణ మూలకము $N$

$$N = m_1 g \cos\theta \, . \qquad (1)$$

దిమ్మె 1 పై పనిచేయు నికర బలం యొక్క $x$ - మూలకము

$$F_{1x} = T - f_{\text{ఘర్షణ}} - m_1 g \sin\theta \qquad (2)$$

ఇచ్చట $T$ తీగలో తన్యత

జారుడు స్థితిలో సంఘర్షణ బల పరిమాణము

$$f_{\text{ఘర్షణ}} = \mu_s N = \mu_s m_1 g \cos\theta. \qquad (3)$$

తీగలోని తన్యత ద్రవ్యరాశులపై గురుత్వాకర్షణ బలముగా పనిచేయును.



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 278 26/04/2022 11:27:42

$$T = m_2 g. \qquad (4)$$

జారునపుడు దిమ్మె 1పై స్థిర బలము సున్న అగును. సమీకరణము 2,3 మరియు 4 ల నుండి

$0 = m_2 g - \mu_s m_1 g \cos\theta - m_1 g \sin\theta$

$m_2 = m_1(\mu_s \cos\theta + \sin\theta)$

12. 5 కి.గ్రా మరియు 20 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల వస్తువులు విశ్రాంతిలో ఉన్నట్లు భావించుము. ఆ రెండు వస్తువులపై 5 సె కాలము 100 N ను ప్రయోగించిన.

అ) 5 సె ॥ తరువాత ఒక్కొక్క వస్తువు యొక్క ద్రవ్యవేగము ఎంత?

ఆ) 5 సె ॥ తరువాత ఒక్కొక్క వస్తువు పొందు వేగము ఎంత?

ఒక్కొక్క వస్తువు యొక్క అంత్య ద్రవ్యవేగము $\Delta P = F\Delta t = 100X\ 5 = 500\ \text{kgms}^{-1}$

5 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి యొక్క అంత్య వేగము $5\ \text{kg} = 500/5 = 100$ మీ. సె$^{-1}$

20 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి యొక్క అంత్య వేగము $20\ \text{kg} = 500/20 = 25\ \text{m s}^{-1}$

5 సె తరువాత రెండు ద్రవ్యరాశుల ద్రవ్యవేగము సమానము అయినప్పటికీ వేగము సమానముగ లేదు. గరిష్ఠ ద్రవ్యరాశి కనిష్ఠ ద్రవ్యరాశి కన్ననూ తక్కువ వేగాన్ని పొందుచున్నదని గమనించవలెను.

13. 5 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు ఉపరితలముపై విశ్రాంతిలోనున్నది. ఉపరితలము యొక్క గతిజ ఘర్షణ గుణకము $\mu_k = 0.6$. విశ్రాంతికి ముందు వస్తువు 10 మీ దూరం కదులుటకు కావలసిన ప్రారంభ వేగాన్ని లెక్కింపుము.

వస్తువు ఉపరితలముపై కదులునపుడు మూడు బలాలను పొందుచున్నది.

అ) భూమ్యాకర్షణ బలము క్రింది వైపుకు (mg)

ఆ) అభిలంబ బలము పై వైపుకు(N)

ఇ) ఘర్షణ బలము – వస్తు చలనమునకు వ్యతిరేఖంగా

నిలువు దశలో ఎలాంటి బలము లేనందున అభిలంబ బల పరిమాణము, భూమ్యాకర్షణ బల పరిమాణమునకు సమానంగా ఉండును.

$$N = mg$$

$x$ దిశలో న్యూటన్ రెండవ నియమాన్ని ఉపయోగించగా

$$m\vec{a} = -\mu_k mg\hat{i}$$

త్వరణము $\vec{a} = -\mu_k mg\hat{i}$

త్వరణము $x$ దిశ వైపుగను ఘర్షణ బలము $x$ అక్షమునకు వ్యతిరేఖ దిశలోను పనిచేయుచున్నదని గమనించవలెను.

$$a = -\mu_k g$$

చలన మరియు త్వరణము సమానంగా ఉండునని గుర్తుంచుకొనుము. అంత్య వేగమును కనుగొనుటకు న్యూటన్ గతిజ సమీకరణమును ఉపయోగించవచ్చును.

$x$ అక్ష దిశలో $v^2 = u^2 + 2as$

ఇక్కడ $v$ = అంత్యవేగము మరియు $u$ = దూరము ప్రయాణించుటకు కావలసిన ప్రారంభ వేగము.

సమస్య నుండి $s = 10$ మీ

వస్తువు విశ్రాంతి చేరునపుడు అంత్య వేగము $v = 0$

$$0 = u^2 - 2\mu_k gs$$

$$u = \sqrt{2\mu_k gs}$$

$$u = \sqrt{2 \times 0.6 \times 9.8 \times 10} = 10.8\ ms^{-1}$$



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 279 26/04/2022 11:27:44

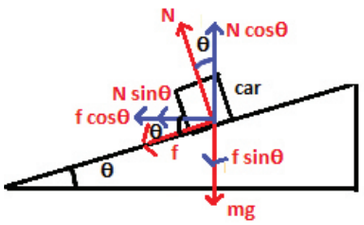
14. భాగము 3.7.3 నందు (రోడ్డుకు గట్టుకట్టుట) రోడ్డుపై కారు ఏర్పరచు ఘర్షణ ఇవ్వబడలేదు. ఒకవేళ కారు టైరుకు రోడ్డు ఉపరితలానికి మధ్య స్థిర ఘర్షణ గుణకము $\mu_s$ అయిన కారు సురక్షితంగా మలుపు తిరుగుటకు కావలసిన గరిష్ఠ వేగాన్ని లెక్కింపుము.

**సాధన:**

కారు మలుపు తిరుగునపుడు కారుపై మూడు బలాలు పనిచేయును

(1) క్రింది వైపుకు పనిచేయు గురుత్వాకర్షణ బలము (భూమ్యాకర్షణ బలం) mg
(2) రోడ్డు ఉపరితలముపై లంబంగా పనిచేయు అభిలంబ బలము N
(3) ఉపరితలముపై కారుపై పనిచేయు స్థిర ఘర్షణ బలము f.

క్షితిజ సమాంతర మరియు నిలువు దిశలలో పనిచేయు బలాలు ఈ క్రింది పటము ద్వారా చూపబడినది.




కారు మలుపు వేగముతో తిరుగునపుడు అభిలంబ బలము మరియు స్థిర ఘర్షణ బలము యొక్క క్షితిజ సమాంతర మూలకము అభికేంద్ర బలాన్ని ఏర్పరచుచున్నది. ఇది క్రిందివ్వబడినది.

$$N\sin\theta + f\cos\theta = \frac{mv^2}{r} \qquad (1)$$

నిలువు దిశలో ఎలాంటి త్వరణము లేదు. తద్వారా తెలియునది, క్రిందికి పనిచేయు భూమ్యాకర్షణ బలము మరియు నిలువుగా క్రింది వైపుకు పనిచేయు ఘర్షణ బల మూలకము అభిలంబ బల నిలువు మూలకాన్ని సమతుల్యం చేయుచున్నది. తద్వారా.

$$N\cos\theta = mg + f\sin\theta$$
(లేక) $$N\cos\theta - f\sin\theta = mg \qquad (2)$$

సమీకరణము 2 నుండి 1 ను భాగించగా

$$\frac{N\sin\theta + f\cos\theta}{N\cos\theta - f\sin\theta} = \frac{v^2}{rg} \qquad (3)$$

సురక్షితంగా మలుపు తిరుగుటకు కావలసిన గరిష్ఠ వేగాన్ని లెక్కించుటకు ఇవ్వబడిన స్థిర ఘర్షణను తీసుకొనవచ్చును. $f = \mu_s N$ వీటి సంబంధమును సమీకరణము (3) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$\frac{N\sin\theta + \mu_s N\cos\theta}{N\cos\theta - \mu_s N\sin\theta} = \frac{v_{max}^{\ 2}}{rg}$$

సమీకరణమును సరళీకృతం చేయగా

$$\frac{N\cos\theta\left\{\left(\frac{N\sin\theta}{N\cos\theta}\right)+\mu_s\right\}}{N\cos\theta\left(1-\mu_s\frac{N\sin\theta}{N\cos\theta}\right)} = \frac{v_{max}^{\ 2}}{rg}$$

$$\frac{(\tan\theta+\mu_s)}{1-\mu_s\tan\theta} = \frac{v_{max}^{\ 2}}{rg}$$

సురక్షితంగా మలుపు తిరుగటకు కావలసిన గరిష్ఠ వేగము

$$v_{max} = \sqrt{rg\frac{(\tan\theta+\mu_s)}{(1-\mu_s\tan\theta)}} \qquad (4)$$

ఘర్షణ ఫలితాన్ని ఉపేక్షించిన ($\mu_s = 0$) సురక్షిత వేగము

$$v_{safe} = \sqrt{rg\tan\theta} \qquad (5)$$

కారు సురక్షితంగా మలుపు తిరుగుటకు కావలసిన వేగాన్ని ఘర్షణ అధికము చేయును (సమీకరణము 4) ఒక వేళ కారు $v < v_{safe}$, వేగముతో మలుపు తిరుగునపుడు స్థిర ఘర్షణ వాలుపై పనిచేసి లోవైపుకి కారు దొర్లడాన్ని నివారించును. కారు మరింత



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 280 26/04/2022 11:27:47

వేగమును పొందిన స్థిర ఘర్షణ క్రిందికి పనిచేసి కారు వెలుపలకు నెట్టబడడాన్ని నిరోధించును. $v_{safe}$ కన్ననూ గరిష్ఠ వేగముతో కారు మలుపు తిరిగిన కారు వెలు వైపుకు విసరబడడాన్ని స్థిర ఘర్షణ నివారించజాలదు.

## పరిష్కరించబడిన సమస్యలు అధ్యాయము -4

1. ఒక కణము మీదం $\vec{F}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ అనే బలము పనిచేసి దీనిని $\vec{S}=4\hat{i}+6\hat{j}$ m దూరం స్థానభ్రంశం చెందించినది. బలము చేత చేయబడిన పనిని లెక్కించుము.

**సాధన:**

బలము $\vec{F}=\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ N

దూరము $\vec{S}=4\hat{i}+6\hat{j}$ m

చేయబడినపని $=\vec{F}\cdot\vec{S}=(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}).(4\hat{i}+6\hat{j})$

$= 4+12+0 = 16$ J

2. ఒక వస్తువు మీద F= $3x^2-4x+5$ బలము ప్రయోగించినప్పుడు అది X అక్షంలో x=0 నుండి x=8 వరకు కదులును. ఈ ప్రక్రియలో చేయబడిన పనిని లెక్కించుము.

**సాధన:**

వస్తువుని x=0 నుండి x=8 వరకి కదల్చడానికి చేయబడిన పని

$$W=\int_0^8 F dx=\int_0^8 (3x^2-4x+5)dx$$
$$=\left[\frac{3x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+5x\right]_0^8$$

$$W=\left[3\frac{(8)^3}{3}-4\left(\frac{8^2}{2}\right)+40\right]$$
$$=[512-128+40]=424J$$

3. విరామ స్థితిలో గల 10 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల వస్తువు 16N బలాన్ని కలిగివుండును. 10 s అంతంలో గతిశక్తిని కనుగొనుము.

**సాధన:**

ద్రవ్యరాశి m = 10 kg
బలము F = 16 N
కాలము t = 10 s

$$a = F/m = \frac{16}{10} = 1.6 m s^{-2}$$

మనకు తెలుసు, $v = u + at$

$$= 0 + 1.6 \times 10 = 16\ m\ s^{-1}$$

గతిజశక్తి $K.E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times 10\times 16\times 16$

$$= 1280 J$$

4. 5 కి.గ్రా ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు 1000 J గతిజశక్తితో క్షితిజ లంబముగా పైకి విసరబడినది. గురుత్వ త్వరణము $10\ m\ s^{-2}$ అయిన, గతిజశక్తి దాని నిజ విలువలో సగం చేయు ఎత్తుని కనుగొనుము.

**సాధన:**

ద్రవ్యరాశి m = 5 kg
గతిజశక్తి K.E E = 1000 J
g = $10\ m\ s^{-2}$

ఎత్తు వద్ద 'h', $mgh = \frac{E}{2}$

$$5\times 10\times h = \frac{1000}{2}$$
$$h = \frac{500}{50} = 10 m$$

5. 60 కి.గ్రా. మరియు 30 కి.గ్రా. ద్రవ్యరాశి గల రెండు వస్తువులు ఒకే దిశలో సరళరేఖలో వరుసగా 40 cm $s^{-1}$ మరియు 30 cm $s^{-1}$ వేగముతో చలిస్తున్నప్పుడు ఏకమితి స్థితిస్థాపక



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 281 26/04/2022 11:27:49

అభిఘాతము చెందును. అభిఘాతము తర్వాత వాటి వేగాల్ని కనుగొనుము.

**సాధన:**

ద్రవ్యరాశి $m_1 = 60\ kg$

ద్రవ్యరాశి $m_2 = 30\ kg$

$V_1 = 40\ cms^{-1}$

$V_2 = 30\ cms^{-1}$

**సాధన:**

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)u_2$$

$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}u_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1$$

విలువలను ప్రతిక్షేపించగా, లభించునది.

$$v_1 = \frac{(60-30)}{90} \times 40 + \frac{2 \times 30}{90} \times 30$$

$$v_1 = \frac{1}{90}\ [1200 + 1800]$$

$$= \frac{3000}{90} = 33.3 cms^{-1}$$

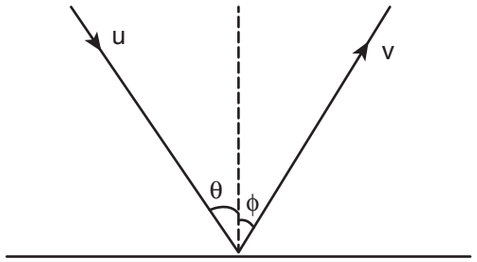
ఇదేవిధముగా,

$$v_2 = \frac{(30-60)}{90} \times 30 + \frac{2 \times 60}{90} \times 40$$

$$v_2 = \frac{1}{90}[-900 + 4800]$$

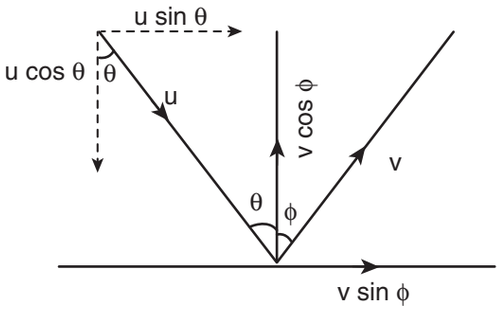
$$= \frac{3900}{90} = 43.3 cms^{-1}$$

6. ఘర్షణ లేని క్షితిజ సమాంతర తలములో ఒక వస్తువు లంభ అక్షముతో u కోణము వద్ద θ వేగముతో డికొని లంబ అక్షము $\phi$ కోణము వద్ద వేగముతో ప్రతిస్పందించును. వస్తువు మరియు తలానికి మధ్యగల వ్యవస్థాపక గుణకము v యొక్క పరిమాణ విలువ ఎంత?




**సాధన:**

వేగము యొక్క అంశములను అనువర్తింపచేయగా




దిశా వేగము యొక్క x - అంశము

$$u\sin\theta = v\sin\phi \qquad (1)$$

y అంశం యొక్క వేగ పరిమాణము ఒకే విధముగా వుండదు, కావున ప్రత్యావస్థాన గుణకమును ఉపయోగించి

$$e = \frac{v\cos\varphi}{u\cos\theta} \qquad (2)$$

(1) మరియు (2) లను వర్గము చేసి కూడగా

$$v^2 \sin^2\varphi = u^2 \sin^2\theta$$

$$v^2 \cos^2\varphi = e^2u^2 \cos^2\theta$$

$$adding$$

$$v^2 = u^2 \sin^2\theta + e^2u^2 \cos^2\theta$$

$$\therefore v^2 = u^2\left[\sin^2\theta + e^2\cos^2\theta\right]$$

$$v = u\sqrt{\sin^2\theta + e^2\cos^2\theta}$$

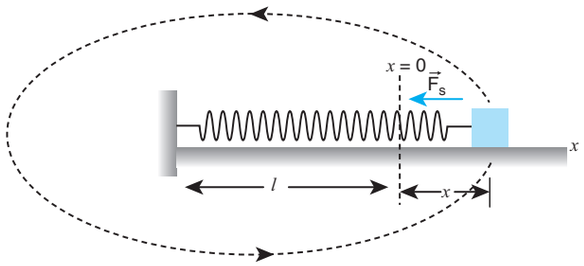


11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 282 26/04/2022 11:27:51

7. m ద్రవ్యరాశి గల ఒక వస్తువు అనునది సాగదీయని స్థితిలో k పొడవుని $l$ బలస్థిరాంకాన్ని కలిగిన తేలికైన స్ప్రింగ్ యొక్క ఒక కొనకి బిగించబడినది. అది క్షితిజ సమాంతర వృత్తములో $\omega$ కాణీయ వేగముతో భ్రమియించుచున్నది. స్ప్రింగ్ యొక్క పొడవు ఎంత పెరుగును.

**సాధన:**

వస్తువు ద్రవ్యరాశి = m
బల స్థిరాంకం = k
సాగదీయని స్ప్రింగ్ పొడవు = $l$
కోణీయ వేగము = ω




స్ప్రింగ్ పొడవులోని పెరుగుదలని 'x' అనుకొనుము

ప్రస్తుతం ఉన్న (కొత్త) పొడవు= $(l+x) = r$

స్ప్రింగ్ క్షితిజ సమాంతర వృత్తాకారములో భ్రమిస్తున్నప్పుడు,

స్ప్రింగ్ బలము = అభికేంద్ర బలము

$$kx = m\omega^2(l+x)$$

$$x = \frac{m\omega^2 l}{k - m\omega^2}$$

8. ఒక తుపాకీ ఒక సెకనుకి 8 బుల్లెట్లతో X అనే లక్ష్యాన్ని కాల్చును. ప్రతి బుల్లెట్ యొక్క ద్రవ్యరాశి 3 g మరియు దాని వడి 600 $ms^{-1}$ అయిన బుల్లెట్లు బహిర్గతమగు సామర్థ్యాన్ని లెక్కించుము.

**సాధన:**

సామర్థ్యము = ఒక సెకనుకి చేయు పని = ఒక సెకనులో 8 బుల్లెట్ల మొత్తం గతిజశక్తి

$P = 8 \times$ (ఒక సెకనులో ప్రతి బుల్లెట్ యొక్క గతిజశక్తి)

$$= 8 \times \frac{1}{2} \times \left(3 \times 10^{-3}\right) \times \left(600\right)^2$$

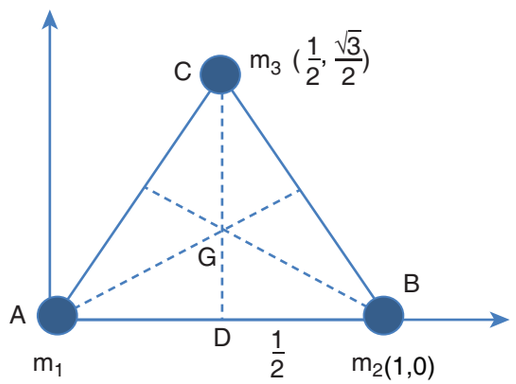
P = 4320 W

P = 4.320 kW

## పరిష్కరించబడిన సమస్యలు అధ్యాయము-5

1. మూడు కణాల యొక్క ద్రవ్యరాశి $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg మరియు $m_3 = 3$ kg సమబాహు త్రిభుజం యొక్క శీర్షముల వద్ద 1m దూరంలో పటములో చూపిన విధంగా ఉంచారు. ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క స్థానాన్ని కనుగొనండి.

**సాధన:**




సమబాహు త్రిభుజ ద్రవ్యరాశి కేంద్రము దాని జ్యామితీయ కేంద్రం G లో ఉంది.

ద్రవ్యరాశి యొక్క స్థానం $m_1$, $m_2$ మరియు $m_3$ లు వాటి స్థానాలు A, B మరియు C లు పటములో చూపిన విధముగా ఉన్నాయి.

ద్రవ్యరాశులు ఇచ్చిన స్థానం నుండి ద్రవ్యరాశి యొక్క అక్షాంశాలు $m_1$ మరియు $m_2$ వరుసగా (0,0) మరియు (1,0) ను సులభంగా గుర్తించబడ్డాయి.



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 283 26/04/2022 11:27:52

పైథాగరస్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $m_3$ యొక్క స్థానాన్ని కనుగొనండి. ΔDBC అనునది లంబకోణ త్రిభుజం, కాబట్టి

$$BC^2 = CD^2 + DB^2$$

$$CD^2 = BC^2 - DB^2$$

$$CD^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

$$CD = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$m_3$ యొక్క స్థానం

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{లేదా } \left(0.5, 0.5\sqrt{3}\right)$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క సమన్వయం X

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{CM} = \frac{(1\times 0) + (2\times 1) + (3\times 0.5)}{1+2+3} = \frac{3.5}{6}$$

$$x_{CM} = \frac{7}{12}\,\text{m}$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రం యొక్క సమన్వయం Y

$$y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{CM} = \frac{(1\times 0) + (2\times 0) + (3\times 0.5\times \sqrt{3})}{1+2+3} = \frac{1.5\sqrt{3}}{6}$$

$$y_{CM} = \frac{\sqrt{3}}{4}\,\text{m}.$$

ద్రవ్యరాశి కేంద్రంG $\left(x_{CM}, y_{CM}\right)$, యొక్క సమన్వయం $\left(\frac{7}{12}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ గా ఉంది.

2. $9 \times 10^{-31}\,kg$ ద్రవ్యరాశి గల ఒక ఎలక్ట్రాన్ దాని కేంద్రం చుట్టు వృత్తాకార కక్ష్యలో 0.53 Å వ్యాసార్ధంతో తిరుగుతూ ఉంది. దాని యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగాన్ని కనుగొనండి? (ఎలక్ట్రాన్ యొక్క వేగం, $v = 2.2 \times 10^6\,m\,s^{-1}$)

**సాధన:**

ఎలక్ట్రాన్ యొక్క ద్రవ్యరాశి, $m = 9 \times 10^{-31}\,kg$

ఎలక్ట్రాన్ యొక్క వ్యాసార్ధం, r = 0.53 Å = $0.53 \times 10^{-10}\,m$

ఎలక్ట్రాన్ యొక్క వేగం, $v = 2.2 \times 10^6\,m\,s^{-1}$

ఎలక్ట్రాన్ యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగం, $L = I\,\omega$

ఎలక్ట్రాన్ ద్రవ్యరాశి బిందువుగా పరిగణించబడుతుంది. అందువల్ల దాని జడత్వ భ్రామకం, $I = m\,r^2$

$\omega = \frac{v}{r}$ సంబంధంను ఉపయోగించవచ్చు.

కోణీయ ద్రవ్యవేగం, $L = mr^2 \times \frac{v}{r} = mvr$

$$= 9.1 \times 10^{-31} \times 2.2 \times 10^6 \times 0.53 \times 10^{-10}$$

$$L = 1.06 \times 10^{-34}\,kg\,m^2\,s^{-1}$$

3. ఘన గోళం యొక్క ద్రవ్యరాశి 20 kg మరియు వ్యాసార్ధం 0.25 m అయిన అక్షం చుట్టు మధ్యలో తిరుగుతూ ఉంది. కోణీయ వేగం 5 rad $s^{-1}$ అయిన కోణీయ ద్రవ్యరాశి ఎంత?

**సాధన:**

గోళం యొక్క ద్రవ్యరాశి, m = 20 kg

వ్యాసార్ధం r = 0.25 m



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 284 26/04/2022 11:27:57

కోణీయ వేగం $\omega = 5 \text{ rad s}^{-1}$

**సాధన:**

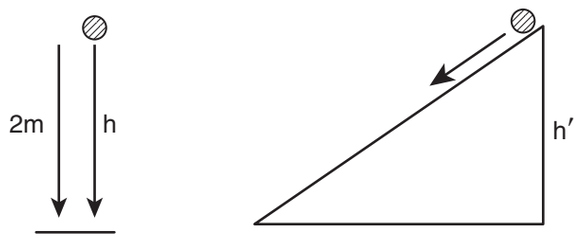
కోణీయ ద్రవ్యరాశి $L = I\omega = \frac{2}{5}mr^2\omega$

$$= \frac{2}{5} \times 20 \times (0.25)^2 \times 5 = 40 \times (0.0625) = 2.5$$

$$L = 2.5 \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$$

4. ఒక ఘన సిలిండర్ పై నుండి 2 m ఎత్తులో నుండి కొంత వేగంతో భూమిని చేరింది. అదే సిలిండర్ ఒక వాలు తలంపై నుండి క్రిందికి జారుతూ భూమిని అదే వేగంతో చేరింది. అప్పుడు వాలు తలం యొక్క ఎత్తు ఎంత? వేగాన్ని కూడా లెక్కించండి?

**సాధన:**




మొదటి సందర్భంలో,

స్థితిజ శక్తి = గతిజ శక్తి

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$mg \times 2 = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (1)$$

రెండవ సందర్భంలో,

స్థితిజ శక్తి = రేఖీయ గతిజ శక్తి + భ్రమణ గతిజ శక్తి

$$mgh' = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mgh' = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{mr^2}{2}\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right)$$

$$\therefore mgh' = \frac{3}{4}mv^2 \qquad (2)$$

(2) ని (1) చేత భాగించగా,

$$\frac{mgh'}{mg \times 2} = \frac{\frac{3}{4}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{3}{2}$$

$$h' = 3\,m$$

సమీకరణము (1) నుండి, $2mg = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = \sqrt{4g} = 2\sqrt{g}$$

$$v = 2 \times \sqrt{9.81}$$

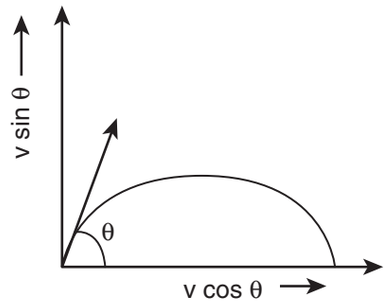
$$v = 6.3\,m\,s^{-1}$$

5. ఒక కోణం యొక్క ద్రవ్యరాశి m ప్రారంభ తుది వేగం v వద్ద కోణం θ అయితే పటములో చూపిన విధంగా X-Y తలం x అక్షంతో చూపబడినది. కణం యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగంను కనుగొనుము?



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 285 26/04/2022 11:28:01

**సాధన:**




m అనే ఒక కణము x క్షితిజ సమాంతర దూరంని t కాలంలో దాటిన

కోణీయ ద్రవ్యవేగం $\vec{L} = \int \vec{\tau}\, dt$

కాని $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ మరియు $\vec{F} = -mg\hat{j}$

$$\therefore \vec{\tau} = \left(x\hat{i} + y\hat{j}\right) \times \left(-mg\hat{j}\right)$$

$$\vec{\tau} = -mgx\left(\hat{i} \times \hat{j}\right) = -mgx\hat{k}$$

$$\vec{L} = -mg\int (xdt)\,\hat{k} = -mgv\cos\theta\left(\int tdt\right)\hat{k}$$

అప్పుడు తొలి కాలం $t = 0$ మరియు తుది కాలం $t = t_f$

$$\therefore \vec{L} = -mgv\cos\theta\left(\int_0^{t_f} tdt\right)\hat{k} = -\frac{1}{2}mgv\cos\theta t_f^2\ \hat{k}$$

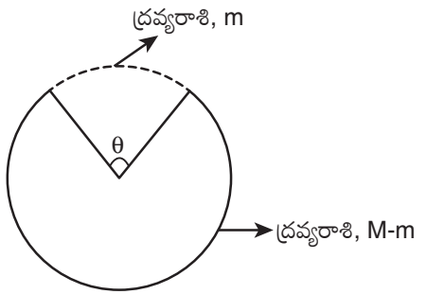
$\vec{L}$ బిందువు లోపలకి ఉండే విధంగా ప్రతికూల సంకేతం సూచిస్తుంది.

6. ఒక వలయం యొక్క మొత్తం ద్రవ్యరాశి M మరియు దాని యొక్క వ్యాసార్ధం R అయిన దాని యొక్క చాప కోణం θ ను తొలగించిన వలయం యొక్క కేంద్రము మరియు వలయ తలమునకు లంబంగా పోయే అక్షం పరంగా అసంపూర్ణ వలయం యొక్క జడత్వ భ్రామకమును లెక్కించండి.

**సాధన:**

వలయం యొక్క వ్యాసార్ధం R మరియు మొత్తం యొక్క ద్రవ్యరాశి M.

వలయం m అనునది వలయం నుండి తొలగించబడిన భాగం యొక్క ద్రవ్యరాశి అసంపూర్ణ వలయం యొక్క ద్రవ్యరాశి M-m




సానుకూల పూర్ణాంకము (n) అనుకొనిన,

కాబట్టి, $n\theta = 360^\circ$, లేదా $n = \dfrac{360^\circ}{\theta}$

అసంపూర్ణ వలయ ద్రవ్యరాశి $= M - m$

$$m = \frac{M}{360} \times \theta$$

అసంపూర్ణ వలయ ద్రవ్యరాశి $= M - \dfrac{M}{360} \times \theta$

అసంపూర్ణ వలయ ద్రవ్యరాశి $M - \dfrac{M}{n} = M\dfrac{(n-1)}{n}$

ఉదాహరణనకు,అ) $\theta = 60^\circ;\ n = \dfrac{360^\circ}{60^\circ} = 6$ అయిన

$$\therefore n - 1 = 5$$

అసంపూర్ణ వలయ ద్రవ్యరాశి $= \dfrac{5}{6}M$

ఆ) $\theta = 30^\circ,\ n = \dfrac{360^\circ}{30^\circ} = 12$ అయిన

$$n - 1 = 11$$

అసంపూర్ణ వలయ ద్రవ్యరాశి $= \dfrac{11}{12}M$



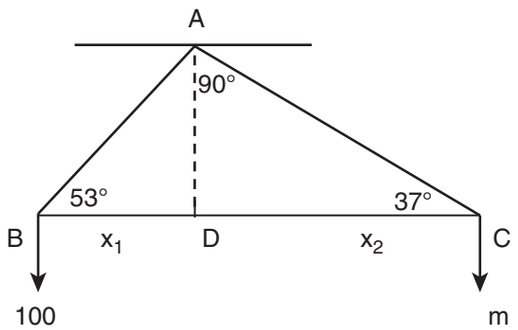
11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 286 26/04/2022 11:28:05

అసంపూర్ణ వలయం యొక్క జడత్వ భ్రామకం,

$$I = M\frac{(n-1)}{n}R^2$$

7. ద్రవ్యరాశి రహిత లంబకోణ త్రిభుజంను లంబకోణ శీర్షముల వద్ద వ్రేలాడదీసినారు. B మూల వద్ద 53° కోణం తో 100 kg ద్రవ్యరాశిని వ్రేలాడ దీసినారు. అయిన C మూల వద్ద BC కి సమాంతరంగా వ్రేలాడ దీసిన ద్రవ్యరాశిని కనుగొనుము?

**సాధన:**



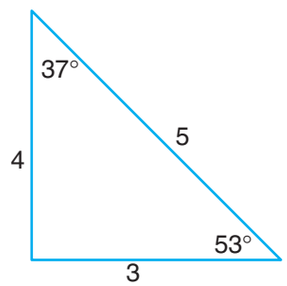

బల భ్రామక సూత్రం ప్రకారం,

$$100 \times g \times x_1 = m \times g \times x_2$$

$$100 \times \cos 53^\circ = m \times \cos 37^\circ \quad (1)$$

ఇక్కడ, $x_1$ మరియు $x_2$ ల పొడవులు

పటములో చూపిన విధంగా 37°, 53° మరియు 90° కోణాలలో లంబకోణ త్రిభుజం ఒక ప్రత్యేక త్రిభుజాన్ని ఏర్పర్చిన వాటి యొక్క భుజాల నిష్పత్తి 3:4:5




సమీకరణము 1 లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$100 \times \cos 53^\circ = m \times \cos 37^\circ$$

$$100 \times \frac{3}{5} = m \times \frac{4}{5}$$

$$m = 100 \times \frac{3}{4}$$

$$m = 75\,kg$$

8. 1000 J ల శక్తిని ఖర్చు చేసి ఫ్లై వీల్ యొక్క వడిని 30 rpm నుండి 720 rpm కి పెంచిన ఫ్లైవీల్ యొక్క జడత్వ భ్రామకంను కనుగొనుము.

**సాధన:**

$$\omega_1 = 30rpm = 2\pi \times \frac{30}{60} rads^{-1} = \pi\ rads$$

$$\omega_2 = 720rpm$$

$$= 2\ \pi \times \frac{720}{60} rads^{-1} = 24\pi\ rads$$

గతిజ శక్తిలో మార్పు,

$$\Delta KE = \frac{1}{2} I(\omega_2^{\,2} - \omega_1^{\,2})$$

$$I = \frac{2 \times \Delta KE}{(\omega_2^{\,2} - \omega_1^{\,2})} = \frac{2 \times 1000}{(24\pi)^2 - (\pi)^2}$$

$$I = \frac{2000}{25\pi \times 23\pi}$$

**గుర్తించుకోవలసింది:**

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$I \approx 0.35\ kg\ m^2$

$\pi^2 \approx 10$ కావున

9. ఒకే వ్యాసార్ధం మరియు ద్రవ్యరాశి కలిగిన రెండు స్థూపాలను తీసుకొనిన. దానిలో ఒకటి ఘన స్థూపంగాను మరొకటి బోలుగా ఉండే స్థూపంగాను తీసుకొనవలెను. అవి రెండు అదే యుగ్మ భ్రామకానికి గురైనప్పుడు వాటిలో దేనికి అధిక కోణీయ త్వరణం కలదని కనుగొనుము?



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 287 26/04/2022 11:28:09

**సాధన:**

ఘన స్థూపం అక్షం పోయే జడత్వ భ్రామకం $I_s = \frac{1}{2}MR^2$

బోలు స్థూపం అక్షం గుండా పోయే జడత్వ భ్రామకం $I_h = MR^2$

$$I_s = \frac{1}{2}I_h \text{ or } I_h = 2I_s$$

బలయుగ్మం $\tau = I\alpha$

$$\alpha = \frac{\tau}{I}$$

$$\alpha_s = \frac{\tau}{I_s} \text{ మరియు } \alpha_h = \frac{\tau}{I_h}$$

$$\alpha_s I_s = \alpha_h I_h \Rightarrow \alpha_s = \alpha_h \frac{I_h}{I_s}$$

$$I_h > I_s \Rightarrow \frac{I_h}{I_s} > 1 \text{ కాబట్టి}$$

$$\therefore \alpha_s > \alpha_h$$

అదే యుగ్మ భ్రామకం కోసం ఘన స్థూపం ఒక బోలు స్థూపం కంటే ఎక్కువ త్వరణాన్ని కలిగి ఉంది.

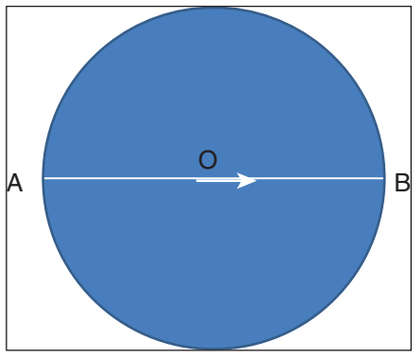
**గమనిక:** పైన ఇచ్చిన రెండు స్థూపాలు వేరు వేరు సాంద్రత గల పదార్థలతో చేయాలి (ఎందువల్ల)

10. **ఒక పలుచని క్షితిజ సమాంతర వృత్తాకార పళ్ళెము దాని కేంద్రం ద్వారా పోయే లంబ అక్షం పరంగా భ్రమణం చెందుతున్నది. పటములో చూపినట్లు పళ్ళెం యొక్క వ్యాసము ద్వారా A నుండి B బిందువునకు ఒక కీటకము పయాణిస్తున్నది. అయితే వృత్తాకార పళ్ళెం యొక్క కోణీయ వేగము ఏ విధంగా మార్పు చెందునో చర్చించండి.**

**సాధన:**

స్వతంత్రంగా తిరుగుతున్న ఒక పళ్ళెం పై ఒక కీటకము ఉన్న వ్యవస్థ యొక్క కోణీయ ద్రవ్యవేగం స్థిరం.

$$L = I\omega = \text{స్థిరం}$$




కీటకము కేంద్రకం వైపుకు వెళ్ళిన (A నుండి O కు) అప్పుడు జడత్వ భ్రామకం (I) తగ్గుతుంది. ఈ విధంగా కోణీయ వేగం (ω) పెరుగుతుంది. కేంద్రకము నుండి దూరంగా వెళ్ళిన (O నుండి O కి) జడత్వ భ్రామకం (I) పెరుగుతుంది. ఈ విధంగా కోణీయ వేగం (ω) తగ్గుతుంది.

11. (i) $\sqrt{E_{kr}}$ మరియు L మధ్య గ్రాఫ్ యొక్క ఆకారము ఏమి? ($E_{kr}$ భ్రమణ గతిజ శక్తి మరియు L కోణీయ ద్రవ్యవేగం)

(ii) గ్రాఫ్ యొక్క వాలు నుండి ఏమి సమాచారమున గ్రహించిరి?

(iii) ఇచ్చిన A మరియు B ల యొక్క గ్రాఫ్‌లో $\sqrt{E_{kr}}$ మరియు L దేనికి జడత్వ భ్రామకం ఎక్కువ?

**సాధన:**

i) మనకు తెలిసిన భ్రమణ గతిజ శక్తి

$$E_{kr} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}I\omega \times \omega = \frac{1}{2}.L.\omega = \frac{1}{2}\frac{L^2}{I} \quad \because L = I\omega \quad \omega = L/I$$

$$E_{kr} = \frac{L^2}{2I}$$

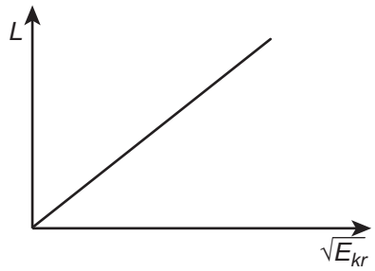
$$L^2 = 2IE_{kr}$$

$$L = \sqrt{2IE_{kr}} = \sqrt{2I}.\sqrt{E_{kr}}$$



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 288 26/04/2022 11:28:13

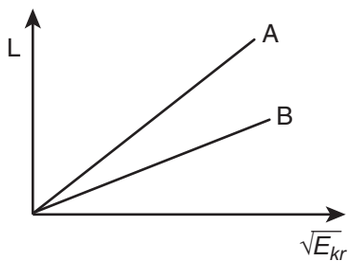
గ్రాఫ్ యొక్క $\sqrt{E_{kr}}$ మరియు L:




గ్రాఫ్ యొక్క ఆకారము సరళ రేఖగా ఉండును

ii) గ్రాఫ్ యొక్క వాలు విలువను జడత్వ భ్రామకం I ఇస్తుంది.

iii) గ్రాఫ్ యొక్క వాలు విలువను జడత్వ భ్రామకం ఇస్తుంది. అని మనకు తెలుసు A రేఖకు ఎక్కువ వాలు మరియు ఎక్కువ జడత్వ భ్రామకం ఉండును.




**12. ఒక సన్నని ఏకరీతి వృత్తాకార వలయం వాలుతలంపై క్రింద పడకుండా జారుతూ వచ్చింది వాలుకోణం 45° అయితే వాలు తలం గుండా పోయే రేఖీయ త్వరణంను కనుగొనుము.**

**సాధన:**

వాలు తలం గుండా పోయే రేఖీయ త్వరణంను గణించుట.

$$a = \frac{g\sin\theta}{1+\frac{K^2}{R^2}}$$

సన్నని ఏకరీతి వృత్తాకార వలయంలో, అక్షం దాని కేంద్రం గుండా పోవునపుడు $I = MR^2$

$$\therefore K^2 = R^2 \Rightarrow \frac{K^2}{R^2} = 1.$$

మరియు వంపు కోణం, $\theta = 45^\circ$

$\Rightarrow (\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}})$

కాబట్టి,

$$a = \frac{\frac{g}{\sqrt{2}}}{1+1}$$

$$a = \frac{g}{2\sqrt{2}} ms^{-2}$$

## COMPETITIVE EXAM CORNER






11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 289 26/04/2022 11:28:15

# ఉపగ్రంథము 2

AWET7

**పట్టిక A1.1** శతాబ్దాలుగా భౌతిక శాస్త్రంలో క్రమబద్ధంగా చెందిన అభివృద్ధి

| | |
|---|---|
| సూర్యుడు, నక్షత్రాలు, గ్రహాలు మరియు చంద్రుడు యొక్క చలనాన్ని గమనించండి. | 3000 క్రీస్తు పూర్వం మధ్యలో (ప్రారంభ గ్రీకులు) |
| ఈ విశ్వంలో ప్రతిదీ మారుతుంది. అదే స్థితిలో ఏదీ నిరవధికంగా మిగిలిపోదు. సమయం యొక్క ఆలోచన ఈ అవగాహనతో ప్రారంభమైంది. | 500 క్రీ.పూ మధ్యలో (హెరాక్లిటస్) |
| చిన్న అవినాభవన అంశాలు ప్రతిదీ పూర్తిగా కూడి ఉండే వాటిని 'అణువులు' అని పిలుస్తారు. "అణువాద సిద్ధాంత" యొక్క అభివృద్ధి కాని ఆ సమయంలో అది ఒక పరికల్పన ప్రయోగాత్మక రుజువు లేదు. | 500 క్రీ.పూ అంతంలో (డెమెక్రోటీస్ మరియు ల్యూసిపస్) |
| ▪ ప్రతి రోజు దృగ్విషయం వెనుక సహజ నియమాల యొక్క ఆలోచన<br>▪ గురుత్వాకర్షణతో కదలడం.<br>▪ నాలుగు మూలకాల సిద్ధాంతము (ప్రతిదీ ఒకదానితో ఒకటి పరివర్తన చెందగల భూమి, నీరు, నిప్పు, గాలితో తయారవుతుంది.<br>▪ భూమి విశ్వానికి కేంద్రం (పరికల్పన)<br>▪ వస్తువును తరలించడానికి శక్తి అవసరం<br>▪ తేలికైన వస్తువు కంటే బరువైన వస్తువు వేగంగా భూమి వైపుకు వస్తుంది. | క్రీ.పూ సుమారు మూడవ శతాబ్దంలో (అరిస్టాటిల్) |
| ▪ భూమి ఒక గోళం<br>▪ దాదాపు ఖచ్చితంగా భూమి యొక్క వ్యాసార్ధమును కొలుచుట | క్రీ.పూ.సుమారు 240లో (ఎరటోస్థినిస్) |



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 290 26/04/2022 11:28:15

| **పట్టిక A1.1** శతాబ్దాలుగా భౌతిక శాస్త్రంలో క్రమబద్ధంగా చెందిన అభివృద్ధి | |
|---|---|
| ■ సౌర వ్యవస్థలో సూర్యుడు మధ్యలో ఉంటాడు. (పరికల్పన, ప్రయోగాత్మక సాక్ష్యాల ద్వారా ఇవ్వబడలేదు)<br>■ దాని స్వంత అక్షం చుట్టూ భూమి భ్రమించడం | సుమారు క్రీ.పూ రెండవ శతాబ్ధంలో (సమోస్ యొక్క అరిస్టార్కస్)<br>క్రీ.పూ సుమారు రెండవ శతాబ్ధంలో (సెలూసియా) |
| ■ హైడ్రోస్టాటిక్స్ పునాది<br>■ తులాదండము ఆలోచన<br>■ రాట్నములను ఉపయోగించి యాంత్రిక పని చేయడం<br>■ ఉత్ప్లవ నియమం ఆర్కిమెడిస్ సూత్రంగా మనకు తెలుసు<br>■ 'పై' యొక్క మొదటి ఖచ్చితమైన విలువ | క్రీ.పూ.సుమారు మూడవ శతాబ్ధంలో (ఆర్కిమెడిస్) |
| ■ నక్షత్రాలు మరియు గ్రహాల కదలికపై దృష్టి పెట్టడం.<br>■ సూర్య గ్రహణాల అంచనా<br>■ భూమికి సూర్యునికి, భూమి చంద్రునికి మధ్య దూరం లెక్కించడం<br>■ ఖగోళ పరిశీలన నమోదు చేయబడింది. | క్రీ.పూ 2వ శతాబ్ధం అంతంలో (హిప్పార్క్రస్) |
| ■ భూకేంద్రక నమూన (పరికల్పన కాదు) సాధారణ కంటి చూపుతో పరిశీలనను వివరంచ లేమా.<br>■ గ్రహాల యొక్కతిరోగమని చలనంని వివరించడం.<br>■ 'అల్మాజెస్ట్' ఖగోళ శాస్త్రంపై మొదటి పుస్తకం | క్రీ.శ.సుమారు 100 సంవత్సరాల (టోలెమీ) |
| ■ దాని స్వంత అక్షంలో భూమి<br>■ సున్న యొక్క ఆలోచన<br>■ గణితం యొక్క సహకారం | క్రీ.శ. 5వ శతాబ్ధంలో (ఆర్యభట్టు – ఇండియా) |
| ■ దృశా ప్రారంభం యొక్క అవగాహన<br>■ ఖచ్చితమైన ఖగోళ పట్టిక కంటే టోలిమిస్ డేటా "ఖగోళ శాస్త్ర ఖజానా"కు ఒక వరం. | క్రీ.శ 9వ శతాబ్ధం (ఇబున్ అల్ హయాతం –అరేబియా)<br>(క్రీ.శ 12వ శతాబ్ధంలో (నాసిర్–అల్–దిన్–పర్షియన్ ఖగోళశాస్త్ర వేత్త) |
| ■ 7వ శతాబ్ధం నుండి 14వ శతాబ్ధం వరకు ముస్లిం దేశాలలో విజ్ఞాన శాస్త్రంలో ప్రధాన అభివృద్ధి ఏర్పడింది. (అరేబియా, పర్షియా, ఇరాన్ మొ॥) | |



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 291 26/04/2022 11:28:15

| **పట్టిక A1.1** శతాబ్దాలుగా భౌతిక శాస్త్రంలో క్రమబద్ధంగా చెందిన అభివృద్ధి | |
|---|---|
| ▪ కోపర్నికన్ విప్లవం<br>▪ సూర్య కేంద్రక నమూనా (పరికల్పన కాదు) టోలెమి నమూనా నక్షత్రాలు మరియు గ్రహాల కదలిక కంటే ఇది సరళమైన వివరణను అందిస్తుంది.<br>▪ ఖచ్చితమైన ఖగోళ సమాచారం<br>▪ గ్రహ చలన నియమం. | క్రీ.శ 15వ శతాబ్దం<br>క్రీ.శ 1543 (కోపర్నికస్)<br><br>టైకో బ్రాహి<br>కెప్లర్ |
| ▪ జడత్వం యొక్క నియమం<br>▪ టెలిస్కోప్ పరిశీలన (ఆధునిక ఖగోళ శాస్త్ర పరిశీలన స్థాపకుడు)<br>▪ బృహస్పతి మరియు చంద్రుల కాల వ్యవధి యొక్క లెక్కింపు<br>▪ భూమి చదునైనది కాదు<br>▪ అన్ని వస్తువులు ఒకే రేటుతో భూమి పైకి వస్తాయి. (నిరూపించబడిన అరిస్టాటిల్స్ వాదన)<br>▪ జడత్వం యొక్క నియమం (చలనంను నిర్వహించడానికి శక్తి అవసరం లేదు నిరూపించబడిన అరిస్టాటిల్స్ వాదన)<br>▪ లోలకం, వాలు తలంపై ప్రయోగాలు<br>▪ ప్రక్షేపక చలన అధ్యయనం<br>▪ నియంత్రిత ప్రయోగాల యొక్క పరిచయం | గెలీలియో గెలీలీ (1564–1642) |
| ▪ కార్టీసియన్ సమన్వయ వ్యవస్థ యొక్క పరిచయం.<br>▪ విశ్లేషణాత్మక జ్యామితి | రానే డెస్‌కార్టె (1596–1650) |
| 17వ మరియు 18వ శతాబ్దాల అభివృద్ధి | |
| ▪ చలన నియమాలు<br>▪ చలనం యొక్క పరిమాణాత్మక ఆలోచన<br>▪ గురుత్వాకర్షణ నియమం<br>▪ లెబ్నిట్జ్ నుండి స్వతంత్ర గణన విధానంని అభివృద్ధి పరచడం<br>▪ ఆధునిక దృశ్య వ్యవస్థాపకుడు (పరావర్తన, విక్షేపణం, పట్టకము)<br>▪ కాంతి చిన్న రేణువులను కలిగి ఉండును (కార్పసల్స్)<br>▪ కెప్లర్ నియమాల ఉత్పన్నం<br>▪ “ది ప్రిన్‌సిపియా మాథమాటిక్” ఒక గొప్ప పుస్తకం (1687)<br>▪ కాంతి సిద్ధాంతం. | ఐసాక్ న్యూటన్ (1642–1727)<br><br>క్రిస్టియన్ హైగన్స్ ఆధునిక భౌతికశాస్త్ర పితామహుడు. |



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 292 26/04/2022 11:28:15

| పట్టిక A1.1 శతాబ్దాలుగా భౌతిక శాస్త్రంలో క్రమబద్ధంగా చెందిన అభివృద్ధి | |
|---|---|
| ▪ అయస్కాంతత్వంపై పని | విలియం గిల్బర్ట్ ( సుమారు 1600 లో) |
| ▪ వాయువుల ప్రవర్తన | రాబర్ట్ బాయిల్ (1627–1691) మరియు రాబర్ట్ హుక్ |
| ▪ ద్రవ గతిజశాస్త్రం – బెర్నాల్లిస్ సిద్ధాంతం (1734) | డేనియల్ బెర్నాల్లి (1700–1782) |
| ▪ వాయువుల గతిజ సిద్ధాంతం యొక్క ప్రారంభ ఆలోచనలు | డేనియల్ బెర్నాల్లి (1700–1782) |
| ▪ తీగ చలనంపై అధ్యయనం (హుక్స్ నియమం) | రాబర్ట్‌హుక్ |
| ▪ తీగలలో కంపనం యొక్క పౌన:పున్యం యొక్క ఉత్పన్నం (1714) | టేలర్ |
| ▪ శక్తి విధానాన్ని ఉపయోగించి న్యూటోనియన్ యాంత్రికత యొక్క సంస్కరణ (లా గ్రాంజియన్ యంత్రికత) | అలెంబెర్ట్, లాగ్రాంజయన్ |
| ▪ ఆవిరి యంత్రం యొక్క ఆవిష్కరణ (1781) | జేమ్స్‌వాట్ |
| ▪ ఆవేశాల మధ్య నియమం (కూలూంబ్ నియమం) | కూలూంబ్ |
| ▪ 19వ శతాబ్దపు అభివృద్ధి | |
| ▪ ఉష్ణగతిక శాస్త్రం యొక్క ఆలోచన (1840లో) | జేమ్స్ జౌల్, కార్నోట్ |
| ▪ కెలోరిక్ సిద్ధాంతం | |
| ▪ ఉష్ణగతిక శాస్త్రం యొక్క నియమాలు (1850లో) | కెల్విన్, క్లాసియస్ |
| ▪ వాయువుల ప్రవర్తన, వేగం మరియు వడి (1860లో) | జేమ్స్ క్లర్క్ మాక్స్వెల్ |
| ▪ గణన యాంత్రికత మరియు ఎంట్రోపీ ఫార్ములా యొక్క పునాది (1870 మధ్యలో) | బోల్ట్‌జ్మన్ |
| ▪ కాంతి యొక్క తరంగ స్వభావం – ప్రయోగం | యంగ్ మరియు ఫ్రెస్నెల్ |
| ▪ విద్యుత్ ఆవేశాల యొక్క ప్రవర్తన | |
| ▪ విద్యుత్ ప్రవాహం యొక్క అయస్కాంత ప్రభావం (1820లో) | ఆయర్‌స్టడ్ |
| ▪ రెండు సమాంతర ప్రవాహాల మధ్య శక్తి | ఆంఫియర్ |
| ▪ కనీసపు చర్య సూత్రం, హెమిల్టన్ యాంత్రికత (1821) | విలియం హెమిల్టన్ |
| ▪ విద్యుత్ శక్తిలో పనిచేసే మోటారు, విద్యాత్ ప్రదర్శన | మైఖేల్ ఫారడే |
| ▪ విద్యుదయస్కాంత సిద్ధాంతం (1873 – విద్యుత్ మరియు అయస్కాంతత్వం మధ్య వంతెన) | జేమ్స్ క్లర్క్ మాక్స్వెల్ |
| ▪ యాక్స్వెల్ సమీకరణాలు – ఆధునిక సాంకేతిక పరిజ్ఞానం | |
| ▪ ప్రత్యామ్నాయ ప్రవాహం | టెస్లా |



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 293 26/04/2022 11:28:15

**పట్టిక A1.1** శతాబ్దాలుగా భౌతిక శాస్త్రంలో క్రమబద్ధంగా చెందిన అభివృద్ధి

| ■ 20వ శతాబ్దపు అభివృద్ధి | |
|---|---|
| ■ కృష్ణ వస్తువు యొక్క వికిరణం<br>■ ఎలక్ట్రాన్‌ను కనుగొనుట<br>■ రూథర్ ఫోర్ట్ పరమాణు నమూనా<br>■ రేడియో ధార్మికతపై అధ్యయనం | యాక్స్ ప్లాంక్ (సుమారు 1900లో)<br>జె.జె.థామ్సన్<br>రూథర్ ఫోర్డ్ (1910లో)<br>మేరీ క్యూరీ (1920లో మరియు 30లో) |
| ■ సాపేక్ష ప్రత్యేక సిద్ధాంతం కాంతి విద్యుత్ ఫలితము, అణువు ఉనికి (1905), $E=mc^2$<br>■ న్యూటన్ తరువాత భౌతిక విప్లవము<br>■ అంతరిక్షం మరియు కాలం గురించి కొత్త ఆలోచన<br>■ సాపేక్ష సాధారణ సిద్ధాంతం (20వ శతాబ్దంలో గొప్ప సిద్ధాంతం – 1915)<br>■ నిర్దిష్ట ఉష్ణ సామర్థ్యాలపై అధ్యాయనం | ఆల్బర్ట్ ఇన్‌స్టీన్ |
| ■ అణువుల అధ్యయనం<br>■ బోర్ అణువు నమూనా (1912)<br>■ ఎలక్ట్రాన్ యొక్క ప్రవర్తన, ప్రోటాన్ స్క్రోడింగర్ సమీకరణం<br>■ అనిశ్చిత సూత్రం<br>■ క్వాంటం యాంత్రికత సూత్రీకరణ<br>■ క్వాంటం ఫీల్డ్ సిద్ధాంతం సూత్రీకరణ<br>■ కణ భౌతికశాస్త్రం, ప్రామాణిక నమూనా<br>■ X-కిరణాల విక్షేపం (1930s) పదార్థలను నిలబెట్టడానికి మార్గం సుగమం చేయడం<br>■ రామన్ ఫలితము<br>■ నక్షత్రాలు మరియు కృష్ణ రంధ్రాల అధ్యయనం.<br>■ ట్రాన్సిస్టర్ల ఆవిష్కరణ (1947)<br>■ ఉష్ణోగ్రతను ఉపయోగించి నక్షత్రాల వర్గీకరణ (ఆస్ట్రో ఉష్ణగతిక శాస్త్రం) సాహ అయనీకరణ సూత్రం.<br>■ కాస్మోలజీ రంగం (1920లో) (1920s)<br>■ విశ్వ నమూనా వివరణ (1922)<br>■ ఎరుపు షిఫ్ట్ కనుగొనుట | నీల్స్ భోర్<br>స్క్రోడింగర్<br>హైసన్ బర్గ్<br>పాల్ డిరాక్<br>డిరాక్, ఫెయిన్‌మేన్, స్వింగర్<br>గెల్‌మేన్, వీన్‌బర్గ్, అబ్దుస్సలామ్<br>సి.వి.రామన్ (ఇండియా)<br>చంద్ర శేఖర్(Indian origin)<br>జాన్ బర్డీన్, వాల్టర్ బ్రట్టెయిన్, విల్లియం షాక్లీ<br>మెగ్‌నాడ్ షా (ఇండియా)<br>ఎడింగ్టన్, స్వార్జ్‌చైల్డ్<br>ధామస్ ఫ్రిడ్జియాన్<br>ఎడ్విన్ హబుల్ |



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 294 26/04/2022 11:28:15

**పట్టిక A1.1** శతాబ్దాలుగా భౌతిక శాస్త్రంలో క్రమబద్ధంగా చెందిన అభివృద్ధి

| | |
|---|---|
| ▪ పదార్థశాస్త్రముల పుట్టుక<br>▪ నానో టెక్నాలజీ, ఘనీకృత పదార్థ భౌతిక శాస్త్రం<br>▪ గురుత్వ తరంగాలు, చీకటి శక్తి, చీకటి పదార్థము, స్ట్రింగ్ సిద్ధాంతము. | |

## ఉపగ్రంథము A1.2

**vi) రెండు రాశుల విభజన దోషం (విభేదన పద్ధతిని ఉపయోగించి)**

పరిగణించగ $Z=\frac{A^n}{B^m}$

ఇరువైపుల సంవర్గమానాలను తీసుకోగ

$$\log Z=\log A^n-\log B^m$$
$$\log Z=n\log A-m\log B$$

ఇరువైపుల విభేదనం చేయగా, మనం పొందేది.

$$\frac{dZ}{Z}=n\frac{dA}{A}-m\frac{dB}{B}$$

పాక్షిక లోపం పరంగా, దేనిని ఇలా వ్రాయవచ్చు.

$$\pm\frac{\Delta Z}{Z}=\pm n\frac{\Delta A}{A}\mp m\frac{\Delta B}{B}$$

ఇవ్వబడిన గరిష్ట సాపేక్ష దోషం $Z$ ద్వారా

$$\frac{\Delta Z}{Z}=n\frac{\Delta A}{A}+m\frac{\Delta B}{B}$$

**vii) మూడు రాశుల ఉత్పత్తిలో లోపం (గణన పద్ధతిని ఉపయోగించి)**

వీలుగా $u=x^m y^n Z^p$

ఇరువైపుల సంవర్గమానాలను తీసుకోగ, మనం పొందేది.

$$\log u=\log x^m+\log y^n+\log Z^p$$
$$\log u=m\log x+n\log y+p\log Z$$

ఇరు వైపుల విభేదనం చేయగ,

$$\frac{du}{u}=m\frac{dx}{x}+n\frac{dy}{y}+p\frac{dz}{z}$$

పాక్షిక దోషం పరంగా, సమీకరణమును ఈ విధంగా వ్రాయవచ్చు.

$$\pm\frac{\Delta u}{u}=\pm m\frac{\Delta x}{x}\pm n\frac{\Delta y}{y}\pm p\frac{\Delta z}{z}$$

## ఉపగ్రంథము A2.1

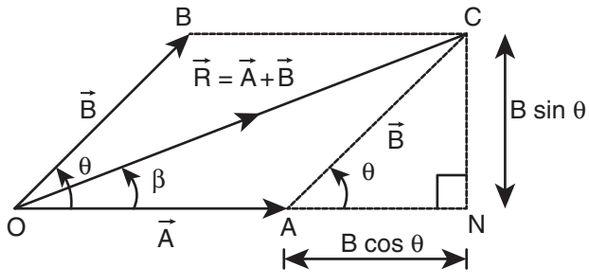
**సదిశ కూడిక యొక్క సమాంతర చతుర్భుజ నియమం:** $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనేవి రెండు సున్నా కాని సదిశలను సూచిస్తుంది. ఇవ్వబడిన ఫలిత వికర్ణంచే సమాంతర చతుర్భాజం యొక్క రెండు ప్రక్కల ద్వారా మధ్య బిందువు నుండి సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క రెండు సదిశలు ప్రయాణిస్తుంది.

క్రింద ఇవ్వబడిన పటము 2.19 నుండి, ఇక్కడ $\vec{A}$ మరియు $\vec{B}$ అనే రెండు సదిశలు సాధారణ కోణం $\theta$ తో కలుపబడి ఉంది. సమాంతర



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 295 26/04/2022 11:28:18

చతుర్భుజం యొక్క తదుపరి నిర్మాణం OACB అప్పుడు కర్ణము OC యొక్క ఫలితం ($\vec{R}$) సాధారణ బిందువు O ద్వారా ప్రయాణిస్తుంది.




**పటము 2.19 సమాంతర చతుర్భుజ పద్ధతిలో ఫలిత సదిశ యొక్క పరిమాణము**

ఈ ఫలిత సదిశ యొక్క పరిమాణము మరియు దిశను కనుగొంటిమి.

**(i) పరిమాణము:**

మొదట పొడిగించబడిన OA బిందువు N దాని ద్వారా ON మనకు లభించింది. CN నుండి కులంబంగా C ను గీచితిమి. అప్పుడు ONC ఒక లంబ కోణ త్రిభుజం.

ఇలా వ్రాసిన $R^2 = ON^2 + CN^2$

$$R^2 = (OA + AN)^2 + CN^2$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$

$$\therefore R = |\vec{R}| = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

**ప్రత్యేక విషయాలు :**

$\theta = 0°$ అయితే R = A+B అవుతుంది.

$\theta = 180°$ అయితే R = A – B అవుతుంది.

$\theta = 90°$ అయితే $R = \sqrt{A^2 + B^2}$. అవుతుంది.

**(ii) దిశ :**

$\beta$ అనునది $\vec{A}$ మరియు $\vec{R}$ సదిశ యొక్క కోణం అయిన

$$\tan\beta = \frac{CN}{ON} = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 296 26/04/2022 11:28:20

# ఉపగ్రంథము 3

**కొన్ని ముఖ్యమైన సమగ్రత సూత్రాలు.**

(1) $\int dx = x\,;\ \frac{d}{dx}(x) = 1$

(2) $\int x^n dx = \left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right);\ \frac{d}{dx}\left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right) = x^n$

(3) $\int cudx = c\int udx$ ఇక్కడ c స్థిరం

(4) $\int (u \pm v \pm w)dx = \int udx \pm \int vdx \pm \int wdx$

(5) $\int \frac{1}{x}dx = \ln x + C$

(6) $\int e^x dx = e^x + C$

(7) $\int \cos\theta d\theta = \sin\theta + C$

(8) $\int \sin\theta d\theta = -\cos\theta + C$

**కొన్ని ముఖ్యమైన విభేద గణన సూత్రాలు**

1. $\frac{d}{dx}(c) = 0$, c స్థిరం అయితే

2. y = cu ఇక్కడ c స్థిరం మరియు u అనేది x యొక్క ప్రమేయము
$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(cu) = c\frac{du}{dx}$$

3. y = u ±v ±w ఇక్కడ u,v మరియు w లు x యొక్క ప్రమేయాలు. అయితే
$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(u \pm v \pm w) = \frac{du}{ds} \pm \frac{dv}{dx} \pm \frac{dw}{dx}$$

4. $y = x^n$, అయితే ఇక్కడ n అనునది సహజ సంఖ్య అవుతుంది.
$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

5. y = uv, u, v అనునది x యొక్క ప్రమేయం అయినప్పుడు
$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

6. y అనునది x యొక్క ప్రమేయం అయినప్పుడు
$dy = \frac{dy}{dx}.dx$

7. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

8. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$

9. $\frac{d}{d\theta}(\sin\theta) = \cos\theta$

10. $\frac{d}{d\theta}(\cos\theta) = -\sin\theta$

11. y అనునది θ యొక్క త్రికోణమితి ప్రమేయం అయిన θ అనునది t యొక్క ప్రమేయం అవుతుంది. అప్పుడు
$$\frac{d}{dt}(\sin\theta) = \cos\theta\frac{d\theta}{dt}$$



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 297 26/04/2022 11:28:31

# ఉపగ్రంథము 4

## గ్రీకు అక్షరాలు
## (THE GREEK ALPHABET)

| గ్రీకు అక్షరాలు | ఎగువ | దిగువ |
|---|---|---|
| ఆల్ఫా | A | α |
| బీటా | B | β |
| గామా | Γ | γ |
| డెల్టా | Δ | δ |
| ఎప్సిలాన్ | E | ε |
| జీటా | Z | ζ |
| ఈటా | H | η |
| తీటా | Θ | θ |
| అయోటా | I | ι |
| కప్పా | K | κ |
| లాంబ్డా | Λ | λ |
| మ్యూ | M | μ |
| న్యూ | N | ν |
| ఎప్సిలాన్ | € | ξ |
| ఒమిక్రాన్ | O | ο |
| పై | ∏ | π |
| రో | P | ρ |
| సిగ్మా | ∑ | σ |
| టౌ | T | τ |
| అప్సిలాన్ | Y | υ |
| ఫై | Φ | ϕ |
| ఖై | X | χ |
| సై | Ψ | ψ |
| ఒమేగా | Ω | ω |



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 298 26/04/2022 11:28:32

## భౌతికశాస్త్రంలో కొన్ని ముఖ్యమైన స్థిరాంకాలు.

| పేరు | గుర్తు | విలువ |
|---|---|---|
| శూన్యంలో కాంతి వేగం | $c$ | $2.9979 \times 10^{8}\ \text{m s}^{-1}$ |
| గురుత్వాకర్షణ స్థిరాంకం | $G$ | $6.67 \times 10^{-11}\ \text{N m}^{2}\ \text{kg}^{-2}$ |
| గురుత్వ త్వరణం (సముద్ర స్థాయి, 45° అక్షాంశం వద్ద) | $g$ | $9.8\ \text{m s}^{-2}$ |
| ప్లాంక్ స్థిరాంకం | $h$ | $6.626 \times 10^{-34}\ \text{J s}$ |
| బోల్ట్‌మెన్ స్థిరాంకం | $k$ | $1.38 \times 10^{-23}\ \text{J K}^{-1}$ |
| అవోగాడ్రో స్థిరాంకం | $N_A$ | $6.023 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$ |
| సార్వత్రిక వాయు స్థిరాంకం | $R$ | $8.31\ \text{J mol}^{-1}\ \text{K}^{-1}$ |
| స్టీఫెన్ బోల్ట్‌జ్మన్ స్థిరాంకం | $\sigma$ | $5.67 \times 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}\ \text{K}^{-4}$ |
| వీన్స్ స్థిరాంకం | $b$ | $2.898 \times 10^{-3}\ \text{m K}$ |
| రిక్తాకాశము యొక్క ప్రవేశ్యశీలత | $\mu_0$ | $4\pi \times 10^{-7}\ \text{H m}^{-1}$ |
| ప్రామాణిక వాతావరణ పీడనం | $1\ atm$ | $1.013 \times 10^{5}\ \text{Pa}$ |



11th_Physics_Telugu_Medium_Appendix.indd 299 26/04/2022 11:28:32

# పదకోశము (Glossary)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | Acceleration | - | త్వరణము |
| 2. | Angular Momentum | - | కోణీయ ద్రవ్యవేగము |
| 3. | Astro physics | - | ఖగోళ భౌతిక శాస్త్రము |
| 4. | Average Velocity | - | సరాసరి దిశావేగము |
| 5. | Angular displacement | - | కోణీయ స్థానభ్రంశము |
| 6. | Angular velocity | - | కోణీయ దిశావేగము |
| 7. | Angular acceleration | - | కోణీయ త్వరణము |
| 8. | Angle of friction | - | ఘర్షణ కోణము |
| 9. | Angle of repose | - | విశ్రమ కోణము |
| 10. | Centripetal acceleration | - | అభికేంద్ర త్వరణము |
| 11. | Circular Motion | - | వృత్తాకార చలనము |
| 12. | Concurrent forces | - | ఏకకాలిక బలాలు |
| 13. | Coplanar force | - | ఏకతల బలాలు |
| 14. | Centripetal force | - | అభికేంద్ర బలము |
| 15. | Centrifugal force | - | అపకేంద్ర బలము |
| 16. | Coefficient of friction | - | ఘర్షణ గుణకము |
| 17. | Centre of mass | - | ద్రవ్యరాశి కేంద్రము |
| 18. | Couple | - | యుగ్మము |
| 19. | Centre of gravity | - | గరిమనాభి |
| 20. | Circular Motion | - | వృత్తాకార చలనము |
| 21. | Collision | - | అభిఘాతము |
| 22. | Conservative force | - | నిత్యత్వ బలము |
| 23. | Dimensional Analysis | - | మితి విశ్లేషణ |
| 24. | Displacement | - | స్థాన భ్రంశము |
| 25. | Escape -Speed | - | పలాయన వేగము |
| 26. | Elastic potential energy | - | స్థితిస్థాపక స్థితి శక్తి |
| 27. | Elastic collision | - | స్థితిస్థాపక అభిఘాతము |
| 28. | Free body diagram | - | స్వేచ్ఛా వస్తు చిత్రము |
| 29. | Gravitational Constant | - | గురుత్వ స్థిరాంకము |
| 30. | Gravitational field | - | గురుత్వ క్షేత్రము |
| 31. | Gravitational potential | - | గురుత్వ శక్మము |
| 32. | Gravitational Potential energy | - | గురుత్వ స్థితిశక్తి |
| 33. | Gross Error | - | స్థూల దోషము |
| 34. | Geo stationary satellite | - | భూస్థిర ఉపగ్రహము |
| 35. | Horizontal plane | - | క్షితిజ సమాంతర తలము |
| 36. | Horse power | - | అశ్వ సామర్థ్యము |
| 37. | Instantaneous Velocity | - | తాక్షణిక దిశావేగము |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 300 26/04/2022 11:32:06

| | | | |
|---|---|---|---|
| 38. | Inclined plane | - | ఏటవాలు తలము |
| 39. | Inertial frame | - | జడత్వ చట్రము |
| 40. | Impulse | - | ప్రచోదనము |
| 41. | Instantaneous power | - | తాక్షణిక సామర్థ్యము |
| 42. | Kinetic friction | - | గతిక ఘర్షణ |
| 43. | Linear motion | - | రేఖీయ చలనము |
| 44. | Linear density | - | రేఖీయ సాంద్రత |
| 45. | Linear momentum | - | రేఖీయ ద్రవ్యవేగము |
| 46. | Least Count error | - | కనీసపు కొలత దోషము |
| 47. | Motion | - | చలనము లేదా గమనము |
| 48. | Moment of inertia | - | జడత్వ భ్రామకము |
| 49. | Non conservative force | - | అనిత్యత్వ బలము |
| 50. | Orbital speed | - | కక్ష్యా వేగము |
| 51. | One dimensional motion | - | ఏక మితీయ చలనము |
| 52. | accuracy | - | ఖచ్చితత్వము |
| 53. | Parallax Method | - | పారలాక్స్ పద్ధతి |
| 54. | Projectile | - | ప్రక్షేపకము |
| 55. | Point mass | - | బిందు ద్రవ్యరాశి |
| 56. | Precison | - | యదార్థత |
| 57. | Planetary Motion | - | గ్రహచలనము |
| 58. | Polar satellite | - | ధృవ కేంద్ర ఉపగ్రహము |
| 59. | Precession | - | అగ్రేసరత్వము (లేదా) ముందంజ |
| 60. | Pulley | - | కప్పి |
| 61. | Rolling | - | దొర్లుట |
| 62. | Random error | - | యదేచ్ఛ దోషము |
| 63. | Rounding off | - | సంపూర్ణ సవరణ |
| 64. | Rest | - | విరామం |
| 65. | Retardation | - | ఋణత్వరణము |
| 66. | Relative velocity | - | సాపేక్ష దిశావేగము |
| 67. | Range | - | వ్యాప్తి |
| 68. | Rolling friction | - | దొర్లు ఘర్షణ |
| 69. | Rigid body | - | ధృడ వస్తువు |
| 70. | Radius of gyration | - | భ్రమణ వ్యాసార్థము |
| 71. | Rotational Motion | - | భ్రమణ చలనము |
| 72. | Spring Constant | - | స్ప్రింగు స్థిరాంకము |
| 73. | Sliping | - | జారుట |
| 74. | Sliding | - | జారుట |
| 75. | Systematic error | - | క్రమ దోషము |
| 76. | Static friction | - | స్థిర ఘర్షణ |
| 77. | Significant Number | - | ప్రాముఖ్య సంఖ్య |
| 78. | Time of flight | - | పలాయన కాలము (లేదా) ఎగురు కాలము |
| 79. | Torque | - | బలఘ |
| 80. | Translational Motion | - | సరళ రేఖా చలనము |
| 81. | Tension | - | తన్యత (లేదా) బిగుతు |
| 82. | Velocity | - | దిశావేగము |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 301 26/04/2022 11:32:06

# LOGARITHM TABLE

| | | | | | | | | | | | Mean Difference | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 0.000 | 0.004 | 0.009 | 0.013 | 0.017 | 0.021 | 0.025 | 0.029 | 0.033 | 0.037 | 4 | 8 | 11 | 17 | 21 | 25 | 29 | 33 | 37 |
| 11 | 0.041 | 0.045 | 0.049 | 0.053 | 0.057 | 0.061 | 0.064 | 0.068 | 0.072 | 0.076 | 4 | 8 | 11 | 15 | 19 | 23 | 26 | 30 | 34 |
| 12 | 0.079 | 0.083 | 0.086 | 0.090 | 0.093 | 0.097 | 0.100 | 0.104 | 0.107 | 0.111 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 | 21 | 24 | 28 | 31 |
| 13 | 0.114 | 0.117 | 0.121 | 0.124 | 0.127 | 0.130 | 0.134 | 0.137 | 0.140 | 0.143 | 3 | 6 | 10 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 29 |
| 14 | 0.146 | 0.149 | 0.152 | 0.155 | 0.158 | 0.161 | 0.164 | 0.167 | 0.170 | 0.173 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 15 | 0.176 | 0.179 | 0.182 | 0.185 | 0.188 | 0.190 | 0.193 | 0.196 | 0.199 | 0.201 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 22 | 25 |
| 16 | 0.204 | 0.207 | 0.210 | 0.212 | 0.215 | 0.217 | 0.220 | 0.223 | 0.225 | 0.228 | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 | 16 | 18 | 21 | 24 |
| 17 | 0.230 | 0.233 | 0.236 | 0.238 | 0.241 | 0.243 | 0.246 | 0.248 | 0.250 | 0.253 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 20 | 22 |
| 18 | 0.255 | 0.258 | 0.260 | 0.262 | 0.265 | 0.267 | 0.270 | 0.272 | 0.274 | 0.276 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 16 | 19 | 21 |
| 19 | 0.279 | 0.281 | 0.283 | 0.286 | 0.288 | 0.290 | 0.292 | 0.294 | 0.297 | 0.299 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 20 |
| 20 | 0.301 | 0.303 | 0.305 | 0.307 | 0.310 | 0.312 | 0.314 | 0.316 | 0.318 | 0.320 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 21 | 0.322 | 0.324 | 0.326 | 0.328 | 0.330 | 0.332 | 0.334 | 0.336 | 0.338 | 0.340 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 22 | 0.342 | 0.344 | 0.346 | 0.348 | 0.350 | 0.352 | 0.354 | 0.356 | 0.358 | 0.360 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 |
| 23 | 0.362 | 0.364 | 0.365 | 0.367 | 0.369 | 0.371 | 0.373 | 0.375 | 0.377 | 0.378 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 24 | 0.380 | 0.382 | 0.384 | 0.386 | 0.387 | 0.389 | 0.391 | 0.393 | 0.394 | 0.396 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| 25 | 0.398 | 0.400 | 0.401 | 0.403 | 0.405 | 0.407 | 0.408 | 0.410 | 0.412 | 0.413 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 15 |
| 26 | 0.415 | 0.417 | 0.418 | 0.420 | 0.422 | 0.423 | 0.425 | 0.427 | 0.428 | 0.430 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
| 27 | 0.431 | 0.433 | 0.435 | 0.436 | 0.438 | 0.439 | 0.441 | 0.442 | 0.444 | 0.446 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 |
| 28 | 0.447 | 0.449 | 0.450 | 0.452 | 0.453 | 0.455 | 0.456 | 0.458 | 0.459 | 0.461 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 29 | 0.462 | 0.464 | 0.465 | 0.467 | 0.468 | 0.470 | 0.471 | 0.473 | 0.474 | 0.476 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| 30 | 0.477 | 0.479 | 0.480 | 0.481 | 0.483 | 0.484 | 0.486 | 0.487 | 0.489 | 0.490 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 |
| 31 | 0.491 | 0.493 | 0.494 | 0.496 | 0.497 | 0.498 | 0.500 | 0.501 | 0.502 | 0.504 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 32 | 0.505 | 0.507 | 0.508 | 0.509 | 0.511 | 0.512 | 0.513 | 0.515 | 0.516 | 0.517 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 33 | 0.519 | 0.520 | 0.521 | 0.522 | 0.524 | 0.525 | 0.526 | 0.528 | 0.529 | 0.530 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 34 | 0.531 | 0.533 | 0.534 | 0.535 | 0.537 | 0.538 | 0.539 | 0.540 | 0.542 | 0.543 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 35 | 0.544 | 0.545 | 0.547 | 0.548 | 0.549 | 0.550 | 0.551 | 0.553 | 0.554 | 0.555 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 |
| 36 | 0.556 | 0.558 | 0.559 | 0.560 | 0.561 | 0.562 | 0.563 | 0.565 | 0.566 | 0.567 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| 37 | 0.568 | 0.569 | 0.571 | 0.572 | 0.573 | 0.574 | 0.575 | 0.576 | 0.577 | 0.579 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 38 | 0.580 | 0.581 | 0.582 | 0.583 | 0.584 | 0.585 | 0.587 | 0.588 | 0.589 | 0.590 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 39 | 0.591 | 0.592 | 0.593 | 0.594 | 0.595 | 0.597 | 0.598 | 0.599 | 0.600 | 0.601 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 40 | 0.602 | 0.603 | 0.604 | 0.605 | 0.606 | 0.607 | 0.609 | 0.610 | 0.611 | 0.612 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
| 41 | 0.613 | 0.614 | 0.615 | 0.616 | 0.617 | 0.618 | 0.619 | 0.620 | 0.621 | 0.622 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 42 | 0.623 | 0.624 | 0.625 | 0.626 | 0.627 | 0.628 | 0.629 | 0.630 | 0.631 | 0.632 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 43 | 0.633 | 0.634 | 0.635 | 0.636 | 0.637 | 0.638 | 0.639 | 0.640 | 0.641 | 0.642 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 44 | 0.643 | 0.644 | 0.645 | 0.646 | 0.647 | 0.648 | 0.649 | 0.650 | 0.651 | 0.652 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 45 | 0.653 | 0.654 | 0.655 | 0.656 | 0.657 | 0.658 | 0.659 | 0.660 | 0.661 | 0.662 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 46 | 0.663 | 0.664 | 0.665 | 0.666 | 0.667 | 0.667 | 0.668 | 0.669 | 0.670 | 0.671 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 47 | 0.672 | 0.673 | 0.674 | 0.675 | 0.676 | 0.677 | 0.678 | 0.679 | 0.679 | 0.680 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 48 | 0.681 | 0.682 | 0.683 | 0.684 | 0.685 | 0.686 | 0.687 | 0.688 | 0.688 | 0.689 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 49 | 0.690 | 0.691 | 0.692 | 0.693 | 0.694 | 0.695 | 0.695 | 0.696 | 0.697 | 0.698 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 50 | 0.699 | 0.700 | 0.701 | 0.702 | 0.702 | 0.703 | 0.704 | 0.705 | 0.706 | 0.707 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 51 | 0.708 | 0.708 | 0.709 | 0.710 | 0.711 | 0.712 | 0.713 | 0.713 | 0.714 | 0.715 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 52 | 0.716 | 0.717 | 0.718 | 0.719 | 0.719 | 0.720 | 0.721 | 0.722 | 0.723 | 0.723 | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| 53 | 0.724 | 0.725 | 0.726 | 0.727 | 0.728 | 0.728 | 0.729 | 0.730 | 0.731 | 0.732 | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| 54 | 0.732 | 0.733 | 0.734 | 0.735 | 0.736 | 0.736 | 0.737 | 0.738 | 0.739 | 0.740 | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 302 26/04/2022 11:32:07

# LOGARITHM TABLE

| | | | | | | | | | | | Mean Difference | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 55 | 0.740 | 0.741 | 0.742 | 0.743 | 0.744 | 0.744 | 0.745 | 0.746 | 0.747 | 0.747 | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 56 | 0.748 | 0.749 | 0.750 | 0.751 | 0.751 | 0.752 | 0.753 | 0.754 | 0.754 | 0.755 | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 57 | 0.756 | 0.757 | 0.757 | 0.758 | 0.759 | 0.760 | 0.760 | 0.761 | 0.762 | 0.763 | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 58 | 0.763 | 0.764 | 0.765 | 0.766 | 0.766 | 0.767 | 0.768 | 0.769 | 0.769 | 0.770 | 1 | 1 | 2 | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 59 | 0.771 | 0.772 | 0.772 | 0.773 | 0.774 | 0.775 | 0.775 | 0.776 | 0.777 | 0.777 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 60 | 0.778 | 0.779 | 0.780 | 0.780 | 0.781 | 0.782 | 0.782 | 0.783 | 0.784 | 0.785 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 61 | 0.785 | 0.786 | 0.787 | 0.787 | 0.788 | 0.789 | 0.790 | 0.790 | 0.791 | 0.792 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 62 | 0.792 | 0.793 | 0.794 | 0.794 | 0.795 | 0.796 | 0.797 | 0.797 | 0.798 | 0.799 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 63 | 0.799 | 0.800 | 0.801 | 0.801 | 0.802 | 0.803 | 0.803 | 0.804 | 0.805 | 0.806 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 64 | 0.806 | 0.807 | 0.808 | 0.808 | 0.809 | 0.810 | 0.810 | 0.811 | 0.812 | 0.812 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 65 | 0.813 | 0.814 | 0.814 | 0.815 | 0.816 | 0.816 | 0.817 | 0.818 | 0.818 | 0.819 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 66 | 0.820 | 0.820 | 0.821 | 0.822 | 0.822 | 0.823 | 0.823 | 0.824 | 0.825 | 0.825 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 67 | 0.826 | 0.827 | 0.827 | 0.828 | 0.829 | 0.829 | 0.830 | 0.831 | 0.831 | 0.832 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 68 | 0.833 | 0.833 | 0.834 | 0.834 | 0.835 | 0.836 | 0.836 | 0.837 | 0.838 | 0.838 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 69 | 0.839 | 0.839 | 0.840 | 0.841 | 0.841 | 0.842 | 0.843 | 0.843 | 0.844 | 0.844 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 70 | 0.845 | 0.846 | 0.846 | 0.847 | 0.848 | 0.848 | 0.849 | 0.849 | 0.850 | 0.851 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 71 | 0.851 | 0.852 | 0.852 | 0.853 | 0.854 | 0.854 | 0.855 | 0.856 | 0.856 | 0.857 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 72 | 0.857 | 0.858 | 0.859 | 0.859 | 0.860 | 0.860 | 0.861 | 0.862 | 0.862 | 0.863 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 73 | 0.863 | 0.864 | 0.865 | 0.865 | 0.866 | 0.866 | 0.867 | 0.867 | 0.868 | 0.869 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 74 | 0.869 | 0.870 | 0.870 | 0.871 | 0.872 | 0.872 | 0.873 | 0.873 | 0.874 | 0.874 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 75 | 0.875 | 0.876 | 0.876 | 0.877 | 0.877 | 0.878 | 0.879 | 0.879 | 0.880 | 0.880 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 76 | 0.881 | 0.881 | 0.882 | 0.883 | 0.883 | 0.884 | 0.884 | 0.885 | 0.885 | 0.886 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 77 | 0.886 | 0.887 | 0.888 | 0.888 | 0.889 | 0.889 | 0.890 | 0.890 | 0.891 | 0.892 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 78 | 0.892 | 0.893 | 0.893 | 0.894 | 0.894 | 0.895 | 0.895 | 0.896 | 0.897 | 0.897 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 79 | 0.898 | 0.898 | 0.899 | 0.899 | 0.900 | 0.900 | 0.901 | 0.901 | 0.902 | 0.903 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 80 | 0.903 | 0.904 | 0.904 | 0.905 | 0.905 | 0.906 | 0.906 | 0.907 | 0.907 | 0.908 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 81 | 0.908 | 0.909 | 0.910 | 0.910 | 0.911 | 0.911 | 0.912 | 0.912 | 0.913 | 0.913 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 82 | 0.914 | 0.914 | 0.915 | 0.915 | 0.916 | 0.916 | 0.917 | 0.918 | 0.918 | 0.919 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 83 | 0.919 | 0.920 | 0.920 | 0.921 | 0.921 | 0.922 | 0.922 | 0.923 | 0.923 | 0.924 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 84 | 0.924 | 0.925 | 0.925 | 0.926 | 0.926 | 0.927 | 0.927 | 0.928 | 0.928 | 0.929 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 85 | 0.929 | 0.930 | 0.930 | 0.931 | 0.931 | 0.932 | 0.932 | 0.933 | 0.933 | 0.934 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 86 | 0.934 | 0.935 | 0.936 | 0.936 | 0.937 | 0.937 | 0.938 | 0.938 | 0.939 | 0.939 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 87 | 0.940 | 0.940 | 0.941 | 0.941 | 0.942 | 0.942 | 0.943 | 0.943 | 0.943 | 0.944 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 |
| 88 | 0.944 | 0.945 | 0.945 | 0.946 | 0.946 | 0.947 | 0.947 | 0.948 | 0.948 | 0.949 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 89 | 0.949 | 0.950 | 0.950 | 0.951 | 0.951 | 0.952 | 0.952 | 0.953 | 0.953 | 0.954 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 90 | 0.954 | 0.955 | 0.955 | 0.956 | 0.956 | 0.957 | 0.957 | 0.958 | 0.958 | 0.959 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 91 | 0.959 | 0.960 | 0.960 | 0.960 | 0.961 | 0.961 | 0.962 | 0.962 | 0.963 | 0.963 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 92 | 0.964 | 0.964 | 0.965 | 0.965 | 0.966 | 0.966 | 0.967 | 0.967 | 0.968 | 0.968 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 93 | 0.968 | 0.969 | 0.969 | 0.970 | 0.970 | 0.971 | 0.971 | 0.972 | 0.972 | 0.973 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 94 | 0.973 | 0.974 | 0.974 | 0.975 | 0.975 | 0.975 | 0.976 | 0.976 | 0.977 | 0.977 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 95 | 0.978 | 0.978 | 0.979 | 0.979 | 0.980 | 0.980 | 0.980 | 0.981 | 0.981 | 0.982 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 96 | 0.982 | 0.983 | 0.983 | 0.984 | 0.984 | 0.985 | 0.985 | 0.985 | 0.986 | 0.986 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 97 | 0.987 | 0.987 | 0.988 | 0.988 | 0.989 | 0.989 | 0.989 | 0.990 | 0.990 | 0.991 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 98 | 0.991 | 0.992 | 0.992 | 0.993 | 0.993 | 0.993 | 0.994 | 0.994 | 0.995 | 0.995 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 99 | 0.996 | 0.996 | 0.997 | 0.997 | 0.997 | 0.998 | 0.998 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 303 26/04/2022 11:32:07

# ANTILOG TABLE

| | | | | | | | | | | | Mean Difference | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0.00 | 1.000 | 1.002 | 1.005 | 1.007 | 1.009 | 1.012 | 1.014 | 1.016 | 1.019 | 1.021 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 0.01 | 1.023 | 1.026 | 1.028 | 1.030 | 1.033 | 1.035 | 1.038 | 1.040 | 1.042 | 1.045 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 0.02 | 1.047 | 1.050 | 1.052 | 1.054 | 1.057 | 1.059 | 1.062 | 1.064 | 1.067 | 1.069 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 0.03 | 1.072 | 1.074 | 1.076 | 1.079 | 1.081 | 1.084 | 1.086 | 1.089 | 1.091 | 1.094 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 0.04 | 1.096 | 1.099 | 1.102 | 1.104 | 1.107 | 1.109 | 1.112 | 1.114 | 1.117 | 1.119 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 0.05 | 1.122 | 1.125 | 1.127 | 1.130 | 1.132 | 1.135 | 1.138 | 1.140 | 1.143 | 1.146 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 0.06 | 1.148 | 1.151 | 1.153 | 1.156 | 1.159 | 1.161 | 1.164 | 1.167 | 1.169 | 1.172 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 0.07 | 1.175 | 1.178 | 1.180 | 1.183 | 1.186 | 1.189 | 1.191 | 1.194 | 1.197 | 1.199 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 0.08 | 1.202 | 1.205 | 1.208 | 1.211 | 1.213 | 1.216 | 1.219 | 1.222 | 1.225 | 1.227 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 0.09 | 1.230 | 1.233 | 1.236 | 1.239 | 1.242 | 1.245 | 1.247 | 1.250 | 1.253 | 1.256 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 0.10 | 1.259 | 1.262 | 1.265 | 1.268 | 1.271 | 1.274 | 1.276 | 1.279 | 1.282 | 1.285 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 0.11 | 1.288 | 1.291 | 1.294 | 1.297 | 1.300 | 1.303 | 1.306 | 1.309 | 1.312 | 1.315 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 0.12 | 1.318 | 1.321 | 1.324 | 1.327 | 1.330 | 1.334 | 1.337 | 1.340 | 1.343 | 1.346 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 0.13 | 1.349 | 1.352 | 1.355 | 1.358 | 1.361 | 1.365 | 1.368 | 1.371 | 1.374 | 1.377 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 0.14 | 1.380 | 1.384 | 1.387 | 1.390 | 1.393 | 1.396 | 1.400 | 1.403 | 1.406 | 1.409 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 0.15 | 1.413 | 1.416 | 1.419 | 1.422 | 1.426 | 1.429 | 1.432 | 1.435 | 1.439 | 1.442 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 0.16 | 1.445 | 1.449 | 1.452 | 1.455 | 1.459 | 1.462 | 1.466 | 1.469 | 1.472 | 1.476 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 0.17 | 1.479 | 1.483 | 1.486 | 1.489 | 1.493 | 1.496 | 1.500 | 1.503 | 1.507 | 1.510 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 0.18 | 1.514 | 1.517 | 1.521 | 1.524 | 1.528 | 1.531 | 1.535 | 1.538 | 1.542 | 1.545 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 0.19 | 1.549 | 1.552 | 1.556 | 1.560 | 1.563 | 1.567 | 1.570 | 1.574 | 1.578 | 1.581 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 0.20 | 1.585 | 1.589 | 1.592 | 1.596 | 1.600 | 1.603 | 1.607 | 1.611 | 1.614 | 1.618 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 0.21 | 1.622 | 1.626 | 1.629 | 1.633 | 1.637 | 1.641 | 1.644 | 1.648 | 1.652 | 1.656 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 0.22 | 1.660 | 1.663 | 1.667 | 1.671 | 1.675 | 1.679 | 1.683 | 1.687 | 1.690 | 1.694 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 0.23 | 1.698 | 1.702 | 1.706 | 1.710 | 1.714 | 1.718 | 1.722 | 1.726 | 1.730 | 1.734 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 0.24 | 1.738 | 1.742 | 1.746 | 1.750 | 1.754 | 1.758 | 1.762 | 1.766 | 1.770 | 1.774 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 0.25 | 1.778 | 1.782 | 1.786 | 1.791 | 1.795 | 1.799 | 1.803 | 1.807 | 1.811 | 1.816 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 0.26 | 1.820 | 1.824 | 1.828 | 1.832 | 1.837 | 1.841 | 1.845 | 1.849 | 1.854 | 1.858 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| 0.27 | 1.862 | 1.866 | 1.871 | 1.875 | 1.879 | 1.884 | 1.888 | 1.892 | 1.897 | 1.901 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| 0.28 | 1.905 | 1.910 | 1.914 | 1.919 | 1.923 | 1.928 | 1.932 | 1.936 | 1.941 | 1.945 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 0.29 | 1.950 | 1.954 | 1.959 | 1.963 | 1.968 | 1.972 | 1.977 | 1.982 | 1.986 | 1.991 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 0.30 | 1.995 | 2.000 | 2.004 | 2.009 | 2.014 | 2.018 | 2.023 | 2.028 | 2.032 | 2.037 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 0.31 | 2.042 | 2.046 | 2.051 | 2.056 | 2.061 | 2.065 | 2.070 | 2.075 | 2.080 | 2.084 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 0.32 | 2.089 | 2.094 | 2.099 | 2.104 | 2.109 | 2.113 | 2.118 | 2.123 | 2.128 | 2.133 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 0.33 | 2.138 | 2.143 | 2.148 | 2.153 | 2.158 | 2.163 | 2.168 | 2.173 | 2.178 | 2.183 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 0.34 | 2.188 | 2.193 | 2.198 | 2.203 | 2.208 | 2.213 | 2.218 | 2.223 | 2.228 | 2.234 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 0.35 | 2.239 | 2.244 | 2.249 | 2.254 | 2.259 | 2.265 | 2.270 | 2.275 | 2.280 | 2.286 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 0.36 | 2.291 | 2.296 | 2.301 | 2.307 | 2.312 | 2.317 | 2.323 | 2.328 | 2.333 | 2.339 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 0.37 | 2.344 | 2.350 | 2.355 | 2.360 | 2.366 | 2.371 | 2.377 | 2.382 | 2.388 | 2.393 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 0.38 | 2.399 | 2.404 | 2.410 | 2.415 | 2.421 | 2.427 | 2.432 | 2.438 | 2.443 | 2.449 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 0.39 | 2.455 | 2.460 | 2.466 | 2.472 | 2.477 | 2.483 | 2.489 | 2.495 | 2.500 | 2.506 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 0.40 | 2.512 | 2.518 | 2.523 | 2.529 | 2.535 | 2.541 | 2.547 | 2.553 | 2.559 | 2.564 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 0.41 | 2.570 | 2.576 | 2.582 | 2.588 | 2.594 | 2.600 | 2.606 | 2.612 | 2.618 | 2.624 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 0.42 | 2.630 | 2.636 | 2.642 | 2.649 | 2.655 | 2.661 | 2.667 | 2.673 | 2.679 | 2.685 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 0.43 | 2.692 | 2.698 | 2.704 | 2.710 | 2.716 | 2.723 | 2.729 | 2.735 | 2.742 | 2.748 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 0.44 | 2.754 | 2.761 | 2.767 | 2.773 | 2.780 | 2.786 | 2.793 | 2.799 | 2.805 | 2.812 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 0.45 | 2.818 | 2.825 | 2.831 | 2.838 | 2.844 | 2.851 | 2.858 | 2.864 | 2.871 | 2.877 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 0.46 | 2.884 | 2.891 | 2.897 | 2.904 | 2.911 | 2.917 | 2.924 | 2.931 | 2.938 | 2.944 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 0.47 | 2.951 | 2.958 | 2.965 | 2.972 | 2.979 | 2.985 | 2.992 | 2.999 | 3.006 | 3.013 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 0.48 | 3.020 | 3.027 | 3.034 | 3.041 | 3.048 | 3.055 | 3.062 | 3.069 | 3.076 | 3.083 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 0.49 | 3.090 | 3.097 | 3.105 | 3.112 | 3.119 | 3.126 | 3.133 | 3.141 | 3.148 | 3.155 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 304 26/04/2022 11:32:08

# ANTILOG TABLE

| | | | | | | | | | | | Mean Difference | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.50 | 3.162 | 3.170 | 3.177 | 3.184 | 3.192 | 3.199 | 3.206 | 3.214 | 3.221 | 3.228 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0.51 | 3.236 | 3.243 | 3.251 | 3.258 | 3.266 | 3.273 | 3.281 | 3.289 | 3.296 | 3.304 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 0.52 | 3.311 | 3.319 | 3.327 | 3.334 | 3.342 | 3.350 | 3.357 | 3.365 | 3.373 | 3.381 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 0.53 | 3.388 | 3.396 | 3.404 | 3.412 | 3.420 | 3.428 | 3.436 | 3.443 | 3.451 | 3.459 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| 0.54 | 3.467 | 3.475 | 3.483 | 3.491 | 3.499 | 3.508 | 3.516 | 3.524 | 3.532 | 3.540 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| 0.55 | 3.548 | 3.556 | 3.565 | 3.573 | 3.581 | 3.589 | 3.597 | 3.606 | 3.614 | 3.622 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| 0.56 | 3.631 | 3.639 | 3.648 | 3.656 | 3.664 | 3.673 | 3.681 | 3.690 | 3.698 | 3.707 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0.57 | 3.715 | 3.724 | 3.733 | 3.741 | 3.750 | 3.758 | 3.767 | 3.776 | 3.784 | 3.793 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0.58 | 3.802 | 3.811 | 3.819 | 3.828 | 3.837 | 3.846 | 3.855 | 3.864 | 3.873 | 3.882 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0.59 | 3.890 | 3.899 | 3.908 | 3.917 | 3.926 | 3.936 | 3.945 | 3.954 | 3.963 | 3.972 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0.60 | 3.981 | 3.990 | 3.999 | 4.009 | 4.018 | 4.027 | 4.036 | 4.046 | 4.055 | 4.064 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 |
| 0.61 | 4.074 | 4.083 | 4.093 | 4.102 | 4.111 | 4.121 | 4.130 | 4.140 | 4.150 | 4.159 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0.62 | 4.169 | 4.178 | 4.188 | 4.198 | 4.207 | 4.217 | 4.227 | 4.236 | 4.246 | 4.256 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0.63 | 4.266 | 4.276 | 4.285 | 4.295 | 4.305 | 4.315 | 4.325 | 4.335 | 4.345 | 4.355 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0.64 | 4.365 | 4.375 | 4.385 | 4.395 | 4.406 | 4.416 | 4.426 | 4.436 | 4.446 | 4.457 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0.65 | 4.467 | 4.477 | 4.487 | 4.498 | 4.508 | 4.519 | 4.529 | 4.539 | 4.550 | 4.560 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0.66 | 4.571 | 4.581 | 4.592 | 4.603 | 4.613 | 4.624 | 4.634 | 4.645 | 4.656 | 4.667 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 |
| 0.67 | 4.677 | 4.688 | 4.699 | 4.710 | 4.721 | 4.732 | 4.742 | 4.753 | 4.764 | 4.775 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 7 | 9 | 10 |
| 0.68 | 4.786 | 4.797 | 4.808 | 4.819 | 4.831 | 4.842 | 4.853 | 4.864 | 4.875 | 4.887 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 0.69 | 4.898 | 4.909 | 4.920 | 4.932 | 4.943 | 4.955 | 4.966 | 4.977 | 4.989 | 5.000 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 0.70 | 5.012 | 5.023 | 5.035 | 5.047 | 5.058 | 5.070 | 5.082 | 5.093 | 5.105 | 5.117 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 |
| 0.71 | 5.129 | 5.140 | 5.152 | 5.164 | 5.176 | 5.188 | 5.200 | 5.212 | 5.224 | 5.236 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| 0.72 | 5.248 | 5.260 | 5.272 | 5.284 | 5.297 | 5.309 | 5.321 | 5.333 | 5.346 | 5.358 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 |
| 0.73 | 5.370 | 5.383 | 5.395 | 5.408 | 5.420 | 5.433 | 5.445 | 5.458 | 5.470 | 5.483 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 0.74 | 5.495 | 5.508 | 5.521 | 5.534 | 5.546 | 5.559 | 5.572 | 5.585 | 5.598 | 5.610 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 0.75 | 5.623 | 5.636 | 5.649 | 5.662 | 5.675 | 5.689 | 5.702 | 5.715 | 5.728 | 5.741 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 0.76 | 5.754 | 5.768 | 5.781 | 5.794 | 5.808 | 5.821 | 5.834 | 5.848 | 5.861 | 5.875 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 0.77 | 5.888 | 5.902 | 5.916 | 5.929 | 5.943 | 5.957 | 5.970 | 5.984 | 5.998 | 6.012 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 0.78 | 6.026 | 6.039 | 6.053 | 6.067 | 6.081 | 6.095 | 6.109 | 6.124 | 6.138 | 6.152 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 |
| 0.79 | 6.166 | 6.180 | 6.194 | 6.209 | 6.223 | 6.237 | 6.252 | 6.266 | 6.281 | 6.295 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 |
| 0.80 | 6.310 | 6.324 | 6.339 | 6.353 | 6.368 | 6.383 | 6.397 | 6.412 | 6.427 | 6.442 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| 0.81 | 6.457 | 6.471 | 6.486 | 6.501 | 6.516 | 6.531 | 6.546 | 6.561 | 6.577 | 6.592 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 0.82 | 6.607 | 6.622 | 6.637 | 6.653 | 6.668 | 6.683 | 6.699 | 6.714 | 6.730 | 6.745 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 0.83 | 6.761 | 6.776 | 6.792 | 6.808 | 6.823 | 6.839 | 6.855 | 6.871 | 6.887 | 6.902 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 |
| 0.84 | 6.918 | 6.934 | 6.950 | 6.966 | 6.982 | 6.998 | 7.015 | 7.031 | 7.047 | 7.063 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
| 0.85 | 7.079 | 7.096 | 7.112 | 7.129 | 7.145 | 7.161 | 7.178 | 7.194 | 7.211 | 7.228 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 |
| 0.86 | 7.244 | 7.261 | 7.278 | 7.295 | 7.311 | 7.328 | 7.345 | 7.362 | 7.379 | 7.396 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 |
| 0.87 | 7.413 | 7.430 | 7.447 | 7.464 | 7.482 | 7.499 | 7.516 | 7.534 | 7.551 | 7.568 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| 0.88 | 7.586 | 7.603 | 7.621 | 7.638 | 7.656 | 7.674 | 7.691 | 7.709 | 7.727 | 7.745 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| 0.89 | 7.762 | 7.780 | 7.798 | 7.816 | 7.834 | 7.852 | 7.870 | 7.889 | 7.907 | 7.925 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| 0.90 | 7.943 | 7.962 | 7.980 | 7.998 | 8.017 | 8.035 | 8.054 | 8.072 | 8.091 | 8.110 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 0.91 | 8.128 | 8.147 | 8.166 | 8.185 | 8.204 | 8.222 | 8.241 | 8.260 | 8.279 | 8.299 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 0.92 | 8.318 | 8.337 | 8.356 | 8.375 | 8.395 | 8.414 | 8.433 | 8.453 | 8.472 | 8.492 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 |
| 0.93 | 8.511 | 8.531 | 8.551 | 8.570 | 8.590 | 8.610 | 8.630 | 8.650 | 8.670 | 8.690 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 0.94 | 8.710 | 8.730 | 8.750 | 8.770 | 8.790 | 8.810 | 8.831 | 8.851 | 8.872 | 8.892 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 0.95 | 8.913 | 8.933 | 8.954 | 8.974 | 8.995 | 9.016 | 9.036 | 9.057 | 9.078 | 9.099 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 15 | 17 | 19 |
| 0.96 | 9.120 | 9.141 | 9.162 | 9.183 | 9.204 | 9.226 | 9.247 | 9.268 | 9.290 | 9.311 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 0.97 | 9.333 | 9.354 | 9.376 | 9.397 | 9.419 | 9.441 | 9.462 | 9.484 | 9.506 | 9.528 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 20 |
| 0.98 | 9.550 | 9.572 | 9.594 | 9.616 | 9.638 | 9.661 | 9.683 | 9.705 | 9.727 | 9.750 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 20 |
| 0.99 | 9.772 | 9.795 | 9.817 | 9.840 | 9.863 | 9.886 | 9.908 | 9.931 | 9.954 | 9.977 | 2 | 5 | 7 | 9 | 11 | 14 | 16 | 18 | 20 |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 305 26/04/2022 11:32:09

# NATURAL SINES

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.0017453 | 0.0034907 | 0.0052360 | 0.0069813 | 0.0087265 | 0.010472 | 0.012217 | 0.013962 | 0.015707 |
| 1 | 0.017452 | 0.019197 | 0.020942 | 0.022687 | 0.024432 | 0.026177 | 0.027922 | 0.029666 | 0.031411 | 0.033155 |
| 2 | 0.034899 | 0.036644 | 0.038388 | 0.040132 | 0.041876 | 0.043619 | 0.045363 | 0.047106 | 0.04885 | 0.050593 |
| 3 | 0.052336 | 0.054079 | 0.055822 | 0.057564 | 0.059306 | 0.061049 | 0.062791 | 0.064532 | 0.066274 | 0.068015 |
| 4 | 0.069756 | 0.071497 | 0.073238 | 0.074979 | 0.076719 | 0.078459 | 0.080199 | 0.081939 | 0.083678 | 0.085417 |
| 5 | 0.087156 | 0.088894 | 0.090633 | 0.092371 | 0.094108 | 0.095846 | 0.097583 | 0.09932 | 0.101056 | 0.102793 |
| 6 | 0.104528 | 0.106264 | 0.107999 | 0.109734 | 0.111469 | 0.113203 | 0.114937 | 0.116671 | 0.118404 | 0.120137 |
| 7 | 0.121869 | 0.123601 | 0.125333 | 0.127065 | 0.128796 | 0.130526 | 0.132256 | 0.133986 | 0.135716 | 0.137445 |
| 8 | 0.139173 | 0.140901 | 0.142629 | 0.144356 | 0.146083 | 0.147809 | 0.149535 | 0.151261 | 0.152986 | 0.15471 |
| 9 | 0.156434 | 0.158158 | 0.159881 | 0.161604 | 0.163326 | 0.165048 | 0.166769 | 0.168489 | 0.170209 | 0.171929 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 0.173648 | 0.175367 | 0.177085 | 0.178802 | 0.180519 | 0.182236 | 0.183951 | 0.185667 | 0.187381 | 0.189095 |
| 11 | 0.190809 | 0.192522 | 0.194234 | 0.195946 | 0.197657 | 0.199368 | 0.201078 | 0.202787 | 0.204496 | 0.206204 |
| 12 | 0.207912 | 0.209619 | 0.211325 | 0.21303 | 0.214735 | 0.21644 | 0.218143 | 0.219846 | 0.221548 | 0.22325 |
| 13 | 0.224951 | 0.226651 | 0.228351 | 0.23005 | 0.231748 | 0.233445 | 0.235142 | 0.236838 | 0.238533 | 0.240228 |
| 14 | 0.241922 | 0.243615 | 0.245307 | 0.246999 | 0.24869 | 0.25038 | 0.252069 | 0.253758 | 0.255446 | 0.257133 |
| 15 | 0.258819 | 0.260505 | 0.262189 | 0.263873 | 0.265556 | 0.267238 | 0.26892 | 0.2706 | 0.27228 | 0.273959 |
| 16 | 0.275637 | 0.277315 | 0.278991 | 0.280667 | 0.282341 | 0.284015 | 0.285688 | 0.287361 | 0.289032 | 0.290702 |
| 17 | 0.292372 | 0.29404 | 0.295708 | 0.297375 | 0.299041 | 0.300706 | 0.30237 | 0.304033 | 0.305695 | 0.307357 |
| 18 | 0.309017 | 0.310676 | 0.312335 | 0.313992 | 0.315649 | 0.317305 | 0.318959 | 0.320613 | 0.322266 | 0.323917 |
| 19 | 0.325568 | 0.327218 | 0.328867 | 0.330514 | 0.332161 | 0.333807 | 0.335452 | 0.337095 | 0.338738 | 0.34038 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 20 | 0.34202 | 0.34366 | 0.345298 | 0.346936 | 0.348572 | 0.350207 | 0.351842 | 0.353475 | 0.355107 | 0.356738 |
| 21 | 0.358368 | 0.359997 | 0.361625 | 0.363251 | 0.364877 | 0.366501 | 0.368125 | 0.369747 | 0.371368 | 0.372988 |
| 22 | 0.374607 | 0.376224 | 0.377841 | 0.379456 | 0.38107 | 0.382683 | 0.384295 | 0.385906 | 0.387516 | 0.389124 |
| 23 | 0.390731 | 0.392337 | 0.393942 | 0.395546 | 0.397148 | 0.398749 | 0.400349 | 0.401948 | 0.403545 | 0.405142 |
| 24 | 0.406737 | 0.40833 | 0.409923 | 0.411514 | 0.413104 | 0.414693 | 0.416281 | 0.417867 | 0.419452 | 0.421036 |
| 25 | 0.422618 | 0.424199 | 0.425779 | 0.427358 | 0.428935 | 0.430511 | 0.432086 | 0.433659 | 0.435231 | 0.436802 |
| 26 | 0.438371 | 0.439939 | 0.441506 | 0.443071 | 0.444635 | 0.446198 | 0.447759 | 0.449319 | 0.450878 | 0.452435 |
| 27 | 0.45399 | 0.455545 | 0.457098 | 0.45865 | 0.4602 | 0.461749 | 0.463296 | 0.464842 | 0.466387 | 0.46793 |
| 28 | 0.469472 | 0.471012 | 0.472551 | 0.474088 | 0.475624 | 0.477159 | 0.478692 | 0.480223 | 0.481754 | 0.483282 |
| 29 | 0.48481 | 0.486335 | 0.48786 | 0.489382 | 0.490904 | 0.492424 | 0.493942 | 0.495459 | 0.496974 | 0.498488 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 30 | 0.5 | 0.501511 | 0.50302 | 0.504528 | 0.506034 | 0.507538 | 0.509041 | 0.510543 | 0.512043 | 0.513541 |
| 31 | 0.515038 | 0.516533 | 0.518027 | 0.519519 | 0.52101 | 0.522499 | 0.523986 | 0.525472 | 0.526956 | 0.528438 |
| 32 | 0.529919 | 0.531399 | 0.532876 | 0.534352 | 0.535827 | 0.5373 | 0.538771 | 0.54024 | 0.541708 | 0.543174 |
| 33 | 0.544639 | 0.546102 | 0.547563 | 0.549023 | 0.550481 | 0.551937 | 0.553392 | 0.554844 | 0.556296 | 0.557745 |
| 34 | 0.559193 | 0.560639 | 0.562083 | 0.563526 | 0.564967 | 0.566406 | 0.567844 | 0.56928 | 0.570714 | 0.572146 |
| 35 | 0.573576 | 0.575005 | 0.576432 | 0.577858 | 0.579281 | 0.580703 | 0.582123 | 0.583541 | 0.584958 | 0.586372 |
| 36 | 0.587785 | 0.589196 | 0.590606 | 0.592013 | 0.593419 | 0.594823 | 0.596225 | 0.597625 | 0.599024 | 0.60042 |
| 37 | 0.601815 | 0.603208 | 0.604599 | 0.605988 | 0.607376 | 0.608761 | 0.610145 | 0.611527 | 0.612907 | 0.614285 |
| 38 | 0.615661 | 0.617036 | 0.618408 | 0.619779 | 0.621148 | 0.622515 | 0.62388 | 0.625243 | 0.626604 | 0.627963 |
| 39 | 0.62932 | 0.630676 | 0.632029 | 0.633381 | 0.634731 | 0.636078 | 0.637424 | 0.638768 | 0.64011 | 0.64145 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 40 | 0.642788 | 0.644124 | 0.645458 | 0.64679 | 0.64812 | 0.649448 | 0.650774 | 0.652098 | 0.653421 | 0.654741 |
| 41 | 0.656059 | 0.657375 | 0.658689 | 0.660002 | 0.661312 | 0.66262 | 0.663926 | 0.66523 | 0.666532 | 0.667833 |
| 42 | 0.669131 | 0.670427 | 0.671721 | 0.673013 | 0.674302 | 0.67559 | 0.676876 | 0.67816 | 0.679441 | 0.680721 |
| 43 | 0.681998 | 0.683274 | 0.684547 | 0.685818 | 0.687088 | 0.688355 | 0.68962 | 0.690882 | 0.692143 | 0.693402 |
| 44 | 0.694658 | 0.695913 | 0.697165 | 0.698415 | 0.699663 | 0.700909 | 0.702153 | 0.703395 | 0.704634 | 0.705872 |
| 45 | 0.707107 | 0.70834 | 0.709571 | 0.710799 | 0.712026 | 0.71325 | 0.714473 | 0.715693 | 0.716911 | 0.718126 |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 306 26/04/2022 11:32:09

# NATURAL SINES

| 46 | 0.71934 | 0.720551 | 0.72176 | 0.722967 | 0.724172 | 0.725374 | 0.726575 | 0.727773 | 0.728969 | 0.730162 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 47 | 0.731354 | 0.732543 | 0.73373 | 0.734915 | 0.736097 | 0.737277 | 0.738455 | 0.739631 | 0.740805 | 0.741976 |
| 48 | 0.743145 | 0.744312 | 0.745476 | 0.746638 | 0.747798 | 0.748956 | 0.750111 | 0.751264 | 0.752415 | 0.753563 |
| 49 | 0.75471 | 0.755853 | 0.756995 | 0.758134 | 0.759271 | 0.760406 | 0.761538 | 0.762668 | 0.763796 | 0.764921 |
| **x** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| 50 | 0.766044 | 0.767165 | 0.768284 | 0.7694 | 0.770513 | 0.771625 | 0.772734 | 0.77384 | 0.774944 | 0.776046 |
| 51 | 0.777146 | 0.778243 | 0.779338 | 0.78043 | 0.78152 | 0.782608 | 0.783693 | 0.784776 | 0.785857 | 0.786935 |
| 52 | 0.788011 | 0.789084 | 0.790155 | 0.791224 | 0.79229 | 0.793353 | 0.794415 | 0.795473 | 0.79653 | 0.797584 |
| 53 | 0.798636 | 0.799685 | 0.800731 | 0.801776 | 0.802817 | 0.803857 | 0.804894 | 0.805928 | 0.80696 | 0.80799 |
| 54 | 0.809017 | 0.810042 | 0.811064 | 0.812084 | 0.813101 | 0.814116 | 0.815128 | 0.816138 | 0.817145 | 0.81815 |
| 55 | 0.819152 | 0.820152 | 0.821149 | 0.822144 | 0.823136 | 0.824126 | 0.825113 | 0.826098 | 0.827081 | 0.82806 |
| 56 | 0.829038 | 0.830012 | 0.830984 | 0.831954 | 0.832921 | 0.833886 | 0.834848 | 0.835807 | 0.836764 | 0.837719 |
| 57 | 0.838671 | 0.83962 | 0.840567 | 0.841511 | 0.842452 | 0.843391 | 0.844328 | 0.845262 | 0.846193 | 0.847122 |
| 58 | 0.848048 | 0.848972 | 0.849893 | 0.850811 | 0.851727 | 0.85264 | 0.853551 | 0.854459 | 0.855364 | 0.856267 |
| 59 | 0.857167 | 0.858065 | 0.85896 | 0.859852 | 0.860742 | 0.861629 | 0.862514 | 0.863396 | 0.864275 | 0.865151 |
| **x** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| 60 | 0.866025 | 0.866897 | 0.867765 | 0.868632 | 0.869495 | 0.870356 | 0.871214 | 0.872069 | 0.872922 | 0.873772 |
| 61 | 0.87462 | 0.875465 | 0.876307 | 0.877146 | 0.877983 | 0.878817 | 0.879649 | 0.880477 | 0.881303 | 0.882127 |
| 62 | 0.882948 | 0.883766 | 0.884581 | 0.885394 | 0.886204 | 0.887011 | 0.887815 | 0.888617 | 0.889416 | 0.890213 |
| 63 | 0.891007 | 0.891798 | 0.892586 | 0.893371 | 0.894154 | 0.894934 | 0.895712 | 0.896486 | 0.897258 | 0.898028 |
| 64 | 0.898794 | 0.899558 | 0.900319 | 0.901077 | 0.901833 | 0.902585 | 0.903335 | 0.904083 | 0.904827 | 0.905569 |
| 65 | 0.906308 | 0.907044 | 0.907777 | 0.908508 | 0.909236 | 0.909961 | 0.910684 | 0.911403 | 0.91212 | 0.912834 |
| 66 | 0.913545 | 0.914254 | 0.91496 | 0.915663 | 0.916363 | 0.91706 | 0.917755 | 0.918446 | 0.919135 | 0.919821 |
| 67 | 0.920505 | 0.921185 | 0.921863 | 0.922538 | 0.92321 | 0.92388 | 0.924546 | 0.92521 | 0.925871 | 0.926529 |
| 68 | 0.927184 | 0.927836 | 0.928486 | 0.929133 | 0.929776 | 0.930418 | 0.931056 | 0.931691 | 0.932324 | 0.932954 |
| 69 | 0.93358 | 0.934204 | 0.934826 | 0.935444 | 0.93606 | 0.936672 | 0.937282 | 0.937889 | 0.938493 | 0.939094 |
| **x** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| 70 | 0.939693 | 0.940288 | 0.940881 | 0.941471 | 0.942057 | 0.942641 | 0.943223 | 0.943801 | 0.944376 | 0.944949 |
| 71 | 0.945519 | 0.946085 | 0.946649 | 0.94721 | 0.947768 | 0.948324 | 0.948876 | 0.949425 | 0.949972 | 0.950516 |
| 72 | 0.951057 | 0.951594 | 0.952129 | 0.952661 | 0.953191 | 0.953717 | 0.95424 | 0.954761 | 0.955278 | 0.955793 |
| 73 | 0.956305 | 0.956814 | 0.957319 | 0.957822 | 0.958323 | 0.95882 | 0.959314 | 0.959805 | 0.960294 | 0.960779 |
| 74 | 0.961262 | 0.961741 | 0.962218 | 0.962692 | 0.963163 | 0.96363 | 0.964095 | 0.964557 | 0.965016 | 0.965473 |
| 75 | 0.965926 | 0.966376 | 0.966823 | 0.967268 | 0.967709 | 0.968148 | 0.968583 | 0.969016 | 0.969445 | 0.969872 |
| 76 | 0.970296 | 0.970716 | 0.971134 | 0.971549 | 0.971961 | 0.97237 | 0.972776 | 0.973179 | 0.973579 | 0.973976 |
| 77 | 0.97437 | 0.974761 | 0.975149 | 0.975535 | 0.975917 | 0.976296 | 0.976672 | 0.977046 | 0.977416 | 0.977783 |
| 78 | 0.978148 | 0.978509 | 0.978867 | 0.979223 | 0.979575 | 0.979925 | 0.980271 | 0.980615 | 0.980955 | 0.981293 |
| 79 | 0.981627 | 0.981959 | 0.982287 | 0.982613 | 0.982935 | 0.983255 | 0.983571 | 0.983885 | 0.984196 | 0.984503 |
| **x** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| 80 | 0.984808 | 0.985109 | 0.985408 | 0.985703 | 0.985996 | 0.986286 | 0.986572 | 0.986856 | 0.987136 | 0.987414 |
| 81 | 0.987688 | 0.98796 | 0.988228 | 0.988494 | 0.988756 | 0.989016 | 0.989272 | 0.989526 | 0.989776 | 0.990024 |
| 82 | 0.990268 | 0.990509 | 0.990748 | 0.990983 | 0.991216 | 0.991445 | 0.991671 | 0.991894 | 0.992115 | 0.992332 |
| 83 | 0.992546 | 0.992757 | 0.992966 | 0.993171 | 0.993373 | 0.993572 | 0.993768 | 0.993961 | 0.994151 | 0.994338 |
| 84 | 0.994522 | 0.994703 | 0.994881 | 0.995056 | 0.995227 | 0.995396 | 0.995562 | 0.995725 | 0.995884 | 0.996041 |
| 85 | 0.996195 | 0.996345 | 0.996493 | 0.996637 | 0.996779 | 0.996917 | 0.997053 | 0.997185 | 0.997314 | 0.997441 |
| 86 | 0.997564 | 0.997684 | 0.997801 | 0.997916 | 0.998027 | 0.998135 | 0.99824 | 0.998342 | 0.998441 | 0.998537 |
| 87 | 0.99863 | 0.998719 | 0.998806 | 0.99889 | 0.998971 | 0.999048 | 0.999123 | 0.999194 | 0.999263 | 0.999328 |
| 88 | 0.999391 | 0.99945 | 0.999507 | 0.99956 | 0.99961 | 0.999657 | 0.999701 | 0.999743 | 0.999781 | 0.999816 |
| 89 | 0.999848 | 0.999877 | 0.999903 | 0.999925 | 0.999945 | 0.999962 | 0.999976 | 0.999986 | 0.999994 | 0.999998 |
| 90 | 1 | 0.999998 | 0.999994 | 0.999986 | 0.999976 | 0.999962 | 0.999945 | 0.999925 | 0.999903 | 0.999877 |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 307 26/04/2022 11:32:09

# NATURAL COSINES

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0.999998 | 0.999994 | 0.999986 | 0.999976 | 0.999962 | 0.999945 | 0.999925 | 0.999903 | 0.999877 |
| 1 | 0.999848 | 0.999816 | 0.999781 | 0.999743 | 0.999701 | 0.999657 | 0.99961 | 0.99956 | 0.999507 | 0.99945 |
| 2 | 0.999391 | 0.999328 | 0.999263 | 0.999194 | 0.999123 | 0.999048 | 0.998971 | 0.99889 | 0.998806 | 0.998719 |
| 3 | 0.99863 | 0.998537 | 0.998441 | 0.998342 | 0.99824 | 0.998135 | 0.998027 | 0.997916 | 0.997801 | 0.997684 |
| 4 | 0.997564 | 0.997441 | 0.997314 | 0.997185 | 0.997053 | 0.996917 | 0.996779 | 0.996637 | 0.996493 | 0.996345 |
| 5 | 0.996195 | 0.996041 | 0.995884 | 0.995725 | 0.995562 | 0.995396 | 0.995227 | 0.995056 | 0.994881 | 0.994703 |
| 6 | 0.994522 | 0.994338 | 0.994151 | 0.993961 | 0.993768 | 0.993572 | 0.993373 | 0.993171 | 0.992966 | 0.992757 |
| 7 | 0.992546 | 0.992332 | 0.992115 | 0.991894 | 0.991671 | 0.991445 | 0.991216 | 0.990983 | 0.990748 | 0.990509 |
| 8 | 0.990268 | 0.990024 | 0.989776 | 0.989526 | 0.989272 | 0.989016 | 0.988756 | 0.988494 | 0.988228 | 0.98796 |
| 9 | 0.987688 | 0.987414 | 0.987136 | 0.986856 | 0.986572 | 0.986286 | 0.985996 | 0.985703 | 0.985408 | 0.985109 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 0.984808 | 0.984503 | 0.984196 | 0.983885 | 0.983571 | 0.983255 | 0.982935 | 0.982613 | 0.982287 | 0.981959 |
| 11 | 0.981627 | 0.981293 | 0.980955 | 0.980615 | 0.980271 | 0.979925 | 0.979575 | 0.979223 | 0.978867 | 0.978509 |
| 12 | 0.978148 | 0.977783 | 0.977416 | 0.977046 | 0.976672 | 0.976296 | 0.975917 | 0.975535 | 0.975149 | 0.974761 |
| 13 | 0.97437 | 0.973976 | 0.973579 | 0.973179 | 0.972776 | 0.97237 | 0.971961 | 0.971549 | 0.971134 | 0.970716 |
| 14 | 0.970296 | 0.969872 | 0.969445 | 0.969016 | 0.968583 | 0.968148 | 0.967709 | 0.967268 | 0.966823 | 0.966376 |
| 15 | 0.965926 | 0.965473 | 0.965016 | 0.964557 | 0.964095 | 0.96363 | 0.963163 | 0.962692 | 0.962218 | 0.961741 |
| 16 | 0.961262 | 0.960779 | 0.960294 | 0.959805 | 0.959314 | 0.95882 | 0.958323 | 0.957822 | 0.957319 | 0.956814 |
| 17 | 0.956305 | 0.955793 | 0.955278 | 0.954761 | 0.95424 | 0.953717 | 0.953191 | 0.952661 | 0.952129 | 0.951594 |
| 18 | 0.951057 | 0.950516 | 0.949972 | 0.949425 | 0.948876 | 0.948324 | 0.947768 | 0.94721 | 0.946649 | 0.946085 |
| 19 | 0.945519 | 0.944949 | 0.944376 | 0.943801 | 0.943223 | 0.942641 | 0.942057 | 0.941471 | 0.940881 | 0.940288 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 20 | 0.939693 | 0.939094 | 0.938493 | 0.937889 | 0.937282 | 0.936672 | 0.93606 | 0.935444 | 0.934826 | 0.934204 |
| 21 | 0.93358 | 0.932954 | 0.932324 | 0.931691 | 0.931056 | 0.930418 | 0.929776 | 0.929133 | 0.928486 | 0.927836 |
| 22 | 0.927184 | 0.926529 | 0.925871 | 0.92521 | 0.924546 | 0.92388 | 0.92321 | 0.922538 | 0.921863 | 0.921185 |
| 23 | 0.920505 | 0.919821 | 0.919135 | 0.918446 | 0.917755 | 0.91706 | 0.916363 | 0.915663 | 0.91496 | 0.914254 |
| 24 | 0.913545 | 0.912834 | 0.91212 | 0.911403 | 0.910684 | 0.909961 | 0.909236 | 0.908508 | 0.907777 | 0.907044 |
| 25 | 0.906308 | 0.905569 | 0.904827 | 0.904083 | 0.903335 | 0.902585 | 0.901833 | 0.901077 | 0.900319 | 0.899558 |
| 26 | 0.898794 | 0.898028 | 0.897258 | 0.896486 | 0.895712 | 0.894934 | 0.894154 | 0.893371 | 0.892586 | 0.891798 |
| 27 | 0.891007 | 0.890213 | 0.889416 | 0.888617 | 0.887815 | 0.887011 | 0.886204 | 0.885394 | 0.884581 | 0.883766 |
| 28 | 0.882948 | 0.882127 | 0.881303 | 0.880477 | 0.879649 | 0.878817 | 0.877983 | 0.877146 | 0.876307 | 0.875465 |
| 29 | 0.87462 | 0.873772 | 0.872922 | 0.872069 | 0.871214 | 0.870356 | 0.869495 | 0.868632 | 0.867765 | 0.866897 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 30 | 0.866025 | 0.865151 | 0.864275 | 0.863396 | 0.862514 | 0.861629 | 0.860742 | 0.859852 | 0.85896 | 0.858065 |
| 31 | 0.857167 | 0.856267 | 0.855364 | 0.854459 | 0.853551 | 0.85264 | 0.851727 | 0.850811 | 0.849893 | 0.848972 |
| 32 | 0.848048 | 0.847122 | 0.846193 | 0.845262 | 0.844328 | 0.843391 | 0.842452 | 0.841511 | 0.840567 | 0.83962 |
| 33 | 0.838671 | 0.837719 | 0.836764 | 0.835807 | 0.834848 | 0.833886 | 0.832921 | 0.831954 | 0.830984 | 0.830012 |
| 34 | 0.829038 | 0.82806 | 0.827081 | 0.826098 | 0.825113 | 0.824126 | 0.823136 | 0.822144 | 0.821149 | 0.820152 |
| 35 | 0.819152 | 0.81815 | 0.817145 | 0.816138 | 0.815128 | 0.814116 | 0.813101 | 0.812084 | 0.811064 | 0.810042 |
| 36 | 0.809017 | 0.80799 | 0.80696 | 0.805928 | 0.804894 | 0.803857 | 0.802817 | 0.801776 | 0.800731 | 0.799685 |
| 37 | 0.798636 | 0.797584 | 0.79653 | 0.795473 | 0.794415 | 0.793353 | 0.79229 | 0.791224 | 0.790155 | 0.789084 |
| 38 | 0.788011 | 0.786935 | 0.785857 | 0.784776 | 0.783693 | 0.782608 | 0.78152 | 0.78043 | 0.779338 | 0.778243 |
| 39 | 0.777146 | 0.776046 | 0.774944 | 0.77384 | 0.772734 | 0.771625 | 0.770513 | 0.7694 | 0.768284 | 0.767165 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 40 | 0.766044 | 0.764921 | 0.763796 | 0.762668 | 0.761538 | 0.760406 | 0.759271 | 0.758134 | 0.756995 | 0.755853 |
| 41 | 0.75471 | 0.753563 | 0.752415 | 0.751264 | 0.750111 | 0.748956 | 0.747798 | 0.746638 | 0.745476 | 0.744312 |
| 42 | 0.743145 | 0.741976 | 0.740805 | 0.739631 | 0.738455 | 0.737277 | 0.736097 | 0.734915 | 0.73373 | 0.732543 |
| 43 | 0.731354 | 0.730162 | 0.728969 | 0.727773 | 0.726575 | 0.725374 | 0.724172 | 0.722967 | 0.72176 | 0.720551 |
| 44 | 0.71934 | 0.718126 | 0.716911 | 0.715693 | 0.714473 | 0.71325 | 0.712026 | 0.710799 | 0.709571 | 0.70834 |
| 45 | 0.707107 | 0.705872 | 0.704634 | 0.703395 | 0.702153 | 0.700909 | 0.699663 | 0.698415 | 0.697165 | 0.695913 |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 308 26/04/2022 11:32:09

# NATURAL COSINES

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **46** | 0.694658 | 0.693402 | 0.692143 | 0.690882 | 0.68962 | 0.688355 | 0.687088 | 0.685818 | 0.684547 | 0.683274 |
| **47** | 0.681998 | 0.680721 | 0.679441 | 0.67816 | 0.676876 | 0.67559 | 0.674302 | 0.673013 | 0.671721 | 0.670427 |
| **48** | 0.669131 | 0.667833 | 0.666532 | 0.66523 | 0.663926 | 0.66262 | 0.661312 | 0.660002 | 0.658689 | 0.657375 |
| **49** | 0.656059 | 0.654741 | 0.653421 | 0.652098 | 0.650774 | 0.649448 | 0.64812 | 0.64679 | 0.645458 | 0.644124 |
| **x** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **50** | 0.642788 | 0.64145 | 0.64011 | 0.638768 | 0.637424 | 0.636078 | 0.634731 | 0.633381 | 0.632029 | 0.630676 |
| **51** | 0.62932 | 0.627963 | 0.626604 | 0.625243 | 0.62388 | 0.622515 | 0.621148 | 0.619779 | 0.618408 | 0.617036 |
| **52** | 0.615661 | 0.614285 | 0.612907 | 0.611527 | 0.610145 | 0.608761 | 0.607376 | 0.605988 | 0.604599 | 0.603208 |
| **53** | 0.601815 | 0.60042 | 0.599024 | 0.597625 | 0.596225 | 0.594823 | 0.593419 | 0.592013 | 0.590606 | 0.589196 |
| **54** | 0.587785 | 0.586372 | 0.584958 | 0.583541 | 0.582123 | 0.580703 | 0.579281 | 0.577858 | 0.576432 | 0.575005 |
| **55** | 0.573576 | 0.572146 | 0.570714 | 0.56928 | 0.567844 | 0.566406 | 0.564967 | 0.563526 | 0.562083 | 0.560639 |
| **56** | 0.559193 | 0.557745 | 0.556296 | 0.554844 | 0.553392 | 0.551937 | 0.550481 | 0.549023 | 0.547563 | 0.546102 |
| **57** | 0.544639 | 0.543174 | 0.541708 | 0.54024 | 0.538771 | 0.5373 | 0.535827 | 0.534352 | 0.532876 | 0.531399 |
| **58** | 0.529919 | 0.528438 | 0.526956 | 0.525472 | 0.523986 | 0.522499 | 0.52101 | 0.519519 | 0.518027 | 0.516533 |
| **59** | 0.515038 | 0.513541 | 0.512043 | 0.510543 | 0.509041 | 0.507538 | 0.506034 | 0.504528 | 0.50302 | 0.501511 |
| **x** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **60** | 0.5 | 0.498488 | 0.496974 | 0.495459 | 0.493942 | 0.492424 | 0.490904 | 0.489382 | 0.48786 | 0.486335 |
| **61** | 0.48481 | 0.483282 | 0.481754 | 0.480223 | 0.478692 | 0.477159 | 0.475624 | 0.474088 | 0.472551 | 0.471012 |
| **62** | 0.469472 | 0.46793 | 0.466387 | 0.464842 | 0.463296 | 0.461749 | 0.4602 | 0.45865 | 0.457098 | 0.455545 |
| **63** | 0.45399 | 0.452435 | 0.450878 | 0.449319 | 0.447759 | 0.446198 | 0.444635 | 0.443071 | 0.441506 | 0.439939 |
| **64** | 0.438371 | 0.436802 | 0.435231 | 0.433659 | 0.432086 | 0.430511 | 0.428935 | 0.427358 | 0.425779 | 0.424199 |
| **65** | 0.422618 | 0.421036 | 0.419452 | 0.417867 | 0.416281 | 0.414693 | 0.413104 | 0.411514 | 0.409923 | 0.40833 |
| **66** | 0.406737 | 0.405142 | 0.403545 | 0.401948 | 0.400349 | 0.398749 | 0.397148 | 0.395546 | 0.393942 | 0.392337 |
| **67** | 0.390731 | 0.389124 | 0.387516 | 0.385906 | 0.384295 | 0.382683 | 0.38107 | 0.379456 | 0.377841 | 0.376224 |
| **68** | 0.374607 | 0.372988 | 0.371368 | 0.369747 | 0.368125 | 0.366501 | 0.364877 | 0.363251 | 0.361625 | 0.359997 |
| **69** | 0.358368 | 0.356738 | 0.355107 | 0.353475 | 0.351842 | 0.350207 | 0.348572 | 0.346936 | 0.345298 | 0.34366 |
| **x** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **70** | 0.34202 | 0.34038 | 0.338738 | 0.337095 | 0.335452 | 0.333807 | 0.332161 | 0.330514 | 0.328867 | 0.327218 |
| **71** | 0.325568 | 0.323917 | 0.322266 | 0.320613 | 0.318959 | 0.317305 | 0.315649 | 0.313992 | 0.312335 | 0.310676 |
| **72** | 0.309017 | 0.307357 | 0.305695 | 0.304033 | 0.30237 | 0.300706 | 0.299041 | 0.297375 | 0.295708 | 0.29404 |
| **73** | 0.292372 | 0.290702 | 0.289032 | 0.287361 | 0.285688 | 0.284015 | 0.282341 | 0.280667 | 0.278991 | 0.277315 |
| **74** | 0.275637 | 0.273959 | 0.27228 | 0.2706 | 0.26892 | 0.267238 | 0.265556 | 0.263873 | 0.262189 | 0.260505 |
| **75** | 0.258819 | 0.257133 | 0.255446 | 0.253758 | 0.252069 | 0.25038 | 0.24869 | 0.246999 | 0.245307 | 0.243615 |
| **76** | 0.241922 | 0.240228 | 0.238533 | 0.236838 | 0.235142 | 0.233445 | 0.231748 | 0.23005 | 0.228351 | 0.226651 |
| **77** | 0.224951 | 0.22325 | 0.221548 | 0.219846 | 0.218143 | 0.21644 | 0.214735 | 0.21303 | 0.211325 | 0.209619 |
| **78** | 0.207912 | 0.206204 | 0.204496 | 0.202787 | 0.201078 | 0.199368 | 0.197657 | 0.195946 | 0.194234 | 0.192522 |
| **79** | 0.190809 | 0.189095 | 0.187381 | 0.185667 | 0.183951 | 0.182236 | 0.180519 | 0.178802 | 0.177085 | 0.175367 |
| **x** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **80** | 0.173648 | 0.171929 | 0.170209 | 0.168489 | 0.166769 | 0.165048 | 0.163326 | 0.161604 | 0.159881 | 0.158158 |
| **81** | 0.156434 | 0.15471 | 0.152986 | 0.151261 | 0.149535 | 0.147809 | 0.146083 | 0.144356 | 0.142629 | 0.140901 |
| **82** | 0.139173 | 0.137445 | 0.135716 | 0.133986 | 0.132256 | 0.130526 | 0.128796 | 0.127065 | 0.125333 | 0.123601 |
| **83** | 0.121869 | 0.120137 | 0.118404 | 0.116671 | 0.114937 | 0.113203 | 0.111469 | 0.109734 | 0.107999 | 0.106264 |
| **84** | 0.104528 | 0.102793 | 0.101056 | 0.09932 | 0.097583 | 0.095846 | 0.094108 | 0.092371 | 0.090633 | 0.088894 |
| **85** | 0.087156 | 0.085417 | 0.083678 | 0.081939 | 0.080199 | 0.078459 | 0.076719 | 0.074979 | 0.073238 | 0.071497 |
| **86** | 0.069756 | 0.068015 | 0.066274 | 0.064532 | 0.062791 | 0.061049 | 0.059306 | 0.057564 | 0.055822 | 0.054079 |
| **87** | 0.052336 | 0.050593 | 0.04885 | 0.047106 | 0.045363 | 0.043619 | 0.041876 | 0.040132 | 0.038388 | 0.036644 |
| **88** | 0.034899 | 0.033155 | 0.031411 | 0.029666 | 0.027922 | 0.026177 | 0.024432 | 0.022687 | 0.020942 | 0.019197 |
| **89** | 0.017452 | 0.015707 | 0.013962 | 0.012217 | 0.010472 | 0.0087265 | 0.0069813 | 0.0052360 | 0.0034907 | 0.0017453 |
| **90** | 0 | 0.0017453 | 0.0034907 | 0.0052360 | 0.0069813 | 0.0087265 | 0.010472 | 0.012217 | 0.013962 | 0.015707 |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 309 26/04/2022 11:32:09

# NATURAL TANGENTS

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.0017453 | 0.0034907 | 0.0052360 | 0.0069814 | 0.0087269 | 0.010472 | 0.012218 | 0.013964 | 0.015709 |
| 1 | 0.017455 | 0.019201 | 0.020947 | 0.022693 | 0.024439 | 0.026186 | 0.027933 | 0.029679 | 0.031426 | 0.033173 |
| 2 | 0.034921 | 0.036668 | 0.038416 | 0.040164 | 0.041912 | 0.043661 | 0.04541 | 0.047159 | 0.048908 | 0.050658 |
| 3 | 0.052408 | 0.054158 | 0.055909 | 0.05766 | 0.059411 | 0.061163 | 0.062915 | 0.064667 | 0.06642 | 0.068173 |
| 4 | 0.069927 | 0.071681 | 0.073435 | 0.07519 | 0.076946 | 0.078702 | 0.080458 | 0.082215 | 0.083972 | 0.08573 |
| 5 | 0.087489 | 0.089248 | 0.091007 | 0.092767 | 0.094528 | 0.096289 | 0.098051 | 0.099813 | 0.101576 | 0.10334 |
| 6 | 0.105104 | 0.106869 | 0.108635 | 0.110401 | 0.112168 | 0.113936 | 0.115704 | 0.117473 | 0.119243 | 0.121013 |
| 7 | 0.122785 | 0.124557 | 0.126329 | 0.128103 | 0.129877 | 0.131652 | 0.133428 | 0.135205 | 0.136983 | 0.138761 |
| 8 | 0.140541 | 0.142321 | 0.144102 | 0.145884 | 0.147667 | 0.149451 | 0.151236 | 0.153022 | 0.154808 | 0.156596 |
| 9 | 0.158384 | 0.160174 | 0.161965 | 0.163756 | 0.165549 | 0.167343 | 0.169137 | 0.170933 | 0.17273 | 0.174528 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 0.176327 | 0.178127 | 0.179928 | 0.181731 | 0.183534 | 0.185339 | 0.187145 | 0.188952 | 0.19076 | 0.19257 |
| 11 | 0.19438 | 0.196192 | 0.198005 | 0.19982 | 0.201635 | 0.203452 | 0.205271 | 0.20709 | 0.208911 | 0.210733 |
| 12 | 0.212557 | 0.214381 | 0.216208 | 0.218035 | 0.219864 | 0.221695 | 0.223526 | 0.22536 | 0.227194 | 0.229031 |
| 13 | 0.230868 | 0.232707 | 0.234548 | 0.23639 | 0.238234 | 0.240079 | 0.241925 | 0.243774 | 0.245624 | 0.247475 |
| 14 | 0.249328 | 0.251183 | 0.253039 | 0.254897 | 0.256756 | 0.258618 | 0.26048 | 0.262345 | 0.264211 | 0.266079 |
| 15 | 0.267949 | 0.269821 | 0.271694 | 0.273569 | 0.275446 | 0.277325 | 0.279205 | 0.281087 | 0.282971 | 0.284857 |
| 16 | 0.286745 | 0.288635 | 0.290527 | 0.29242 | 0.294316 | 0.296213 | 0.298113 | 0.300014 | 0.301918 | 0.303823 |
| 17 | 0.305731 | 0.30764 | 0.309552 | 0.311465 | 0.313381 | 0.315299 | 0.317219 | 0.319141 | 0.321065 | 0.322991 |
| 18 | 0.32492 | 0.32685 | 0.328783 | 0.330718 | 0.332656 | 0.334595 | 0.336537 | 0.338481 | 0.340428 | 0.342377 |
| 19 | 0.344328 | 0.346281 | 0.348237 | 0.350195 | 0.352156 | 0.354119 | 0.356084 | 0.358052 | 0.360022 | 0.361995 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 20 | 0.36397 | 0.365948 | 0.367928 | 0.369911 | 0.371897 | 0.373885 | 0.375875 | 0.377869 | 0.379864 | 0.381863 |
| 21 | 0.383864 | 0.385868 | 0.387874 | 0.389884 | 0.391896 | 0.39391 | 0.395928 | 0.397948 | 0.399971 | 0.401997 |
| 22 | 0.404026 | 0.406058 | 0.408092 | 0.41013 | 0.41217 | 0.414214 | 0.41626 | 0.418309 | 0.420361 | 0.422417 |
| 23 | 0.424475 | 0.426536 | 0.428601 | 0.430668 | 0.432739 | 0.434812 | 0.436889 | 0.438969 | 0.441053 | 0.443139 |
| 24 | 0.445229 | 0.447322 | 0.449418 | 0.451517 | 0.45362 | 0.455726 | 0.457836 | 0.459949 | 0.462065 | 0.464185 |
| 25 | 0.466308 | 0.468434 | 0.470564 | 0.472698 | 0.474835 | 0.476976 | 0.47912 | 0.481267 | 0.483419 | 0.485574 |
| 26 | 0.487733 | 0.489895 | 0.492061 | 0.494231 | 0.496404 | 0.498582 | 0.500763 | 0.502948 | 0.505136 | 0.507329 |
| 27 | 0.509525 | 0.511726 | 0.51393 | 0.516138 | 0.518351 | 0.520567 | 0.522787 | 0.525012 | 0.52724 | 0.529473 |
| 28 | 0.531709 | 0.53395 | 0.536195 | 0.538445 | 0.540698 | 0.542956 | 0.545218 | 0.547484 | 0.549755 | 0.55203 |
| 29 | 0.554309 | 0.556593 | 0.558881 | 0.561174 | 0.563471 | 0.565773 | 0.568079 | 0.57039 | 0.572705 | 0.575026 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 30 | 0.57735 | 0.57968 | 0.582014 | 0.584353 | 0.586697 | 0.589045 | 0.591398 | 0.593757 | 0.59612 | 0.598488 |
| 31 | 0.600861 | 0.603239 | 0.605622 | 0.60801 | 0.610403 | 0.612801 | 0.615204 | 0.617613 | 0.620026 | 0.622445 |
| 32 | 0.624869 | 0.627299 | 0.629734 | 0.632174 | 0.634619 | 0.63707 | 0.639527 | 0.641989 | 0.644456 | 0.646929 |
| 33 | 0.649408 | 0.651892 | 0.654382 | 0.656877 | 0.659379 | 0.661886 | 0.664398 | 0.666917 | 0.669442 | 0.671972 |
| 34 | 0.674509 | 0.677051 | 0.679599 | 0.682154 | 0.684714 | 0.687281 | 0.689854 | 0.692433 | 0.695018 | 0.69761 |
| 35 | 0.700208 | 0.702812 | 0.705422 | 0.708039 | 0.710663 | 0.713293 | 0.71593 | 0.718573 | 0.721223 | 0.723879 |
| 36 | 0.726543 | 0.729213 | 0.731889 | 0.734573 | 0.737264 | 0.739961 | 0.742666 | 0.745377 | 0.748096 | 0.750821 |
| 37 | 0.753554 | 0.756294 | 0.759041 | 0.761796 | 0.764558 | 0.767327 | 0.770104 | 0.772888 | 0.77568 | 0.778479 |
| 38 | 0.781286 | 0.7841 | 0.786922 | 0.789752 | 0.79259 | 0.795436 | 0.79829 | 0.801151 | 0.804021 | 0.806898 |
| 39 | 0.809784 | 0.812678 | 0.81558 | 0.818491 | 0.821409 | 0.824336 | 0.827272 | 0.830216 | 0.833169 | 0.83613 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 40 | 0.8391 | 0.842078 | 0.845066 | 0.848062 | 0.851067 | 0.854081 | 0.857104 | 0.860136 | 0.863177 | 0.866227 |
| 41 | 0.869287 | 0.872356 | 0.875434 | 0.878521 | 0.881619 | 0.884725 | 0.887842 | 0.890967 | 0.894103 | 0.897249 |
| 42 | 0.900404 | 0.903569 | 0.906745 | 0.90993 | 0.913125 | 0.916331 | 0.919547 | 0.922773 | 0.92601 | 0.929257 |
| 43 | 0.932515 | 0.935783 | 0.939063 | 0.942352 | 0.945653 | 0.948965 | 0.952287 | 0.955621 | 0.958966 | 0.962322 |
| 44 | 0.965689 | 0.969067 | 0.972458 | 0.975859 | 0.979272 | 0.982697 | 0.986134 | 0.989582 | 0.993043 | 0.996515 |
| 45 | 1 | 1.0035 | 1.00701 | 1.01053 | 1.01406 | 1.01761 | 1.02117 | 1.02474 | 1.02832 | 1.03192 |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 310 26/04/2022 11:32:09

# NATURAL TANGENTS

| 46 | 1.03553 | 1.03915 | 1.04279 | 1.04644 | 1.0501 | 1.05378 | 1.05747 | 1.06117 | 1.06489 | 1.06862 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 47 | 1.07237 | 1.07613 | 1.0799 | 1.08369 | 1.08749 | 1.09131 | 1.09514 | 1.09899 | 1.10285 | 1.10672 |
| 48 | 1.11061 | 1.11452 | 1.11844 | 1.12238 | 1.12633 | 1.13029 | 1.13428 | 1.13828 | 1.14229 | 1.14632 |
| 49 | 1.15037 | 1.15443 | 1.15851 | 1.16261 | 1.16672 | 1.17085 | 1.175 | 1.17916 | 1.18334 | 1.18754 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 50 | 1.19175 | 1.19599 | 1.20024 | 1.20451 | 1.20879 | 1.2131 | 1.21742 | 1.22176 | 1.22612 | 1.2305 |
| 51 | 1.2349 | 1.23931 | 1.24375 | 1.2482 | 1.25268 | 1.25717 | 1.26169 | 1.26622 | 1.27077 | 1.27535 |
| 52 | 1.27994 | 1.28456 | 1.28919 | 1.29385 | 1.29853 | 1.30323 | 1.30795 | 1.31269 | 1.31745 | 1.32224 |
| 53 | 1.32704 | 1.33187 | 1.33673 | 1.3416 | 1.3465 | 1.35142 | 1.35637 | 1.36134 | 1.36633 | 1.37134 |
| 54 | 1.37638 | 1.38145 | 1.38653 | 1.39165 | 1.39679 | 1.40195 | 1.40714 | 1.41235 | 1.41759 | 1.42286 |
| 55 | 1.42815 | 1.43347 | 1.43881 | 1.44418 | 1.44958 | 1.45501 | 1.46046 | 1.46595 | 1.47146 | 1.47699 |
| 56 | 1.48256 | 1.48816 | 1.49378 | 1.49944 | 1.50512 | 1.51084 | 1.51658 | 1.52235 | 1.52816 | 1.534 |
| 57 | 1.53986 | 1.54576 | 1.5517 | 1.55766 | 1.56366 | 1.56969 | 1.57575 | 1.58184 | 1.58797 | 1.59414 |
| 58 | 1.60033 | 1.60657 | 1.61283 | 1.61914 | 1.62548 | 1.63185 | 1.63826 | 1.64471 | 1.6512 | 1.65772 |
| 59 | 1.66428 | 1.67088 | 1.67752 | 1.68419 | 1.69091 | 1.69766 | 1.70446 | 1.71129 | 1.71817 | 1.72509 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 60 | 1.73205 | 1.73905 | 1.7461 | 1.75319 | 1.76032 | 1.76749 | 1.77471 | 1.78198 | 1.78929 | 1.79665 |
| 61 | 1.80405 | 1.8115 | 1.81899 | 1.82654 | 1.83413 | 1.84177 | 1.84946 | 1.8572 | 1.86499 | 1.87283 |
| 62 | 1.88073 | 1.88867 | 1.89667 | 1.90472 | 1.91282 | 1.92098 | 1.9292 | 1.93746 | 1.94579 | 1.95417 |
| 63 | 1.96261 | 1.97111 | 1.97966 | 1.98828 | 1.99695 | 2.00569 | 2.01449 | 2.02335 | 2.03227 | 2.04125 |
| 64 | 2.0503 | 2.05942 | 2.0686 | 2.07785 | 2.08716 | 2.09654 | 2.106 | 2.11552 | 2.12511 | 2.13477 |
| 65 | 2.14451 | 2.15432 | 2.1642 | 2.17416 | 2.18419 | 2.1943 | 2.20449 | 2.21475 | 2.2251 | 2.23553 |
| 66 | 2.24604 | 2.25663 | 2.2673 | 2.27806 | 2.28891 | 2.29984 | 2.31086 | 2.32197 | 2.33317 | 2.34447 |
| 67 | 2.35585 | 2.36733 | 2.37891 | 2.39058 | 2.40235 | 2.41421 | 2.42618 | 2.43825 | 2.45043 | 2.4627 |
| 68 | 2.47509 | 2.48758 | 2.50018 | 2.51289 | 2.52571 | 2.53865 | 2.5517 | 2.56487 | 2.57815 | 2.59156 |
| 69 | 2.60509 | 2.61874 | 2.63252 | 2.64642 | 2.66046 | 2.67462 | 2.68892 | 2.70335 | 2.71792 | 2.73263 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 70 | 2.74748 | 2.76247 | 2.77761 | 2.79289 | 2.80833 | 2.82391 | 2.83965 | 2.85555 | 2.87161 | 2.88783 |
| 71 | 2.90421 | 2.92076 | 2.93748 | 2.95437 | 2.97144 | 2.98868 | 3.00611 | 3.02372 | 3.04152 | 3.0595 |
| 72 | 3.07768 | 3.09606 | 3.11464 | 3.13341 | 3.1524 | 3.17159 | 3.191 | 3.21063 | 3.23048 | 3.25055 |
| 73 | 3.27085 | 3.29139 | 3.31216 | 3.33317 | 3.35443 | 3.37594 | 3.39771 | 3.41973 | 3.44202 | 3.46458 |
| 74 | 3.48741 | 3.51053 | 3.53393 | 3.55761 | 3.5816 | 3.60588 | 3.63048 | 3.65538 | 3.68061 | 3.70616 |
| 75 | 3.73205 | 3.75828 | 3.78485 | 3.81177 | 3.83906 | 3.86671 | 3.89474 | 3.92316 | 3.95196 | 3.98117 |
| 76 | 4.01078 | 4.04081 | 4.07127 | 4.10216 | 4.1335 | 4.1653 | 4.19756 | 4.2303 | 4.26352 | 4.29724 |
| 77 | 4.33148 | 4.36623 | 4.40152 | 4.43735 | 4.47374 | 4.51071 | 4.54826 | 4.58641 | 4.62518 | 4.66458 |
| 78 | 4.70463 | 4.74534 | 4.78673 | 4.82882 | 4.87162 | 4.91516 | 4.95945 | 5.00451 | 5.05037 | 5.09704 |
| 79 | 5.14455 | 5.19293 | 5.24218 | 5.29235 | 5.34345 | 5.39552 | 5.44857 | 5.50264 | 5.55777 | 5.61397 |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 80 | 5.67128 | 5.72974 | 5.78938 | 5.85024 | 5.91236 | 5.97576 | 6.04051 | 6.10664 | 6.17419 | 6.24321 |
| 81 | 6.31375 | 6.38587 | 6.45961 | 6.53503 | 6.61219 | 6.69116 | 6.77199 | 6.85475 | 6.93952 | 7.02637 |
| 82 | 7.11537 | 7.20661 | 7.30018 | 7.39616 | 7.49465 | 7.59575 | 7.69957 | 7.80622 | 7.91582 | 8.02848 |
| 83 | 8.14435 | 8.26355 | 8.38625 | 8.51259 | 8.64275 | 8.77689 | 8.9152 | 9.05789 | 9.20516 | 9.35724 |
| 84 | 9.51436 | 9.6768 | 9.84482 | 10.0187 | 10.1988 | 10.3854 | 10.5789 | 10.7797 | 10.9882 | 11.2048 |
| 85 | 11.4301 | 11.6645 | 11.9087 | 12.1632 | 12.4288 | 12.7062 | 12.9962 | 13.2996 | 13.6174 | 13.9507 |
| 86 | 14.3007 | 14.6685 | 15.0557 | 15.4638 | 15.8945 | 16.3499 | 16.8319 | 17.3432 | 17.8863 | 18.4645 |
| 87 | 19.0811 | 19.7403 | 20.4465 | 21.2049 | 22.0217 | 22.9038 | 23.8593 | 24.8978 | 26.0307 | 27.2715 |
| 88 | 28.6363 | 30.1446 | 31.8205 | 33.6935 | 35.8006 | 38.1885 | 40.9174 | 44.0661 | 47.7395 | 52.0807 |
| 89 | 57.29 | 63.6567 | 71.6151 | 81.847 | 95.4895 | 114.589 | 143.237 | 190.984 | 286.478 | 572.957 |
| 90 | ∞ | | | | | | | | | |



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 311 26/04/2022 11:32:09

# Higher Secondary – Class XI – Physics – Volume – I
## TELUGU MEDIUM
## List of Reviewers & Translators

### Academic Coordinator

**Dr. M.Ethirajulu,**
Senior Lecturer,
SCERT,
Chennai-6.

### Reviewers

**M. Sadhguna,**
P.G.Asst, (Physics)
G.B.H.S.S, Uthukottai, Tiruvallur Dist.

**K. Dorababu,**
B.T.Asst,
SKPD B.H.S.S, Chennai -01

### Translators

**G. Pullanna,**
PGT (Physics),
G.B.H.S.S., Athimanjeripet
Thiruvallur Dist.

**S. Lokesh,**
P.G.Asst, (Physics)
G.H.S.S, K.G. Kandigai,
Tiruvallur Dist

**M. Surekha,**
PGT (Physics),
G.H.S.S, Padirivedu Madarapakkam,
Thiruvallur Dist.

**E. Venkatesulu,**
PGT (Physics),
G.B.H.S.S., Pallipat
Tiruvallur Dist

### Proof work

**S. Mukthabai**
BT Asst GBHSS, Ponneri,
Thiruvallur Dist.

**D. Haritha**
BT Asst G.B.H.S.S,
Uthukota,Tiruvallur Dist.

### ICT

**D. Vasuraj**
P.GT. & H.O.D., (Maths),
KRM Public School, Chennai.

### EMIS Technology Team

**R.M. Satheesh**
State Coordinator Technical,
TN EMIS, Samagra Shiksha.

**K.P. Sathya Narayana**
IT Consultant,
TN EMIS, Samagra Shikaha

**R. Arun Maruthi Selvan**
Technical Project Consultant,
TN EMIS, Samagra Shiksha

### Wrapper Design

**Kathir Arumugam**

### In-House QC

**Ashok Kumar Sakthivel**
**A. Daniel**
**Yuvaraj Ravi**
**Gopinath Ragupathi**
**Porselvan**
**Balasubramani**
**C. Prasanth**

### Co-ordinator

**Ramesh Munisamy**

This book has been printed on 80 G.S.M.
Elegant Maplitho paper.

Printed by offset at:



11th_Physics_Vol_1_Telugu_Medium_Glossary.indd 312 26/04/2022 11:32:09